



**HAL**  
open science

# Importance de l'effet Casimir en physique des polymères

Mabrouk Benhamou

► **To cite this version:**

Mabrouk Benhamou. Importance de l'effet Casimir en physique des polymères. 3rd cycle. Date : Printemps 2002.Lieu : Faculté des Sciences Ben M'sik de Casablanca, Maroc., 2007. cel-00136944

**HAL Id: cel-00136944**

**<https://cel.hal.science/cel-00136944>**

Submitted on 16 Mar 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Importance de l'effet Casimir en physique des polymères

M. Benhamou\*

*Laboratoire de Physique des Polymères et Phénomènes Critiques*

*Faculté des Sciences Ben M'sik, B.P. 7955, Casablanca, Maroc*

L'effet Casimir apparaît d'abord en électrodynamique quantique, et est relié aux fluctuations quantiques du vide. Plus précisément, cet effet a pour origine les fluctuations quantiques d'un champ électromagnétique confiné dans une géométrie finie. Récemment, on a réalisé que ce même effet peut apparaître dans les systèmes critiques renfermant de petites particules colloïdales. Les mélanges de polymères proche du point critique de démixion fournissent un bel exemple. L'objectif de cette conférence est une revue succincte de l'importance physique de l'effet Casimir. Une attention particulière est portée sur son impact en physique des polymères.

## 1 Introduction.

L'effet Casimir [1] fut prédit théoriquement pour la première fois par le physicien Hollandais Hendrick Casimir, vers 1948.

D'entrée de jeu, essayons de comprendre la signification de tel effet. Pour cela, considérons deux plaques métalliques chargées parallèles, au zéro absolu. Naturelle-

---

\*E-mail : m.benhamou@univh2m.ac.ma

ment, selon le signe des charges en regard, ces deux plaques s'attirent ou se repoussent. Dans ce cas, la force électrique est assez forte, et décroît très lentement avec la distance. Supposons que cette fois-ci les deux plaques sont neutres. Lorsqu'on les chauffe suffisamment, les électrons commencent à se mouvoir dans tous les sens. Ce mouvement produit alors des fluctuations de leur densité de charge, et l'on assiste à la naissance d'une force effective entre les deux plaques. Cette dernière est tout à fait similaire à la force de van der Waals classique. Donc, elle décroît très rapidement avec la distance. C'est la force de Casimir.

Cette force a été observée expérimentalement pour la première fois par M.J. Spaarny en 1958 [2]. Mais des mesures précises de cette force ont été réalisées récemment par S.K. Lamoreaux [3], et par U. Mohideen et A. Roy [4]. La force mesurée ne diffère de sa valeur théorique que de 5 %, pour la première expérience, et de 3 %, pour la seconde.

A présent, essayons de comprendre la vraie origine de la force de Casimir. En fait, il s'agit d'une force électrique spéciale. Son origine est intimement liée aux fluctuations quantiques d'un champ électromagnétique confiné entre deux plaques à géométrie quelconque. Comme nous verrons, la force de Casimir se calcule à travers l'énergie de l'état fondamental (*zero-point energy*) [5].

Récemment, M.E. Fisher et P.-G. de Gennes [6] ont montré qu'un effet analogue à l'effet Casimir émerge dans le contexte de la physique statistique et de la matière condensée, plus exactement, pour les systèmes exhibant un point critique et qui sont en présence de bords géométriques. Dans ce cas, les fluctuations critiques à grande échelle du paramètre d'ordre joue le rôle des fluctuations quantiques du vide, et la théorie continue critique est formellement équivalente à la théorie quantique du champ sans masse.

Les fluides critiques confinés, tels qu'un fluide proche du point critique liquide-gaz, un mélange binaire de liquides proche du point critique de démixion ou l'hélium au proche de la ligne- $\lambda$ , engendrent des forces de longue portée entre les parois confinantes [7, 8]. Ces forces qu'on peut qualifier de *forces de Casimir critiques*,

sont gouvernées par des fonctions d'échelle universelles [9, 10]. D'un point de vue théorique, l'effet Casimir a été largement étudié, et une variété de résultats étaient obtenus en utilisant l'invariance conforme [11], la théorie de la renormalisation [11], et les simulations Monté Carlo [12].

D'un point de vue expérimental, les fluides critiques confinés ou des colloïdes immergés dans des mélanges binaires de liquides ont été le sujet d'un bon nombre de travaux expérimentaux [13].

