



HAL
open science

Approche de la Couleur

Frédéric Geniet

► **To cite this version:**

Frédéric Geniet. Approche de la Couleur. Engineering school. Université Montpellier II, 2007, pp.70.
cel-00392484

HAL Id: cel-00392484

<https://cel.hal.science/cel-00392484>

Submitted on 8 Jun 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE MONTPELLIER 2
Département de Physique

APPROCHE DE LA COULEUR



F. GENIET

Chapitre I - Introduction

1) Pourquoi un enseignement sur la "couleur" ?

La couleur, comme la musique, est omniprésente dans nos sociétés. Elle constitue un accompagnement indispensable à tous les produits de la société de consommation. A ce titre, elle fait l'objet d'études poussées de la part des professionnels de la communication, du marketing, de la mode...

Cependant, malgré (ou à cause de) cette omniprésence, nous ne percevons que rarement la couleur de façon consciente, sauf par défaut : si la couleur est absente (noir et blanc) ou si elle est vraiment très laide. Un mur est « rouge », une pomme est « rouge », ce tee-shirt est « rouge », le ciel est « rouge »... même si les surfaces sont très rarement de couleur constante (regardez *vraiment* la couleur des murs !) et si ces rouges sont très différents.

Il suffit pourtant d'imaginer la difficulté que nous éprouverions à retrouver un produit familier dans un rayon de supermarché (votre marque de yaourts préférée par exemple) si la couleur était absente ou modifiée, pour nous persuader de son importance. C'est pour cela que le fabricant de yaourt a pris la peine de contrôler la couleur de l'emballage (et du yaourt) avant de le livrer à la commercialisation.

Dans ce domaine, la couleur porte toujours un *message* pour notre inconscient ou semi conscient : « miam, c'est bon ! » « sale gueule ce matin ! » « super, ce séjour vacances, on y va ! ». Un exemple frappant est l'évolution des couleurs utilisées par Microsoft sur vos ordinateurs : des couleurs saturées, assez sombres et « professionnelles » utilisées dans Windows 98 (« ça travaille ici ! »), on est passé aux couleurs pastels de Windows XP, suggérant un univers de vacances .

Dans un autre ordre d'idées plus appliquées, l'observation de la couleur permet, de façon souvent très simple et économique, le contrôle de l'élaboration et de la qualité d'un produit : la règle « la recette est bonne quand la couleur est bonne », peut s'appliquer dans des domaines très variés, allant du contrôle de la cuisson des baguettes de pain à la réalisation d'un ciment !

2) D'où les buts que se propose cet enseignement :

- apprendre à voir/regarder les couleurs de façon consciente : « s'éveiller au monde de la couleur ». Bien que cet aspect ne puisse pas s'enseigner au moyen des livres et des formules, c'est le point le plus important de ce cours : rien ne remplace l'œil d'un bon coloriste, et pour le former, il faut observer autour de soi.
- Apprendre à reconnaître, trier et caractériser les couleurs. Ce point vient soutenir le précédent.

- Apprendre à mesurer précisément une couleur au moyen d'appareils de mesure dont il faut comprendre le fonctionnement, afin de la contrôler et la reproduire à l'identique.
- Dans le domaine de la colorimétrie, la couleur à reproduire s'appelle le « standard » et sa reproduction prend le nom de « contretypage ». On parle donc de « contretyper un standard », et la production de contretypes acceptables pour un standard donné est un des problèmes récurrents de la colorimétrie. Nous l'étudierons en travaux pratiques.

3) Domaines abordés

Parmi les outils théoriques nécessaires, une partie de *physique de la lumière* et de ses *interactions avec la matière* est indispensable à la compréhension des phénomènes mis en jeu. Cependant cela ne suffit pas à comprendre la couleur :

En effet une grande partie de ce que nous désignons par « couleur » est le résultat de mécanismes relevant de la *physiologie* de l'œil. Nous connaissons de mieux en mieux les processus mis en jeu au niveau de la rétine et du nerf optique (Cf . D. Hubel « l'œil, le cerveau et la vision » - coll. Pour la Science 1994).

Cependant une partie importante de notre perception provient du traitement par étapes successives du signal transporté par le nerf optique vers notre cerveau. Les étapes de ces différents mécanismes sont de moins en moins bien connus au fur et à mesure que l'on progresse dans les étapes du traitement du signal par le cerveau, mais il est remarquable que ces processus très complexes, du ressort de la *psychologie*, soient en définitive descriptibles au moyen de lois psychophysiques simples.

Ajoutons qu'un enseignement de la couleur devrait normalement comporter une partie *chimie des colorants* que nous n'aborderons pas ici par manque de temps et de compétences.

4) Bibliographie sommaire

Les expériences et les théories de la colorimétrie ont été surtout développées au cours du XXème siècle, par la Commission Internationale de l'Eclairage (CIE). Celle-ci a publié ses travaux et recommandations dans des comptes rendus accessibles à partir du site Web de la CIE : <http://www.cie.co.at/cie/home.html> . La liste qui suit vous permettra éventuellement de compléter ces références.

- *Precise Color Communication* – (traduction française : Analyse des couleurs : parlons clair !) - Doc MINOLTA – (basique mais acceptable pour commencer). Existe en version HTML sur les ordinateurs de TP couleur.

- ***Cours de Physique de Feynman*** (mécanique 2) R.P.Feynman - Inter-éditions Paris 1979 - chapitres sur « la vision en couleur » et « mécanismes de la vision » (passionnant, excellente introduction simple au sujet).
- ***Communiquer par la couleur***. A Christment - P.Durchon - P.Lanthonny - I. Tavernier. 3C Conseil – Paris 1994 (De grosses âneries dans le chapitre I dit « couleur et art ». Chapitre très intéressant sur les aspects médicaux. Chapitre colorimétrie ok).
- ***La pratique de la couleur*** J. Fillacier – Dunod – Paris 1986 (très fouillis, souvent confus, mais de bonnes idées de réalisations pratiques et des conseils « du métier »).
- ***La mesure de la couleur*** A. Trouvé – AFNOR-CETIM – Paris 1991 (succinct, mais honorable).
- ***Vision et mesure des couleurs*** P.Kowaliski - 2^{ème} édition actualisée par F. Vienot et F. Sève Masson – Paris 1990 (parfois un peu rapide mais assez profond sur la colorimétrie et les mécanismes de la vision. Un classique en français).
- ***Physique de la couleur*** - F. Sève - Masson – Paris 1996 (la bible en français, souvent pesant, mais très complet sur la colorimétrie, les systèmes colorimétriques, la mesures des différences de couleur...rien sur la spectrocoulorimétrie).
- ***L'œil, le cerveau et la vision*** D. Hubel - Pour la Science - Paris 1994 (passionnant et très complet sur les mécanismes de l'oeil et du cerveau).
- ***Les mécanismes de la vision*** - bibliothèque pour la Science - Paris 1990 (complémentaire du précédent).
- ***Color in Bussiness Science and Industry*** - D.B.Judd - G. Wyszecky - Wiley & Sons - New York 1975 (la bible, la vraie : sous un titre très « appliqué », tous les fondements sont là. Les auteurs sont à l'origine de la plupart des travaux fondamentaux de la CIE. Un chapitre sur le mélange soustractif complexe et la formulation par spectrocoulorimétrie).
- ***Principles of Color Technology*** - F.W.Billmeyer Jr. - M.Saltzman - Wiley & Sons - New York 1981 (un autre grand classique, toujours très simple et très clair, à la fois exact *et* proche de la pratique, « à l'américaine ». Approche basée sur la spectrocoulorimétrie. Bon chapitre sur la chimie des colorants et teintures).
- ***The Measurement of Appearance*** (2d ed.) R.S.Hunter - R.W.Harold - Wiley & Sons - New York 1987 (un classique, très clair, même si en anglais. Aborde des sujets non traités en général, comme brillance, texture, transparence, et relations avec la perception des couleurs).
- ***Color, an Introduction to Practice and Principles*** – R.G.Kuehni - Wiley & Sons - New York 1997 (très joli, un peu léger dans les explications, bien que l'auteur soit certainement au niveau. Le parti pris d'éviter toute équation est un peu gênant).
- ***Industrial Color Testing*** – H.G.Völz – VCH – Weinheim – 1995. Traitement détaillé des interactions lumière-matière. Loi de Beer-Lambert, théorie de Kubelka et Munk, modèle 4-flux, diffusion de Mie... Beaucoup de détails pratiques. Discussion de le physicochimie des pigments et des encres.

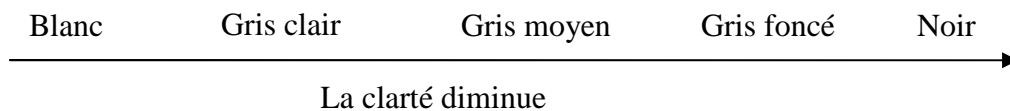
Chapitre II – Classement « naturel » des couleurs – Nomenclature.

1) Position du problème

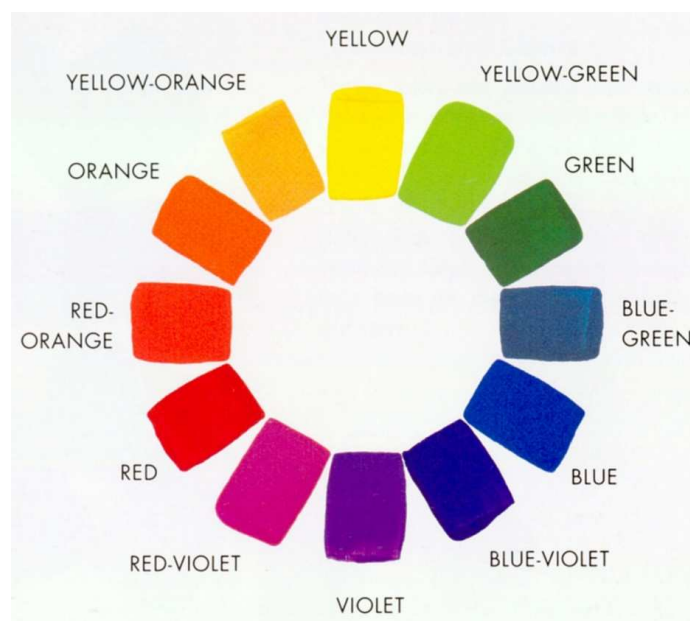
On se place dans la situation « de l'île déserte », où, ne disposant d'aucun appareil, et pour essayer d'oublier son triste sort, on souhaite classer des galets de couleurs trouvés sur la plage. (Si cette évocation ne vous convient pas, vous pouvez aussi vous exercer sur un puzzle impressionniste de plus de 4000 pièces !). On commence en général par former 2 tas :

- les *achromatiques*, sans couleur
- les *chromatiques*, colorés

a) les achromatiques peuvent être classés par niveau de *clarté* uniquement (« Value » ou « Lightness » en anglais)



b) On commence à classer les échantillons restants, chromatiques, en terme de *teintes* (« Hue » en anglais), avec un classement inspiré de l'arc en ciel :



Noter que les sensations de clarté et de saturation ne sont pas les mêmes pour toutes les couleurs monochromatiques pures (couleurs de l'arc en ciel) : par exemple, le jaune pur est beaucoup plus clair et moins saturé que le rouge pur.

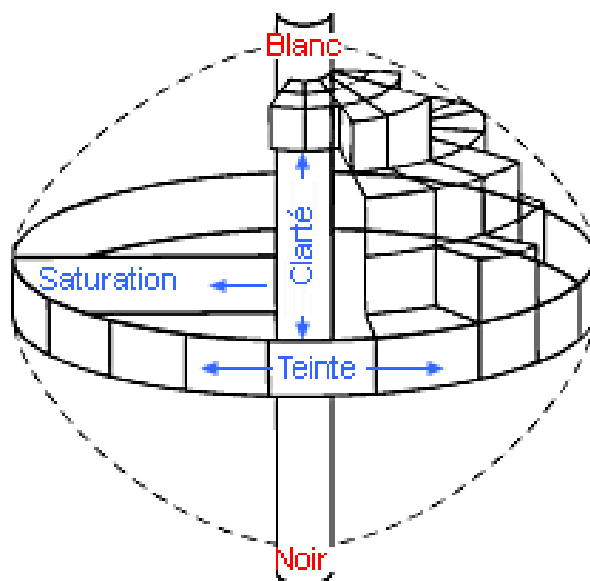
Remarquons également que les notions de teinte, de clarté et de saturation sont souvent entremêlées dans la pratique : avec des peintures,

- ajouter du blanc augmente la clarté et diminue la saturation
- ajouter du noir diminue la clarté et diminue la saturation
- on peut réduire la saturation d'une couleur en lui ajoutant un gris de même clarté (en réalité, la clarté baisse souvent un peu) .
- La teinte peut changer par ajout de noir ou de blanc : ajouter du noir à du jaune ne produit pas un jaune sombre, mais un vert (kaki) sombre.

2) Solide des couleurs (voir schéma)

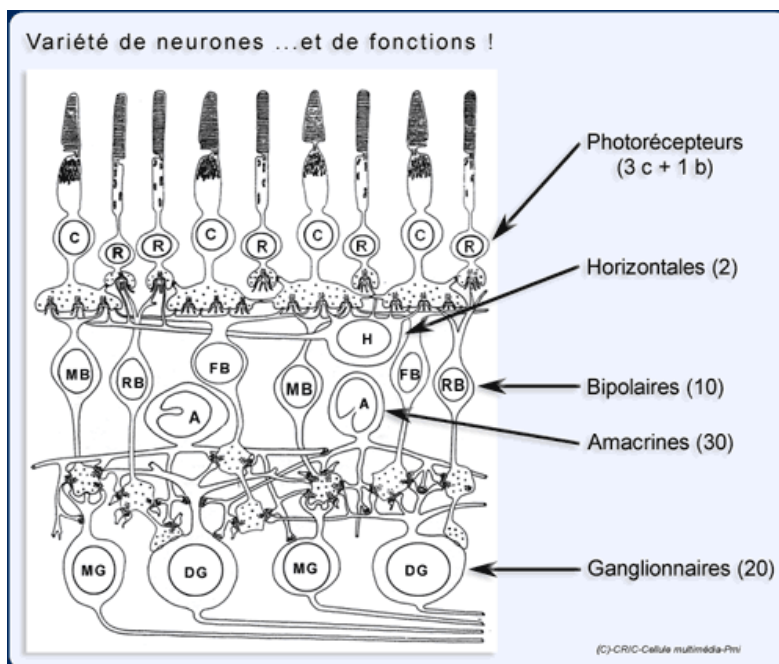
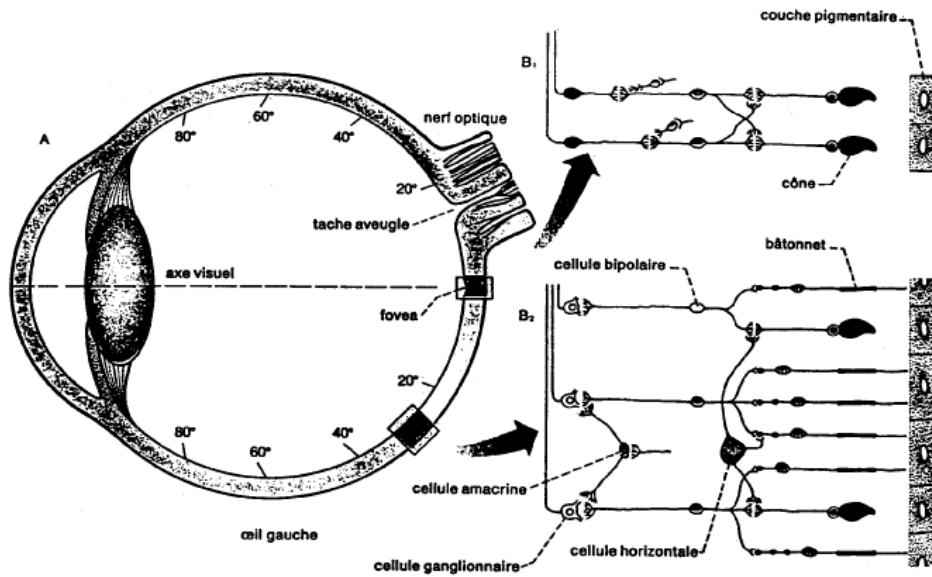
On organise donc les différentes couleurs dans un espace à trois dimensions, dit « solide des couleurs » de la façon suivante :

- La coordonnée verticale représente la clarté, gradué par exemple de 0 (noir) à 100 (blanc). L'axe Oz représente les couleurs achromatiques, c'est à dire les gris.
- Les plans horizontaux (plans chromatiques) ont une clarté constante. Près de l'origine, on trouve les couleurs peu saturées, avec le gris au centre.
- Les demi-plans verticaux passant par l'axe Oz correspondent à une teinte fixe, par exemple le rouge. Dans les plans horizontaux de clarté constante, ce sont des droites issues de l'origine qui correspondent à une teinte donnée.
- Enfin, dans un plan de clarté constante, les cercles centrés sur l'axe Oz représentent les différentes teintes de saturation constante.



Chapitre III – Aspects physiologiques de la vision des couleurs.

1) Cônes et bâtonnets.

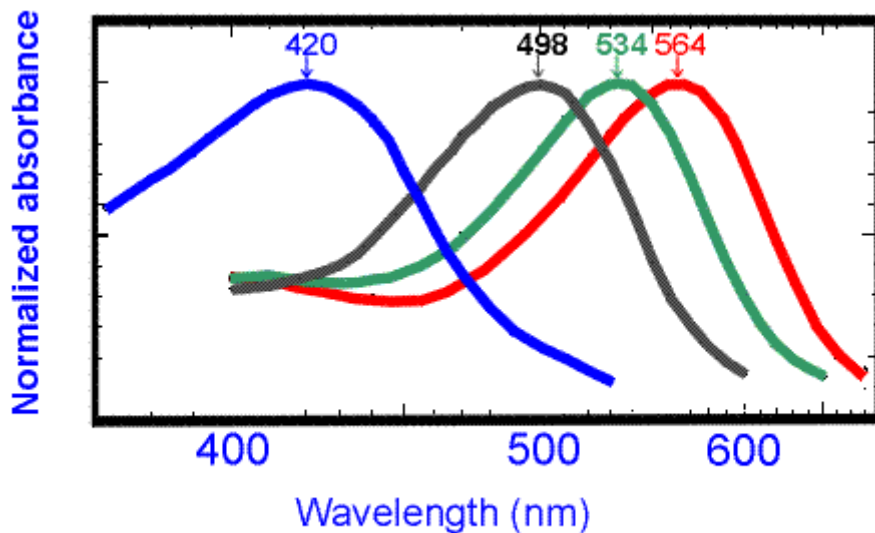


Il existe deux types de récepteurs rétiniens (voir images ci-dessus):

a) Les cônes, qui fonctionnent en vision diurne, et sont sensibles à la couleur. Ils sont environ 7.10^6 , répartis en trois sortes

- cônes « R » sensibles aux grandes longueurs d'ondes, environ 30%
- cônes « V » sensibles aux moyennes longueurs d'ondes, environ 60%
- cônes « B » sensibles aux courtes longueurs d'ondes, environ 10%

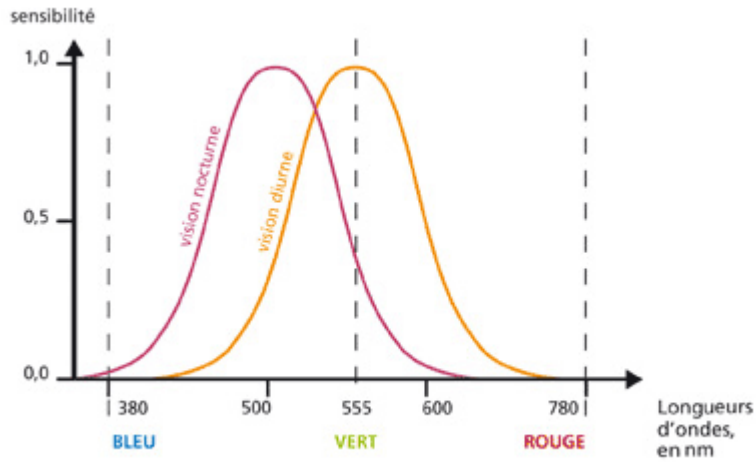
Les cônes sont surtout concentrés dans une zone centrale de la rétine, la *fovéa*, qui représente un champ visuel de diamètre angulaire 5° , et ils tapissent exclusivement la région de la *fovéola* correspondant à un champ de 1° (par comparaison, le disque de la lune correspond à un diamètre angulaire de $0,5^\circ$). Ces cellules fonctionnent correctement sous des niveaux d'éclairement de l'œil de 1 à 10^4 lux environ (cf. chapitre « photométrie »). Leur sensibilité globale est maximum dans le vert-jaune (555 nm) (Cf. les courbes de sensibilité ci-dessous).



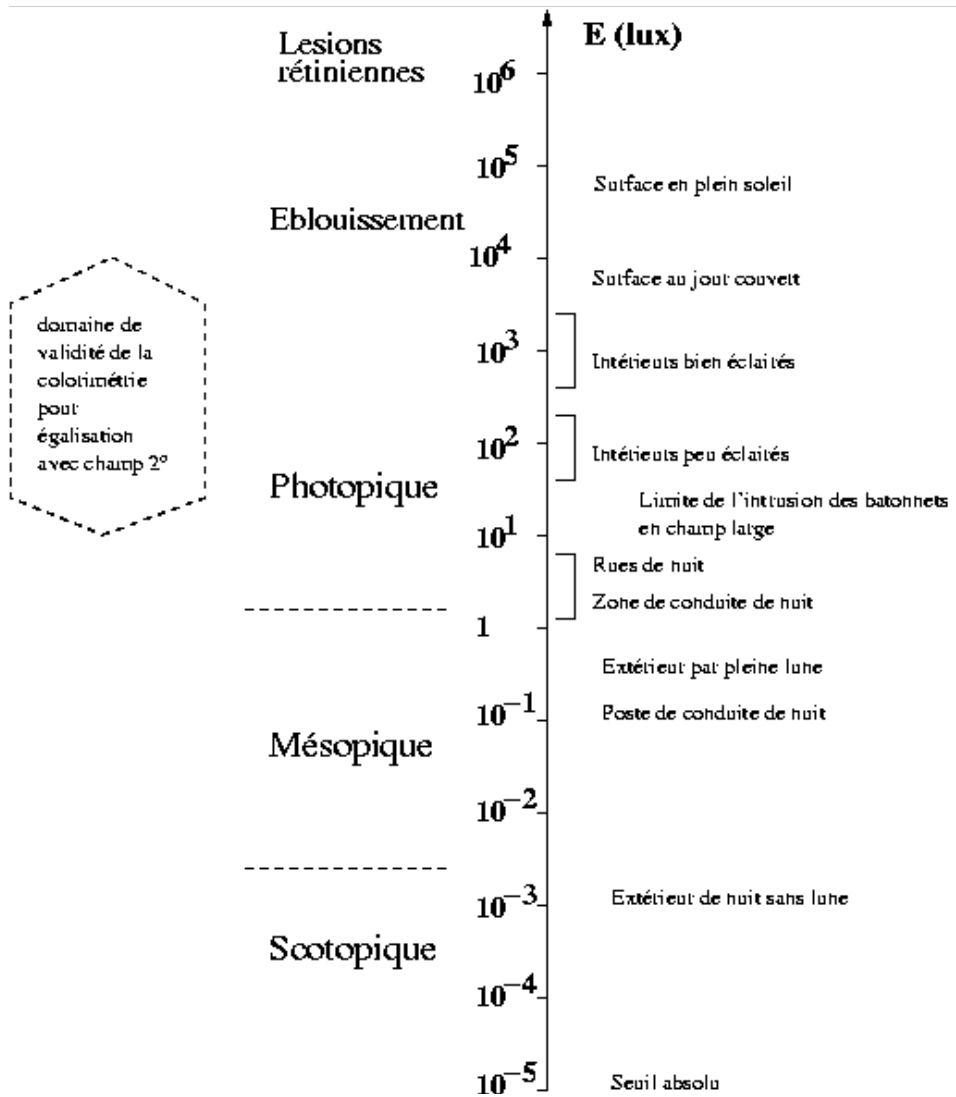
Courbes de sensibilité relative de l'œil pour les différentes cellules réceptrices

- En gris : bâtonnets
- En bleu : cônes « B »
- En vert : cônes « V »
- En rouge : cônes « R »

b) Les bâtonnets, beaucoup plus sensibles, et qui fonctionnent à des niveaux d'éclairement compris entre 10^{-5} et 1 lux environ. Il n'y a qu'une sorte de bâtonnets et ils ne permettent donc pas de distinguer les couleurs (« la nuit tous les chats sont gris »). Leur maximum de sensibilité est déplacé vers le bleu par rapport aux cônes (cf. courbes ci-dessous): c'est l'effet Purkinje, qui se manifeste dans l'aspect noir que prennent les objets rouges en vision nocturne. Citons aussi comme application l'usage de lunettes rouges sous éclairage normal, pour ne pas saturer les bâtonnets lorsqu'on veut garder une accoutumance à la vision de nuit.



