



**HAL**  
open science

# Les gerbes atmosphériques et leur contrepartie radio

Thierry Gousset

► **To cite this version:**

Thierry Gousset. Les gerbes atmosphériques et leur contrepartie radio. École thématique. juin 2007  
- XXX Ecole CNRS de Goutelas - Goutelas, France, France. 2007, pp.16. cel-00300413

**HAL Id: cel-00300413**

**<https://cel.hal.science/cel-00300413>**

Submitted on 18 Jul 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Les gerbes atmosphériques et leur contrepartie radio

Thierry Gousset

*SubaTech, IN2P3/CNRS, Université de Nantes, Ecole des Mines de Nantes, 4 rue Kastler, 44307 Nantes, France*

**Abstract.** The main features of high-energy cosmic-ray air showers are explained before the question of their radio emissions is addressed.

**Résumé.** Les principales caractéristiques des gerbes atmosphériques issues des rayons cosmiques de grande énergie sont expliquées afin d'aborder le problème de leur émission radioélectrique.

Les rayons cosmiques qui pénètrent l'atmosphère dissipent leur énergie en produisant une gerbe de particules secondaires. Au-delà de  $10^{14}$  eV, où le flux devient inférieur à 1 particule/m<sup>2</sup>/sr/h, c'est l'observation indirecte de cette gerbe qui permet la détection du rayonnement cosmique. Les techniques standard de cette observation indirecte sont la détection au sol par un réseau de détecteurs élémentaires qui échantillonnent les particules secondaires et la détection de la fluorescence des molécules de l'atmosphère qui suit le passage des particules chargées de la gerbe.

Les gerbes comportant un grand nombre de charges électriques on peut aussi envisager de mesurer le champ électrique engendré par cette distribution de charge et de courant. Ce cours va s'intéresser à donner une description, parfois qualitative, parfois quantitative, des caractéristiques des gerbes afin de pouvoir déterminer celles de son champ radioélectrique. Il emprunte beaucoup à la revue d'Allan (Allan, 1971) en tentant de situer le propos vis-à-vis de la recherche actuelle dans le domaine. La gamme d'énergie de rayons cosmiques visée sera celle accessible en radio, autour de  $10^{17}$  eV et au-delà.

## 1. Les grandes gerbes atmosphériques

### 1.1 *Les gerbes et le rayonnement incident*

*Longueurs.* On va rencontrer toutes sortes de rayons dont le sort sera réglé par la façon dont ils interagissent avec le milieu qu'ils traversent. Dans une situation d'interaction donnée la grandeur pertinente sera une

longueur  $\ell$ , correspondant au *libre parcours moyen* pour que ladite interaction se produise (l'absorption du rayon, sa prochaine collision, etc.). En fait, il est plus pratique de travailler avec une grandeur dérivée de  $\ell$ .

Pour l'expliquer, sans plus préciser la situation, prenons un rayon qui se déplace en parcourant une distance notée  $x$  et considérons la probabilité  $p(x)$  que rien ne se produise entre 0 et  $x$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{dx}{\ell}$$

avec  $\ell$  le libre parcours moyen caractérisant la façon dont le rayon interagit avec son environnement. Ce libre parcours moyen s'exprime

$$\frac{1}{\ell} = n \times \sigma$$

avec  $n$  la densité de centres diffuseurs et  $\sigma$  la section efficace du processus d'interaction considéré.

Lorsque la densité varie, par exemple, dans le cas de l'atmosphère, avec l'altitude, sans que la nature des centres diffuseurs change ( $n$  dépend de  $x$  mais  $\sigma$  n'en dépend pas) la description du phénomène d'interaction reste simple pourvu d'utiliser la *profondeur de matériel traversée*  $X$  définie par

$$dX = \rho(x)dx$$

où  $\rho$  est la masse volumique de la substance traversée. La probabilité de non-interaction se réécrit

$$\frac{dp}{p} = -\frac{dX}{\lambda}$$

avec  $\lambda = \rho \times \ell$  en unité de  $X$ , soit en pratique en  $\text{g/cm}^2$ .

$85 \text{ g/cm}^2$  comparé à  $1000 \text{ g/cm}^2$ . Nous avons déjà remarqué que l'atmosphère joue le rôle d'un écran qui empêche les rayons cosmiques d'arriver intact jusqu'au sol. Quantitativement, la qualité de cet écran peut être évaluée en comparant la longueur d'interaction des protons de hautes énergies dans l'air<sup>1</sup>  $\lambda_{pA} = 85 \text{ g/cm}^2$  avec la profondeur d'atmosphère pour une trajectoire verticale jusqu'au sol  $\int dX \approx 1000 \text{ g/cm}^2$ .

*Rayons cosmiques et physique des hautes énergies.* En fait,  $\lambda_{pA}$  varie avec l'énergie du proton. Sa connaissance vient des expériences de mesures des sections efficaces effectuées auprès des accélérateurs de particules. Considérons par exemple, la réaction

$$p(E_p = 10^{17} \text{ eV}) + A \rightarrow X.$$

---

<sup>1</sup>A pour air (80% d'azote et 20% d'oxygène).