Dans des travaux très récents [14 – 15], on a montré l'existence d'une certaine force universelle dans les mélanges binaires critiques de polymères, confinés entre deux parois adsorptives parallèles. Le résultat fondamental de ces travaux est que la force de Casimir entre les deux parois suit une loi de puissance universelle, en fonction de la distance  $L$  qui les sépare. Plus exactement, cette force varie comme l'inverse de la puissance *quatrième* de la distance  $L$ , avec une amplitude universelle qui ne dépend pas de la chimie du problème. Par ailleurs, les auteurs de la Réf. [14] ont noté que de tel système peut jouer le rôle d'un *capteur de forces*.

Toutes ces questions seront développées dans les sections suivantes. A la Sec. 2, nous montrerons brièvement comment on a pu déterminer l'expression de la force de Casimir dans le contexte de l'électrodynamique quantique. La Sec. 3 sera destinée à une description quantitative de l'effet Casimir, qui résulte des fluctuations thermiques (de densité, de spin, etc.), en insistant en Sec. 4 sur son impact en physique des polymères. Nos conclusions seront retracées dans la dernière section.

## 2 Effet Casimir en électrodynamique.

Nous rappelons qu'une onde électromagnétique est le couple  $(\mathbf{E}, \mathbf{B})$  formé par un champ électrique  $\mathbf{E}$  et un champ magnétique d'induction  $\mathbf{B}$ . Les deux grandeurs varient dans l'espace et dans le temps.

Dans le vide, où il y a absence de charges et de courants, ces champs satisfont

les 4 équations de Maxwell, c'est-à-dire

$$\begin{cases} \nabla \wedge \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t ; & \nabla \cdot \mathbf{E} = 0 , \\ \nabla \wedge \mathbf{B} = \epsilon_0 \mu_0 \partial \mathbf{E} / \partial t ; & \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 . \end{cases} \quad (1)$$

Ici,  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$  représentent respectivement la permittivité et la perméabilité du vide, qui sont reliées à la vitesse de la lumière dans le vide  $c$  par :  $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$ .

La propagation de l'onde électromagnétique dans le vide est régie par les équations d'évolution

$$\left( \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta \right) \begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{B} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} , \quad (2)$$

où  $\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2 + \partial^2 / \partial z^2$  désigne l'opérateur Laplacien.

Nous rappelons que dans une région où règne un champ électromagnétique, il y a une énergie emmagasinée. Ainsi, dans un élément de volume de l'espace, l'énergie libre électromagnétique emmagasinée (ou encore densité d'énergie) est donnée par

$$w = \frac{\epsilon_0 \mathbf{E}^2}{2} + \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_0} . \quad (3)$$

Selon les principes de la Mécanique Quantique, l'énergie  $w$  est quantifiée. Cela veut dire que les champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  deviennent des opérateurs. Donc, l'espace où règne un champ électromagnétique peut être regardé comme un assemblage d'oscillateurs harmoniques, de fréquences  $\omega_m$  ( $m \geq 1$ ) (Fig. 1). C'est l'aspect corpusculaire du champ électromagnétique.

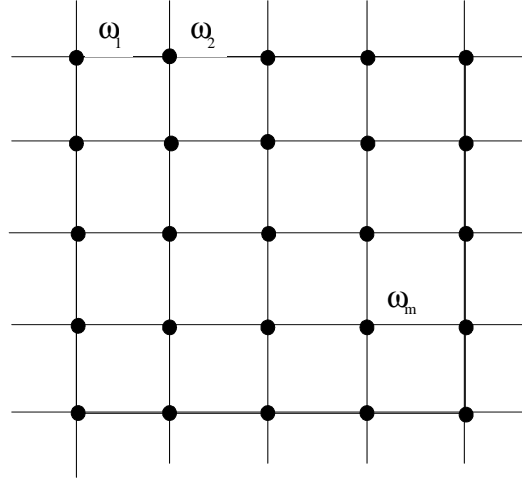
Au zero absolu, l'énergie de l'état fondamental est donnée par cette expression

$$\mathcal{E}_0 = \sum_m \frac{1}{2} \hbar \omega_m , \quad (\text{zero-point energy}) . \quad (4)$$

Cette somme porte sur tous les modes de fréquences  $\omega_m$  ( $m \geq 1$ ).