Courbes de sensibilité relative globale de l'oeil en fonction de la longueur d'onde.
 $V(\lambda)$ Pour la vision diurne
 $V'(\lambda)$ Pour la vision nocturne



Niveaux d'éclairage du champ visuel et domaines photométriques associés.

Les bâtonnets sont environ $120 \cdot 10^6$. Ils sont totalement absents de la fovéola, et seuls présents dans la périphérie de la rétine. Une conséquence bien connue des astronomes est que pour observer des objets de très faible intensité lumineuse (étoile, galaxie) il ne faut pas les regarder directement. L'absence de cônes dans la périphérie de la rétine se vérifie en approchant un objet fortement coloré (foulard rouge ou vert) par derrière la tête d'un observateur : celui-ci perçoit la présence d'un objet avant de pouvoir en reconnaître la couleur.

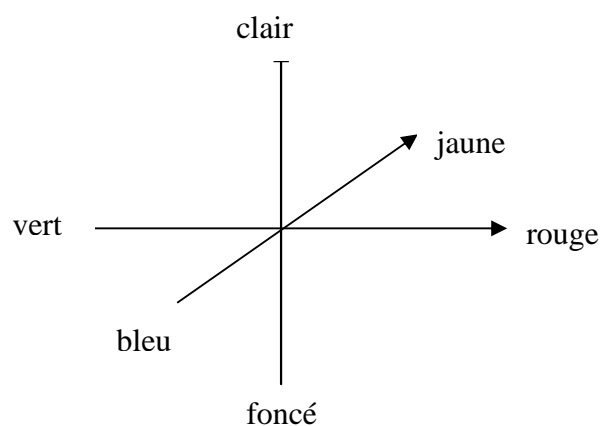
L'ensemble (cônes + bâtonnets) forme un détecteur d'une sensibilité exceptionnelle, capable de fonctionner sur une plage de 10 ordres de grandeurs (Cf. schéma ci-dessus). On estime en particulier que, à son maximum de sensibilité, l'œil détecte de la lumière à partir d'environ 3 photons !

2) Canaux visuels

De façon un peu schématique, la vision des couleurs est organisée en trois canaux antagonistes de perception, résultant de l'association des cellules de la rétine entre elles. Cette idée, à la base de la théorie de Hering, est soutenue par les résultats des recherches récentes sur le traitement du signal visuel par la rétine et l'existence de champs antagonistes pour la perception des couleurs (Cf. D. Hubel 1994 « l'œil, le cerveau et la vision » - Pour la Science – Paris). Les différents canaux sont décrits par le tableau suivant

Canal Achromatique	clair	foncé
Canal Rouge Vert	rouge	vert
Canal Jaune Bleu	jaune	bleu

On reconnaît ici les « quatre couleurs fondamentales » des peintres. L'idée d'antagonisme vient du fait qu'il n'existe pas de teinte intermédiaire entre rouge et vert, (on peut envisager des teintes à la fois rouge et jaune, mais pas à la fois rouge et vert !). Ces teintes sont antagonistes. Si on organise ces canaux suivant un schéma à trois dimensions, on retrouve naturellement l'idée de solide des couleurs. Nous retrouverons ces résultats à la base de la construction du système colorimétrique CIE $L^*a^*b^*$ (chapitre VIII).



3) Adaptation.

Il existe une grande variété de phénomènes pour lesquels nous percevons une sensation de couleur constante là où un détecteur indiquerait des variations très importantes, ce que l'on désigne par le terme général d'*adaptation*. Ces phénomènes, d'origine psychophysique sont importants car ils nous montrent la difficulté à mettre en place un processus fiable de mesure de la couleur. Sans entrer dans le détail signalons les effets les plus remarquables :

- Une feuille blanche éclairée en extérieur ou en intérieur présente une variation de luminance d'un facteur $\sim 10^4$, mais nous la percevons toujours « blanche » et non pas plus ou moins gris.

- Encore plus remarquable : si nous l'éclairons avec une lumière assez fortement colorée, par exemple avec une lampe à incandescence, nous la voyons toujours « blanche », alors qu'une mesure indiquerait qu'elle est nettement jaune orangé.

- Des expériences spectaculaires sur des tableaux constitués de plusieurs tâches de couleurs montrent que l'on peut changer l'éclairage jusqu'à changer radicalement des teintes, sans perdre la sensation de « rouge » et de « vert », par exemple.

Le mécanisme général de l'adaptation chromatique est le déplacement du « point de neutralité » des paires antagonistes évoquées au paragraphe précédent : sous un éclairage rouge prolongé, les rouges vont tendre vers le neutre, les blancs vont paraître vert. De même sous clarté élevée, les clartés moyennes vont paraître sombre.

Notons encore que lorsque nous regardons une surface colorée, par exemple un mur ocre, elle nous paraît en général uniforme. En réalité, si nous considérons cette surface avec plus d'attention, nous voyons en général de grandes variations de la couleur (ombres, taches...) dans ce que nous appelons « un mur ocre ». Ici encore, notre cerveau nivelle inconsciemment nos perceptions.

Chapitre IV– La lumière – La couleur – Aspects physiques

1) Modes de perception de la couleur.

Pour percevoir « la couleur d'un objet », un certain nombre d'ingrédients sont indispensables :

- Une source lumineuse, soleil, lampe, clair de lune, bleu du ciel... Ces sources peuvent être primaires, c'est-à-dire qu'elles émettent la lumière, ou secondaires lorsqu'elles la renvoient : le soleil est une source primaire, le clair de lune une source secondaire.
- Un objet qui absorbe, reflète, transmet et diffuse la lumière. Par exemple une feuille colorée, un verre de menthe à l'eau, le bleu du ciel. On voit que la distinction avec la source de lumière n'est pas toujours claire : une source secondaire est en fait un objet qui diffuse la lumière.
- Un détecteur : l'œil, un colorimètre, un spectro-colorimètre, un thermomètre... et un « interpréteur » : le cerveau.

En considérant ce qui précède, on comprend que la couleur n'est pas attachée à l'objet, comme on a tendance à le penser, mais est le produit de cette chaîne qui commence avec la source et se termine dans le cerveau (le thermomètre seul ne voit pas du vert !). Chaque maillon joue un rôle essentiel et il est nécessaire de bien comprendre et contrôler chaque étape du processus. En effet

- modifier la source modifie la couleur perçue,
- modifier l'objet modifie la couleur perçue (bien sûr !),
- modifier les conditions dans lesquelles on observe (champ visuel, fond utilisé, fatigue, adaptation...) modifie la couleur perçue.

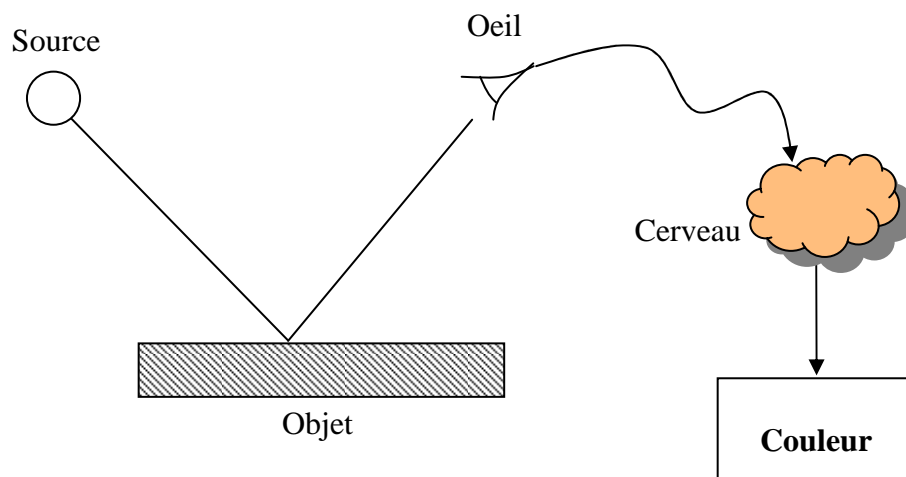


Schéma de principe de la Perception en mode objet

Pour décrire les expériences dans lesquelles un observateur donné perçoit une couleur, on utilise en général la terminologie suivante :

- dans le schéma de principe présenté ci-dessus, on parle de « perception de la couleur en mode objet ».
- D'autres modes de perception de la couleur sont possibles : par exemple si on

perçoit une couleur en regardant directement la source lumineuse, on parle de « perception en mode illuminant ». Cette distinction est commode, mais pas fondamentale : si on regarde une source secondaire, on peut parler indifféremment de mode objet ou de mode illuminant.

- Enfin lorsqu'une couleur est perçue comme non rattachée à un objet, « suspendue » en l'air, on parle de « perception en mode fenêtre (ou diaphragme) » : par exemple, le bleu du ciel, un mur peint vu à travers un trou de serrure...ici encore la distinction entre les différents modes peut être utile, mais n'est pas réellement fondamentale. Ce dernier mode est en général adopté dans les expériences de colorimétrie, pour éviter que la nature du support ne vienne influencer la perception de la couleur.

2) Réflexion spéculaire et diffuse.

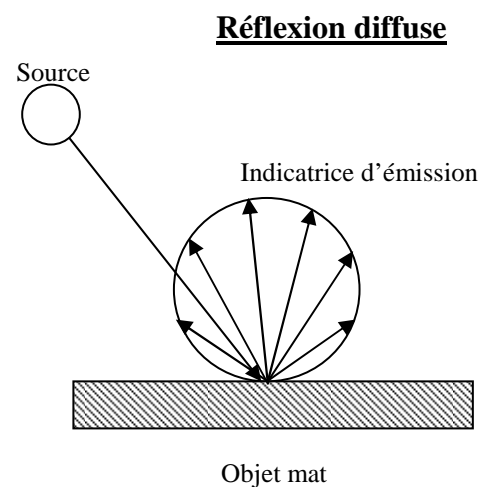
La couleur que nous percevons d'un objet fait en fait partie d'un ensemble qui compose ce que l'on appelle l'apparence visuelle, et qui comporte :

- la forme de l'objet
- sa texture
- sa transparence
- sa brillance
- sa couleur

Ces aspects sont souvent reliés entre eux : la brillance modifie notre perception de la couleur, la texture est une variation de la couleur avec la position et l'angle de vue (par exemple dans les fausses textures à l'ordinateur). Les aspects de brillance et de couleur sont particulièrement importants pour ce qui nous concerne. Pour mieux comprendre la relation entre ces notions, voyons comment un objet renvoie la lumière émise par une source :

a) Réflexion diffuse

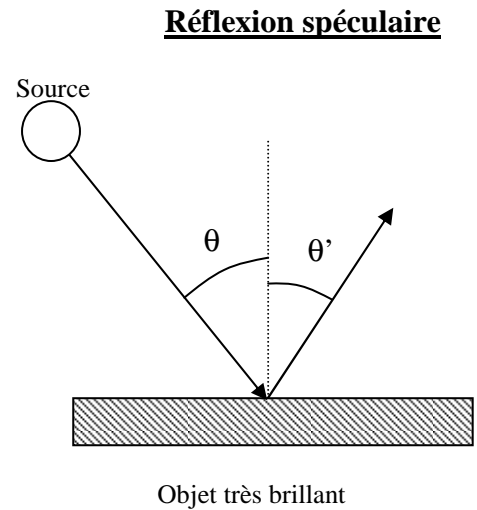
Un objet coloré *mat* renvoie la lumière reçue de la source, (partiellement absorbée, ce qui crée la couleur) dans toutes les directions. Cela est dû aux inégalités de la surface, qui est rugueuse à l'échelle microscopique (taille du micromètre). Lorsqu'on regarde un tel objet sous des angles variés, son aspect ne varie pas. Nous verrons au chapitre V « **photométrie** » que ceci est traduit par la loi de Lambert : le flux lumineux émis dans une direction faisant un angle θ avec la normale à la surface est proportionnel à $\cos(\theta)$. Nous verrons également que dans ce cas, la surface est caractérisée par son facteur de réflexion spectral $R(\lambda)$, qui mesure pour chaque longueur d'onde le rapport entre le flux incident et celui



réfléchi.

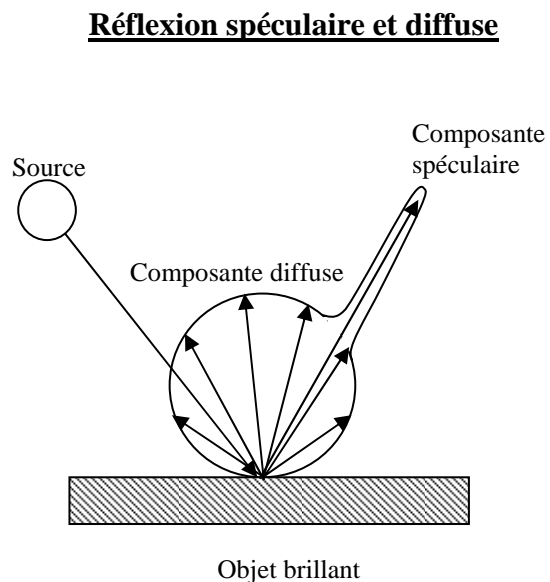
b) Réflexion spéculaire (miroir)

A l'opposé, une surface très régulière, un *miroir*, avec des irrégularités de taille caractéristique inférieure au micromètre, renvoie la lumière dans une seule direction, donnée par la loi de Descartes $\theta = \theta'$



c) Cas général

Entre ces deux extrêmes se situent les objets plus ou moins brillants : la lumière réémise se décompose en une composante spéculaire et une composante diffuse. L'apparence de l'objet dépend alors de l'angle sous lequel on l'observe.



La composante spéculaire modifie de façon importante la couleur apparente d'une surface. Deux cas de figure peuvent se présenter :

- surface enduite d'un vernis, recouverte d'une vitre... dans ce cas, la surface renvoie une composante spéculaire *avant* absorption et rediffusion. La composante spéculaire a donc la même composition spectrale que la source, et l'objet paraît en général plus clair et moins saturé que sans le vernis.
- Objet teinté dans la masse et poli (par exemple une surface plastique lisse). Dans ce cas, la composante spéculaire emporte une grande partie de la lumière réémise, et l'objet paraît plus foncé que la surface rugueuse de même composition.

Les colorimètres et spectro-colorimètres rencontrés dans la pratique permettent en général de travailler sous différentes géométries d'éclairage et de détection. Ceci est utile

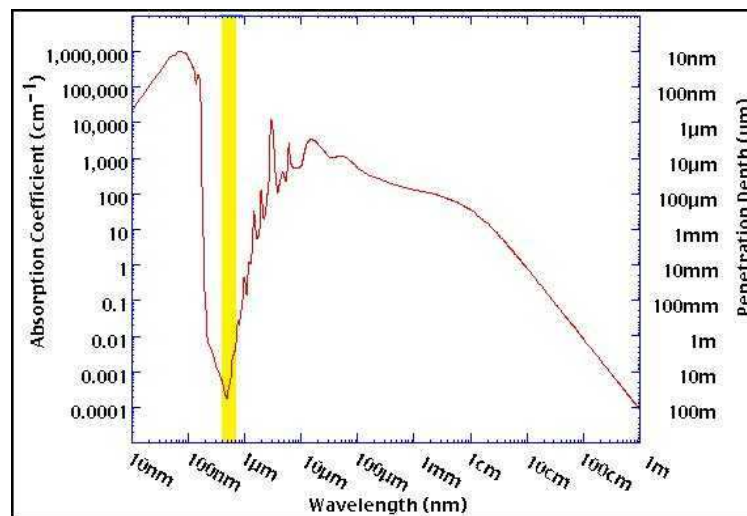
pour étudier l'influence de la composante spéculaire dans le cas des surfaces brillantes. On rencontre donc les configurations

- *spéculaire inclus*, géométrie dans laquelle on détecte toute la lumière réémise,
- *spéculaire exclus*, géométrie dans laquelle on ne détecte que la composante diffuse.

Les colorimètres Minolta CR-200/300 que vous utiliserez en TP ont une géométrie 0-45° (angle d'incidence- angle de détection), ce qui veut dire qu'ils fonctionnent en « spéculaire exclu ». Cela dit, pour les objets mats les deux types de géométries donnent les mêmes résultats, puisque dans ce cas, il n'y a pas de composante spéculaire.

3) Décomposition spectrale de la lumière.

La lumière visible est une onde électromagnétique (EM), comme les ondes radio, les micro-ondes, les infrarouges, Les ultraviolets, les rayons X...sa seule particularité est d'être détectée par l'oeil humain. Cette propriété s'explique par la coïncidence du maximum d'émission du soleil avec la transparence maximum de l'eau à ces fréquences. L'oeil humain s'est développé et adapté de manière à utiliser la fenêtre de longueur d'onde offrant le plus d'utilité ! (Cf. courbe ci-dessous).



Courbe d'absorption de l'eau en fonction de la longueur d'onde. La fenêtre du visible correspond au domaine indiqué en jaune. Notez l'échelle logarithmique en ordonnées.

L'onde E.M. se propage à la vitesse $c=3.10^8$ m/s dans le vide, et dans un milieu transparent à la vitesse $v = c/n$, où n est l'indice du milieu.

L'onde E.M. est caractérisée par une fréquence d'oscillation ν , très élevée à notre échelle, et qui distingue les différentes sortes d'ondes citées ci-dessus. Pour le visible, $\nu \approx 5. 10^{14}$ oscillations par seconde (Hz). La fréquence est imposée par la source de lumière, et ne change pas au cours de la propagation.

L'onde E.M. est également caractérisée par une longueur d'onde λ , qui dépend du milieu dans lequel se fait la propagation. En effet, entre fréquence et longueur d'onde, on a

la relation

$$\lambda = c/(n\nu)$$

Dans le vide on a donc la « longueur d'onde dans le vide » $\lambda_0=c/\nu$, qui est souvent donnée à la place de la fréquence, et s'exprime en *nm*. Pour le visible,

$$380 \text{ nm} \leq \lambda_0 \leq 780 \text{ nm},$$

mais on prendra souvent en pratique l'intervalle plus restreint $400 \text{ nm} \leq \lambda_0 \leq 700 \text{ nm}$, correspondant au domaine de sensibilité d'un œil moyen.

Du point de vue quantique, la lumière est constituée de photons d'énergie $\varepsilon=h\nu$, où $h=6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ est la constante de Planck. Dans le visible, $\varepsilon \approx 3 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx 2 \text{ eV}$. Cet aspect est important car les réactions chimiques provoquant l'excitation nerveuse dans les cônes et bâtonnets ne mettent en jeu que quelques photons, comme nous l'avons déjà mentionné.

Lorsque la lumière ne comporte qu'une seule fréquence (on dira « longueur d'onde »), nous percevons une couleur très saturée, comme par exemple dans le cas d'un laser. La lumière est alors dite *monochromatique*. Si au contraire la lumière comporte plusieurs longueurs d'ondes superposées, la lumière est *polychromatique*. C'est le cas par exemple de la lumière blanche, de la lumière du soleil, de celle d'une lampe ordinaire...

Une lumière polychromatique peut être décomposée en ses composantes monochromatiques au moyen d'un dispositif disperser comme un prisme ou un réseau : les différentes « longueurs d'ondes » suivent différents trajets car l'indice n dépend de λ (Cf. expérience et schéma ci-dessous).

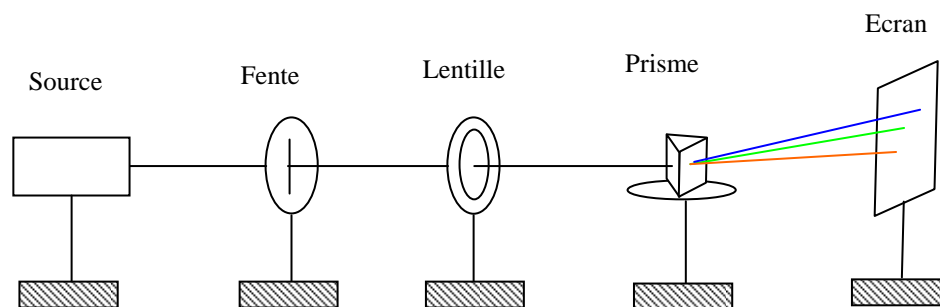


Schéma de principe d'un spectromètre

On obtient ainsi la décomposition spectrale, ou « spectre » de la lumière polychromatique. La courbe donnant la répartition relative de l'énergie $I(\lambda)$, en fonction de la longueur d'onde s'appelle la courbe de répartition spectrale ou spectre, et est très importante dans la pratique pour caractériser la couleur perçue. Nous allons en voir des exemples au paragraphe suivant.

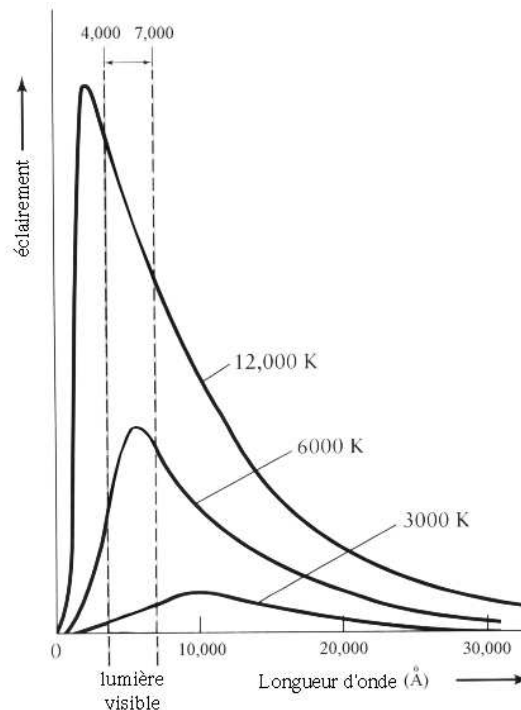
4) Sources et Illuminants.

Dans l'expérience présentée ci-dessus, nous avons vu apparaître deux types de sources :

a) les sources thermiques à spectre continu

Tout corps de température non nulle, $T \neq 0 \text{ K}$, rayonne de l'énergie électromagnétique suivant une loi dite « du corps noir », dont la répartition

spectrale ne dépend que de T (voir courbes). Le maximum de ces courbes est donné par la loi de Wien : $\lambda_m T = 3 \text{ mm K}$



Courbes spectrales d'émission du corps noir à différentes températures, en fonction de la longueur d'onde. La fenêtre du visible se situe au maximum d'émission du soleil (corps noir de 6000K environ)

Par exemple, le soleil correspond sensiblement à un corps noir de température égale à sa température de surface $T_s \approx 6000\text{K}$. Le filament de tungstène d'une lampe à incandescence émet suivant la loi du corps noir à température $T \approx 2800\text{K}$. La « température de couleur » d'une lumière, notion très utilisée par les photographes et les éclairagistes, donne la température du corps noir dont la répartition spectrale se rapproche le plus possible de celle de la lumière utilisée : par exemple, la température de couleur du bleu du ciel varie entre 10^4 et 10^5 K.

b) les sources à décharge dans un gaz et spectre discret

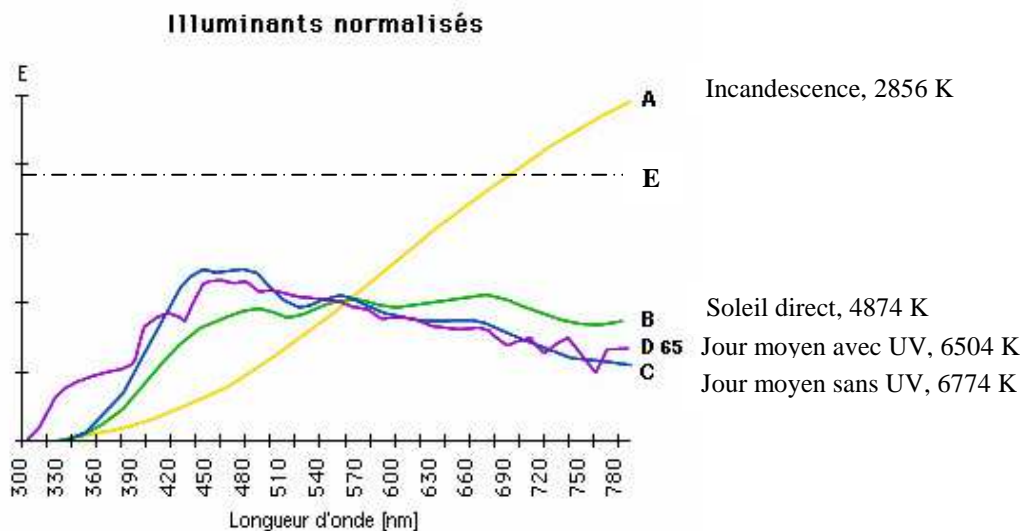
A l'opposé, un gaz, par exemple Na, Hg, Ne, soumis à une différence de potentiel de l'ordre de la centaine de Volts, s'ionise et émet de la lumière à des fréquences caractéristiques de l'atome considéré. On parle alors de *spectre de raie* ou spectre discret. La lumière ainsi formée est un ensemble de composantes quasi monochromatiques, comme par exemple la lumière orange caractéristique du doublet du sodium. Notez que dans le cas des tubes Néon, l'émission se fait dans l'UV, et le tube est revêtu d'un enduit fluorescent qui assure une réémission dans le visible.

c) Les Lasers

Enfin depuis une cinquantaine d'années, on dispose de sources quantiques cohérentes, les lasers, presque totalement monochromatiques et très directives, qui constituent les sources monochromatiques les plus utilisées de nos jours. Ils ne

sont cependant pas réalisables à toutes les fréquences.