Pour voir auprès de quel collisionneur de particules on peut observer une collision de ce type, il faut calculer le carré de l'énergie dans le centre de masse

$$s_{NN} \approx 2m_N c^2 E_p = O((10 \text{ TeV})^2),$$

c'est-à-dire le domaine d'énergie qui sera accessible au LHC! En 2007, le collisionneur le plus énergétique est le Tevatron (collisions protons-antiprotons) avec  $s_{p\bar{p}} = (2 \text{ TeV})^2$  et, pour des collisions avec des noyaux, c'est le RHIC avec  $s_{NN} = (200 \text{ GeV})^2$ .

Bref, la description de la première ou des quelques premières collisions nécessite d'extrapoler les sections efficaces obtenues auprès des accélérateurs. La façon de faire cela repose sur des modèles hadroniques, dont on peut trouver une description succincte dans le livre de Stanev (Stanev, 2004), section 8.3.

*Particules secondaires.* Le développement de la gerbe résulte de la nature des particules produites lors des collisions, ainsi que de leur distribution, ce que cache le X dans

$$p + A \rightarrow X.$$

On rencontre typiquement  $\sim 10^2$  pions (20% d'autres hadrons), des fragments de la cible  $A$  (que l'on distingue car étant de très basse énergie ils vont rester au voisinage de leur point de production) et le baryon « original » emportant une fraction de l'énergie du rayon cosmique incident. Les pions sont des  $\pi^+$ , des  $\pi^-$  et des  $\pi^0$  dont le destin diffère.

Pour donner naissance aux grandes gerbes, les particules les plus importantes sont les  $\pi^0$  qui se désintègrent selon

$$\pi^0 \xrightarrow{99\%} 2\gamma.$$

Cette désintégration est rapide,  $c\tau_{\pi^0} = 25 \text{ nm}$ , de sorte que les  $\pi^0$  se désintègrent avant d'avoir le temps de réinteragir.

Les  $\gamma$  (photons) engendrent la composante électromagnétique de la gerbe, selon la succession

1. création de paires  $\gamma + A \rightarrow e^+ + e^- + X$ ,
2. bremsstrahlung  $e + A \rightarrow e + \gamma + X$ ,

puis 1, puis 2, etc.

*Développement spatio-temporel.* On a donc affaire à un processus multiplicatif au cours duquel l'énergie du rayon cosmique va être partagée à la multitude des particules secondaires. C'est aussi la quantité de mouvement initiale qui est distribuée, ce dont la gerbe garde la trace dans son développement en grande partie vers l'avant. Une illustration est donnée

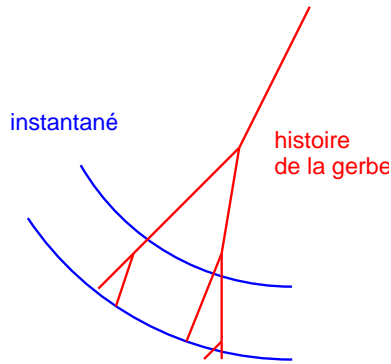


Figure 1.: *La gerbe à différents instants et son histoire.*

sur la figure 1 qui suggère les deux aspects complémentaires que sont : (i) la façon dont se présente la gerbe à un instant donné, un front de quelques mètres d'épaisseur<sup>2</sup>, et (ii) l'évolution temporelle, le front avance à une vitesse proche de  $c$ .

Après cette introduction qui permet de se représenter le phénomène, nous allons préciser quelques éléments de la distribution des particules d'une gerbe dans l'espace et au cours du temps, ainsi que sur le plan énergétique, tous aspects utiles à la bonne modélisation du système de charges et de courants dont on cherchera par la suite à évaluer le champ électromagnétique.

## 1.2 Développement temporel et distribution de l'énergie

*Développement temporel.* On s'intéresse à l'évolution du nombre de particules  $N$  avec la profondeur  $X$ . De quel  $N$  parlons-nous ? Ce peut être le nombre d'électrons et de positrons, c'est-à-dire les particules qui nous intéressent en radio ; le nombre de particules chargées, sachant que, sauf au début du développement, électrons et positrons constituent 90% des charges ; ou encore le nombre de particules chargées au dessus d'un seuil en énergie, fixé en pratique par le type de détecteur utilisé.

La forme de  $N(X)$  résulte de deux effets concomitants : (i) la multiplication déjà évoquée qui augmente le nombre de particules en répartissant l'énergie et (ii) la perte d'énergie par ionisation qui dégrade l'énergie des particules chargées jusqu'en deçà du seuil où on considère que la particule n'appartient plus à la gerbe.

---

<sup>2</sup>La traîne des particules de basse énergie est exclue de la gerbe.