L'expression précédente peut être réécrite sous une forme équivalente, en multipliant son membre de droite par l'intégrale de la distribution de Dirac

$$\int_0^\infty d\omega \delta(\omega - \omega_m) = 1 , \quad (5)$$

FIG. 1: Un réseau d'oscillateurs de fréquences  $\omega_m$ .

pour trouver

$$\mathcal{E}_0 = \int_0^{\omega_c} d\omega \frac{1}{2} \hbar \omega \rho_0(\omega) . \quad (6)$$

Ici,

$$\rho_0(\omega) = \sum_m \delta(\omega - \omega_m) \quad (7)$$

représente la densité de modes de fréquence  $\omega$  ; plus exactement,  $\rho_0(\omega) d\omega$  est le nombre de modes de fréquences comprises entre  $\omega$  et  $\omega + d\omega$ . Dans l'intégrale figurant dans l'égalité (6), nous avons introduit une coupure de fréquences  $\omega_c$ , pour empêcher l'énergie de diverger. Cette divergence a pour origine le fait qu'on somme sur toutes les fréquences possibles, et par conséquent l'énergie  $\mathcal{E}_0$  n'est pas accessible expérimentalement.

Considérons cette fois-ci un champ électromagnétique ( $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{B}$ ) confiné entre deux plaques parallèles séparées d'une distance  $L$ . Ici encore, ce champ électromagnétique satisfait les mêmes équations de Maxwell, et son évolution spatio-temporelle est régie par les mêmes équations d'onde. La seule et l'importante différence est que les champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  doivent satisfaire des conditions aux bords sur les plaques [5] que nous n'écrivons pas ici. Ce sont donc des conditions qui assurent le confinement du

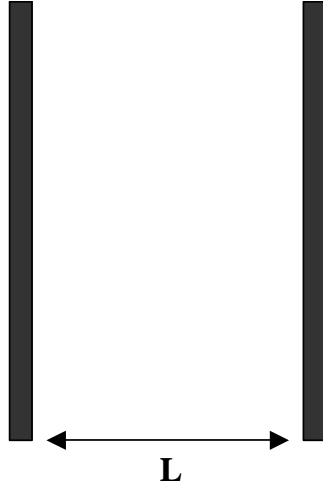


FIG. 2: Deux plaques conductrices séparées par une distance  $L$ .

champ électromagnétique.

Comme dans l'espace infini, il y a aussi une énergie électromagnétique emmagasinée entre les deux plaques. En langage discret, l'énergie de l'état fondamental est

$$\mathcal{E}_L = \sum_{m'} \frac{1}{2} \hbar \omega_{m'} , \quad (\text{zero-point energy}) , \quad (8)$$

où on somme sur tous les modes confinés possibles de fréquences  $\omega_{m'}$  ( $m' \geq 1$ ). En terme de la densité de modes confinés

$$\rho_L(\omega) = \sum_{m'} \delta(\omega - \omega_{m'}) , \quad (9)$$

l'énergie précédente se réécrit comme

$$\mathcal{E}_L = \int_0^{\omega_c} d\omega \frac{1}{2} \hbar \omega \rho_L(\omega) . \quad (10)$$

La différence d'énergies due au confinement est alors

$$\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_L = \int_0^{\infty} d\omega \frac{1}{2} \hbar \omega [\rho_0(\omega) - \rho_L(\omega)] . \quad (11)$$

Cette différence a un sens, et nous n'avons besoin d'introduire aucune coupure de fréquences. Cette différence est la fluctuation de l'énergie de l'état fondamental. Elle représente l'énergie qu'il faut fournir pour confiner le champ électromagnétique. Au niveau des modes, cela veut dire que le confinement a entraîné l'expulsion d'un bon nombre de modes. Cette fluctuation de l'énergie est à l'origine de la naissance d'une force effective *attractive* entre les deux plaques. Ce qui explique donc l'effet Casimir.

La force de Casimir naissante (par unité d'aire) est alors donnée par la dérivée

$$\Pi = \frac{d}{dL} \left( \frac{\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_L}{\mathcal{A}} \right), \quad (12)$$

où  $\mathcal{A}$  est l'aire commune des deux plaques. Remarquer que la quantité  $\Pi$  est homogène à une pression. Comme la différence  $(\mathcal{E}_0 - \mathcal{E}_L)$  est une fonction décroissante de la distance  $L$ , alors  $\Pi$  est de signe négatif, et par conséquent la force de Casimir est attractive.