On voit donc qu'il existe une grande variété de sources. Afin de pouvoir comparer les mesures colorimétriques, la CIE a décidé de définir un certain nombre d'illuminants de références normalisés, dits *illuminants standard*, définis par leur courbe spectrale, et se rapprochant plus ou moins de sources réelles (voir courbes ci-dessous). Ces courbes se trouvent tabulées dans de nombreux ouvrages de colorimétrie, et sont intégrées dans tous les logiciels de calcul pilotant des colorimètres (Cf. Travaux pratiques). Nous utiliserons souvent les illuminants A, C, D₆₅, ainsi que l'illuminant E correspondant à une répartition spectrale constante en fonction de la longueur d'onde.



Courbes spectrales des principaux illuminants standard

Ces illuminants permettront de définir la lumière « blanche » dans un contexte colorimétrique donné : un diffuseur blanc parfait renverra une lumière caractérisée par la courbe spectrale de l'illuminant. Ainsi en colorimétrie il n'y a pas une, mais plusieurs lumières blanches, correspondant au « neutre » que nous avons vu dans le paragraphe « III-3-adaptation » (par exemple l'illuminant A présente une couleur tirant nettement vers le jaune-orangé), et il faut donc spécifier l'illuminant utilisé pour caractériser une couleur en mode objet.

Chapitre V– Photométrie

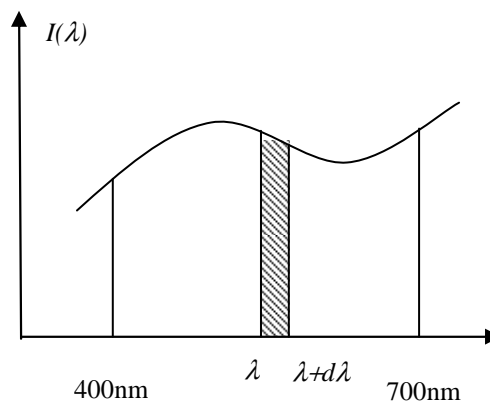
1) Introduction.

La photométrie est la science ingrate qui s'intéresse à la mesure des quantités de lumière. En fait il existe deux sortes de photométries, qui se sont développées de façon historiquement indépendantes, ce qui explique une partie de la confusion qui accompagne souvent ce chapitre.

- La *photométrie visuelle* est reliée aux sensations perçues par l'œil
- La *photométrie énergétique* est reliée aux unités énergétiques de la physique, et ne dépend pas du détecteur utilisé.

Les quantités photométriques que nous allons considérer peuvent être *globales*, et mesurer la quantité de lumière de l'ensemble du rayonnement, ou bien *spectrales*, c'est-à-dire se rapportant aux composantes monochromatiques qui composent la lumière. Dans ce cas, si on note $I(\lambda)$ la grandeur photométrique spectrale, alors $dI = I(\lambda) d\lambda$ représente la quantité de lumière comprise dans l'intervalle de longueur d'onde $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ et la grandeur

photométrique globale I_T vaut alors
$$I_T = \int_{400}^{700} I(\lambda) d\lambda$$



Grandeurs globales et spectrales : l'aire située sous la courbe représente la grandeur globale I_T

2) Grandeurs photométriques énergétiques

Nous pouvons maintenant présenter les différentes grandeurs photométriques. Un tableau récapitulatif en fin de chapitre donne les relations existant entre ces différentes quantités, ainsi que les unités utilisées.

La situation de perception en mode objet, rappelée sur le schéma ci-dessous, nous permet d'introduire la plupart des grandeurs photométriques énergétiques :

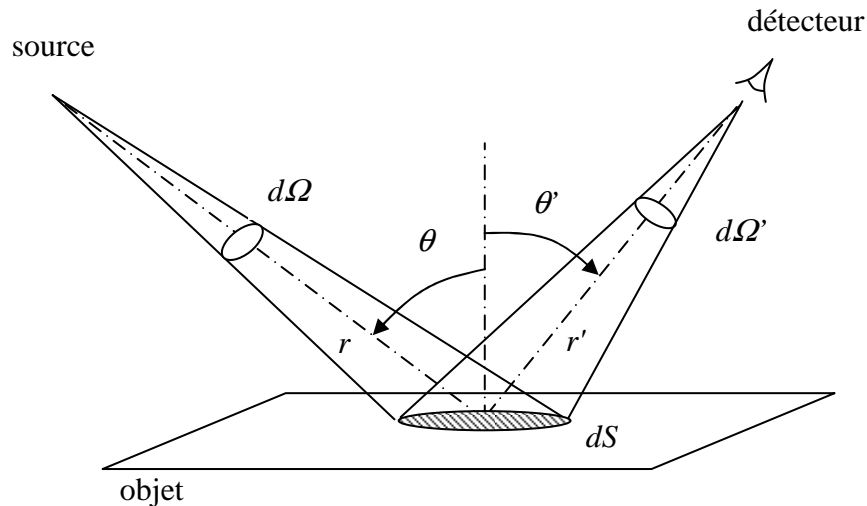


Schéma de principe d'une situation type en photométrie, mode objet. La source éclaire une portion dS de l'objet, et la lumière diffusée parvient ensuite au détecteur.

a) Flux énergétique.

La source émet une puissance totale ϕ_e , encore appelée flux énergétique total, et mesuré en Watts. Par exemple, une ampoule de 75 W réémet environ 10% de la puissance qu'elle consomme sous forme de lumière visible.

b) Intensité énergétique

Cette puissance se trouve plus ou moins concentrée dans certaines directions : par exemple la lumière d'un phare se trouve concentrée dans un secteur étroit. La grandeur correspondante est l'intensité : c'est le flux par unité d'angle solide

$$I_e = \frac{d\phi_e}{d\Omega} \quad \text{Watts / stéradian}$$

Si le rayonnement est isotrope, alors on a $I_e = \frac{\phi_e}{4\pi}$

c) Eclairement.

Le flux émis dans l'angle solide $d\Omega$ éclaire la surface dS , qui reçoit ainsi un flux par unité de surface, dit éclairement énergétique

$$E_e = \frac{d\phi_e}{dS} = \frac{d\phi_e \cos(\theta)}{d\Omega r^2} = I_e \frac{\cos(\theta)}{r^2} \quad \text{Watts / m}^2$$

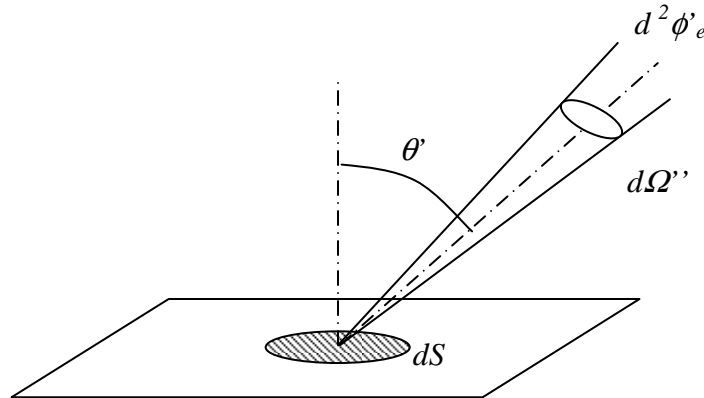
où on a utilisé l'expression de l'angle solide $d\Omega = \frac{dS \cos(\theta)}{r^2}$.

La relation ci dessus exprime le fait que pour une source d'intensité I_e donnée, plus on s'éloigne et plus on est oblique, moins on est éclairé. Par exemple l'éclairement moyen du sol du au soleil par beau temps est de l'ordre de 1 kW / m^2 , mais il est beaucoup plus faible au pôle à cause du facteur d'inclinaison, et encore beaucoup plus faible sur Pluton à cause de la distance.

d) Luminance énergétique.

Dans le cas où l'objet éclairé est un diffuseur idéal, isotrope, le flux énergétique est diffusé suivant la loi de Lambert, c'est-à-dire proportionnellement à la surface apparente. Le flux $d^2\phi'_e$ diffusé dans l'angle solide $d\Omega''$ est alors donné par (cf. figure)

$$d^2\phi'_e = L_e dS \cos(\theta') d\Omega''$$



ce qui définit la luminance énergétique L_e , mesurée en $\text{W/m}^2/\text{strad}$.

En sommant cette relation sur toutes les directions dans le demi espace supérieur, on obtient le flux total diffusé par unité de surface, qui vaut $\frac{d\phi'_e}{dS} = \pi L_e$.

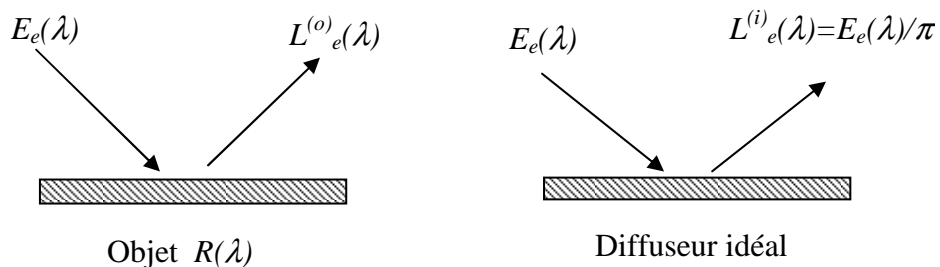
- Si le diffuseur est idéal, toute l'énergie reçue est réémise, et le flux réémis correspond à l'éclairement de la surface : $E_e = \pi L_e$.
- Si le diffuseur n'est pas idéal, alors il absorbe de l'énergie (il est coloré), et on a $E_e > \pi L_e$.

La luminance est la grandeur la plus utile en photométrie, car nous allons voir qu'elle caractérise l'aspect de la surface, indépendamment de sa distance à l'œil et de son orientation.

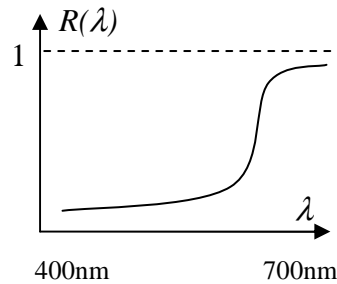
e) Coefficient de réflexion de la surface.

Dans la situation ci-dessus, on définit le coefficient de réflexion spectral de la surface comme le rapport (à chaque longueur d'onde) de ce qu'elle renvoie à ce que renverrait un diffuseur idéal :

$$R(\lambda) = \frac{L_e^{(o)}(\lambda)}{L_e^{(i)}(\lambda)} = \frac{\pi L_e(\lambda)}{E_e(\lambda)}$$



Pour un diffuseur parfait, on a $R(\lambda) = 1$. Dans le cas général, $R(\lambda) < 1$ caractérise entièrement la surface du diffuseur (supposé lambertien, c.a.d. mat) : un diffuseur rouge renvoie la lumière rouge : $R \approx 1$ pour les grandes longueurs d'ondes, et $R \approx 0$ pour les courtes longueurs d'onde comme sur le schéma ci-dessous.



Un objet rouge !

f) Flux reçu par un détecteur.

Pour terminer cet exposé, voyons le flux qui pénètre dans le détecteur, un œil de diamètre a , de surface pupillaire $ds = \frac{\pi a^2}{4}$ avec incidence normale. L'angle solide

dans lequel la lumière doit être diffusée pour atteindre l'œil vaut alors $d\Omega' = \frac{ds}{r'^2}$, et

le flux reçu par l'œil vaut $d^2\phi'_e = L_e \frac{ds ds \cos(\theta')}{r'^2} = L_e d\Omega' ds$

L'éclairement de l'œil par une surface de luminance L_e vue sous un angle solide $d\Omega'$ vaut donc

$$dE'_e = \frac{d^2\phi'_e}{ds} = L_e d\Omega'$$

ce qui ne dépend pas de la distance de l'objet, ni de son inclinaison, ni de sa taille réelle, mais seulement de sa luminance et son diamètre apparent. C'est cette dernière relation qui montre l'intérêt de la luminance.

3) Grandeurs photométriques visuelles

Les grandeurs photométriques visuelles et énergétiques sont reliées par une relation de la forme

$$I_v(\lambda) = K_m V(\lambda) I_e(\lambda)$$

où $I_e(\lambda)$ représente la grandeur photométrique énergétique, $I_v(\lambda)$ la grandeur photométrique visuelle (on dit aussi *lumineuse*), $V(\lambda)$ est le coefficient d'efficacité relative de l'œil, c'est-à-dire la courbe de sensibilité de l'œil, normalisée à sa valeur maximum dans le vert-jaune $V(\lambda=555 \text{ nm}) = 1$ (cf. courbe p.10), et où $K_m = 683 \text{ SI (Lm /W)}$ est une constante « historique », qui permet de relier entre eux les deux systèmes de mesures photométriques. C'est la présence du terme $V(\lambda)$ dans la relation ci-dessus qui permet en particulier d'obtenir des grandeurs photométriques visuelles nulles dans le domaine des IR et les UV .

Les grandeurs photométriques lumineuses (ou visuelles) sont définies de façon absolument similaire aux grandeurs énergétiques, avec des relations analogues entre elles :

ainsi

- Le flux lumineux ϕ_v est mesuré en Lumen (lm) et traduit la quantité de lumière incidente par seconde.
- L'intensité lumineuse $I_v = \frac{d\phi_v}{\Omega}$ s'exprime en Candela (Cd). Elle mesure le flux par unité d'angle solide. L'intensité d'une bougie ordinaire vaut sensiblement 1 Cd.
- L'éclairement E_v exprimé en lux (lx) $E_v = \frac{d\phi_v}{dS} = I_v \frac{\cos(\theta)}{r^2}$. Il donne le flux lumineux incident par unité de surface.
- La luminance visuelle d'un diffuseur suivant la loi de Lambert est donnée par la relation $d^2\phi'_v = L_v dS \cos(\theta') d\Omega''$. Notons que cette relation s'écrit encore $L_v = \frac{dI'_v}{dS \cos(\theta')}$ où dI'_v est l'intensité de la source secondaire de surface dS , ce qui montre que l'unité de luminance est la Candela / m² (Cd/m²) ou nit.
- Un diffuseur de luminance visuelle L_v vue sous un angle solide $d\Omega'$ produit un éclairement du détecteur $dE'_v = L_v d\Omega'$.
- Enfin on remarquera que la définition du coefficient de réflexion spectral $R(\lambda)$, qui fait intervenir un rapport de luminances, conduit au même résultat en utilisant des grandeurs visuelles ou énergétiques.

4) Résumé des différentes grandeurs photométriques

Les tableaux présentés ci-dessous donnent les correspondances entre les grandeurs énergétiques et visuelles et entre les grandeurs globales et spectrales, ainsi que les unités utilisées

Grandeur Energétique spectrale	Grandeur visuelle spectrale	Relation entre grandeurs spectrales ($K_m = 683 \text{ lm} / \text{W}$)
ϕ_e Flux énergétique (W/nm)	ϕ_v Flux lumineux (lm/nm)	$\phi_v(\lambda) = K_m V(\lambda) \phi_e(\lambda)$
I_e Intensité (W/stérad/nm)	I_v Intensité (Cd/nm)	$I_v(\lambda) = K_m V(\lambda) I_e(\lambda)$
E_e Eclairement (W/m ² /nm)	E_v Eclairement (lux/nm)	$E_v(\lambda) = K_m V(\lambda) E_e(\lambda)$
L_e Luminance (W /m ² /stérad/nm)	L_v Luminance (Cd/m ² /nm)	$L_v(\lambda) = K_m V(\lambda) L_e(\lambda)$

Grandeur Energétique globale	Grandeur visuelle globale
$\phi_{eT} = \int_{400}^{700} \phi_e(\lambda) d\lambda$ Flux (W)	$\phi_{vT} = \int_{400}^{700} \phi_v(\lambda) d\lambda$ Flux lumineux (lm)
$I_{eT} = \int_{400}^{700} I_e(\lambda) d\lambda$ Intensité (W/stérad)	$I_{vT} = \int_{400}^{700} I_v(\lambda) d\lambda$ Intensité (Cd)
$E_{eT} = \int_{400}^{700} E_e(\lambda) d\lambda$ Eclairement (W/m ²)	$E_{vT} = \int_{400}^{700} E_v(\lambda) d\lambda$ Eclairement (lux)
$L_{eT} = \int_{400}^{700} L_e(\lambda) d\lambda$ Luminance (W /m ² /stérad)	$L_{vT} = \int_{400}^{700} L_v(\lambda) d\lambda$ Luminance (Cd/m ²)

5) Exercices de photométrie

- a) Le seuil absolu de perception se situe vers des niveaux d'éclairement de l'œil de $E_v \approx 10^{-5} \text{ lux}$. A quelle distance la lumière émise par une bougie, d'intensité $I_v \approx 1 \text{ Cd}$, est elle perceptible ?
- b) Une feuille A4 de papier blanc (assimilé à un diffuseur parfait) est exposée perpendiculairement au soleil, et présente une luminance visuelle $L_v = 3 \cdot 10^4 \text{ Cd m}^{-2}$.
- Calculer l'éclairement de la feuille et l'intensité visuelle du soleil, ainsi que le flux visuel qu'émet ce dernier. Le diamètre du soleil est $d_s = 1.4 \cdot 10^6 \text{ m}$. Calculer sa luminance visuelle, en supposant qu'il émet de façon lambertienne.
 - Pour la lumière visible, le flux énergétique moyen reçu sur terre du soleil vaut environ $\phi_e = 500 \text{ W m}^{-2}$. Calculez l'efficacité moyenne \bar{V} de l'œil pour la lumière solaire.
 - Quel est l'éclairement d'un œil placé à 1m de la feuille. Comparez cet éclairement à celui reçu en exposant directement l'œil au soleil. Pourquoi ces deux valeurs sont elles différentes ?
- c) La Lune est sensiblement un diffuseur parfait, de diamètre angulaire $\alpha_l \sim 0.5^\circ$. Calculer la luminance visuelle d'un point de sa surface en fonction de la position de ce point sur le disque lunaire, par une nuit de pleine lune. Pourquoi le clair de lune a-t-il l'air d'avoir une luminance sensiblement constante ?
- d) Montrer que la relation générale définissant l'efficacité moyenne pour une lumière de composition spectrale $L_e(\lambda)$ s'écrit :
- $$\bar{V} = \frac{\int_{400}^{700} L_e(\lambda) V(\lambda) d\lambda}{\int_{400}^{700} L_e(\lambda) d\lambda}$$
- e) Le coefficient d'efficacité en vision nocturne est maximum à 506 nm et vaut $K'_m = 1700 \text{ lm/W}$. Quel est le flux énergétique seuil pour une pupille de 1 mm de rayon ? Combien de photons par seconde cela représente-t-il ? Combien de photon par seconde et par bâtonnet ?

Chapitre VI– Fondements de la colorimétrie – Système RGB

1) Notion de stimulus.

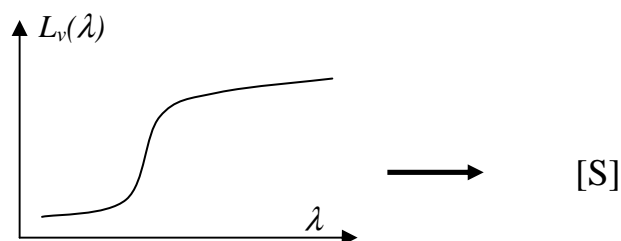
L'apparence colorée de la surface d'un diffuseur suivant la loi de Lambert définit la notion de *stimulus de couleur*. Encore faut-il pour cela observer certaines précautions, et se placer dans de bonnes conditions d'observation.

- Utiliser un environnement neutre pour éviter les effets de contraste simultané.
- Observer l'œil reposé, pour éviter les problèmes de fatigue et d'adaptation.
- Utiliser des luminances dans le domaine de fonctionnement optimal des cônes, correspondant à des niveaux d'éclairement $10 \text{ lx} < E < 1000 \text{ lx}$, pour éviter l'éblouissement et le manque de lumière (intrusion des bâtonnets – Cf. graphique page 11).
- Utiliser un champ d'observation réduit, pour que les cônes travaillent de façon optimale. Les expériences fondamentales de la CIE dans les années 1930 utilisaient un « observateur 2° », c'est à dire un champ angulaire de 2° . Les expériences ont ensuite été refaites dans les années 1950 avec un « observateur 10° », pour se rapprocher des conditions moins strictes ayant cours dans l'industrie, ce qui modifie un peu les résultats des mesures de colorimétrie. En pratique, il convient donc de toujours indiquer avec quel observateur on travaille : nous travaillerons en TP avec l'observateur 2° .
- Enfin on travaille en « mode fenêtre », afin d'éviter que la nature du support utilisé influence les résultats.

Dans la pratique courante des TP, on essaiera de se rapprocher de ces conditions d'observation, en utilisant des « boîtes à lumière », et des échantillons de petite taille normalisée, avec des peintures mates.

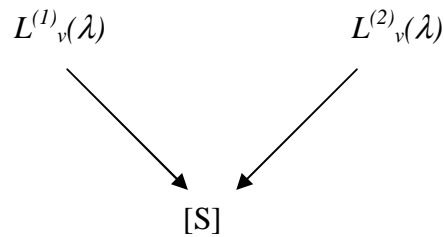
Dans ces conditions, il est possible de comparer deux plages lumineuses colorées, et définir l'égalité de deux stimuli $[S] = [S']$, lorsque les perceptions sont identiques et les deux plages indiscernables. Il faut remarquer que l'égalité des deux plages ne dépend pas, dans une large mesure, de l'environnement clair ou sombre, ainsi que du niveau de luminance utilisé, alors que la sensation perçue varie : ainsi la même plage paraîtra rouge ou brune suivant son environnement sombre ou clair.

Du point de vue de la physique, la plage colorée est caractérisée par sa luminance spectrale, énergétique $L_e(\lambda)$ ou visuelle $L_v(\lambda)$, à laquelle correspond un stimulus $[S]$.



La luminance visuelle globale associée à [S] est donc $L_{vT} = \int_{400}^{700} L_v(\lambda) d\lambda$.

Il est alors crucial de comprendre que différentes courbes de luminance spectrale peuvent produire le même stimulus (la même couleur)



On peut traduire cela de façon imagée : « nous sommes tous Daltoniens » (i.e. nous confondons des couleurs). Par exemple nous ne percevons aucune différence entre un rouge monochromatique dû au laser, et un rouge obtenu par un filtre à large bande, et comprenant du jaune (cf. expériences du cours). Une autre manière de comprendre ce résultat : on passe d'une infinité de quantités (les valeurs de $L_v(\lambda)$ pour chaque longueur d'onde) à trois nombres (clarté, teinte, saturation). Il y a donc une perte d'information qui se traduit par l'impossibilité de distinguer des courbes spectrales différentes au moyen de l'oeil.

Remarquons enfin que les luminances visuelles totales, correspondant à la sensation visuelle de clarté, sont les mêmes pour deux stimuli identiques (mais de compositions spectrales différentes) : si $[S_1] = [S_2]$, alors $L^{(1)}_{vT} = L^{(2)}_{vT}$. Par contre les luminances énergétiques totales sont différentes $L^{(1)}_{eT} \neq L^{(2)}_{eT}$.

2) Combinaison des stimuli. Lois de Grassmann.

a) Somme de deux stimuli. Synthèse additive.

On considère la situation suivante, dans laquelle on superpose les lumières issues de deux sources sur le diffuseur, supposé parfait.

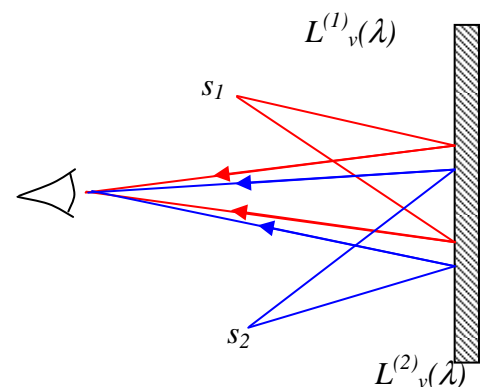
$$\begin{aligned} s_1 &\rightarrow L^{(1)}_v(\lambda) \rightarrow [S_1] \\ s_2 &\rightarrow L^{(2)}_v(\lambda) \rightarrow [S_2] \end{aligned}$$

Si on superpose l'effet des deux sources s_1 et s_2 , soit en superposant les faisceaux, soit avec des disques tournants, on obtient un nouveau stimulus correspondant à la somme des luminances :

$$L_v(\lambda) = L^{(1)}_v(\lambda) + L^{(2)}_v(\lambda) \quad \text{et} \quad L_{vT} = L^{(1)}_{vT} + L^{(2)}_{vT} .$$

Le stimulus résultant est noté $[S] = [S_1] \llcorner + \llcorner [S_2]$.