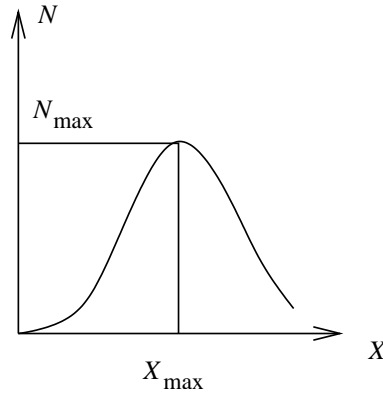


Figure 2.: Allure de  $N(X)$  et définition de deux paramètres importants.

*Modèle de Heitler.* Un modèle simple permet de préciser ce qui se passe et de formuler comment les paramètres  $X_{\max}$  et  $N_{\max}$  varient avec l'énergie.

Considérons la situation où

- les processus de production sont du type  $1 \rightarrow 2$ ,
- les particules produites emportent chacune la moitié de l'énergie de la particule mère,
- un tel processus a lieu à chaque pas de longueur  $X_{1/2}$ ,
- le processus s'arrête dès que  $E \leq E_C$ .

On calcule facilement qu'après l'étape  $k$

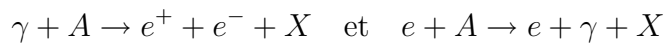
$$X = k \times X_{1/2}, \quad N = 2^k$$

et l'énergie par particule vaut  $E_p/N$ , de sorte que :

$$N_{\max} = \frac{E_p}{E_C}, \quad X_{\max} = X_{1/2} \log_2(E_p/E_C).$$

Le nombre de particules au maximum varie comme l'énergie de la particule primaire et la profondeur où se produit ce maximum, comme son logarithme. Ces dépendances constituent une approximation raisonnable de la réalité.

*Gerbe initiée par un photon.* Les gerbes initiées par un photon (ou un électron) sont plus simples car elles ne possèdent pas de composantes hadroniques. Pour elles les processus multiplicatifs sont



qui sont, comme dans le modèle de Heitler, de type  $1 \rightarrow 2$ . De plus, en première approximation, tous les deux sont caractérisés par la même

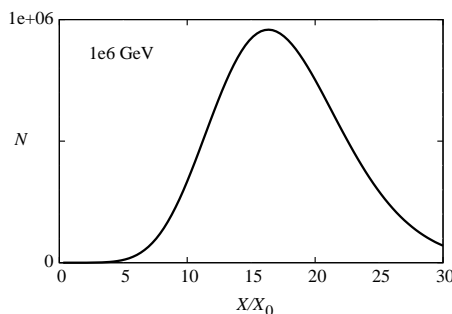


Figure 3.:  $N(X)$  avec la paramétrisation de Greisen et  $X_{\max}$  donné par (1).

échelle de longueur appelée longueur de radiation et notée  $X_0$ . Dans l'air  $X_0 \approx 40 \text{ g/cm}^2$ .

Pour appliquer le modèle de Heitler à une gerbe électromagnétique, il faut calculer

$$X_{1/2} \approx \ln 2 \times X_0 = 30 \text{ g/cm}^2$$

et savoir que les processus  $1 \rightarrow 2$  dominent tant que  $E > E_C$ , avec  $E_C$  l'énergie critique qui vaut  $\approx 100 \text{ MeV}$  pour l'air. On déduit

$$N_{\max} = \frac{E_\gamma}{100 \text{ MeV}}, \quad X_{\max} = 100 \text{ g/cm}^2 \times \log_{10}(E_\gamma/100 \text{ MeV}). \quad (1)$$

En fait, on va voir que  $N_{\max}$  est surestimé du fait que le modèle ignore les pertes par ionisation.

*Paramétrisation de Greisen.* Une expression explicite du développement pour une gerbe initiée par un photon est donnée par la paramétrisation de Greisen (voir Stanev, 2004, p. 175)

$$N_e^\gamma = \frac{0.31}{\sqrt{\ln E_\gamma/E_C}} \exp\left[\left(1 - \frac{3}{2} \ln s\right)X/X_0\right], \quad s = \frac{3X}{X + 2X_{\max}}.$$

Une illustration en est donnée Fig. 3. Pour  $X = X_{\max}$  avec  $X_{\max}$  de l'équation (1) on trouve que le  $N_{\max}$  de (1) est corrigé par le préfacteur  $0.31/\sqrt{\ln E_\gamma/E_C}$ , soit 8% à  $10^{15} \text{ eV}$ .

$N_{\max}$  à partir de la profondeur intégrée. Un autre raisonnement permet de trouver une approximation de  $N_{\max}$  plus proche de réalité que ne le fait le modèle de Heitler, et valable pour tout type de gerbes. Il est basé sur le fait que l'énergie incidente est finalement dissipée dans l'atmosphère

par ionisation. Pour des particules relativistes cette perte est à peu près indépendante de l'énergie de la particule et vaut

$$dE/dX \approx -2 \text{ MeV/g/cm}^2.$$

Soit  $N(X)$  le nombre de particules chargées<sup>3</sup> à la profondeur  $X$ , l'énergie cédée par ionisation dans la tranche  $[X, X + dX]$  est

$$dE = (2 \text{ MeV/g/cm}^2) \times N(X)dX$$

et, par intégration,

$$\int N(X)dX \approx \frac{E_p}{2 \text{ GeV}} \times 1000 \text{ g/cm}^2.$$

Cette mesure *calorimétrique* est la méthode utilisée dans la détection des gerbes par fluorescence pour déterminer  $E_p$  à partir de l'observation de  $N(X)$  (Nagano, 2000).