Avant d'esquisser l'expression analytique de la force en question, faisons remarquer que d'un point de vue dimensions, nous avons

$$[\Pi] = \frac{[\hbar][c]}{[L]^4}. \quad (13)$$

Nous voyons donc émerger l'expression cherchée de la force, à une amplitude près. Effectivement, un calcul simple effectué par Casimir [1] a abouti à l'expression attendue

$$\Pi = -\frac{\pi^2 \hbar c}{240 L^4}. \quad (14)$$

Une telle expression mérite quelques commentaires. Elle nous enseigne d'abord que la force effective entre les deux plaques décroît en raison de l'inverse de la puissance *quatrième* de la distance  $L$  qui les sépare. En second lieu, cette force reflète bien les fluctuations quantiques du champ électromagnétique, à travers la présence des constantes  $c$  et  $\hbar$ . En dernier lieu, l'expression trouvée est universelle, en ce sens qu'elle ne dépend pas de la nature physique des deux plaques, pourvu qu'elles soient parfaitement conductrices.



Nous signalons, de passage, que le calcul de Casimir a été repris par plusieurs physiciens, en incorporant les effets de température et de courbure. Nous passons sous silence la présentation des résultats obtenus. Pour plus de détails, nous renvoyons le lecteur aux Réfs. [17] et [18]. Ce qu'il faut retenir, à ce propos, est que l'effet Casimir est aussi présent si les plaques sont courbes, et que la température a tendance à s'opposer à cet effet.

Maintenant, l'étape suivante consiste à esquisser l'importance de l'effet Casimir dans les systèmes critiques. Nous insisterons plus sur les mélanges critiques de polymères.

### **3 Force de Casimir en phénomènes critiques.**

#### **3.1 Motivations.**

Nous partons d'un assemblage de colloïdes immergés dans un mélange critique de deux liquides incompatibles  $A$  et  $B$ . Les colloïdes sont des particules de taille mesoscopique, dont la taille varie dans l'intervalle  $10\text{ nm} - 1000\text{ nm}$ . Les colloïdes trouvent énormément d'applications dans divers secteurs de la vie active (peintures, encres, tannerie, cires, produits pharmaceutiques, ferrofluides, etc). En fait, deux grands problèmes se posent à la science des colloïdes : la suspension et la floculation. Nous passons sous silence la description de ces deux phénomènes.

Revenons à notre système physique qui est un mélange ternaire : liquide  $A$  + liquide  $B$  + colloïdes. Par exemple,  $A$  pourrait être de lutidine,  $B$  de l'eau et les colloïdes des billes de silice. Un tel système a été considéré dans une série d'expériences récentes [13]. Le choix de ces colloïdes est tel qu'ils aiment être entourés par du lutidine (phase préférée).

On a constaté expérimentalement qu'à basse température, où les deux liquides se trouvent séparés, les billes de silice s'agrègent dans l'eau (phase non préférée). Cette floculation qui est régit par une force effective attractive entre colloïdes, est

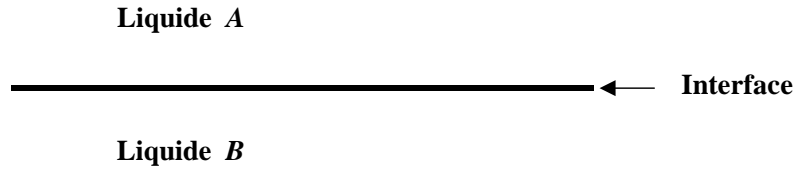


FIG. 3: Deux liquides  $A$  et  $B$  séparés par une interface, à basse température.

donc une conséquence des fluctuations thermiques de la composition. Le problème est alors le calcul de cette force, qu'on peut appeler force de Casimir.

Avant de présenter le calcul de cette force, nous jugeons utile de rappeler d'abord certaines propriétés en relation avec la séparation de phase dans les mélanges critiques de liquides.

## 3.2 Séparation de phase.

Soit un mélange de deux liquides  $A$  et  $B$ , porté à très haute température. Cela veut dire que les deux liquides constituent une seule phase homogène. Lorsqu'on baisse la température, et en dessous d'une certaine température critique  $T_c$  dépendant de la nature chimique des deux composantes, le mélange se sépare en deux phases alternativement riches en espèces  $A$  et  $B$  (Fig. 3). C'est la séparation de phase, qui est une véritable transition de phase (de *second ordre*).