Ceci constitue une définition de l'addition des stimuli, que nous notons provisoirement avec un « + ». Le point essentiel est que le stimulus somme $[S]$ ne dépend que des stimuli $[S_1]$ et $[S_2]$, et pas du tout du détail de leur compositions spectrales. Ceci n'est pas du tout évident : c'est par exemple faux lorsqu'on superpose des filtres colorés



(synthèse soustractive), ou bien lorsqu'on mélange des peintures (mélange soustractif complexe).

En résumé, on a défini ce que veut dire « vert + rouge », par la superposition des lumières émises par les sources. C'est ce que l'on appelle la *synthèse additive*.

b) Multiplication d'un stimulus par une constante.

Si maintenant on multiplie la luminance spectrale d'une lumière par une constante k , $L'_v(\lambda) = k L_v(\lambda)$, la luminance totale est également multipliée par k , $L'_{vT} = k L_{vT}$. Si on reste dans les limites du domaine de validité de la colorimétrie (pour éviter l'éblouissement ou l'intrusion des bâtonnets), on obtient le stimulus $[S'] = k \ll \cdot \gg [S]$, par définition du produit que nous avons provisoirement noté « \cdot ». Ici encore, on constate que le stimulus $[S']$ résultant ne dépend pas de la composition spectrale détaillée de $[S]$.

En résumé, on définit ainsi ce que veut dire « trois fois vert » !

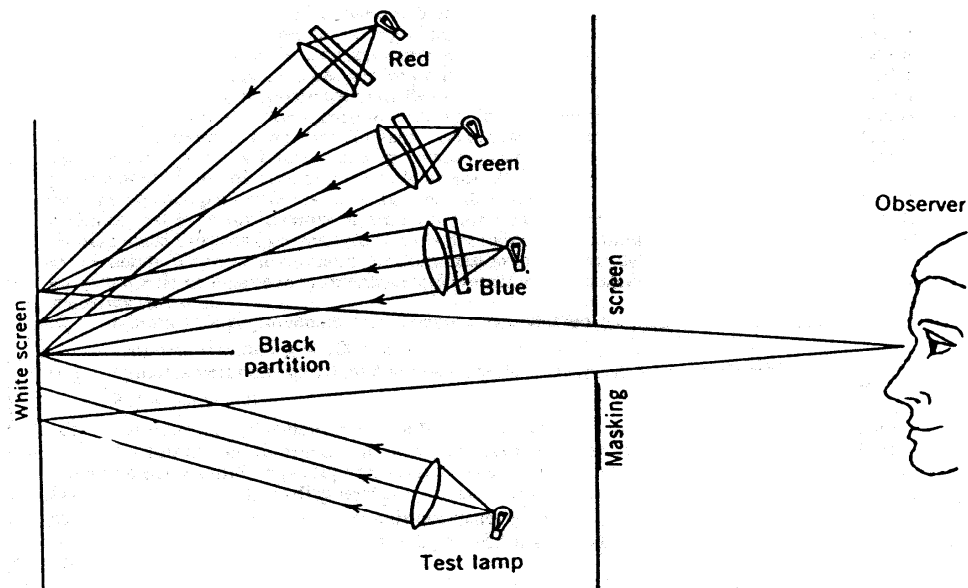
c) Différence de deux stimuli.

La différence de deux stimuli est définie à partir de la somme : si $[S] + [S_1] = [S_2]$, alors on a par définition $[S] = [S_2] - [S_1]$. Notez que cela n'a rien à voir avec la synthèse soustractive : c'est en fait une variante de la synthèse additive.

3) Nature de l'espace des stimuli. Trivariance visuelle.

a) Expérience de Maxwell

Le principe de l'expérience de Maxwell, fondatrice de la colorimétrie, est donnée sur le schéma ci-dessous (en fait Maxwell procédait avec des disques colorés tournants). Cf. également la manip de cours, qui donne une idée grossière de l'expérience.



- b) On constate que l'ensemble des stimuli peut être reproduit par la combinaison (synthèse additive) de seulement 3 stimuli de base, dits *primaires instrumentales*, avec des intensités correctement choisies. On utilise en général des primaires rouge, verte et bleue, notées [R], [G] et [B]. Ce qui précède est alors traduit par l'égalité

$$[S] = R [R] + G [G] + B [B]$$

qui indique que le stimulus [S] est reproduit par la synthèse additive de [R], [G] et [B] pondérés par les coefficients R , G , et B . On a alors pour les luminances visuelles totales

$$L_v^{(S)} = R L_v^{(R)} + G L_v^{(G)} + B L_v^{(B)}$$

Où le terme de droite contient les luminances visuelles des trois primaires.

Quelques remarques s'imposent

- [R] n'est pas un nombre : c'est un concept : une sensation de couleur (stimulus).
- R est un nombre : le coefficient de pondération de la primaire [R].
- Trois primaires suffisent pour reproduire l'ensemble des stimuli : c'est la trivariance visuelle, reliée à l'existence de trois types de cônes (cf. p.10).
- Un certain nombre de stimuli [S] sont trop saturé pour être reproduits directement par synthèse additive des trois primaires, en particulier les couleurs monochromatiques. Dans le domaine des cyans par exemple, on doit d'abord désaturer [S] en lui rajoutant du rouge [R], et on reproduit ensuite cette combinaison par synthèse de vert et de bleu :

$$[S] + R [R] = G [G] + B [B]$$

ce que l'on peut écrire $[S] = -R [R] + G [G] + B [B]$. On constate alors qu'en autorisant des coefficients R , G ou B négatifs, on reproduit tous les stimuli possibles.

4) Choix des primaires instrumentales.

- a) Dans un souci de clarification et de normalisation, la CIE a fixé en 1931 le choix des primaires :

- [R] correspond à une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_R = 700$ nm
- [G] correspond à une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_G = 546,1$ nm (raie verte du Hg)
- [B] correspond à une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_B = 435,8$ nm (raie violette du Hg)

De plus, les luminances de ces primaires sont réglées de façon à reproduire le stimulus [E], correspondant à une luminance énergétique constante

$$L_e^{(E)}(\lambda) = 1. \text{ W m}^{-2} \text{ strad}^{-1} \text{ nm}^{-1}$$

Et à une luminance visuelle $L_v^{(E)}(\lambda) = 1. \text{ K}_m \text{ V}(\lambda) \text{ Cd m}^{-1} \text{ nm}^{-1}$.

On a donc, par définition des primaires

$$[E] = [R] + [G] + [B]$$

Avec ce choix bien défini de primaires, le triplet (R, G, B) représente la mesure du stimulus dans le système colorimétrique RGB CIE 1931. (R, G, B) sont appelées les

composantes trichromatiques de [S].

b) Luminance visuelle des primaires.

Dans les expériences vues en cours sur la synthèse additive, on constate que les luminances visuelles des trois primaires nécessaires pour reproduire « le blanc » sont très différentes. On a : $L_v^{(G)} = 4,5907 L_v^{(R)}$ et $L_v^{(B)} = 0,0601 L_v^{(R)}$, (la primaire verte est beaucoup plus lumineuse que la rouge, la bleue beaucoup moins). On en déduit, pour un stimulus $[S] = R [R] + G [G] + B [B]$ quelconque, la relation

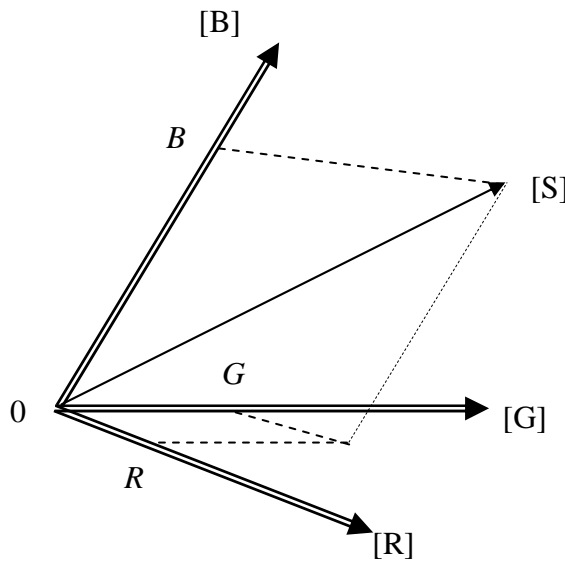
$$L_v^{(S)} = L_v^{(R)} (1. R + 4.5907 G + 0.0601 B)$$

qui permet de calculer (à une constante multiplicative près) la luminance visuelle d'un stimulus, connaissant les valeurs de (R, G, B) associées. En particulier,

$$L_v^{(E)} = L_v^{(R)} (1. + 4.5907 + 0.0601) = 5,6508 L_v^{(R)}$$

5) Espace vectoriel des stimuli – diagramme de chromaticité.

- a) Tout stimulus peut être représenté dans un espace vectoriel abstrait en utilisant les vecteurs de base $([R], [G], [B])$ (cf. figure ci-dessous) remarquer que les angles et les longueurs des vecteurs de base sont arbitraires : il n'y a pas de distance dans cet espace (pour l'instant, on n'a pas encore défini la distance entre deux couleurs, ni l'angle entre deux couleurs) .



Espace des couleurs (R,G,B)

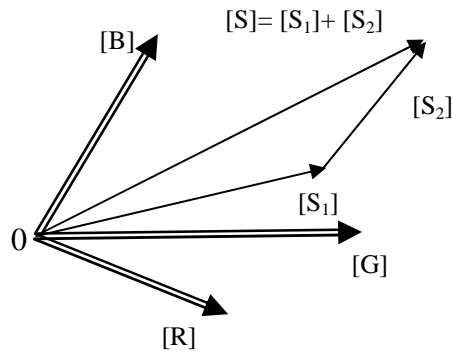
L'ensemble des couleurs existantes représente un « patate » (un cône non régulier) dans cet espace. 0 représente l'absence de lumière (noir). Le cône est bordée par l'ensemble des lumières monochromatiques, en particulier les trois vecteurs $[R], [G], [B]$, qui sont associés à des lumières monochromatiques, font partie des génératrices du cône.

- b) Dans cette représentation, la *synthèse additive* de deux stimuli correspond à la somme des deux vecteurs :

Si $[S_1] = R_1 [R] + G_1 [G] + B_1 [B]$ et $[S_2] = R_2 [R] + G_2 [G] + B_2 [B]$

Alors

$$[S] = [S_1] + [S_2] = (R_1 + R_2) [R] + (G_1 + G_2) [G] + (B_1 + B_2) [B]$$



Synthèse additive de 2 stimuli

c) Diagramme de chromaticité.

Les représentations précédentes contiennent toute l'information colorimétrique, mais ne sont pas pratique à dessiner ! On préfère utiliser un représentation plane, dite *diagramme de chromaticité*, constitué par le plan passant par les extrémités des trois primaires ([R], [G], [B])

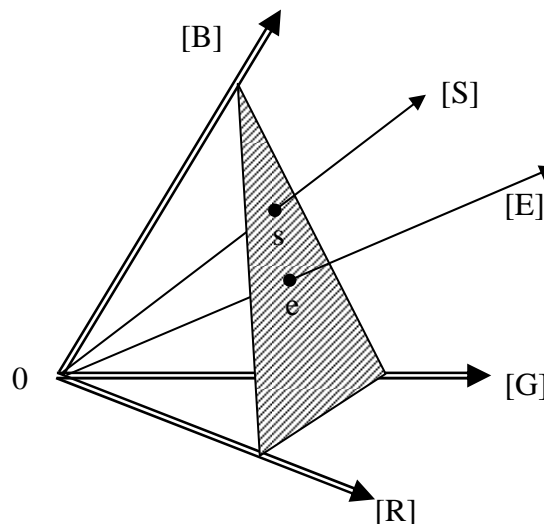


Diagramme de chromaticité

Les coordonnées dans le diagramme de chromaticité sont définies de la façon suivante :

$$r = \frac{R}{R + G + B} \quad , \quad g = \frac{G}{R + G + B} \quad , \quad b = \frac{B}{R + G + B}$$

Dans le triangle hachuré ci-dessus, (r, g, b) représentent les hauteurs issues du point stimulus s (cf. schéma page suivante).

Exercice : prouver cette dernière affirmation. On pourra commencer par montrer que la somme des trois hauteurs $(h_1+h_2+h_3)$ est constante quel que soit le point s , de même que $(r+g+b)$, en montrant que cette quantité est reliée à l'aire du triangle RGB. On vérifie ensuite que les valeurs de (h_1, h_2, h_3) et de (r, g, b) coïncident pour les sommets.

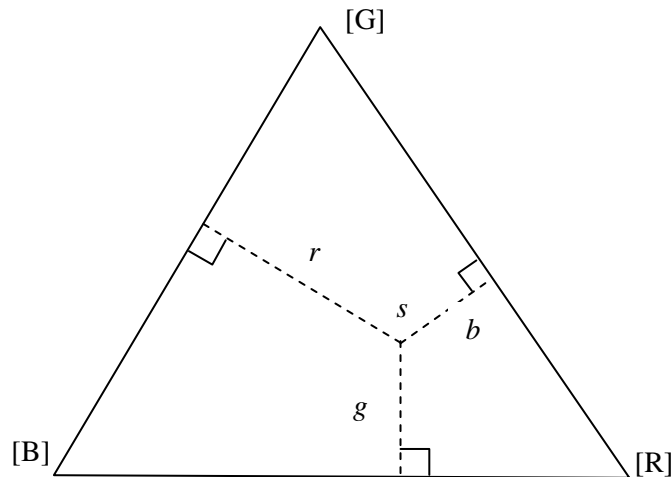
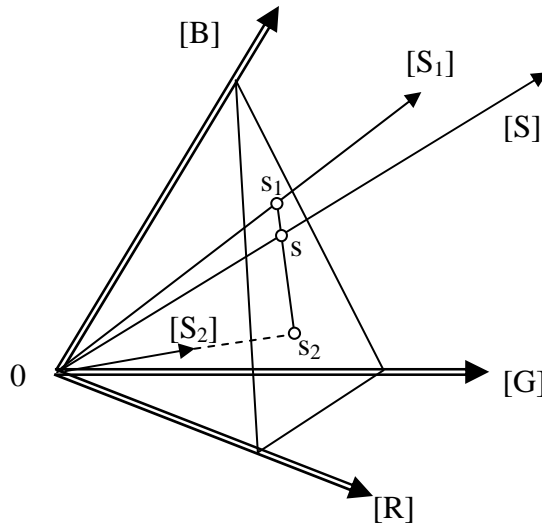


Diagramme de Chromaticité

Le point [E], de coordonnées $(1/3, 1/3, 1/3)$ se trouve « au centre » du triangle, et les primaires aux trois sommets. Notons au passage que les points extérieurs au triangle correspondent à des coordonnées négatives.

Remarquons également que dans cette représentation, on perd l'information sur la longueur du vecteur, c'est-à-dire en fait sur la luminance visuelle du stimulus : une des coordonnées est redondante, ce qui se voit sur la relation $r+g+b=1$, vérifiée par construction. Un point de ce diagramme ne représente donc pas une couleur, comme on le dit souvent abusivement, mais un ensemble de couleurs avec un rapport $R : G : B$ fixé, mais de luminance visuelle quelconque.

Le gros avantage de cette représentation est que par construction, la synthèse additive s de deux stimuli s_1 et s_2 se trouve sur le segment de droite $[s_1, s_2]$.



Synthèse additive et diagramme de chromaticité

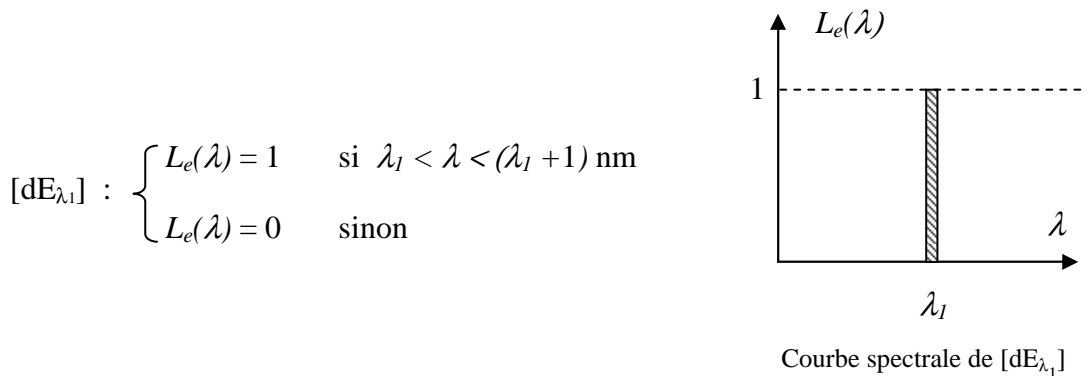
Cependant s ne se trouve pas nécessairement au milieu de $[s_1, s_2]$! La position de s dépend de la longueur de $[S_1]$ et $[S_2]$ et donc du rapport des luminances.

Exercice : montrer que s est au milieu de s_1 et s_2 si $(R_1 + G_1 + B_1) = (R_2 + G_2 + B_2)$

Les points intérieurs au triangle (pour lesquels R , G et B soient positifs) constitue donc l'ensemble des stimuli obtenus par synthèse additive directe des primaires ($[R], [G], [B]$).

d) Fonctions colorimétriques. Spectrum Locus (SL).

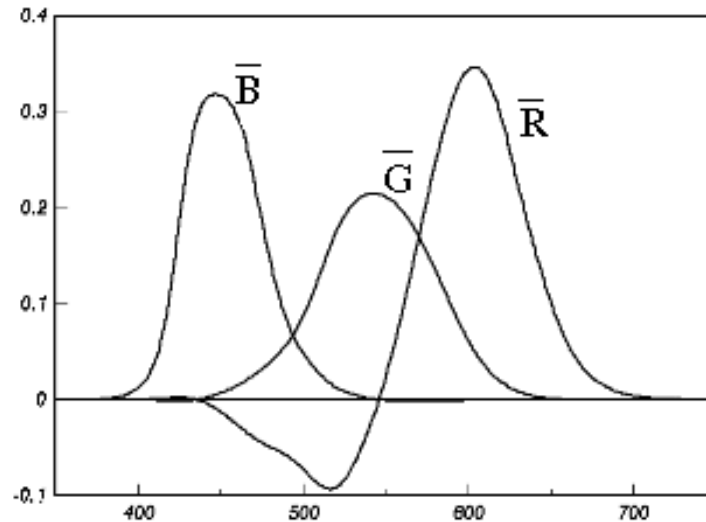
Parmi les composantes trichromatiques des différents stimuli, celles correspondant aux lumières monochromatiques sont très importantes. Pour les définir, on utilise la décomposition spectrale de l'illuminant $[E]$, et on considère les différentes lumières de composition spectrales



On peut alors réaliser la synthèse additive de ces différentes composantes monochromatiques au moyen des primaires ($[R], [G], [B]$). Ceci est traduit par l'équation suivante, qui définit les *fonction colorimétriques* ($\bar{R}(\lambda), \bar{G}(\lambda), \bar{B}(\lambda)$):

$$[dE_{\lambda_1}] = \bar{R}(\lambda_1) [R] + \bar{G}(\lambda_1) [G] + \bar{B}(\lambda_1) [B]$$

Les fonctions ($\bar{R}(\lambda), \bar{G}(\lambda), \bar{B}(\lambda)$) obtenues au cours de nombreuses expériences dans les années 1930, sont très importantes en théorie et en pratique. Elles sont encore appelées « fonctions de mélanges » (en anglais « matching functions »). De façon imagée, ce sont les composantes trichromatiques des couleurs de l'arc en ciel. Elle sont à la base de la théorie de la spectrorimétrie, et se retrouvent dans de nombreux calculs pratiques. Ces fonctions sont reproduites sur le diagramme ci-dessous. On les trouve tabulées dans tous les ouvrages de colorimétrie, ainsi que dans tous les logiciels de calcul de colorimétrie.

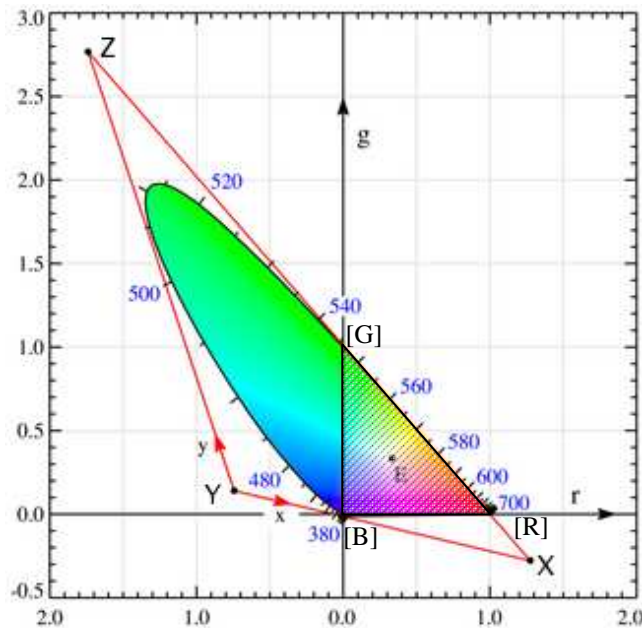


Fonctions colorimétriques RGB

On associe à ces stimuli de couleur les coordonnées trichromatiques correspondantes :

$$\bar{r}(\lambda) = \frac{\bar{R}(\lambda)}{\bar{R}(\lambda) + \bar{G}(\lambda) + \bar{B}(\lambda)}, \quad \bar{g}(\lambda) = \frac{\bar{G}(\lambda)}{\bar{R}(\lambda) + \bar{G}(\lambda) + \bar{B}(\lambda)}, \quad \bar{b}(\lambda) = \frac{\bar{B}(\lambda)}{\bar{R}(\lambda) + \bar{G}(\lambda) + \bar{B}(\lambda)}$$

qui permettent de tracer dans le diagramme de chromaticité (le triangle r,g,b) l'emplacement des couleurs monochromatiques. Cette courbe, qui représente les couleurs de l'arc en ciel dans l'espace des couleurs est appelé le *spectrum locus*. Elle est représentée sur le diagramme de chromaticité ci-contre, avec les longueurs d'ondes correspondantes, ainsi que le triangle (r,g,b)



On remarquera que l'une des composantes $(\bar{r}(\lambda), \bar{g}(\lambda), \bar{b}(\lambda))$ est toujours négative : le spectrum locus se trouve à l'extérieur du triangle (r, g, b) car on ne peut pas reproduire les couleurs monochromatiques par synthèse additive de $([R], [G], [B])$: elles sont trop saturées. Par contre, on peut les désaturer comme indiqué à la remarque du paragraphe 0, ce qui correspond bien à des composantes négatives.

Enfin l'ensemble des stimuli est obtenu par des synthèses additives des couleurs monochromatiques (bien sûr !). Cet ensemble est donc à l'intérieur du spectrum locus, fermé par la droite des pourpres (droite reliant $[R]$ et $[B]$ en bas sur le diagramme). Nous reverrons plus en détail cette construction sous sa forme la plus utilisée, au chapitre suivant.

6) Conclusion.

En résumé, nous disposons maintenant d'un outil qui permet de mesurer des couleurs (stimuli) : les composantes trichromatiques (R, G, B) . Cette construction se trouve à la base de toute la théorie de la couleur. Cependant, elle ne s'avère pas toujours très pratique :

- certaines couleurs, en particulier celles associées aux lumières monochromatiques, ont des composantes négatives, ce qui s'avérait gênant lorsque la théorie fut inventée (vers 1930 les calculettes n'existaient pas !)
- Le diagramme des couleurs esquissé ci-dessus est très déformé : certaines couleurs, en particulier le vert, occupent une place très importante dans le diagramme, au détriment des autres.
- De façon reliée, les distances entre deux points du diagramme ne traduisent pas une distance de perception fiable : deux points assez éloignés peuvent correspondre à deux couleurs proches dans les zones « étirées » du diagramme.

Toutes ces raisons ont poussé la CIE à développer un autre espace des couleurs, que nous allons étudier maintenant : l'espace colorimétrique (XYZ) .

7) Exercices. Système RGB

On considère les trois stimuli de base [R], [G], [B], définis par la CIE en 1931, caractérisés respectivement par leur luminance visuelle $L^{(R)}_v$, $L^{(G)}_v$ et $L^{(B)}_v$. Le coefficient d'efficacité relative de l'oeil aux longueurs d'onde $\lambda_R = 700\text{nm}$, $\lambda_G = 546\text{nm}$ et $\lambda_B = 435\text{nm}$ de ces trois stimuli sont : $V(\lambda_R) = 0,0041$, $V(\lambda_G) = 0,9835$ et $V(\lambda_B) = 0,0168$.