On peut écrire  $\int N(X)dX = N_{\text{max}} \times \Delta X$ , avec  $\Delta X$  la profondeur caractéristique d'une gerbe. Prenant pour  $\Delta X$  une épaisseur d'atmosphère, on trouve

$$N_{\text{max}} = \frac{E_p}{2 \text{ GeV}}. \quad (2)$$

On obtient la même dépendance en  $E_p$  que dans (1), mais avec un préfacteur qui vaut 5%.

*Distribution de l'énergie.* Dans le modèle de Heitler, on peut évaluer la profondeur intégrée associée aux particules d'énergie supérieure à  $E = E_\gamma/2^k$

$$\int_{>E} N(X)dX = 30 \text{ g/cm}^2 \times 2^k(1/2 + 1/4 + \dots) \approx (E_\gamma/E) \times 30 \text{ g/cm}^2.$$

D'autre part, sachant qu'un électron d'énergie  $E = E_C$  perd cette énergie sur une longueur de radiation la profondeur intégrée associée aux particules d'énergie inférieure à  $E_C$  vaut  $(E_\gamma/E_C) \times 40 \text{ g/cm}^2$ .

Dans la réalité, il faut donner un peu plus d'importance aux particules de basse énergie et une paramétrisation simple pour tout  $E$  est donnée par

$$\int_{>E} NdX \approx 40 \text{ g/cm}^2 \times \frac{E_\gamma}{E_C} \times \frac{30 \text{ MeV}}{E + 30 \text{ MeV}}.$$

---

<sup>3</sup>Des électrons, positrons, muons, pions chargés, toutes particules de charge  $\pm e$ .



Ceci s'applique à la gerbe sur toute son histoire mais conduit aussi à une description raisonnable de la distribution en énergie autour du maximum de  $N(X)$ , soit :

$$\frac{N_{>E}(X)}{N(X)} = \frac{30 \text{ MeV}}{E + 30 \text{ MeV}}. \quad (3)$$

*Et la composante hadronique...* Les pions chargés ont une durée de vie moyenne bien plus grande que celle des pions neutres ( $c\tau = 8 \text{ m}$ ) de sorte qu'il leur est possible de réinteragir et engendrer leur propre filiation hadronique. Cette possibilité est favorable si leur longueur d'interaction  $\gamma c\tau$  est supérieure à leur libre parcours  $\ell_{\pi A}$ . On déduit  $\ell_{\pi A}$  de  $\lambda_{\pi A} = 120 \text{ g/cm}^2$  et de la densité de l'air à l'altitude considérée (par exemple :  $\ell_{\pi A} \approx 1 \text{ km}$  pour  $n(z=0) = 1 \text{ mg/cm}^3$ ). Qualitativement, les pions de hautes énergies ont tendance à réinteragir. Dans le cas contraire, ils se désintègrent en produisant chacun un muon et un neutrino. Les muons ne perdent leur énergie que par ionisation (à hauteur de  $2 \text{ MeV/g/cm}^2$ ) et ont une durée de vie assez longue pour constituer une composante de la gerbe intéressante car directement reliée aux pions formés.

Quantitativement, le comportement moyen d'une gerbe complète peut être paramétrisé par diverses formules ajustée à un Monte-Carlo ; par exemple par une forme de Gaisser-Hillas (cf. Gaisser, 1990, p. 239)

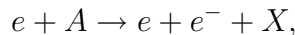
$$N(X) = N_{\max} \left( \frac{X}{X_{\max}} \right)^{X_{\max}/\lambda} \exp - \left( \frac{X - X_{\max}}{\lambda} \right),$$

avec

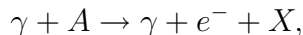
$$\lambda = 70 \text{ g/cm}^2, \quad X_{\max} = 70 \text{ g/cm}^2 \times \log_{10}(E_p/100 \text{ MeV}).$$

Cela décrit un comportement moyen et des fluctuations d'une gerbe à une autre interviennent par exemple sur la position de la première interaction qui affecte la position du  $X_{\max}$ , ou sur la forme de  $N(X)$  et la valeur de  $N_{\max}$  dépendant de la réalisation particulière des premières collisions hadroniques (inélasticité, multiplicité, énergies des secondaires).

*Excès d'électrons.* Pour un  $e^\pm$  ou un  $\gamma$  en dessous de  $E_C$ , bremsstrahlung et création de paire sont dépassés par la production de rayons  $\delta$



et la diffusion Compton



qui enrichit la gerbe en électrons. Combinés à la désintégration en vol des positrons, on obtient un excès de 10 à 20% d'électrons pour la composante énergétique en dessous de l'énergie critique.