### 3.2.1 Diagramme de phase.

Désignons par  $\phi_A$  et  $\phi_B$ , les fractions des liquides  $A$  et  $B$ . On pourrait imaginer que le mélange est placé sur un réseau régulier à  $d$  dimensions, tel qu'un site est occupé par une molécule de type  $A$  ou une molécule de type  $B$ . Pour un mélange incompressible, nous aurons la condition d'incompressibilité

$$\phi_A + \phi_B = 1 . \quad (15)$$

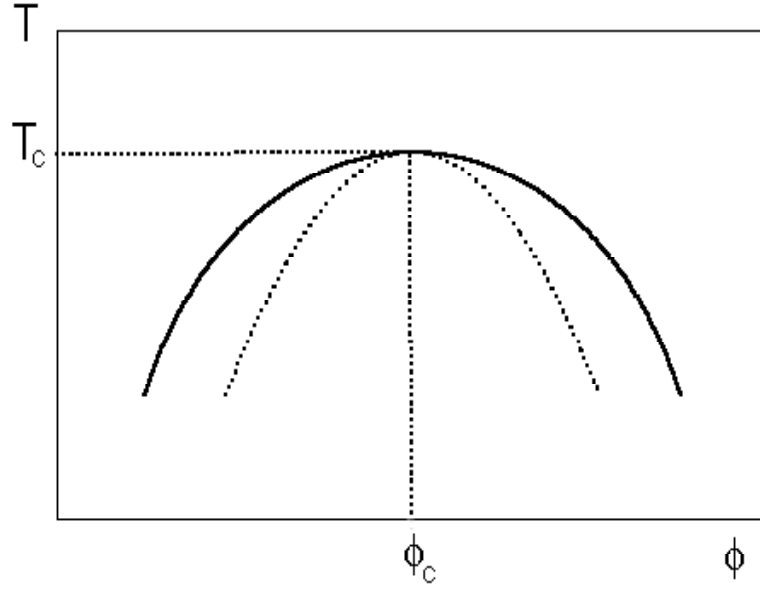


FIG. 4: Diagramme de phase de deux liquides incompatibles.

Donc, les fractions  $\phi_A$  ou  $\phi_B$  pourraient être regardées comme les probabilités qu'un site est occupé par une molécule  $A$  ou par une molécule  $B$ .

Une entité importante dans l'étude thermodynamique d'une séparation de phase est le diagramme de phase. Celui-ci est tracé dans le plan  $(\phi, T)$ , où  $T$  est la température absolue et  $\phi = \phi_A$  est la composition. Ce diagramme est schématisé sur la Fig. 4, où la courbe en trait plein représente la courbe de coexistence et celle en pointillés est la spinodale. Le long de la courbe de coexistence, on a égalité des potentiels chimiques des deux composants, et la spinodale décrit le lieu des points où la compressibilité du mélange diverge. Les deux courbes se touchent au point critique de démixion  $K$ , de coordonnées  $(\phi_c, T_c)$ .

Pour étudier la transition de démixion, on introduit souvent un paramètre d'ordre, qui est donné ici par

$$\psi = \frac{\phi_A - \phi_B}{\phi_A + \phi_B}, \quad (16)$$

qui n'est rien d'autre que la différence des compositions de deux points le long de

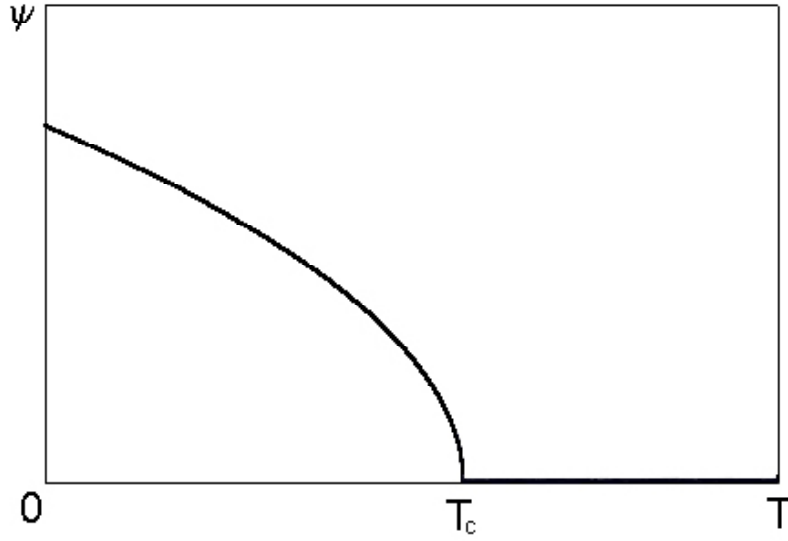


FIG. 5: La variation du paramètre d'ordre en fonction de la température.