- Calculer les coordonnées (r,g) des différents stimuli [R], [G], [B], [E], [M], [C], [J]. Placer les points correspondants dans le diagramme de chromaticité (r,g). Comment se traduit la synthèse additive dans ces diagrammes ?
- La luminance visuelle du stimulus vert est $L^{(G)}_v = 459,1\text{ Cd/m}^2$. Calculer la luminance visuelle du stimulus rouge $L^{(R)}_v$ puis celle du stimulus bleu $L^{(B)}_v$.
- Exprimer la luminance énergétique du stimulus rouge $L^{(R)}_e$, du stimulus vert $L^{(G)}_e$ et du stimulus bleu $L^{(B)}_e$ en fonction de $L^{(R)}_v$ puis calculer leur valeur numérique en précisant les unités. En déduire le rapport entre la luminance énergétique des stimuli [G] et [B] avec celle du stimulus [R]. Comparer avec le rapport des luminances visuelles.
- Exprimer en fonction de $L^{(R)}_v$ puis calculer la luminance visuelle $L^{(E)}_v$ de l'illuminant [E]. La luminance énergétique spectrale de cet illuminant est donnée sur le domaine visible, $380\text{nm} < \lambda < 780\text{nm}$, par $L^{(E)}_e(\lambda) = 7.8 \cdot 10^{-3}\text{ W.m}^{-2}\text{.sr}^{-1}\text{.nm}^{-1}$. Exprimer le coefficient d'efficacité moyen de l'oeil pour cet illuminant en fonction de $L^{(E)}_v$ et de $L^{(E)}_e$ puis calculer sa valeur numérique.

Chapitre VII— Systèmes CIE 1931 XYZ et Yxy

1) Définition du système XYZ.

Pour essayer de corriger les problèmes évoqués à la fin du chapitre précédent, la CIE a proposé en 1931 un changement de primaires instrumentales. Comme aucun choix de sources monochromatiques ne permet de reproduire *toutes* les couleurs par synthèse additive (à coefficients positifs), on définit des primaires théoriques [X], [Y], [Z] par un changement de base.

([X], [Y], [Z]) ne correspondent pas à des stimuli réalisables physiquement, mais cela n'est pas essentiel : les expériences sont faites avec RGB et les calculs avec XYZ ! Le changement de primaires est donné par les relations

$$\begin{cases} [R] = 2,7689 [X] + 1,0000 [Y] + 0,0000 [Z] \\ [G] = 1,7518 [X] + 4,5907 [Y] + 0,0565 [Z] \\ [B] = 1,1301 [X] + 0,0601 [Y] + 5,5943 [Z] \end{cases}$$

ce qui donne pour les coordonnées les transformations suivantes:

$$\begin{cases} X = 2,7689 R + 1,7518 G + 1,1301 B \\ Y = 1,0000 R + 4,5907 G + 0,0601 B \\ Z = 0,0000 R + 0,0565 G + 5,5943 B \end{cases}$$

Exercice : prouver ces dernières relations.

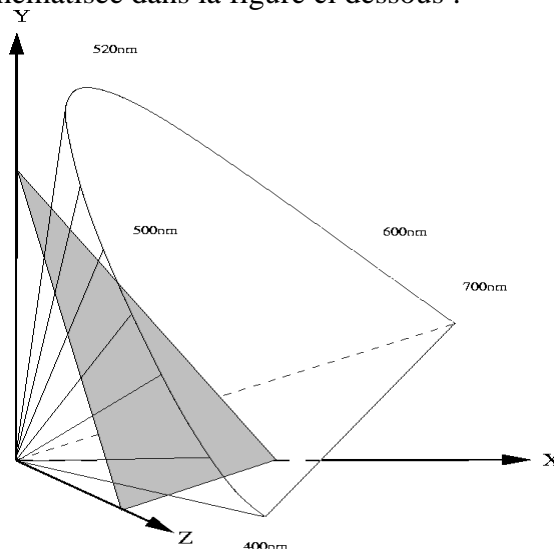
Suggestion : on écrit qu'un stimulus se décompose sur les deux bases ([R],[G],[B]) et ([X],[Y],[Z]) : $[S] = R [R] + G [G] + B [B] = X [X] + Y [Y] + Z [Z]$

Exercice : inverser les relations ci-dessus.

Suggestion : éliminer R entre les deux premières lignes et résoudre le système 2×2 restant.

2) Conséquences.

Toutes les constructions effectuées avec le système RGB se reproduisent dans le système XYZ, et sont schématisée dans la figure ci dessous :



ainsi :

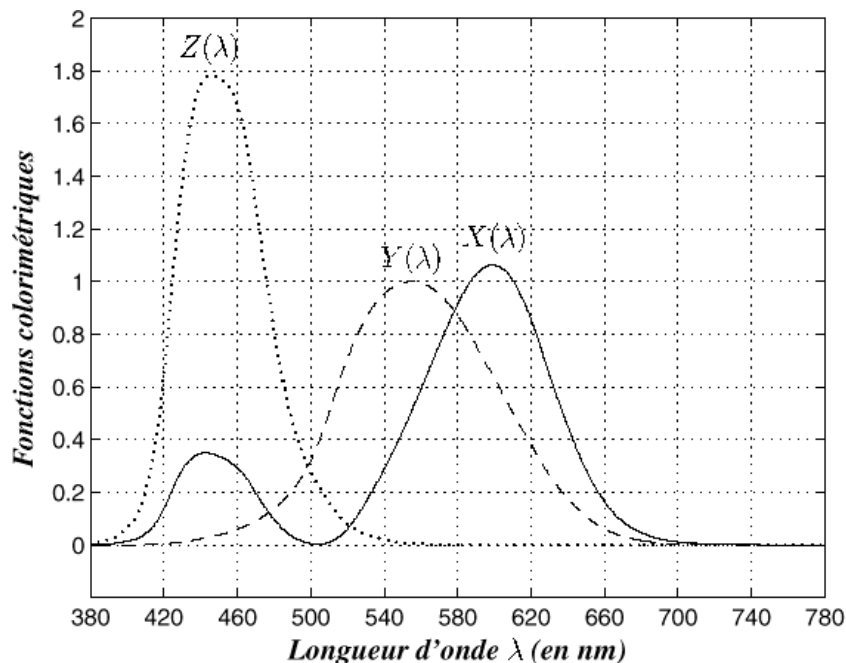
- (X,Y,Z) sont les composantes trichromatiques d'un stimulus [S] dans le système XYZ. $[S] = X [X] + Y[Y] + Z [Z]$

- On définit le diagramme de chromaticité xy comme le triangle dont les sommets sont formés par les primaires [X], [Y] et [Z]. les coordonnées trichromatiques dans ce diagramme sont données par

$$x = \frac{X}{X + Y + Z} \quad , \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z} \quad , \quad z = \frac{Z}{X + Y + Z}$$

qui vérifient la relation $x + y + z = 1$ par construction.

- A partir des composantes RGB des couleurs monochromatiques, c'est-à-dire les fonctions colorimétriques $(\bar{R}(\lambda), \bar{G}(\lambda), \bar{B}(\lambda))$, la transformation donnée au paragraphe 1) produit les fonctions colorimétriques $(\bar{X}(\lambda), \bar{Y}(\lambda), \bar{Z}(\lambda))$, c'est-à-dire la position des couleurs de l'arc en ciel dans l'espace XYZ. Celles-ci sont tracées sur le diagramme ci-dessous. On voit qu'elles sont toujours positives, ce qui était le but souhaité.

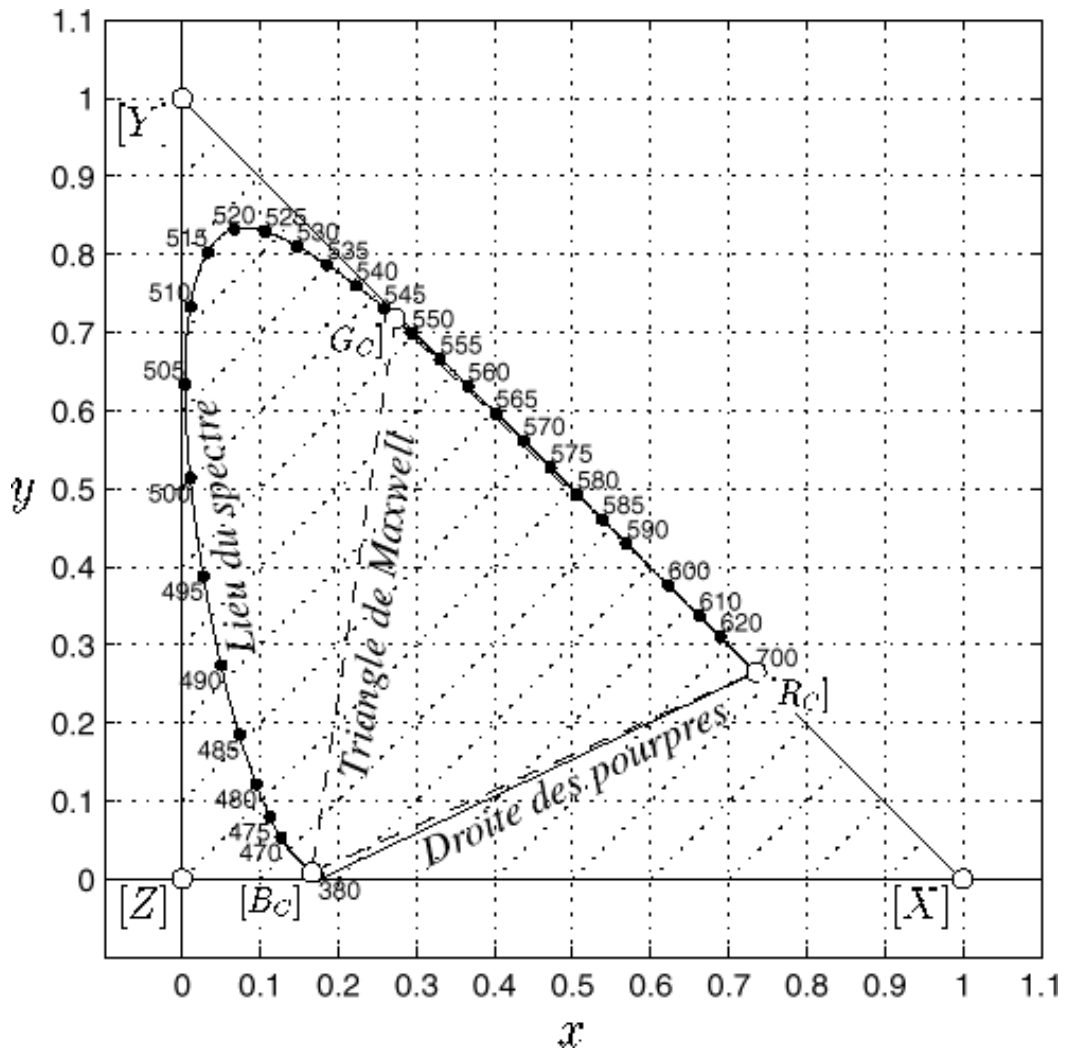


- On obtient alors les coordonnées trichromatiques du spectrum locus (SL)

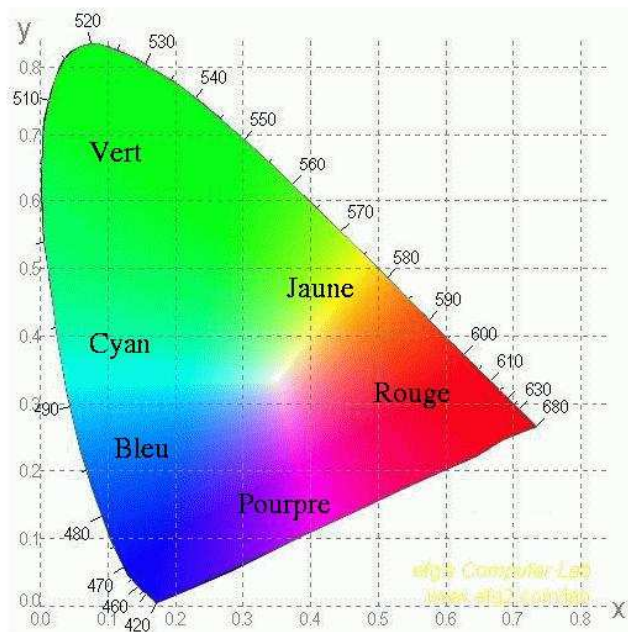
$$\bar{x}(\lambda) = \frac{\bar{X}(\lambda)}{\bar{X}(\lambda) + \bar{Y}(\lambda) + \bar{Z}(\lambda)} \quad , \quad \bar{y}(\lambda) = \frac{\bar{Y}(\lambda)}{\bar{X}(\lambda) + \bar{Y}(\lambda) + \bar{Z}(\lambda)} \quad , \quad \bar{z}(\lambda) = 1 - \bar{x}(\lambda) - \bar{y}(\lambda)$$

avec lequel on peut tracer le diagramme de chromaticité ou diagramme xy, reproduit sur la page suivante (en NB et en couleur !). L'intérêt essentiel de cette représentation est que la synthèse additive de 2 stimuli $[S_1]$ et $[S_2]$ se trouve sur la droite s_1s_2 .

- Sur ce diagramme, on voit que les primaires [X], [Y] et [Z] se trouvent en $(x=1,y=0)$, $(x=0,y=1)$ et $(x=0,y=0)$ respectivement. Le spectrum locus est maintenant à l'intérieur du triangle XYZ, car les fonctions colorimétriques sont positives. Les stimuli physiques sont dans la patate formée par l'intérieur du SL, fermé par la droite des Pourpres. On voit aussi le triangle RGB des stimuli formés par synthèse additive des primaires [R], [G] et [B] (triangle de Maxwell).



Le spectre visible dans le diagramme de chromaticité de la CIE (1931)



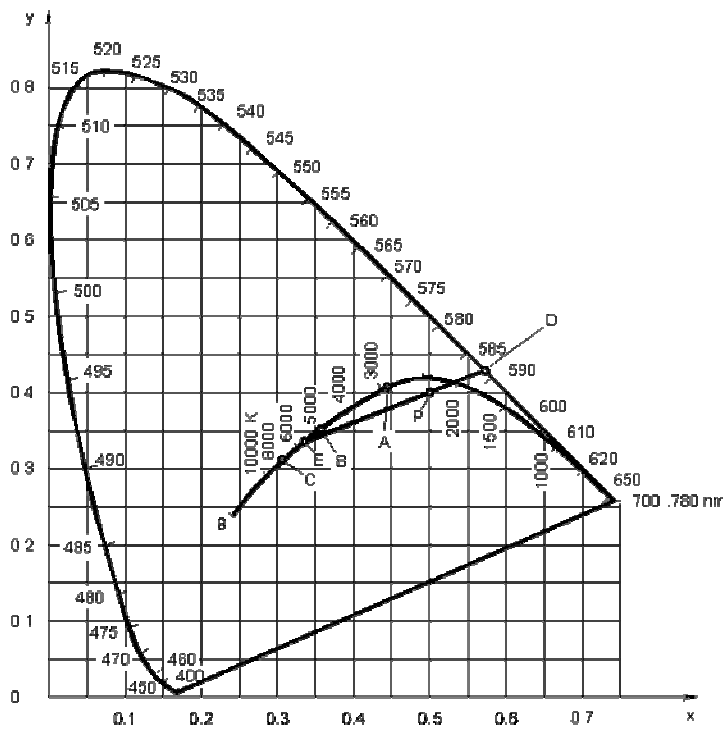
- Le stimulus [E] a pour coordonnées $X_E = Y_E = Z_E = 5,6508$ par construction de la transformation. Il se place donc encore au centre du triangle xy, au point de coordonnées $x_E = y_E = z_E = 1/3$.

Comme précédemment, le passage des coordonnées XYZ à xy se fait avec perte d'information sur la luminance du stimulus. En comparant l'expression de $Y = R + 4,5907 G + 0,0601 B$ avec celle obtenue au paragraphe 4)b) p. 32, on voit que par construction, *la coordonnée Y représente la luminance visuelle du stimulus* (à un facteur constant près, voir « Normalisation » ci-dessous). Les coordonnées Yxy contiennent donc toute l'information sur le stimulus :

x et y sont les coordonnées chromatiques, Y est la luminance visuelle.

3) Illuminants et Normalisation.

Nous avons déjà mentionné page 20 l'importance des illuminants, qui jouent le rôle de « blanc de référence » pour la colorimétrie. Les points de couleur associés aux principaux illuminants A, B C et E sont placés sur le diagramme xy ci-dessous, sur la courbe des sources thermiques (de type corps noir).



Afin de s'affranchir des problèmes de luminance absolue des illuminants, on convient en pratique d'utiliser en colorimétrie un système luminances visuelles relatives à un illuminant donné : ayant choisi un illuminant de référence, noté en général I, on convient de lui attribuer la luminance normalisée $Y_{IN} = 100$. Pour cela, on multiplie toutes les composantes XYZ par une même constante $k_I = 100/Y_I$. On obtient ainsi les composantes trichromatiques normalisées par rapport à l'illuminant I :

$$\begin{cases} X_N = 100 X / Y_I \\ Y_N = 100 Y / Y_I \\ Z_N = 100 Z / Y_I \end{cases}$$

Par exemple, pour l'illuminant [E], la constante vaut $k_E = 100 / 5,6508 = 17,6966$. Les coordonnées xyz sont inchangées par cette normalisation. On obtient ainsi, pour les différents illuminants, le tableau des composantes trichromatiques normalisées :

E	$X_E=100$	$Y_E=100$	$Z_E=100$	$x_E = 0.333$	$y_E = 0.333$
A	$X_A=109,85$	$Y_A=100$	$Z_A=35,58$	$x_A = 0.448$	$y_A = 0.407$
C	$X_C=98,07$	$Y_C=100$	$Z_C=118,23$	$x_c = 0.310$	$y_c = 0.316$
D ₆₅	$X_{D65}=95,04$	$Y_{D65}=100$	$Z_{D65}=108,88$	$x_D = 0.313$	$y_D = 0.329$

Exercice : à partir des valeurs de XYZ, retrouvez les valeurs de xy, et placer ces illuminants dans le diagramme xy.

4) Longueur d'onde dominante et pureté d'excitation.

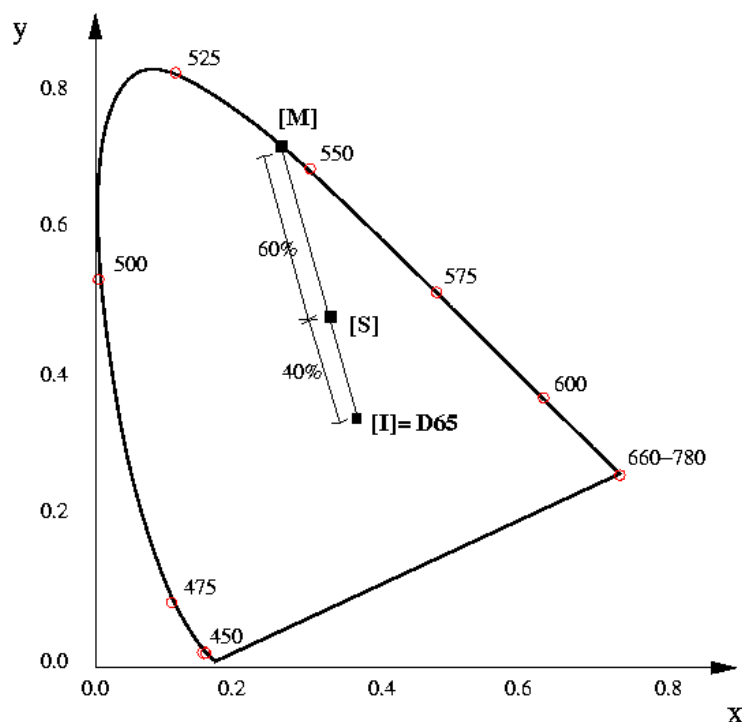
A partir du diagramme xy, on peut définir deux paramètres permettant de mesurer la teinte et la saturation d'un stimulus [S] sous un illuminant [I] donné.

- La longueur d'onde dominante λ_D est la longueur d'onde du stimulus monochromatique [M] tel que [S] résulte de la synthèse additive de [M] et de [I] : $[S] = \alpha [M] + \beta [I]$

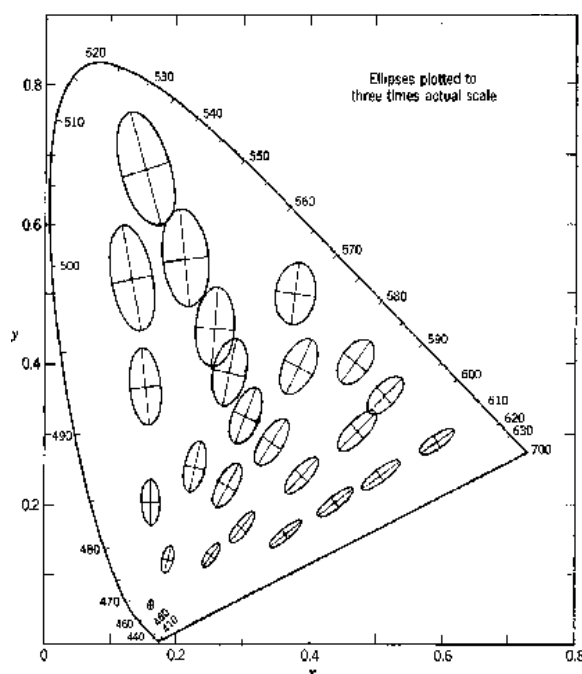
Le point représentatif de [M] se trouve donc à l'intersection du spectrum locus et de la droite SE. Pour les pourpres, on prend la longueur d'onde complémentaire, que l'on note alors par convention $-\lambda_D$.

- La pureté d'excitation p_e est définie comme le rapport $p_e = IS / IM$
 $p_e = 0$ pour l'illuminant I, correspondant au neutre, non saturé
 $p_e = 1$ pour le point M sur le SL, à saturation maximale.

Sur le diagramme ci-dessous par exemple, la longueur d'onde dominante du stimulus [S] est $\lambda_D \approx 545$ nm, et la pureté d'excitation $p_e = 0,4$



Les paramètres ainsi définis posent cependant quelques problèmes : en effet, la pureté d'excitation ne dépend pas de la luminance visuelle du stimulus. Ce n'est donc pas une très bonne quantité pour caractériser la saturation (regarder une page de l'atlas de Munsell pour s'en persuader). De plus sa valeur maximale est la même $p_e^{max} = 1$ pour tous les points du spectrum locus, ce qui ne traduit pas correctement nos sensations : un vert monochromatique paraît beaucoup plus saturé qu'un jaune monochromatique, par exemple. Enfin l'ensemble du système XYZ CIE 1931 souffre du même défaut que le système RGB : les distances du diagramme xy ne correspondent pas à des distances entre couleurs satisfaisantes du point de vue psychosensoriel. Sur le diagramme xy ci-dessous, on a tracé les ellipses de Mac Adam, correspondant à des écarts de couleur constants du point de vue psychosensoriel. On voit que la taille de ces ellipses dépend fortement de la zone de couleur considérée. Les ellipses sont fortement dilatées dans la région du vert, traduisant le fait que cette couleur occupe une place très grande du diagramme de chromaticité.



Toutes ces remarques nous conduisent aux derniers systèmes que nous allons étudier, très utilisés en pratique : les systèmes CIE 1976 L*a*b* et CIE 1976 L*C*h qui se rapprochent le plus de la classification de Munsell.

5) Exercices. Systèmes XYZ et xyY

- a) En utilisant les relations fondamentales reliant le système RGB au système XYZ, calculer les composantes trichromatiques normalisées des stimuli [R], [G], [B] dans le système XYZ.
- b) En déduire leurs coordonnées trichromatiques dans le système x,y,z et placer les points de couleur R, G, B dans le diagramme xy.
- c) Faire de même pour les stimuli [E], [J], [M], [C] . Est il nécessaire de faire tous les calculs pour placer les points correspondants ?
- d) Application à la TV couleur : Le comité national de la TV US a adopté pour la TV les primaires

$$[R'] \quad (x'_R = 0,68 \quad y'_R = 0,32)$$

$$[G'] \quad (x'_G = 0,28 \quad y'_G = 0,60)$$

$$[B'] \quad (x'_B = 0,15 \quad y'_B = 0,07)$$

La luminance visuelle de ces primaires est réglée de telle sorte que leur synthèse additive contretypé l'illuminant D₆₅ (X_D = 95,04, Y_D = 100, Z_D = 108,89).

Calculer les composantes trichromatiques de ces primaires instrumentales dans le système XYZ. (Suggestion : déterminer d'abord Y_R , Y_G , Y_B)

En déduire les relations entre le système R'G'B' et le système XYZ et vérifier la validité de cette relation en retrouvant les valeurs de X_D, Y_D, Z_D.