### 1.3 Développement latéral et longitudinal

Bien que le développement de la gerbe ait lieu essentiellement vers l'avant on observe un certain étalement transversal de la gerbe dû, d'une part, à l'angle d'émission des particules au moment de leur production et, d'autre part, à la diffusion multiple des particules sur les molécules d'air. Ceci a en plus pour conséquence de retarder les particules par rapport au front de la gerbe, ce qui se traduit par une certaine épaisseur dans la direction longitudinale. Largeur et épaisseur du cœur de gerbe interviennent en radio.

*Diffusion multiple* L'étalement des hadrons est essentiellement dû au processus d'émission. Il est limité à quelques mètres. L'étalement des électrons, régi par la diffusion multiple, est de plus grande importance.

Pour estimer cet effet, on s'appuie sur l'équation d'évolution de l'angle de diffusion

$$d\theta^2 = \left(\frac{E_s}{E}\right)^2 \frac{dX}{X_0}, \quad E_s = \sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}} m_e c^2 = 21 \text{ MeV},$$

qui incorpore le fait que chaque diffusion est d'angle  $\sim 1/\gamma = m_e c^2/E$ , qu'après  $dn$  diffusions,  $d\theta^2 \sim dn \times (1/\gamma)^2$ , et qu'il y a une diffusion avec rayonnement pour  $1/\alpha$  diffusions sans rayonnement ( $dn = (1/\alpha) dX/X_0$ ).

La quantité

$$X_1 = \frac{E_s}{E_C} X_0$$

est appelée rayon de Molière et régit le développement latéral des électrons d'énergie  $E_C$ . Prenant en compte la perte d'énergie (Allan, 1971, p. 207), on évalue le déplacement latéral à 40 m pour ces électrons au niveau de la mer. La diffusion multiple entraîne aussi un retard dans la direction longitudinale correspondant à 3 m pour ces mêmes électrons.

La formule de NKG donne quantitativement le flux des électrons en fonction de la distance à l'axe (Gaisser, 1990, p. 226, Stanev, 2004, p. 179)

$$n_e(r, X) = N_e(X) \frac{C}{r r_1} \left(\frac{r}{r_1}\right)^{s-1} \left(1 + \frac{r}{r_1}\right)^{s-9/2},$$

avec le rayon de Molière

$$r_1 = \frac{X_1}{\rho_{\text{air}}} = \frac{E_s}{E_C} \frac{X_0}{\rho_{\text{air}}}.$$

## 2. Des gerbes aux champs électriques

Armés d'une description suffisamment détaillée des grandes gerbes atmosphériques, nous pouvons attaquer la question de leur champ radioélectrique. Nous commençons par un exercice suggéré dans la revue d'Allan (Allan, 1971), p. 172.

### 2.1 Un premier exercice

*Détour : lumière Cerenkov dans l'air.* Une charge  $q = Ze$  animée d'une vitesse  $v$  supérieure à la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le milieu considéré est source d'un rayonnement Cerenkov avec une distribution spectrale de l'énergie émise par unité de longueur :

$$\frac{d^2 E_C}{dL d\omega} = \alpha Z^2 \sin^2 \theta_C \frac{\omega}{\hbar c},$$

avec  $\omega = h\nu$ , où  $\nu$  est la fréquence du rayonnement émis,  $\alpha$  la constante de structure fine, et  $\theta_C$  l'angle d'émission Cerenkov. Dans l'air, on a  $\theta_C \ll 1$  et considérant l'exemple simple d'un mouvement vertical vers le bas, il est facile de voir que la charge sur un élément de sa trajectoire  $\Delta z$  autour de l'altitude  $z_0$  illumine un anneau au sol de rayon moyen  $z_0 \theta_C$  et de largeur  $\Delta z \theta_C$ . De l'équation ci-dessus on déduit l'énergie reçue par unité de surface

$$\frac{\Delta E_C}{2\pi z_0 \Delta z \theta_C^2} = \alpha Z^2 \frac{\omega \Delta \omega}{\hbar c z_0}.$$

Effectuons une application numérique pour une gerbe de  $10^{17}$  eV au voisinage du maximum ( $z_0 = 4$  km) en multipliant par le nombre  $N_e = 0.5 \times 5 \cdot 10^7$  d'électrons et de positrons ( $Z = 1$ ) au dessus du seuil d'émission Cerenkov (ce seuil est à 25 MeV à l'altitude considérée et est dépassé par un peu plus de la moitié des électrons d'après l'Eq. (3)). Dans le domaine visible,  $\lambda = 0.6 \mu\text{m}$  et  $\Delta\lambda = 0.4 \mu\text{m}$ , cela donne  $dE_C/dS \sim 10^2$  MeV/m<sup>2</sup>, en utilisant  $\hbar c = 1.24$  eV  $\mu\text{m}$ .