la courbe de coexistence. Au voisinage de la température critique, nous avons les comportements suivants pour le paramètre d'ordre

$$\psi = 0 , \quad (T > T_c) , \quad (17)$$

$$\psi \sim (T_c - T)^{\beta_t} , \quad (T < T_c) . \quad (18)$$

Ici,  $\beta_t$  est un exposant critique qui est celui du modèle d'Ising [19, 20], il ne dépend que de la dimension  $d$  de l'espace. Remarquer que ce paramètre d'ordre est continu à  $T = T_c$ , donc la démixtion est une transition de phase de *second ordre*. Nous notons l'analogie frappante entre un mélange de liquides et un système magnétique de type Ising, où une molécule  $A$  joue le rôle du spin *up* et une molécule  $B$  joue le rôle du spin *down*. La différence de compositions  $\psi$  est alors l'analogue de l'aimantation  $M$ . La variation du paramètre d'ordre en fonction de la température est illustrée sur la Fig. 5.

### 3.2.2 Fonction de corrélation.

Une autre quantité d'intérêt permettant également de renseigner sur les propriétés critiques du mélange est la fonction de corrélation. Cette fonction de distance est définie comme

$$G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \langle \phi_A(\mathbf{r}) \phi_A(\mathbf{r}') \rangle - \langle \phi_A(\mathbf{r}) \rangle \langle \phi_A(\mathbf{r}') \rangle , \quad (19)$$

ou encore, en terme du paramètre d'ordre,

$$G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = \langle \psi(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}') \rangle - \langle \psi(\mathbf{r}) \rangle \langle \psi(\mathbf{r}') \rangle . \quad (20)$$

Noter les relations évidentes :  $\phi_A = \phi_c + \psi/2$ ,  $\phi_B = \phi_c - \psi/2$ . Physiquement parlant, la fonction de corrélation est une mesure de la fluctuation de la composition au point  $\mathbf{r}$ , suite à sa fluctuation au point  $\mathbf{r}'$ . Sa transformée de Fourier représente l'intensité diffusée dans une expérience de diffusion de lumière, de rayons X ou de neutrons.

Evidemment, à une distance infinie, les corrélations composition-composition doivent s'atténuer, et nous écrivons [19, 20]

$$G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \sim e^{-|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|/\xi_t} , \quad (|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \gg \xi_t) . \quad (21)$$

Dans ce comportement,

$$\xi_t \sim a \left| \frac{T - T_c}{T_c} \right|^{-\nu_t} \quad (22)$$

représente la longueur de corrélation qui diverge à la transition avec un exposant critique  $\nu_t$ , qui est le même que pour les transitions magnétiques [19, 20]. Dans l'expression (22),  $a$  est une certaine échelle microscopique (pas du réseau).

Pour des longueurs d'onde intermédiaires, nous avons [19, 20]

$$G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \sim \frac{A_\psi}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^{2x_\psi}} , \quad (a \ll |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \ll \xi_t) . \quad (23)$$

Ici,

$$x_\psi = \frac{1}{2} (d - 2 - \eta_t) \quad (24)$$

est la dimension d'échelle (*scaling dimension*) du champ  $\psi$ , et  $\eta_t$  est l'exposant critique traditionnel [19, 20]. Dans la relation (23),  $A_\psi$  est une amplitude universelle [19, 20].

Nous signalons qu'on peut définir d'autres exposants critiques attachés à d'autres grandeurs physiques. Mais, il n'y a que deux exposants critiques indépendants, les autres s'en déduisent en appliquant les relations d'échelle et d'hyper-échelle connues dans la littérature [19, 20]. Notons, enfin, que le comportement (23) suggère que la fonction de corrélation à  $T = T_c$  est invariante sous le groupe conforme, c'est-à-dire le groupe des transformations de coordonnées conservant les angles (translations, rotations, dilatations globales, et transformations conformes spéciales).

En principe, nous avons tous les ingrédients nécessaires pour déterminer l'expression de la force de Casimir qui s'exerce entre des colloïdes immergés dans un mélange critique de liquides.