En déduire le rapport des luminances visuelles des primaires instrumentales $\frac{L_v^{(G')}}{L_v^{(R')}}$ et

$$\frac{L_v^{(B')}}{L_v^{(R')}} .$$

Chapitre VIII— Systèmes CIE 1976 L*a*b* et L*C*h .

1) Introduction.

Toutes les constructions précédentes nous permettent d'arriver au point final de ce cours : obtenir un système se rapprochant autant que possible de l'atlas de Munsell, avec une séparation satisfaisante des trois grandeurs (clarté, teinte, saturation). De plus on souhaite que la couleur associée au diffuseur blanc parfait, c'est-à-dire le stimulus correspondant à l'illuminant choisi A, C ou D₆₅, ait une clarté de 100 et une saturation nulle. Différents systèmes ont été proposés, et nous allons en voir un très utilisé en pratique.

2) Système L*a*b*.

Ce système est réalisé par les transformations suivantes :

$$L^* = 116 \left(\frac{Y}{Y_I} \right)^{1/3} - 16 \quad \text{si } Y/Y_I > 0,008856$$

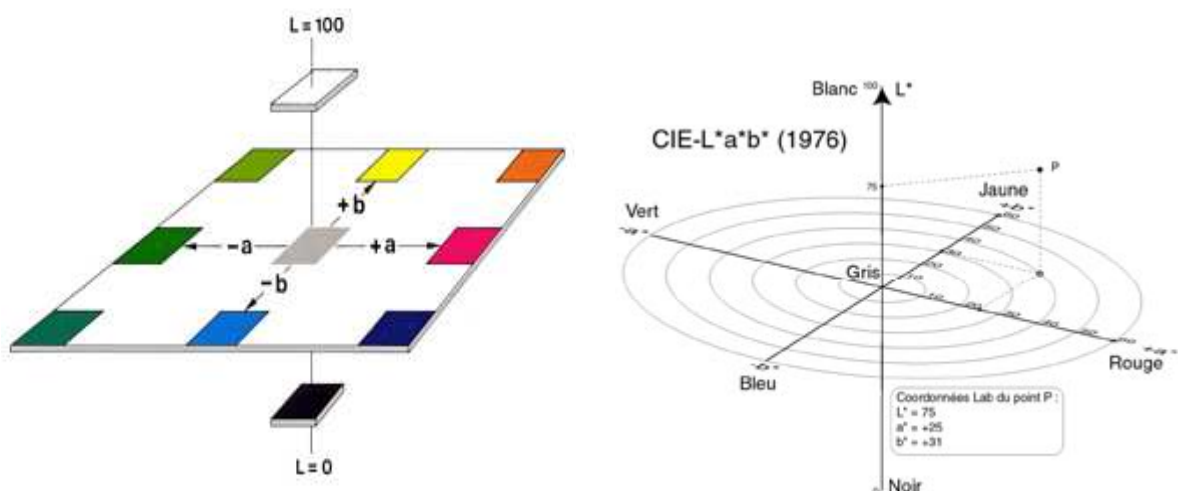
$$L^* = 903,3 \left(\frac{Y}{Y_I} \right) \quad \text{si } Y/Y_I < 0,008856$$

où, Y_I désigne la luminance visuelle de l'illuminant I. Dans la pratique, seule la première formule est utile, la seconde correspondant au cas de luminances très faibles. L^* correspond sensiblement à 10 fois la clarté Munsell. On définit ensuite

$$a^* = 500 \left[\left(\frac{X}{X_I} \right)^{1/3} - \left(\frac{Y}{Y_I} \right)^{1/3} \right] \quad \text{qui mesure le rapport rouge-vert}$$

$$b^* = 200 \left[\left(\frac{Y}{Y_I} \right)^{1/3} - \left(\frac{Z}{Z_I} \right)^{1/3} \right] \quad \text{qui mesure le rapport jaune-bleu}$$

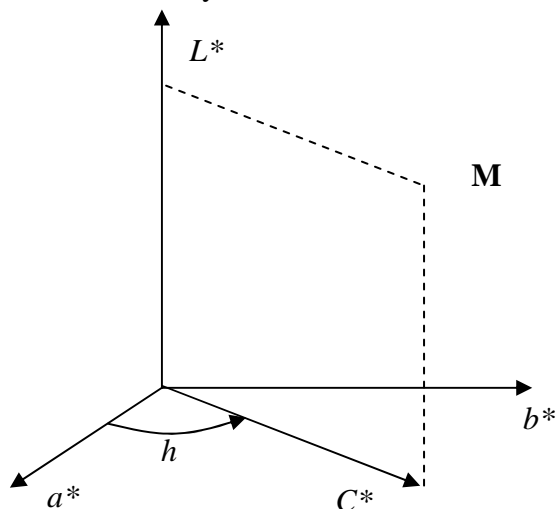
Par construction $L^* = 100$, $a^*=0$ et $b^*=0$ pour l'illuminant I. L'espace des couleurs ainsi formé, dit espace CIELab (ou Lab), est représenté sur les diagrammes ci-dessous :



Dans le diagramme $L^*a^*b^*$, qui se rapproche de l'espace des couleurs vu au chapitre II, la direction verticale L^* mesure la clarté, qui varie en mode objet, de 0 (objet noir) à 100 (diffuseur blanc parfait). L'axe Oz représente les couleurs achromatiques (les gris). La distance à l'axe L^* mesure la saturation, et l'angle de rotation autour de cet axe donne l'angle de teinte. On voit qu'on est conduit naturellement à introduire des coordonnées cylindriques, appelé système L^*C^*h .

3) Système L^*C^*h .

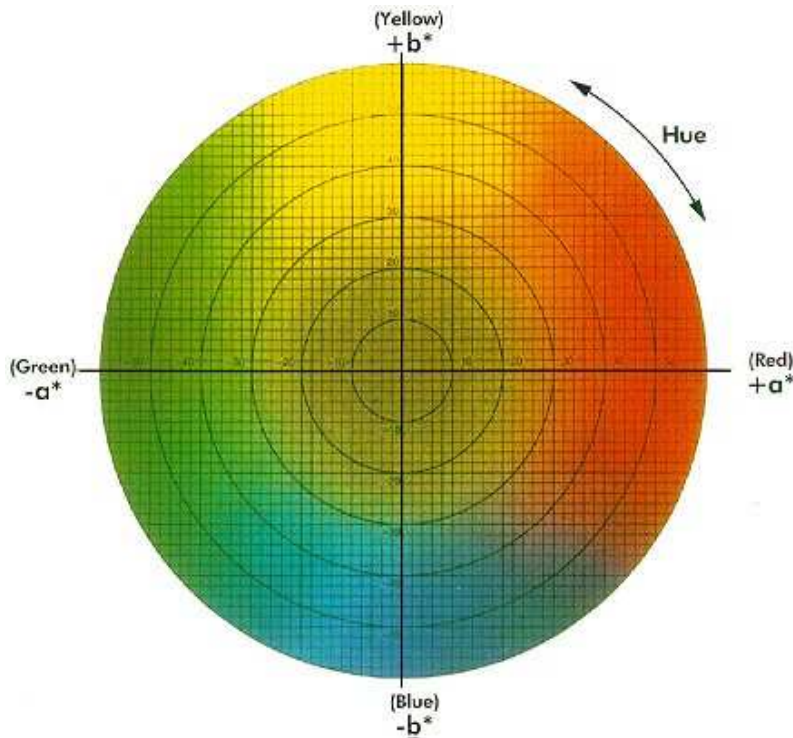
Le dessin ci-dessous, qui montre le passage aux coordonnées cylindriques, nous permet d'écrire les relations de définition du système L^*C^*h :



Espace CIE 1976 Lab et LCh

- L^* défini précédemment, s'appelle *la clarté* CIE 1976 (Lightness).
- $C^* = \sqrt{(a^*)^2 + (b^*)^2}$ la distance à l'axe Oz , qui représente la saturation, est appelée *la chroma* CIE 1976. Elle vaut $C^*=0$ sur l'axe Oz , et prend une valeur maximale *dépendant de la teinte* pour les points du Spectrum Locus. Par convention, on tronque ce diagramme à la valeur $C^*=60$, mais des valeurs beaucoup plus grandes sont possibles (voir exercices ci-dessous).
- h est défini par les relations
$$\begin{cases} a^*=C^* \cos (h) \\ b^*=C^* \sin (h) \end{cases}$$
 et représente *l'angle de teinte* (Hue). Il varie entre 0° et 360° , l'origine correspondant à un rouge pourpre.

L'aspect général du plan a^*b^* , ou C^*h pour une clarté moyenne est donné sur le dessin ci-après.



4) Ecart de couleurs.

La question de la mesure de l'écart entre deux couleurs n'est pas un problème simple, et remplit généralement quelques chapitres des traités respectables de colorimétrie. Le problème est, là encore, de trouver une distance satisfaisante du point de vue des perceptions de l'œil. Dans cette modeste introduction (qui n'est pas un traité respectable), on se contentera d'une approche simple : la distance ordinaire entre deux points voisins de l'espace $L^*a^*b^*$ donne une idée en gros correcte de l'écart de couleurs (après tout, cet espace est fabriqué pour ça). Soient donc deux points de couleur voisins dans l'espace $L^*a^*b^*$, de coordonnées

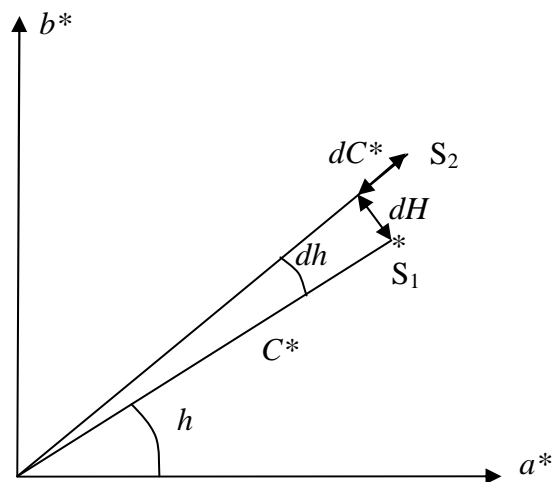
$$\begin{array}{l} S_1 \rightarrow L_1^* , \quad a_1^* , \quad b_1^* , \quad C_1^* , \quad h_1 , \\ S_2 \rightarrow L_2^* , \quad a_2^* , \quad b_2^* , \quad C_2^* , \quad h_2 . \end{array}$$

On définit les écarts $dL^* = L_2^* - L_1^*$, $da^* = a_2^* - a_1^*$, $db^* = b_2^* - b_1^*$,
 $dh = h_2 - h_1$, $dC^* = |C_2^* - C_1^*|$.

La distance entre S_1 et S_2 est alors définie dans cet espace par

$$dE^* = \sqrt{(dL^*)^2 + (da^*)^2 + (db^*)^2} \approx \sqrt{(dL^*)^2 + (dC^*)^2 + (C^* dh)^2}$$

la deuxième égalité étant valable avec des angles exprimés en *radians*, et lorsque dC^* et dh sont petits. On note très souvent $dH^* = C^* dh$ l'écart de teinte, dont l'interprétation est donnée sur le diagramme ci-dessous.



Ecart entre deux couleurs S_1 et S_2

Dans la pratique colorimétrique, les écarts minimaux perceptibles par votre œil, appelés *seuils différentiels* de clarté de teinte et de saturation, valent en gros

$$dL^*_{\text{seuil}} \approx 1$$

$$dC^*_{\text{seuil}} \approx 1$$

$$dH^* \approx 1$$

ce qui conduit à un seuil différentiel global de $dE^* \approx 2$. Si l'écart entre votre standard et votre contretypage est beaucoup plus grand que 2, votre contretypage n'est pas acceptable, et il faut le refaire !

5) Exercices espace Lab

- a) A partir des composantes trichromatiques des stimuli [R], [G], [B] dans le système X,Y,Z, calculer leurs composantes trichromatiques dans les systèmes Lab et LCh (illuminant E). (On pourra calculer en utilisant les composantes normalisées ou non normalisées, mais attention à ne pas mélanger !)
- Pouvez vous placer les points de couleur RGB représentant ces stimuli sur le diagramme a^*,b^* ? Pourquoi ?
- Traiter de même les stimuli [E] , [J] , [C] et [M] .
- Où se place le point correspondant au stimulus $1/8$ [R] ? Comparer avec la position du même stimulus dans le diagramme xy. Que conclure de ce résultat ?
- b) On envisage l'ensemble des couleurs représentées par des points de l'axe $0a^*$. Montrer que dans le repère xy les points de couleur correspondants sont sur une droite dont on établira l'équation. En prenant en compte la courbe représentant le spectrum locus, calculer les coordonnées des points de couleur correspondant à des couleurs parfaitement saturées. Mêmes question pour l'axe $0b^*$.
- c) On envisage l'ensemble des couleurs de l'axe a^* telles que $Y_N = 50$. Déterminer la position des points de couleurs parfaitement saturées. Même question pour l'axe b^* .

Chapitre IX – Principes de la spectrocolorimétrie.

1) Introduction.

Dans ce chapitre, nous allons reprendre en grande partie des sujets abordés dans les chapitres précédents pour développer une approche de la colorimétrie plus proche de la physique : la *spectrocolorimétrie*.

Comme nous l'avons vu au chapitre IV p. 14 , la perception de la couleur d'un objet résulte de

- l'émission de la lumière par une source (soleil, lampe, ciel...)
- la diffusion de cette lumière par l'objet
- la réception de la lumière diffusée par l'œil, et la perception de la couleur.

Dans les paragraphes qui suivent, nous allons étudier en détail chacune de ces étapes : comme nous l'avons déjà signalé dans ce cours, la couleur perçue n'est pas attachée à l'objet qui diffuse, mais dépend aussi de la source lumineuse et de l'observateur choisi (un daltonien ne percevra pas les mêmes couleurs que tous le monde !). Pour caractériser la « couleur d'un objet » de façon fiable, il faut utiliser une source et un « œil » de référence. On est ainsi conduit aux notions :

- d'illuminants standards E, A, C, D₆₅ ...
- d'observateur standard CIE (observateur 2°, observateur 10°)

2) Illuminants.

Les illuminants couramment utilisés sont les illuminants standard A, C, D₆₅ et E pour la théorie. Nous avons déjà vu ces sources de références, normalisées par la CIE (Cf. pages 18 et 42). Elle sont caractérisées par leur courbe de luminance énergétique $L_e^{(l)}(\lambda)$. Cette fonction représente, à un facteur géométrique près, le flux d'énergie de la source à la longueur d'onde λ . Plus précisément :

- $k L_e^{(l)}(\lambda) d\lambda$ donne la puissance émise par la source dans l'intervalle de longueur d'onde $[\lambda, \lambda+d\lambda]$.
- Les unités de $L_e^{(l)}(\lambda)$ sont le Watt stéradian⁻¹ m⁻² nm⁻¹ .
- Le facteur géométrique k s'élimine à la fin des calculs grâce à la normalisation (voir plus bas). On l'appelle « constante poubelle » et on ne cherchera pas à le déterminer ici (voir chapitre « Photométrie » pour les détails).

3) Observateur standard CIE.

a) On a vu précédemment les propriétés de l'œil :

- Trivariance visuelle : une lumière colorée définie par une courbe $L_e(\lambda)$ est caractérisée par seulement trois composantes trichromatiques (X,Y,Z) (ou (RGB)).

- Linéarité ¹ : la superposition (synthèse additive) de deux lumières colorées, décrite par la luminance énergétique spectrale totale

$$L_e^{(\text{total})}(\lambda) = L_e^{(1)}(\lambda) + L_e^{(2)}(\lambda),$$

est caractérisée par la *somme* des composantes trichromatiques

$$(X_1+X_2, Y_1+Y_2, Z_1+Z_2).$$

Dans ces conditions on montre que (X,Y,Z) s'exprime en fonction de $L_e(\lambda)$ par

$$\begin{cases} X = \int_{400}^{700} L_e(\lambda) \bar{X}(\lambda) d\lambda \\ Y = \int_{400}^{700} L_e(\lambda) \bar{Y}(\lambda) d\lambda \\ Z = \int_{400}^{700} L_e(\lambda) \bar{Z}(\lambda) d\lambda \end{cases}$$

Les *fonctions colorimétriques* ($\bar{X}(\lambda), \bar{Y}(\lambda), \bar{Z}(\lambda)$) sont très importantes. Elles représentent « l'œil » de l'observateur standard de la CIE. Nous les avons déjà rencontrées précédemment, comme composantes trichromatiques du spectrum locus, et elles ont été tracées page 40. Avant de voir pourquoi les fonctions introduites ici sont les mêmes que celles vues page 40, faisons quelques remarques sur les formules ci-dessus.

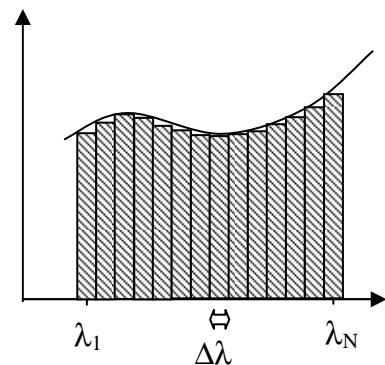
b) Remarques.

i) Dans les intégrales, le domaine d'intégration est le domaine visible, par définition. $400 \text{ nm} \leq \lambda \leq 700 \text{ nm}$. En dehors de ce domaine, les fonctions colorimétriques sont nulles.

ii) Dans la pratique, le calcul des intégrales se fait par la méthode des rectangles :

$$\int_{400}^{700} L_e(\lambda) \bar{X}(\lambda) d\lambda \approx \sum_{i=1}^N L_e(\lambda_i) \bar{X}(\lambda_i) \Delta\lambda$$

(ne pas oublier le pas d'échantillonnage $\Delta\lambda$, Cf. TD et TP et dessin ci-contre !)



¹ En réalité, la linéarité n'est pas une propriété de l'œil, mais de la manière dont nous mesurons les couleurs par comparaison avec des primaires : la linéarité est assurée par définition de la somme des stimuli (Cf. p.29).

iii) On peut aussi écrire les relations précédentes dans le système RGB. Il y a donc également trois fonctions colorimétriques ($\bar{R}(\lambda), \bar{G}(\lambda), \bar{B}(\lambda)$) que nous avons déjà rencontrées page 36, et telles que

$$\begin{cases} R = \int_{400}^{700} L_e(\lambda) \bar{R}(\lambda) d\lambda \\ G = \int_{400}^{700} L_e(\lambda) \bar{G}(\lambda) d\lambda \\ B = \int_{400}^{700} L_e(\lambda) \bar{B}(\lambda) d\lambda \end{cases}$$

Nous verrons plus bas que les relations entre ces fonctions et les fonctions ($\bar{X}(\lambda), \bar{Y}(\lambda), \bar{Z}(\lambda)$) sont celles usuelles entre système RGB et XYZ (Cf p.39).

iv) On vérifie très facilement la linéarité. Par exemple :

$$X = \int L_e(\lambda) \bar{X}(\lambda) d\lambda = \int (L_e^1(\lambda) + L_e^2(\lambda)) \bar{X}(\lambda) d\lambda = \int L_e^1(\lambda) \bar{X}(\lambda) d\lambda + \int L_e^2(\lambda) \bar{X}(\lambda) d\lambda = X_1 + X_2$$

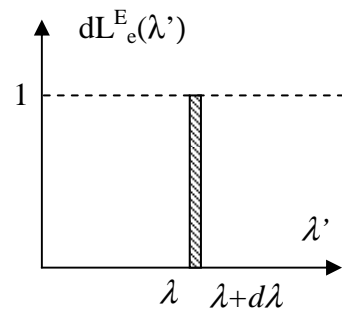
v) Y représente la luminance visuelle totale associée à la source de lumière de luminance énergétique $L_e(\lambda)$. On voit donc que la fonction colorimétrique $\bar{Y}(\lambda)$, qui fait passer de la luminance énergétique spectrale à la luminance visuelle est identique au coefficient d'efficacité spectral de l'œil $V(\lambda)$ défini page 24:

$$\bar{Y}(\lambda) \equiv V(\lambda)$$

c) Détermination des fonctions colorimétriques (matching functions).

Pour relier les fonctions introduites ci-dessus au spectrum locus, on reprend la décomposition spectrale de l'illuminant E vue page 35, et on réalise l'expérience de Maxwell avec une lumière monochromatique, de longueur d'onde λ et de largeur $d\lambda$ très petite, représenté par la courbe de luminance spectrale $dL_e^E(\lambda')$ ci-dessous :

$$\begin{cases} dL_e^E(\lambda') = 1 & \text{si } \lambda < \lambda' < \lambda + d\lambda \\ dL_e^E(\lambda') = 0 & \text{sinon} \end{cases}$$



Courbe spectrale de dE^E .

Comme cette fonction est très étroite, on peut utiliser la méthode des rectangles pour le calcul des intégrales, en accord avec la remarque ii) ci dessus, et on trouve les composantes du stimulus associé à dL_e^E :

$$\begin{cases} dX = \bar{X}(\lambda) d\lambda \\ dY = \bar{Y}(\lambda) d\lambda \\ dZ = \bar{Z}(\lambda) d\lambda \end{cases}$$

On mesure (dX, dY, dZ) dans l'expérience de Maxwell, on connaît $d\lambda$ (largeur de la raie), on en déduit ($\bar{X}(\lambda), \bar{Y}(\lambda), \bar{Z}(\lambda)$). On voit en particulier que ces fonctions

sont, au facteur $d\lambda$ près, les composantes trichromatiques des différentes radiations monochromatiques, c.a.d. du spectrum locus. C'est bien ainsi qu'elles avaient été introduites p. 40 !

- Remarque 1 : si on somme sur tout le spectre visible, on obtient les composantes trichromatiques de l'illuminant E, à une constante près:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_E = \int_{400}^{700} \bar{X}(\lambda) d\lambda = 106.86 \\ Y_E = \int_{400}^{700} \bar{Y}(\lambda) d\lambda = 106.86 \\ Z_E = \int_{400}^{700} \bar{Z}(\lambda) d\lambda = 106.86 \end{array} \right.$$

- Remarque 2 : pour des raisons historiques et pratiques, il existe deux ensembles de fonctions colorimétriques, représentant des conditions d'observations différentes dans l'expérience de Maxwell :
 - observateur standard 2° correspondant à une plage d'observation étroite, pour utiliser uniquement la fovea, pour la pratique en laboratoire.
 - observateur standard 10° correspondant à une plage d'observation plus large, plus utilisé dans la pratique industrielle.
 Nous utiliserons la plupart du temps l'observateur standard 2°.

d) Relations entre les fonctions colorimétriques $(\bar{R}, \bar{G}, \bar{B})$ et $(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z})$ (fonctions CIE 1931 2°).

Les fonctions colorimétriques sont donc en fait des composantes trichromatiques particulières (celles du Spectrum Locus). Les relations générales vues au chapitre VII entre les deux systèmes s'appliquent, et on a

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{X}(\lambda) = 2,7689 \bar{R}(\lambda) + 1,7518 \bar{G}(\lambda) + 1,1301 \bar{B}(\lambda) \\ \bar{Y}(\lambda) = 1,0000 \bar{R}(\lambda) + 4,5907 \bar{G}(\lambda) + 0,0601 \bar{B}(\lambda) \\ \bar{Z}(\lambda) = 0,0000 \bar{R}(\lambda) + 0,0565 \bar{G}(\lambda) + 5,5943 \bar{B}(\lambda) \end{array} \right.$$

On pourra remarquer sur les courbes de $(\bar{R}, \bar{G}, \bar{B})$ page 36, l'annulation de deux fonctions sur les trois pour les longueurs d'ondes des trois primaires instrumentales :

- $\lambda = 435 \text{ nm}$ $\bar{R}(\lambda) = \bar{G}(\lambda) = 0$ primaire instrumentale bleue
- $\lambda = 546,1 \text{ nm}$ $\bar{R}(\lambda) = \bar{B}(\lambda) = 0$ primaire instrumentale verte
- $\lambda = 644,8 \text{ nm}$ $\bar{G}(\lambda) = \bar{B}(\lambda) = 0$ primaire instrumentale rouge

Toutes les autres composantes monochromatiques nécessitent la superposition des trois primaires instrumentales.

4) Composantes trichromatiques des illuminants. Normalisation.

A partir de ce qui précède, il est facile d'obtenir les composantes trichromatiques d'un illuminant I, donné par sa luminance spectrale $L_e^{(I)}(\lambda)$: on a

$$\begin{cases} X_I = \int_{400}^{700} L_e^{(I)}(\lambda) \bar{X}(\lambda) d\lambda \\ Y_I = \int_{400}^{700} L_e^{(I)}(\lambda) \bar{Y}(\lambda) d\lambda \\ Z_I = \int_{400}^{700} L_e^{(I)}(\lambda) \bar{Z}(\lambda) d\lambda \end{cases}$$

Cependant Y_I qui représente la luminance visuelle de I dépend de la géométrie (photométrie) : distance de la source, intensité de la source, concentration du faisceau... On cherche donc à s'en affranchir en normalisant la luminance visuelle de l'illuminant à la valeur 100, ce qui élimine la constante poubelle :

$$\begin{cases} X_{In} = k \int_{400}^{700} L_e^{(I)}(\lambda) \bar{X}(\lambda) d\lambda \\ Y_{In} = 100 \\ Z_{In} = k \int_{400}^{700} L_e^{(I)}(\lambda) \bar{Z}(\lambda) d\lambda \end{cases}$$

Où la constante k est donnée par

$$k = \frac{100}{\int_{400}^{700} L_e^{(I)}(\lambda) \bar{Y}(\lambda) d\lambda}$$

On obtient ainsi le tableau des illuminants de la page 43.