*Cerenkov radio.* Pour transposer en radio, dans le domaine décamétrique, divisons  $\omega$  par  $\sim 10^7$  et  $\Delta\omega$  par  $\sim 10^7$ . Pour une surface de collection  $A_e \sim 10$  m<sup>2</sup>, cela donne

$$\Delta E_C = 10^{-5} \text{ eV},$$

ce qui est faible comparé au bruit galactique

$$k_B T \times \Delta\nu \times \Delta t = 2.5 \text{ eV}.$$

On a utilisé  $\Delta t \sim 1/\Delta\nu$ . Au contraire de l'observation d'une source stationnaire où il est utile d'augmenter  $\Delta t$  (et où c'est la comparaison avec

les *fluctuations* du bruit du ciel qui importe), en détection impulsionnelle il faut limiter la durée de mesure à celle de l'impulsion ou à  $1/\Delta\nu$  pour un système de détection dont la bande est limitée.

*La cohérence est nécessaire en radio.* Pour obtenir une contribution suffisante dans le domaine radio, il faudrait que l'émission aille comme  $N_e^2$  plutôt que  $N_e$ , c'est-à-dire qu'elle soit cohérente. En première approximation on a vu qu'électrons et positrons sont créés par paires, de sorte que la cohérence entrainerait un champ nul! Cependant, il existe deux mécanismes qui séparent *systématiquement* les charges de sorte que cette compensation n'a pas lieu : la déviation par le champ magnétique terrestre (ou par le champ électrique atmosphérique en conditions orageuses) et la production de l'excès d'électrons par les mécanismes de production élémentaires en dessous de l'énergie critique. Si on suppose un excès d'électrons de 10%, l'estimation ci-dessus indique qu'il serait possible de détecter des gerbes d'énergie de l'ordre de  $10^{17}$  eV. On remarque aussi qu'en situation de cohérence, on s'attend à ce que l'amplitude du champ électrique varie en proportion de  $N_{\max}$  et donc de l'énergie du rayon cosmique incident.

## 2.2 Approches du problème

On peut classer les diverses attaques du calcul du champ radio engendré par une gerbe selon la formulation du champ électrique dans ces approches.

*Approche particulière.* Le champ électrique est  $\sum_{k=1}^N \vec{E}_k(t, A)$  avec  $\vec{E}_k$  le champ électrique d'une charge dont on suit le mouvement à la façon dont on le fait dans une approche Monte-Carlo. Ce type d'approche est populaire dans la communauté des gerbes, car la comparaison aux Monte-Carlo est la méthode utilisée par les techniques standard de détection de gerbes. Cette approche est celle qui a été la plus poussée à ce jour, en particulier par Tim Huege et ses collaborateurs (Huege et al., 2003–2007). Le champ calculé est le champ *géosynchrotron* émis par chaque particule (en pratique les électrons et les positrons) de charge  $q$  et vitesse  $\vec{v}$

$$\vec{E}_q(t, A) = \frac{q}{4\pi\epsilon c^2} \frac{\vec{R} \wedge [(\vec{R} - R\vec{v}/c) \wedge \vec{a}]}{\|R - \vec{R} \cdot \vec{v}/c\|^3}$$

avec  $\vec{R}$  le vecteur liant la position de la charge à l'instant d'émission et le point de réception  $A$ , et

$$\vec{a} = \frac{q\vec{v} \wedge \vec{B}}{\gamma m_e},$$

l'accélération subie par la charge dans le champ magnétique terrestre. La difficulté tient dans le fait qu'il est impossible pour des raisons de temps de calcul de suivre toutes les charges et qu'il faut donc réduire la complexité du problème.

*Approche à la Maxwell.* Le champ électrique est déterminé de façon macroscopique à partir de la distribution de charge et de courant qui existe dans la gerbe :  $\vec{E}[\rho, \vec{j}]$ . C'est l'approche la plus naturelle du point de vue de l'électromagnétisme, si ce n'est que le point dur est de proposer une bonne description de  $\rho$  et  $\vec{j}$ . Cette approche a été suivie par Kahn et Lerche dans les années 1960 (Kahn et al., 1966). Dans ce travail exploratoire, ils se sont contentés d'une géométrie particulière (émission par une distribution annulaire) et ont négligé l'évolution de la gerbe avec l'idée d'examiner la contribution autour de  $N_{\max}$ , avant d'explorer l'effet de la diminution de  $N$  après le maximum. Le résultat essentiel de ce travail est d'avoir suggéré l'existence d'une contribution géomagnétique, et d'avoir montré qu'elle dominait l'effet Askaryan, le champ électrique dû à l'excès d'électrons. Très récemment cette approche a été reprise en vue de proposer une modélisation plus réaliste de la gerbe et qui pourrait mener à une implémentation numérique complète (Scholten, 2007).

*Approche à la Feynman.* Dans ses cours, Feynman propose une formule de champ électrique basée sur la description du mouvement des charges sources vue de l'observateur. Pour une charge en mouvement relativiste

$$\vec{E} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 c^2} \vec{e}'_R.$$

Dans sa revue, Allan base ses raisonnements sur cette approche, ce qui apporte un éclairage original au problème. Cette voie n'est pas utilisée à l'heure actuelle.