### 3.3 Expression de la force de Casimir.

Considérons alors un mélange de deux liquides  $A$  et  $B$  au voisinage de leur température critique  $T_c$ , et qui sont en présence d'un assemblage de particules colloïdales, supposées identiques et de forme sphérique, telles que celles-ci aiment être entourées par l'espèce  $A$  (phase préférée), par exemple. Donc, le problème est le calcul de la force de Casimir résultant des fluctuations thermiques de la composition. Ce problème a été résolu récemment par un groupe de physiciens allemands [7, 8], en combinant la théorie de champ et l'invariance conforme. Pour plus de détails sur l'effet Casimir en phénomènes critiques, le lecteur peut être renvoyé à l'ouvrage récent de M. Krech [9]. L'idée pour entamer le calcul consistait à remarquer simplement que le potentiel effectif d'interaction  $U(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$  entre une paire de colloïdes situés à une distance  $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  doit être proportionnel à la fonction de corrélation  $G(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ , c'est-à-dire

$$\frac{U(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{k_B T} \sim R^{2x_\psi} G(\mathbf{r} - \mathbf{r}') , \quad (25)$$

où  $R$  est le rayon commun des particules et  $k_B$  la constante de Boltzmann. Comme les valeurs de la fonction de corrélation ne sont appréciables que pour les petites distances, alors, nous pouvons adopter la forme (23) pour cette fonction. Soit

$$\frac{U(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{k_B T} \sim B_\psi \left( \frac{2R}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right)^{2x_\psi}, \quad (26)$$

où  $B_\psi$  est une amplitude universelle connue [7, 8]. En dimension 3 [7, 8] :  $x_\psi \simeq 0.519$ ,  $B_\psi \simeq 6.25$ , et en dimension 2, on a les résultats exacts [7, 8] :  $x_\psi = 1/8$ ,  $B_\psi = 2^{1/4}$ . Par dérivation de ce potentiel, nous obtenons l'expression suivante pour la force de Casimir

$$\frac{F}{k_B T} = \frac{x_\psi B_\psi}{R} \left( \frac{2R}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right)^{2x_\psi+1}. \quad (27)$$

Comme l'exposant  $2x_\psi$  a pour valeur  $2x_\psi \simeq 1.04$ , alors cette force est très comparable à la force gravitationnelle.

L'expression précédente nous enseigne que la force de Casimir est une force universelle, c'est-à-dire indépendante de la nature chimique des deux liquides et celle des colloïdes.

## 4 Effet Casimir en physique des polymères.

Associer deux polymères de nature chimique différente pour former un alliage polymère homogène est l'un des problèmes épineux qui se posent à l'industrie des matières polymériques. En effet, deux polymères ne sont jamais totalement compatibles, et ceci à cause de la forte ségrégation entre monomères chimiquement différents.

Sur le plan pratique, un polymère ne peut pas être utilisé tout seul, on lui associe souvent un *adjuvant*. Ce dernier peut être un colorant, un plastifiant ou encore un durcisseur. Un exemple de durcisseur peut être fourni par des billes de verre. Si ces billes sont de très faible diamètre, elles pourraient éventuellement être considérées comme des colloïdes. On peut donc imaginer un système ternaire : polymère  $A+$  polymère  $B+$  colloïdes. Ces derniers peuvent jouer le rôle de durcisseurs.

Un mélange de deux polymères subit également une transition de démixtion, à une température critique souvent élevée, en comparaison à celle des liquides simples. Sur le plan théorique, cette transition peut être convenablement décrite dans le cadre de la théorie de Flory [21, 22], qui est une approche de type champ moyen. Les mêmes techniques qu'avant s'appliquent ici, avec la différence que les exposants critiques relatifs aux mélanges des polymères sont classiques [22] :  $\alpha_t = 0$ ,  $\beta_t = 1/2$ ,  $\gamma_t = 1$ ,  $\eta_t = 0$ , etc. En particulier, la dimension d'échelle  $x_\psi$  a pour valeur :  $x_\psi = 1$ . Ceci implique un potentiel de Casimir de type

$$\frac{U(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{k_B T} \sim B_\psi^0 \left( \frac{2R}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right)^2, \quad (28)$$

où  $B_\psi^0$  est une amplitude facile à déterminer. Ce potentiel est également universel, indépendamment de la chimie du problème.

Un autre problème qui est également intéressant consiste à confiner un mélange de deux polymères incompatibles entre deux plaques parallèles, séparées d'une distance  $L$  ( $L \ll \xi_t$ ). Ici encore, les fortes fluctuations de la composition, au proche de la température de démixtion, engendrent une force effective entre les deux plaques. Ce problème a été résolu dans des travaux très récents [14–16]. Le résultat essentiel est que cette force décroît comme l'inverse de la puissance *quatrième* de la distance  $L$ . Incidemment, cette décroissance est similaire à celle caractérisant la force de Casimir en électrodynamique.