5) Composantes trichromatiques associées à un objet.

Lorsqu'on observe la couleur en mode objet, la surface est caractérisée par le facteur de réflexion spectral $R(\lambda) = L_e^{(\text{objet})}(\lambda) / L_e^{(I)}(\lambda)$ (voir page 23) . On en déduit les composantes normalisées de la lumière renvoyée par l'objet sous illuminant I :

$$\begin{cases} X_n = k \int_{400}^{700} R(\lambda) L_e^{(I)}(\lambda) \bar{X}(\lambda) d\lambda \\ Y_n = k \int_{400}^{700} R(\lambda) L_e^{(I)}(\lambda) \bar{Y}(\lambda) d\lambda \\ Z_n = k \int_{400}^{700} R(\lambda) L_e^{(I)}(\lambda) \bar{Z}(\lambda) d\lambda \end{cases}$$

Avec $k = \frac{100}{\int_{400}^{700} L_e^{(I)}(\lambda) \bar{Y}(\lambda) d\lambda}$

Cette formule constitue tout le fondement de la spectrocromimétrie est schématisée sur le graphe ci-contre. Elle se trouve incluse dans tous les logiciels de calcul associés à des spectrocromimètres.

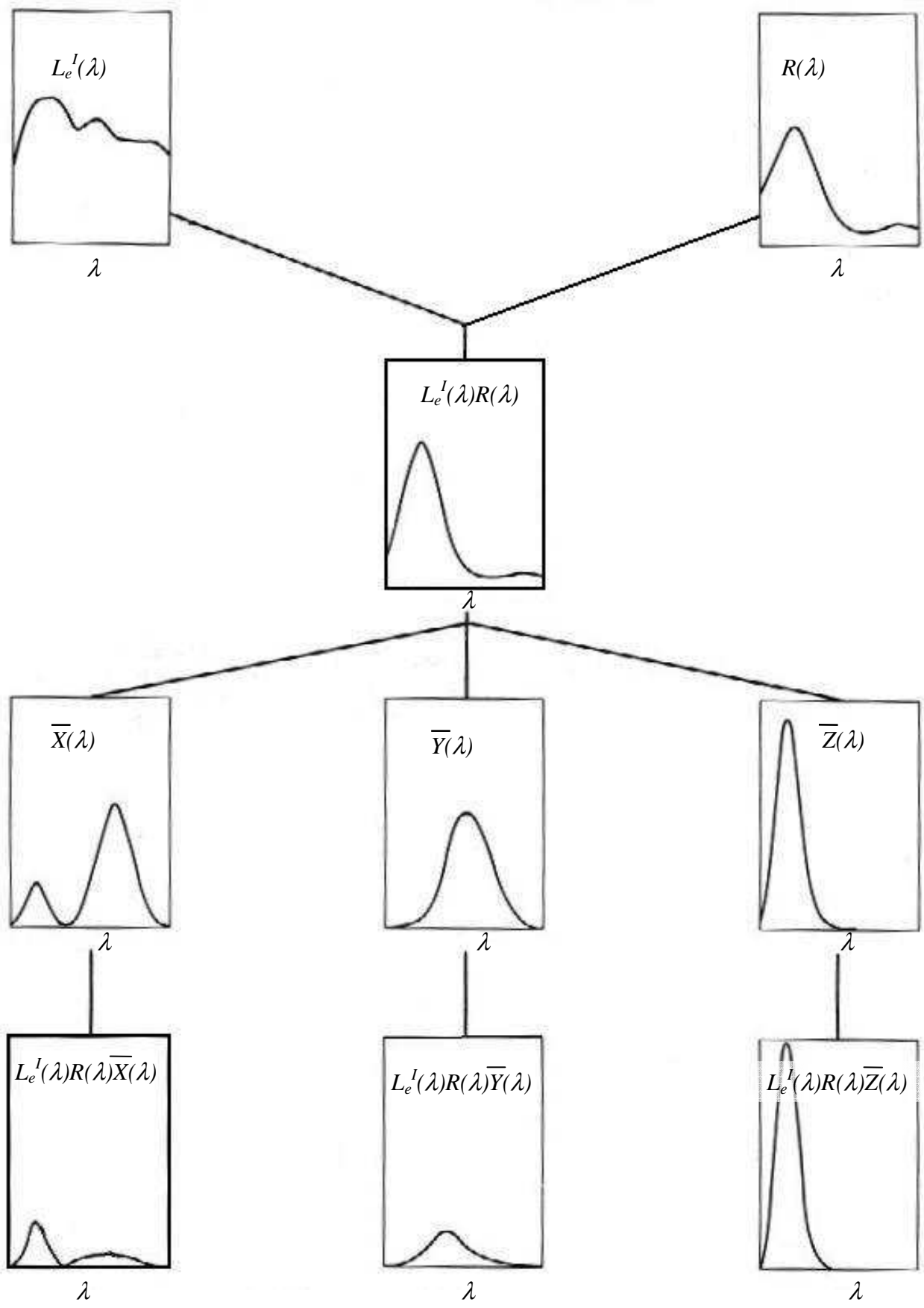


Illustration des Principes de la Spectrocolorimétrie

Leur principe de fonctionnement, que nous allons étudier le principe en travaux pratiques, est simple : le spectrocolorimètre mesure le facteur de réflexion $R(\lambda)$ de l'objet par comparaison avec la lumière renvoyée par un diffuseur de référence proche du blanc parfait. Puis le calculateur associé utilise les formules ci-dessus, pour calculer les composantes trichromatiques de l'objet, sous un illuminant donné, avec un observateur donné, qu'il est donc très important de préciser.

6) Métamérie.

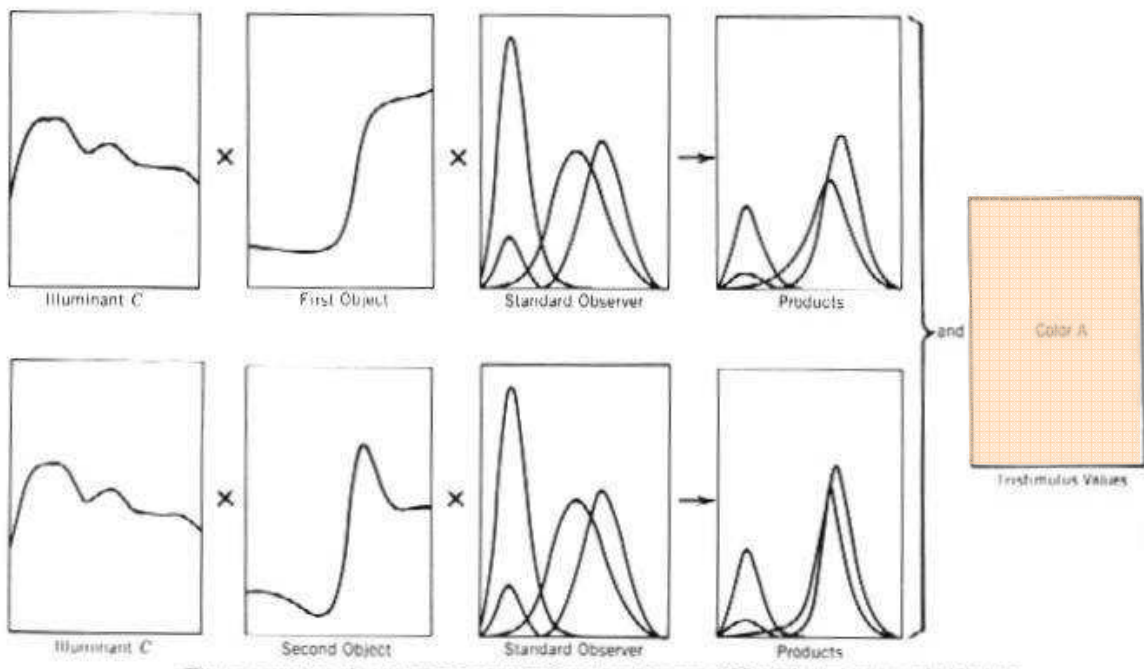
Le phénomène de métamérie, est un problème pratique très important de la colorimétrie, et ce qui précède permet de l'expliquer simplement (Cf. schéma ci-après). Il se produit lorsque deux objets (un standard et son contretypé) ont même apparence colorée sous un illuminant, et apparaissent différents sous un autre illuminant (remarque qu'il ne faut pas confondre cette situation avec la variation de couleur d'un objet sous différents illuminants, qui est normale et inévitable).

Lorsque les courbes du facteur de réflexion de deux objets sont différentes $R(\lambda) \neq R'(\lambda)$, il peut cependant arriver que les composantes XYZ coïncident sous un illuminant I donné. Cependant l'utilisation d'un autre illuminant I' détruira cette coïncidence. Il y a métamérie ! Pour éviter ce phénomène, on peut soit tester la coïncidence des composantes XYZ sous plusieurs illuminants, soit, ce qui est plus fiable et plus direct, vérifier l'identité des facteurs de réflexion $R(\lambda) = R'(\lambda)$. On dit alors que les échantillons sont *isomères*. La formulation par spectrocolorimétrie, que nous verrons au prochain chapitre, s'applique à contretyper un standard en contrôlant le facteur de réflexion $R(\lambda)$, afin d'éviter le plus possible les problèmes de métamérie.

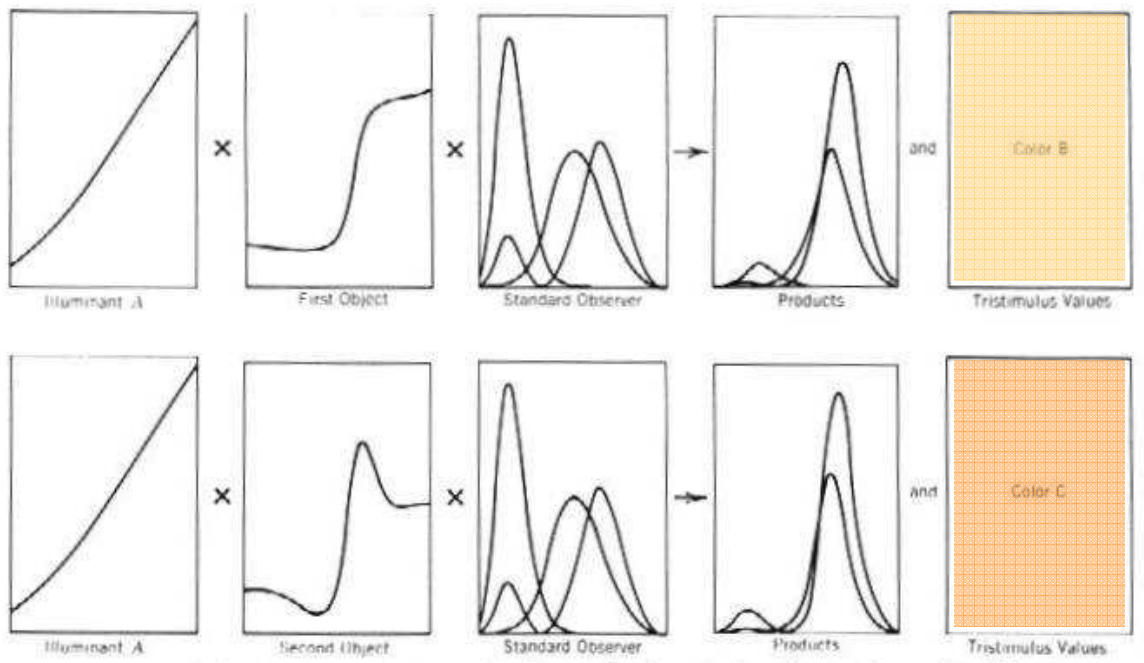
On définit souvent « l'indice de métamérie » comme la variation des écarts colorimétriques sous différents illuminants :

$$M.I. = \sqrt{(dL^*_{I,I'})^2 + (da^*_{I,I'})^2 + (db^*_{I,I'})^2}$$

où $dL^*_{I,I'}$, $da^*_{I,I'}$ et $db^*_{I,I'}$ représentent les écarts colorimétriques vus au chapitre VIII, sous les illuminants I et I'. Il faut pour que cette définition soit utile, que les deux illuminants soient assez différents, par exemple A et C (mais pas C et D₆₅, qui sont très proches). Notons enfin que cette définition de M.I. n'est pas acceptée de façon standard, et on en trouve des variantes dans la littérature.



... The two members of a metameric pair of objects have the same CIE tristimulus values calculated for the illuminant and observer for which they match, even though they have different spectral reflectance curves ...



Phénomène de Métamérie

Chapitre X – Interactions Lumière-Matière. Formulation.

1) But de la Formulation.

La formulation consiste en la détermination d'une ou plusieurs compositions de mélange de colorants, c'est-à-dire

- choix des colorants
- choix du liant
- concentrations

afin de reproduire, ou « *contretyper* » une couleur de référence, « *le standard* », dans une fourchette de tolérance acceptable et à un prix acceptable.

Cette situation est très courante : un client apporte un échantillon au magasin de peinture (le standard) et demande qu'on lui prépare la même teinte (le contretype). Ou bien un bureau d'étude fournit un prototype à dupliquer à grande échelle et à moindre coûts...

Dans ces situations, on peut procéder par essais et contrôles successifs, en mesurant les valeurs de (X,Y,Z) en cours de fabrication, comme vous l'avez fait en travaux pratiques l'an dernier. Cependant, cela peut être long, et on est à la merci du phénomène de métamérie : standard et contretype seront identiques sous un éclairage mais pas sous un autre.

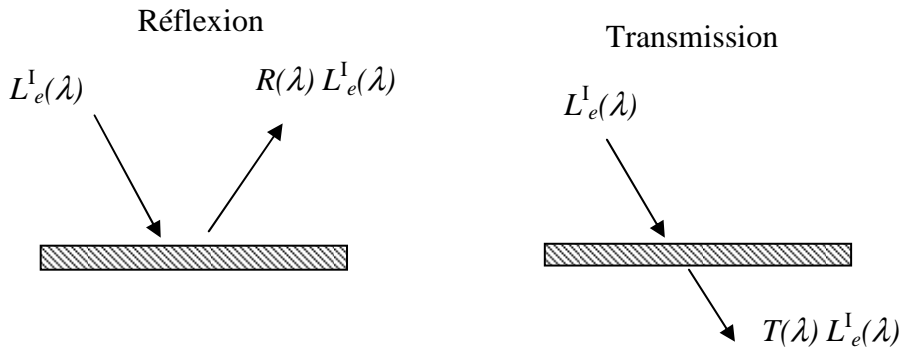
La spectrorimétrie nous ouvre une autre voie : on mesure $R(\lambda)$, le facteur de réflexion du standard, pour toutes les longueurs d'ondes, et on détermine par la théorie et le calcul numérique les concentrations des colorants, préalablement étalonnés, permettant de reproduire autant que possible $R(\lambda)$. Pour cela, il faut comprendre les interactions lumière-matière qui sont responsables de ce facteur. Noter aussi que l'ordinateur est ici indispensable pour le calcul des concentrations optimales, qui est sinon infaisable.

2) Interactions lumière-matière.

Un aperçu très simplifié des interactions lumière et matière est nécessaire pour comprendre les phénomènes de coloration dans les mélanges.

a) Réflexion et transmission

Suivant la situation, la lumière issue de l'objet sera étudiée en réflexion (peintures, teintures tissus...) ou en transmission (film photos, gélatines colorées, parfums, boissons colorées...)



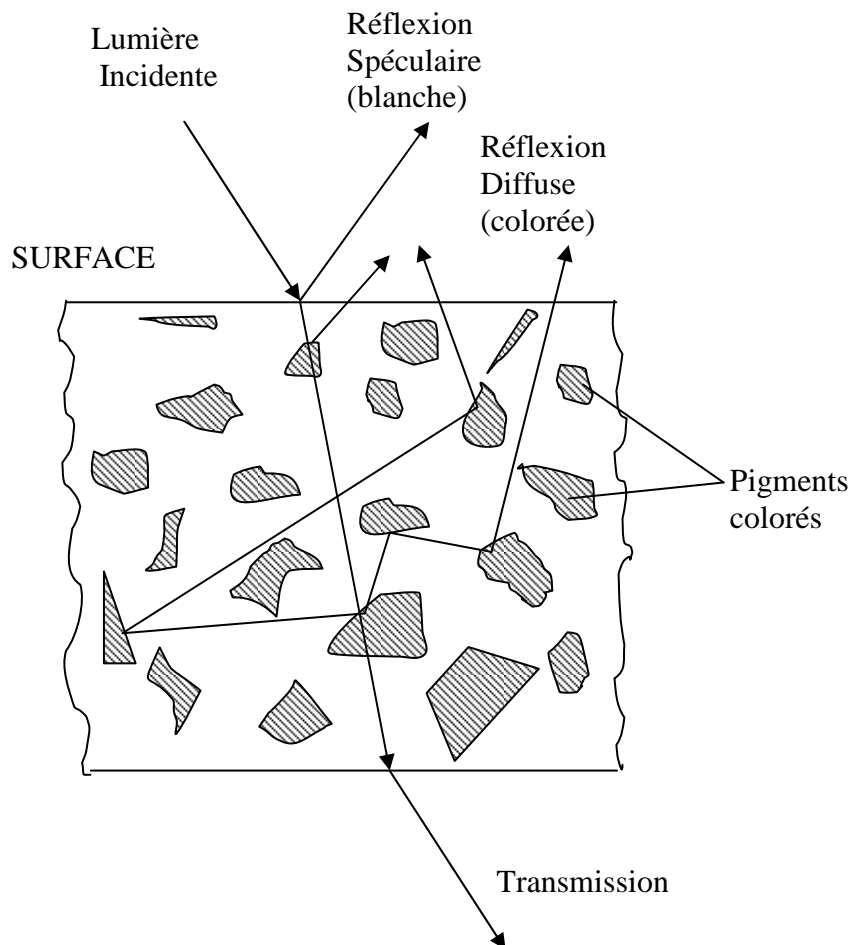
On introduit donc un facteur de transmission $T(\lambda)$ associé à l'objet. La couleur perçue en transmission sera alors caractérisée par des expressions de la forme

$$X = k \int_{400}^{700} T(\lambda) L_e^{(I)}(\lambda) \bar{X}(\lambda) d\lambda$$

Notons que dans la plupart des cas, on a simultanément réflexion et transmission par les objets.

b) Processus élémentaires

Le schéma ci-dessous illustre ce qui se passe de façon détaillée dans les situations décrites ci-dessus :



Les principaux phénomènes qui ont lieu sont les suivants :

i) Réflexion de surface ou « spéculaire », due au changement d'indice. Le facteur de réflexion est donné par les formules de Fresnel. En incidence normale

$$R_s = \frac{(n - n')^2}{(n + n')^2}$$

par exemple pour l'interface air-verre, $n=1$, $n'=1,5$ donne $R_s = 0,04$ (4 %) .
notons que R_s augmente avec l'angle d'incidence.

ii) Transmission, par exemple dans l'eau : la lumière traverse le milieu sans changement, avec réflexion-réfraction aux interfaces. C'est ce qui se passe par exemple dans la résine transparente qui sert de liant aux pigments colorés.

iii) Absorption sélective : la lumière est transmise, et partiellement absorbée à certaines longueurs d'ondes, comme c'est par exemple le cas dans la menthe à l'eau. Ce cas correspond plus généralement aux colorants de type *teintures*, qui sont des molécules en solution dans l'eau, et absorbant à certaines longueurs d'ondes. Des exemples courants sont le sulfate de cuivre Cu SO_4 , permanganate de potassium K MnO_4 , et historiquement presque toutes les teintures organiques à base de plantes.

iv) Diffusion : la lumière est reflétée dans toutes les directions à l'intérieur du matériau, par des particules non solubles et en suspension, *les pigments*. La diffusion est maximale lorsque les pigments ont en gros la taille de la longueur d'onde de la lumière, et lorsque leur indice est très différent de celui de la résine servant de liant.

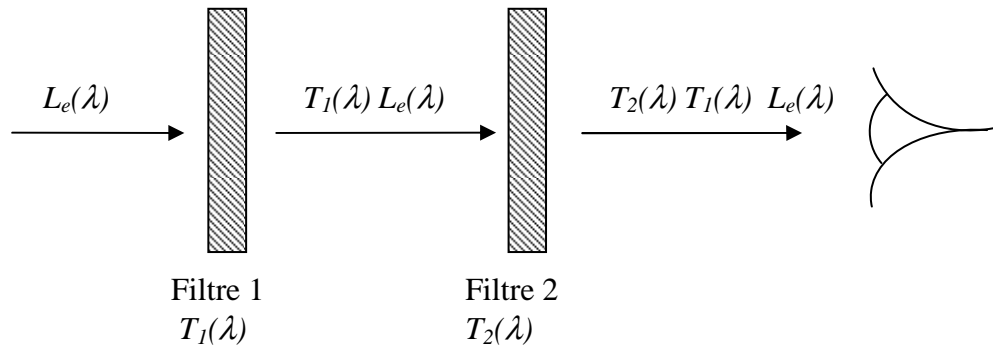
- Les pigments peuvent être non absorbants, comme par exemple le lait, et pour les peintures le dioxyde de Titane TiO_2 ou bien l'oxyde de Zinc ZnO . Ce sont alors des diffuseurs « parfaits » qui apparaissent blanc.
- Ils peuvent également absorber sélectivement, comme dans le cas de la plupart des peintures. La lumière diffusée est alors colorée.
- Ils peuvent (presque) tout absorber comme par exemple l'encre de chine (noir de fumée+colle en suspension).

3) Synthèse soustractive.

Une première idée de ce qui arrive à la lumière lorsqu'elle interagit avec plusieurs colorants mélangés est décrite par la « synthèse soustractive ». Notons que cette appellation est en réalité impropre car

- Elle fait penser à la synthèse additive, alors qu'il s'agit d'un mécanisme très différent, avec des lois différentes.
- Il n'y a pas réellement de soustraction, alors que dans la synthèse additive, il y a addition des luminances !