### 2.3 Grands paramètres d'impact

Afin de se familiariser avec quelques caractéristiques du champ radio des gerbes on étudie la situation plus simple de l'observation à grand paramètre d'impact. Pour fixer les idées sur l'exemple d'une gerbe verticale, le développement a lieu sur une dizaine de km avec un maximum entre 4 et 2 km d'altitude pour un proton entre  $10^{17}$  et  $10^{19}$  eV. Il y a une fenêtre de paramètre d'impact autour du kilomètre où les dimensions spatiales de la gerbe peuvent être négligées en première approximation tout en gardant une partie du phénomène d'émission à petit angle des charges en mouvement relativiste.

*Echelles de temps.* Explicitons un peu tout ceci. Soit une particule  $Q$  se déplaçant verticalement vers le sol à la vitesse  $v \approx c$ . On choisit  $t = 0$

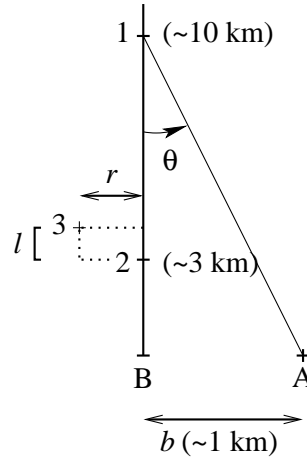


Figure 4.: *Situation verticale : positions de quelques points d'émission.*

quand  $Q$  passe en B, point de la trajectoire le plus proche de l'antenne A. Le signal émis par le point 1, 2 ou B (voir Fig. 4) sera reçu à  $ct_i = \sqrt{d_{iB}^2 + b^2} - d_{iB}$ .<sup>4</sup> Entre 1 et 2 et pour  $b$  de l'ordre du km,  $\theta$  est petit et  $\Delta t_{12} \approx 0.4 b^2$  (temps en  $\mu\text{s}$  et distance en km) alors que  $\Delta t_{2B} = 3.3 b$ . Pour  $b = 1$  km,  $\Delta t_{12} = 400$  ns  $\ll \Delta t_{2B} = 3.3$   $\mu\text{s}$  traduit le fait que l'émission à petit angle est contractée (effet Doppler).

Pour voir l'effet des dimensions spatiales de la gerbe sur l'émission on calcule l'écart entre temps de réception de signaux émis au même instant en 2 et en 3

$$\Delta t_{32} \approx l/c + br/(cd_{2B}).$$

Avec  $l = 3$  m et  $r = 40$  m (cf. 1.3), cet écart de temps n'excède pas 50 ns, bien inférieur à  $\Delta t_{12} = 400$  ns. Par contre, à petit paramètre d'impact la contraction Doppler est telle que les écarts de temps dus à l'extension de la gerbe deviennent prépondérants.

*Le modèle ponctuel.* A grand paramètre d'impact, le développement temporel du signal reçu est régi par l'évolution du nombre de charges : l'impulsion radio donne une image de  $N(X)$ , distordue puisque la contraction Doppler est grande au début puis va en diminuant ; l'impulsion a un temps de montée court puis décroît plus lentement.

Pour explorer ce signal on peut formuler un modèle ponctuel dans lequel les écarts de temps qui interviennent dans  $\Delta t_{32}$  sont mis à zéro, c'est-

<sup>4</sup>On a posé  $v = c$ . Il est possible de conduire une étude plus détaillée qui indique que l'approximation  $v \approx c$  peut être faite aux angles  $\theta \gg |c - v|$ .

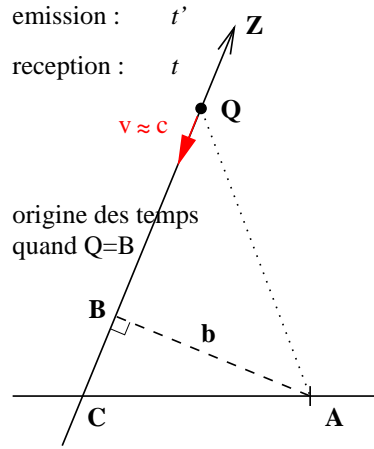


Figure 5.: Géométrie du modèle ponctuel.

à-dire où l'extension de la gerbe est ignorée. Ce modèle permet d'obtenir des formes très simples du champ électrique dépendant du mécanisme d'émission supposé.

Pour l'émission géosynchrotron, on trouve (notations Fig. 5)

$$E(t, A) = \frac{e N_{ee}(t') a_T}{4\pi\epsilon c^2} \frac{b^2}{2(ct)^3}$$

avec

$$a_T = \frac{e c B \sin \alpha}{\bar{\gamma} m_e}.$$

Cette expression de  $E$  est obtenue dans la région des petits angles où la hiérarchie  $-ct' \gg b^2/2 \gg ct$  s'applique et où la relation entre  $t$ ,  $t'$  et  $b$  prend la forme simple

$$ct \times ct' \approx -b^2/2.$$

L'allure de l'impulsion est montrée pour une gerbe verticale de  $10^{19}$  eV observée à  $b = 700$  m Fig. 6. L'impulsion dure quelques centaines de nanosecondes. A cause du terme en  $1/t^3$  dans l'expression de  $E$  on ne voit presque rien de la phase  $2 \rightarrow B$  Fig. 4. La montée est rapide et la descente plus lente comme anticipé. On voit sur le spectre que l'essentiel du signal est à basse fréquence, ce qui n'est pas favorable à l'observation<sup>5</sup>. On obtient des impulsions plus courtes et plus de signal à haute