Comme incidence pratique, nous pouvons dire que ce système ternaire, confiné dans une géométrie en film, peut jouer le rôle d'un *capteur de forces*, de très faible intensité.

## 5 Conclusions.

Nous rappelons que l'objectif de cette revue était un tour d'horizon concernant la physique émanant de l'effet Casimir, en électrodynamique et en phénomènes critiques. Pour l'électrodynamique, cet effet résulte des fluctuations quantiques du



vide, et pour les phénomènes critiques, il découle des fluctuations thermiques du paramètre d'ordre.

Pour illustrer cet effet dans les systèmes critiques, nous avons choisi, à titre d'exemple, des mélanges binaires de liquides simples ou de polymères.

Nous notons que le même effet apparaît dans un fluide au proche du point critique liquide-gaz. D'ailleurs, ce fluide critique appartient à la même classe d'universalité que les mélanges de liquides au proche de leur point critique de démixtion. On a observé également le même effet dans l'hélium à la ligne- $\lambda$ , pour lequel la dimension d'échelle  $x_\varepsilon$ , associée au champ composite  $\psi^2$ , a pour valeur  $x_\varepsilon \simeq 1.5$  [7, 8].

Nous signalons que les particules élémentaires produisent également une force Casimir. Les bosons (les photons en sont un exemple) produisent une force de Casimir attractive. En principe, les fermions produisent une force de Casimir répulsive. En supersymétrie, cette force doit être compensée par la symétrie bosons-fermions. L'effet Casimir apparaît aussi en gravitation quantique.

Pour finir, nous pouvons dire que pour les systèmes usuels, l'existence d'un effet Casimir nécessite une géométrie finie et une grandeur physique susceptible de fluctuer (énergie, densité, spin, etc.).

## Références

- [1] H.B.G. Casimir, Proc. Kon. Ned. Akad. Wetenschap B **55**, 793 (1948).
- [2] M.J. Spaarny, Physica **24**, 751 (1958).
- [3] S.K. Lamoreaux, Phys. Rev. Lett. **78**, 5 (1997).
- [4] U. Mohideen, A. Roy, Phys. Rev. Lett. **81**, 4549 (1998).
- [5] Une liste extensive de travaux récents sur le sujet peut être trouvée dans : J. Feinberg, A. Mann, M. Revzen, *preprint*, hep-th/9908149, Juin 2000.

- [6] M.E. Fisher, P.-G. de Gennes, C. R. Acad. Sci. (*Paris*) Série B **287**, 207 (1978) ; P.-G. de Gennes, C. R. Acad. Sci. (*Paris*) II 292, 701 (1981).
- [7] E. Eisenriegler, U. Ritschel, Phys. Rev. B **51**, 13717 (1995).
- [8] T.W. Burkhardt, E. Eisenriegler, Phys. Rev. Lett. **74**, 3189 (1995).
- [9] M. Krech, *The Casimir Effect in Critical Systems*, World Scientific, Singapore, 1994.
- [10] M. Krech, Phys. Rev. E **56**, 1642 (1997).
- [11] Voir Réf. [10] et la liste des travaux cités *dedans*.
- [12] K.K. Mon, Phys. Rev. Lett. **54**, 2671 (1985) ; M. Krech, D.P. Landau, Phys. Rev. E **53**, 4414 (1996).
- [13] Une liste d'expériences récentes peut être trouvée dans les Réfs. [9] et [10].
- [14] R. Cherrabi, A. Saout Elhak, M. Benhamou, M. Daoud, J. Chem. Phys. **111**, 8174 (1999).
- [15] R. Cherrabi, A. Saout Elhak, M. Benhamou, M. Daoud, Phys. Rev. E **62**, 6795 (2000).
- [16] E.-K. Hachem, M. Benhamou, M. Daoud, J. Chem. Phys. **116**, 8168 (2002). .
- [17] R. Balian, B. Duplantier, Ann. Phys. **104**, 300 (1977).
- [18] R. Balian, B. Duplantier, Ann. Phys. **117**, 165 (1978).
- [19] J. Zinn-Justin, *Quantum Field Theory and Critical Phenomena*, Clarendon Press, Oxford, 1989.
- [20] C. Itzykson, J.-M. Drouffe, *Statistical Field Theory : 1 et 2*, Cambridge University Press, 1989.

- [21] P.J. Flory, *Principles of Polymer Chemistry*, Cornell University Press, Ithaca, 1953.
- [22] P.-G. de Gennes, *Scaling Concepts in Polymer Physics*, Cornell University Press, Ithaca, New York, 1979.