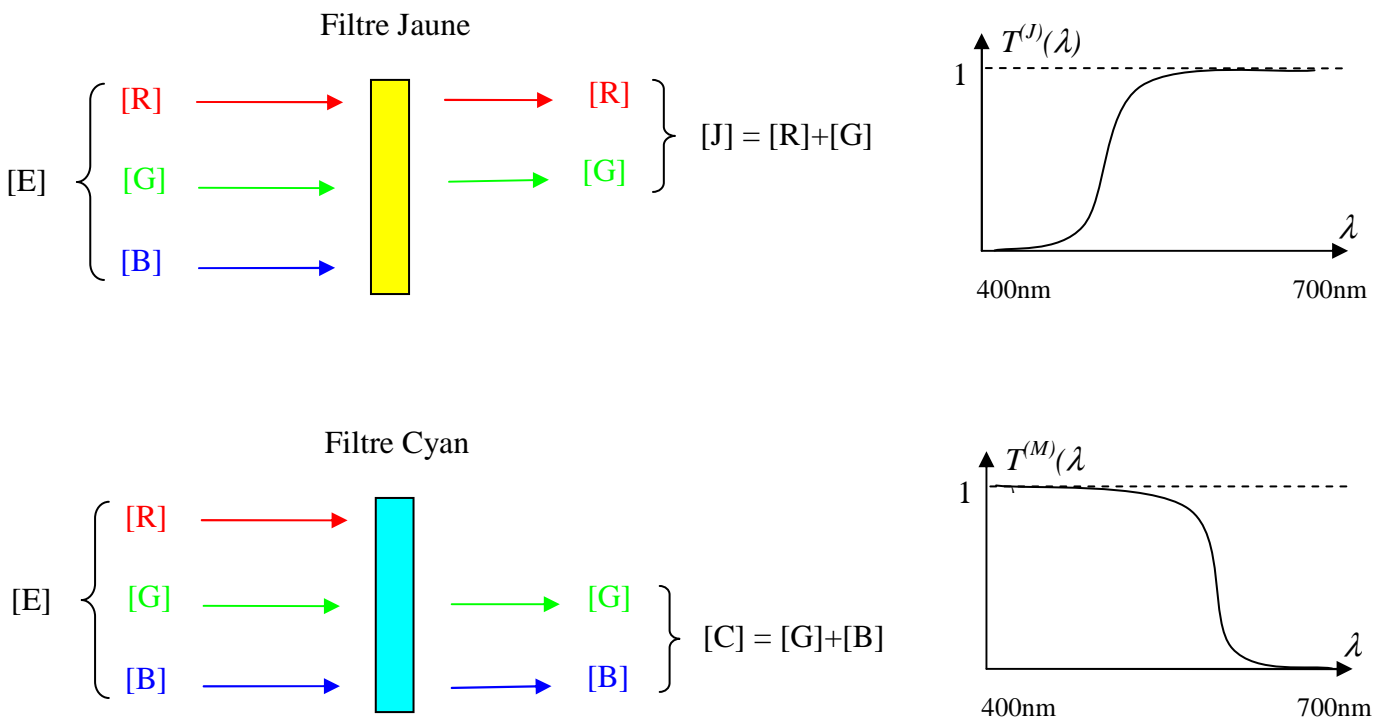
Le mécanisme de la synthèse soustractive est ce qui se produit lorsqu'on associe deux filtres colorés :

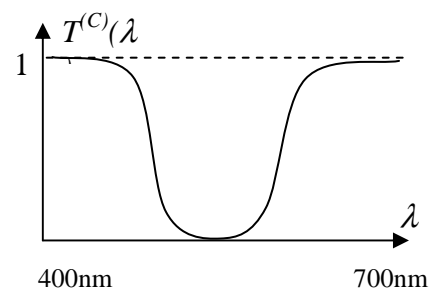
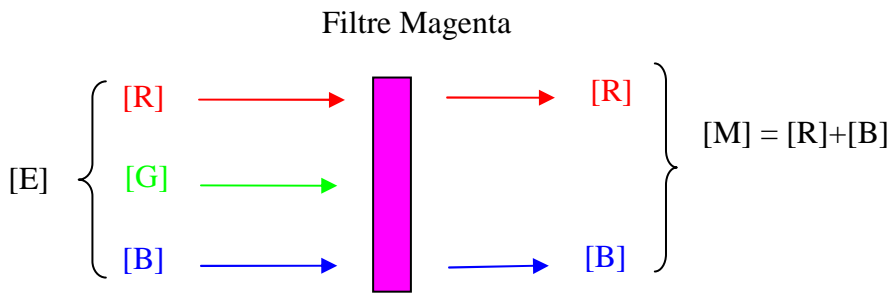


On voit qu'il n'y a ni une somme, ni une différence, mais le *produit* des facteurs de transmission. La couleur sortant est en effet décrite par des formules du type

$$X = k \int_{400}^{700} T_2(\lambda) T_1(\lambda) L_e^{(i)}(\lambda) \bar{X}(\lambda) d\lambda$$

et des expressions similaires pour Y et Z. Les principaux résultats de cette approche sont résumés dans les schémas ci dessous : on retire de la lumière, d'où le terme de « soustractif ».

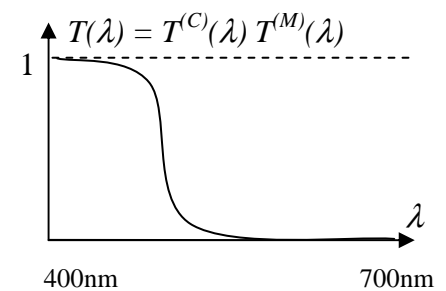
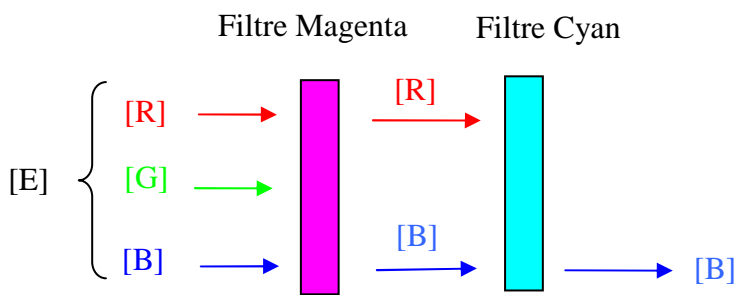
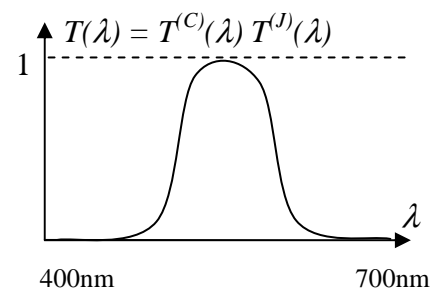
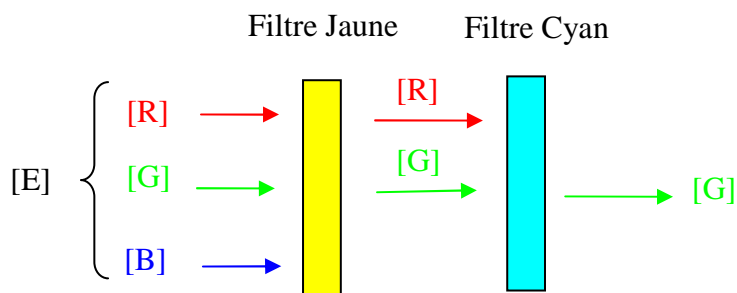
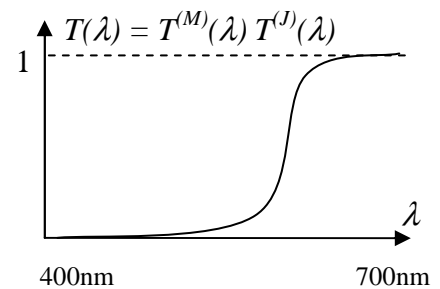
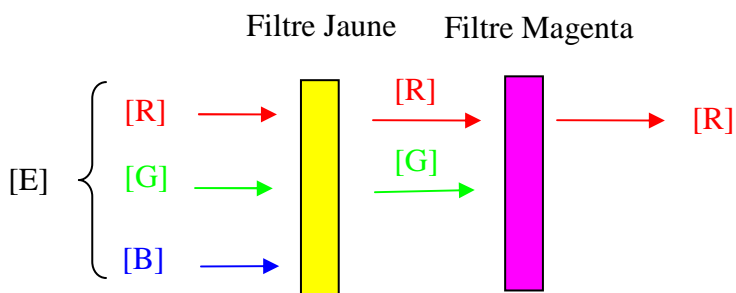




On reconnaît sur les diagrammes ci-dessus les couples de complémentaires additives :

$$\begin{aligned}
 [E] &= [J] + [B] \\
 [E] &= [M] + [G] \\
 [E] &= [C] + [R]
 \end{aligned}$$

La superposition de deux filtres donne les combinaisons suivantes :



Remarques :

- On ne décrit pas de façon simple la synthèse soustractive. En particulier, dans la synthèse additive, le point de couleur résultant $[S] = [S_1] + [S_2]$ se trouve sur le segment (S_1, S_2) dans le diagramme (x, y) . Ce n'est pas vrai en synthèse soustractive : il n'y a pas de règle simple pour trouver la position du point. Il faut pour cela se rapporter aux mesures, ou à la description détaillée en terme de facteurs de transmission $T(\lambda)$ (Cf. paragraphes suivants).
- Plus grave : deux stimuli identiques en entrée (mais de compositions spectrales différentes) peuvent donner des couleurs différentes en sortie de filtre. On a

$$\int L_e^{-1}(\lambda) \bar{X}(\lambda) d\lambda = \int L_e^{-2}(\lambda) \bar{X}(\lambda) d\lambda$$

mais

$$\int T(\lambda) L_e^{-1}(\lambda) \bar{X}(\lambda) d\lambda \neq \int T(\lambda) L_e^{-2}(\lambda) \bar{X}(\lambda) d\lambda$$

Une description de la synthèse soustractive basée sur la colorimétrie simple (notion de stimulus trivariant) ne peut pas fonctionner !

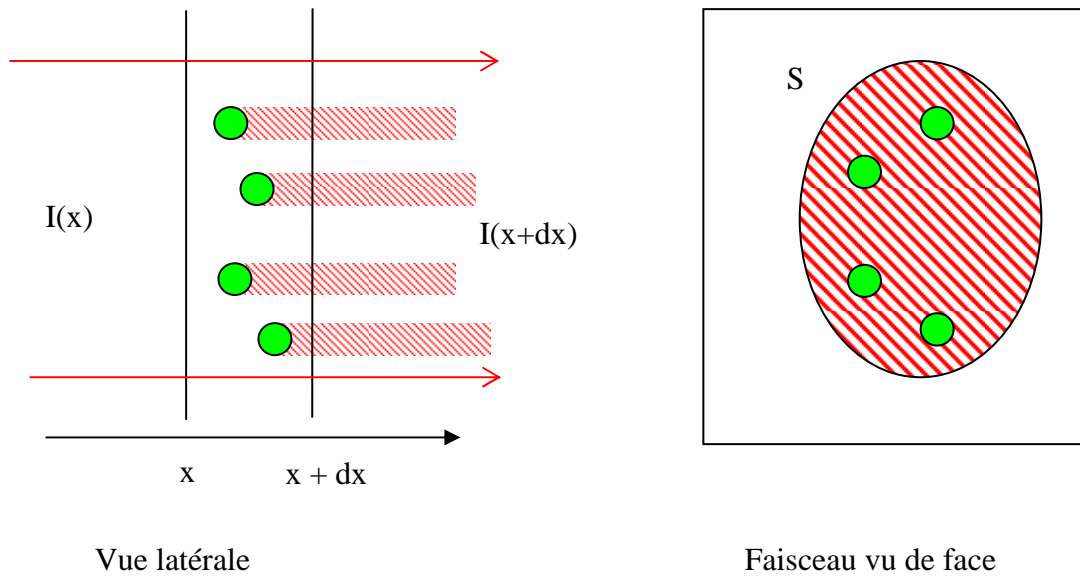
4) Mélange soustractif simple. Loi de Beer-Lambert.

Afin de préciser les résultats du paragraphe précédent, nous allons utiliser une description détaillée, mais simple, de la situation avec absorption sans diffusion. Le calcul du facteur de transmission $T(\lambda)$ ainsi obtenu s'applique par exemple pour les solutions colorées, les filtres gélatines...

a) On considère une épaisseur dx faible de matériau absorbant. Celui-ci contient des centres absorbants (les pigments de la teinture) qui arrêtent la lumière (Cf. schéma ci dessous). On note

- $I(x, \lambda)$ ($= k L_e(\lambda)$) le flux énergétique de lumière incidente, à la longueur d'onde λ^{-1}
- $I(x+dx, \lambda)$ le flux de lumière sortante de la tranche dx à la longueur d'onde λ^{-1} .
- C la concentration en absorbant, en moles/litres, et $C = 1000 \mathcal{N}C$ la concentration en molécules / m^3
- $\sigma(\lambda)$ la « surface » du pigment \times la probabilité d'absorption, à la longueur d'onde λ^{-1} . C'est par définition la *section efficace d'absorption*.
- S la surface du faisceau de lumière.

¹ Dans la suite pour alléger l'écriture, la dépendance en λ ne sera plus mentionnée, sauf mention explicite.



La lumière rencontre $S dx C$ centres diffuseurs dans la tranche d'épaisseur dx . La fraction de lumière absorbée est égale à la fraction de surface opaque :

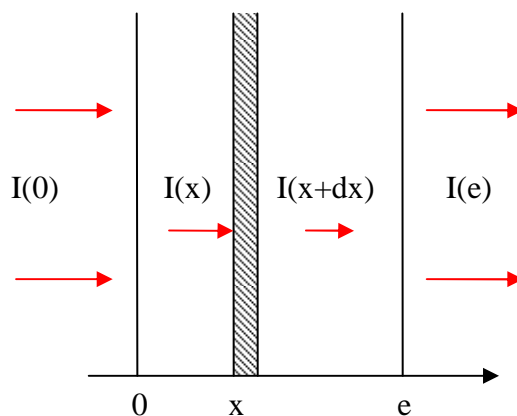
$$\frac{I(x) - I(x + dx)}{I(x)} = \sigma S dx C / S$$

ce que l'on réécrit encore

$$\frac{-1}{I(x)} \frac{dI}{dx} = KC,$$

avec $K(\lambda) = 1000 N \sigma(\lambda)$, le coefficient d'absorption du colorant à la longueur d'onde λ .

b) Une épaisseur e finie de matériau est alors décomposée en une superposition de couches minces d'épaisseur dx .



Pour toute valeur de x , on a

$$\frac{dI(x)}{dx} = -KC I(x)$$

avec $I(0) = I_0$ le flux lumineux en entrée. La solution de cette équation est bien connue, et vaut

$$I(x) = I_0 \exp(-KC x)$$

et le facteur de transmission est donné par

$$T(\lambda) = \frac{I(e)}{I(0)} = \exp(-K(\lambda)C e)$$

C'est la loi de Beer-Lambert. $D = -\log(T)$ s'appelle la densité optique, et vaut $D = -K C e$. La densité optique

- est proportionnelle à l'épaisseur e
- est proportionnelle à la concentration C
- le coefficient de proportionnalité est le coefficient d'absorption K , qui a une interprétation simple : c'est, à une constante près, la section efficace d'absorption du colorant.

c) Dans le cas d'un mélange de N colorants, le modèle précédent suggère que chaque colorant absorbe de façon indépendante des autres. On a donc

$$\frac{-1}{I(x)} \frac{dI}{dx} = (K_1 C_1 + K_2 C_2 + \dots K_N C_N)$$

et

$$I(x, \lambda) = I_0 \exp[-(K_1(\lambda)C_1 + K_2(\lambda)C_2 + \dots K_N(\lambda)C_N) x]$$

ce qui conduit à

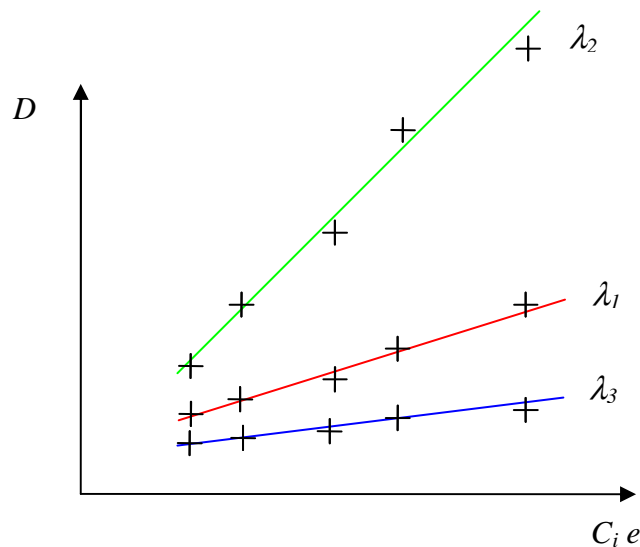
$$T^{total}(\lambda) = T^1(\lambda) T^2(\lambda) \dots T^N(\lambda)$$

Chaque absorption est indépendante des autres, et le facteur de transmission total est le produit des facteurs de transmission individuels, même en cas de mélange de solutions.

Pour vérifier cette loi, valable à faible concentration et sans diffusion, de façon expérimentale, on étudie les variations de $D = -\log(T)$ avec les concentrations ($C_1, C_2 \dots C_N$). On a

$$D(\lambda) = (K_1(\lambda)C_1 + K_2(\lambda)C_2 + \dots K_N(\lambda)C_N) e$$

Et donc, en traçant, pour chaque longueur d'onde λ la densité optique en fonction de la concentration C_i du colorant i , on obtient en principe des droites dont la pente vaut $K_i(\lambda)$.



Vérification de la loi de Beer Lambert
Le colorant absorbe le vert. Il est donc magenta

Il suffit alors de tracer ce diagramme pour chaque colorant i , en faisant varier sa concentration C_i pour obtenir les valeurs du coefficient d'absorption $K_i(\lambda)$.

c) Formulation .

Cette situation est l'inverse de la précédente :

- On connaît, par étalonnage préalable, les coefficients d'absorption $K_i(\lambda)$ des colorants utilisés.
- on mesure la densité optique totale du standard, $K^S(\lambda) = (K_1(\lambda)C_1 + K_2(\lambda)C_2 + \dots K_N(\lambda)C_N)$, pour toutes les longueurs d'ondes λ ,
- on cherche à déterminer les concentrations C_i qui reproduisent au mieux les valeurs de $K^S(\lambda)$.

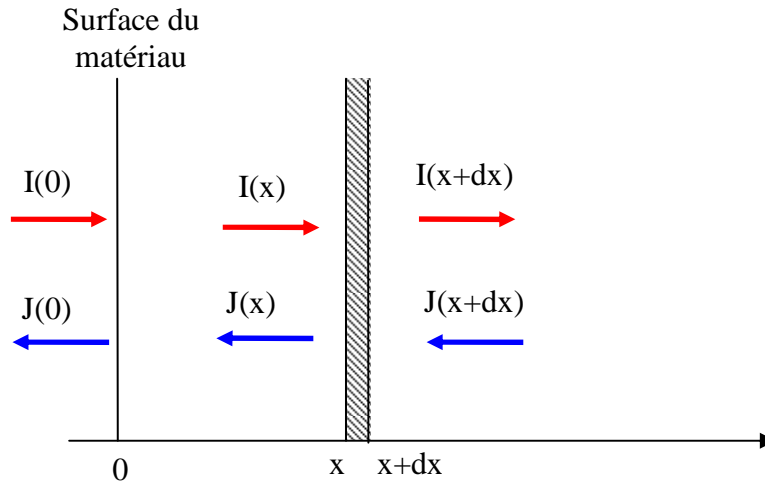
En général, il n'est pas possible de trouver un ensemble de concentrations ($C_1, C_2 \dots C_N$) de façon à satisfaire exactement l'équation ci-dessus pour toutes les longueurs d'ondes (il y a une infinité d'équations, et N inconnues) . On utilise alors des méthodes d'optimisation du type moindres carrés, comme celles que vous trouvez dans vos calechettes pour les régressions linéaires. Cette tâche est en général effectuée par un logiciel couplé au spectrocolorimètre (Cf. Travaux pratiques) et on n'aura jamais à se soucier des détails techniques sous jacents à ces méthodes.

5) Mélange soustractif complexe.

a) Cette situation correspond à celle des pigments et peintures, où diffusion et absorption interviennent simultanément. La situation, très compliquée, est décrite de façon simplifiée par

la théorie de Kubelka et Munk, base de la formulation pour les pigments.

Dans cette approche, un flux entrant $I(x)$, et un flux rétrodiffusé sortant $J(x)$ se propagent suivant l'axe des x . En plus de l'absorption des flux, décrite par le coefficient d'absorption K , il se produit un échange entre flux entrant et flux sortant du à la diffusion, et décrit par un coefficient de diffusion S .



On généralise alors les équations du paragraphe précédent par le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{1}{C} \frac{dI(x)}{dx} = -(K + S) I(x) + S J(x) \\ -\frac{1}{C} \frac{dJ(x)}{dx} = -(K + S) J(x) + S I(x) \end{cases}$$

qui traduit la diffusion-absorption des flux I et J au cours de la propagation. Ce système doit être résolu avec la condition que les flux soient nuls loin de la surface du matériau, c'est-à-dire $I(x) = J(x) = 0$ pour $x \rightarrow \infty$. La solution de ces équations est

$$\begin{cases} I(x) = A \left(1 + \sqrt{\frac{K}{K + 2S}} \right) \exp\left[-\sqrt{K(K + 2S)} C x\right] \\ J(x) = A \left(1 - \sqrt{\frac{K}{K + 2S}} \right) \exp\left[-\sqrt{K(K + 2S)} C x\right] \end{cases}$$

d'où l'on tire le coefficient de réflexion :

$$R = \frac{J(0)}{I(0)} = \frac{\left(1 - \sqrt{\frac{K}{K + 2S}} \right)}{\left(1 + \sqrt{\frac{K}{K + 2S}} \right)}$$

ce qui s'écrit encore

$$\boxed{\frac{K}{S} = \frac{(1 - R)^2}{2R}}$$

C'est la relation de Kubelka et Munk, valable pour chaque longueur d'onde, et qui relie le coefficient de réflexion de surface de l'objet à ses coefficients d'absorption et de diffusion internes, et caractéristiques des pigments. Faisons quelques remarques sur ce résultat.

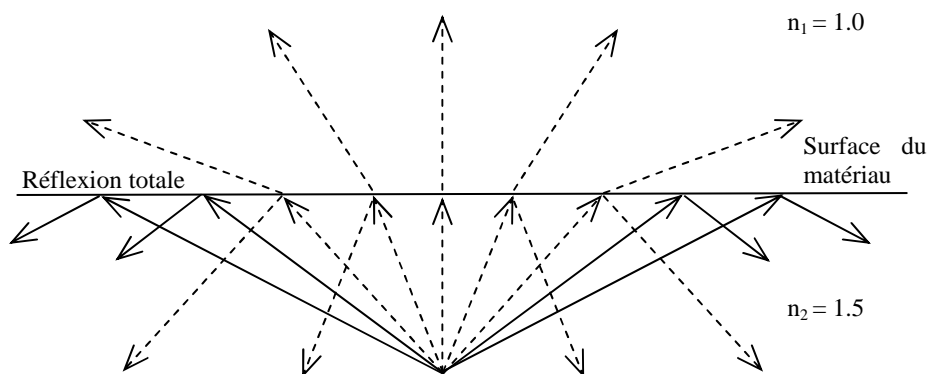
i) La relation de Kubelka et Munk ne fait pas intervenir l'épaisseur de la couche de peinture. Cela n'est bien entendu vrai que si la couche de peinture est assez opaque pour que la lumière ne la traverse pas (Cf. la condition $I(x)=J(x)=0$ pour x « assez profond » utilisée pour résoudre les équations). Si ce n'est pas le cas, il faut reprendre le calcul, et faire intervenir le coefficient de réflexion du support, mais c'est nettement plus compliqué !

ii) De même, la concentration C du pigment n'intervient pas, à la même condition d'opacité de la peinture.

iii) Dans la pratique, on mesure $R(\lambda)$ pour chaque longueur d'onde, et on veut en déduire les valeurs des coefficients $K(\lambda)$ et $S(\lambda)$ pour faire de la formulation. On voit bien que ce n'est pas possible directement (1 équation 2 inconnues !). On verra en travaux pratiques comment on contourne cet obstacle (cf. poly TP formulation) en utilisant un pigment diffuseur blanc de référence pour lequel on déclare que $S(\lambda) = I$.

b) Réflexion de surface et formule de Saunderson.

La relation de Kubelka et Munk ne tient pas compte des réflexions de surface qui se produisent à l'interface entre le milieu diffusant et l'air : tout le flux rétrodiffusé $J(0)$ arrivant à la surface est supposé transmis à l'air. En réalité ceci est faux : en particulier les rayons lumineux trop inclinés, et qui dépassent l'angle critique d'émergence $\sin(\theta_c) = n_{\text{air}}/n_{\text{milieu}}$, sont entièrement reflétés à l'intérieur du matériau. Le flux rétrodiffusé J est réfléchi avec un coefficient qui dépend des indices des deux milieux en présence, et pour un cas typique plastique-air, 60% de la lumière est réfléctée lorsqu'elle arrive à la surface du matériau. Le facteur de réflexion global mesuré $R'(\lambda)$, qui tient compte de cet effet, est donc différent de celui donné par la formule de Kubelka et Munk.



Si on note

r_e le facteur de réflexion moyen air-milieu

r_i le facteur de réflexion moyen milieu-air, dit aussi facteur de réflexion interne
la formule de Saunderson, qui corrige la relation de Kubelka et Munk en reliant R et R' , s'écrit

$$R' = r_e + \frac{(1 - r_e)(1 - r_i)R}{(1 - r_i R)}$$

N.B. : On trouve cette correction sous des formes diverses et variées, correspondant à diverses approximations, dans la littérature scientifique et technique, ceci afin de tenter d'obtenir de meilleurs résultats expérimentaux. Nous nous en tiendrons à cette approche simple.

b) Cas d'un mélange. Formulation.

Dans le cas d'un mélange de pigments, les coefficients K et S , qui traduisent des processus élémentaires d'absorption et de diffusion par les pigments colorés, sont comme dans le cas du mélange simple, proportionnels aux concentrations de pigments. On a donc pour le mélange

$$\begin{cases} K^m(\lambda) = K_1(\lambda)C_1 + K_2(\lambda)C_2 + \dots K_N(\lambda)C_N \\ S^m(\lambda) = S_1(\lambda)C_1 + S_2(\lambda)C_2 + \dots S_N(\lambda)C_N \end{cases}$$

La formule de Kubelka et Munk corrigée par Saunderson permet la détermination expérimentale de la fonction $K^m(\lambda) / S^m(\lambda)$. On en déduit les concentrations ($C_1, C_2 \dots C_N$) si on connaît les coefficients d'absorption et de diffusion de chaque pigment ($K_i(\lambda), S_i(\lambda)$). On doit donc passer par une phase d'étalonnage des pigments qui permet de déterminer K_i et S_i . Cette procédure sera mise en œuvre en travaux pratiques, (voir le polycop. de TP « Spectrocolorimétrie » pour les détails techniques).