---

<sup>5</sup>Compte-tenu des émetteurs ondes courtes en dessous de 20 MHz (Dallier, 2007), c'est le niveau au-delà de 20 MHz qu'il faut regarder. Avec  $1 \mu\text{V}/\text{m}/\text{MHz}$ , on est près du seuil de détection de CODALEMA.

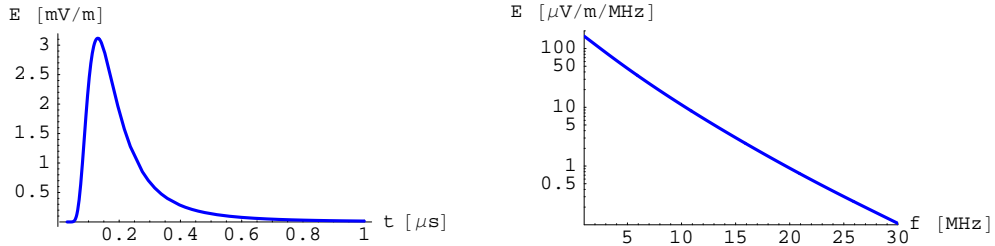


Figure 6.: Norme du champ électrique géosynchrotron dans le modèle ponctuel pour une gerbe verticale de  $10^{19}$  eV observée à 700 m et sa transformée de Fourier.

fréquence en considérant des paramètres d'impact plus petits (mais l'approximation ponctuelle doit être abandonnée) ou en s'intéressant à des gerbes inclinées. Pour ces dernières en effet, la profondeur d'atmosphère atteinte à l'altitude  $h$ , donnée par

$$X(h, \Theta) = \int_h^\infty \rho(z) \frac{dz}{\cos \Theta},$$

où  $\Theta$  est l'angle de l'axe de la gerbe par rapport à la verticale, est supérieure à celle d'une gerbe verticale. Pour un même paramètre d'impact, les gerbes se développent plus tôt (à plus petit  $\theta$ ) et bénéficient d'une plus grande contraction Doppler. En conséquence, les impulsions sont plus courtes avec des temps de montée plus rapides, de sorte que les composantes de Fourier à haute fréquence sont plus importantes.

#### 2.4 Modélisation et expériences radio

Les résultats précédents indiquent que la détection radio semble possible à relativement grand paramètre d'impact pour les rayons cosmiques les plus énergétiques. Vu les flux extrêmement faibles cela impose de grands réseaux et est donc incompatible avec une expérience de démonstration.

C'est à petit paramètre impact avec un réseau assez dense que l'on peut espérer faire cette démonstration. La façon de s'y prendre a été exposée lors de cette Ecole (Dallier, 2007). Par rapport à la situation ci-dessus, les impulsions à attendre sont bien plus courtes, une dizaine de nanosecondes à  $b \leq 100$  m. Le niveau de signal pour une gerbe de  $10^{17}$  eV est de l'ordre du  $\mu\text{V}/\text{m}/\text{MHz}$  (Allan, 1971, p. 224) jusqu'à 50 MHz, ce qui donne une indication du seuil en énergie pour la détection des gerbes en radio.



Dans cette situation, la forme de l'impulsion n'est plus directement reliée à l'évolution de  $N(X)$  et la comparaison des signaux mesurés à la théorie nécessite l'emploi d'approches élaborées du type de celles indiquées en 2.2. Une telle comparaison et la question connexe de l'inversion du problème, c'est-à-dire de l'extraction des informations sur la gerbe à partir des signaux recueillis, sont des problématiques d'actualité en 2007 pour la détection radio des gerbes de rayons cosmiques.

### Références

- [1] Allan, H., 1971, in : Progress in elementary particle and cosmic ray physics, p. 169, North Holland, Amsterdam.
- [2] Stanev, T., 2004, in *High energy cosmic rays*, Springer.
- [3] Nagano, M., Watson, A., 2000, Rev. Mod. Phys. 72, 689.
- [4] Gaisser, T., 1990, in *Cosmic rays and particle physics*, Cambridge University Press.
- [5] Huege, T., Falcke, H., 2003, Astronomy & Astrophysics 412, 19; 2005, Astronomy & Astrophysics 430, 779; 2005, Astropart. Phys. 24, 116; Huege, T., et al, 2007, Astropart. Phys. 27, 392.
- [6] Kahn, F., Lerche, I., 1966, Proc. Royal Soc. London A289, 206.
- [7] Scholten, O., Werner, K., Rusydi, F., 2007, arXiv :0709.2872.
- [8] Dallier, R., Lautridou, P., ce volume.