HAL
open science

Banque de Brevets : petits exercices avec résultats : théorie des poutres (résistance des matériaux), dynamique des structures, incertitudes, mathématiques, mécanique des solides déformables, modélisation des solides, mécanique des fluides

Jean-Michel Génevaux

To cite this version:

Jean-Michel Génevaux. Banque de Brevets : petits exercices avec résultats : théorie des poutres (résistance des matériaux), dynamique des structures, incertitudes, mathématiques, mécanique des solides déformables, modélisation des solides, mécanique des fluides. Engineering school. 2012, pp.123. cel-00611694v2

HAL Id: cel-00611694

https://cel.hal.science/cel-00611694v2

Submitted on 5 Jan 2012 (v2), last revised 15 Jan 2024 (v27)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Banque de Brevets : petits exercices avec résultats.

théorie des poutres (résistance des matériaux),
dynamique des structures,
incertitudes,
mathématiques,
mécanique des solides déformables,
modélisation des solides,
mécanique des fluides.

Jean-Michel Génevaux
jmgenev@univ-lemans.fr
http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

5 janvier 2012

Table des matières

1 Les énoncés de brevet **3**

1.1 brevet 001 : orientation de fibre moyenne et repère local 3
1.2 brevet 002 : choix du secteur aval ou amont à utiliser pour le calcul du torseur des efforts intérieurs 3
1.3 brevet 003 : déplacement par les formules de Bresse 3
1.4 brevet 004 : calcul d'un déplacement par méthode énergétique 4
1.5 brevet 005 : torseur des efforts intérieurs dans le cas d'un chargement linéique. . . 4
1.6 brevet 006 : moment quadratique 4
1.7 brevet 006 bis : moment quadratique et moment d'inertie 4
1.8 brevet 006 ter : moment quadratique d'une section rectangulaire 5
1.9 brevet 007 : évaluation manuelle de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude connue 5
1.10 brevet 007bis : évaluation manuelle de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude connue 5
1.11 brevet 008 : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue 5
1.12 brevet 008 bis : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue 6
1.13 brevet 008 ter : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue 6
1.14 brevet 008 quad : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue 6
1.15 brevet 009 : évaluation de l'incertitude sur un modèle 6
1.16 brevet 010 : comparaison entre un modèle et une expérience 7
1.17 brevet 010 bis : comparaison entre un modèle et une expérience 7
1.18 brevet 011 : équations de Lagrange, système à 2 degrés de liberté 7
1.19 brevet 012 : calcul d'un torseur des déformations 8
1.20 brevet 013 : degré d'hyperstatisme d'une structure tridimensionelle 8
1.21 brevet 014 : degré d'hyperstatisme d'une structure plane 8
1.22 brevet 015 : choix de l'équation permettant de déterminer l'inconnue hyperstatique d'une structure plane. 8
1.23 brevet 016 : détermination du système isostatique associé à un système hyperstatique. 9
1.24 brevet 017 : calcul d'un déplacement d'une poutre circulaire. 9
1.25 brevet 018 : torseur des efforts intérieur et torseur de chargement. 9
1.26 brevet 019 : Compositions de vitesses. 9
1.27 brevet 020 : calcul de composantes d'un tenseur d'inertie d'un solide non parallélépipédique. 9
1.28 brevet 021 : Lagrange : énergie cinétique. 11
1.29 brevet 022 : Lagrange : forces généralisées. 11
1.30 brevet 023 : Lagrange : écriture des équations. 11
1.31 brevet 024 : sollicitations d'une poutre. 11
1.32 brevet 025 : différence entre torseur de liaison et torseur des efforts intérieurs. . . . 12
1.33 brevet 026 : savoir évaluer une incertitude sur une valeur moyenne de mesures obtenues par répétabilité 12

1.34 brevet 026 bis : savoir évaluer une incertitude sur une valeur moyenne de mesures obtenues par répétabilité . . . 12
1.35 brevet 027 : savoir choisir le nombre de mesures pour obtenir une incertitude de x sur une valeur moyenne de mesure obtenue par répétabilité . . . 12
1.36 brevet 027 bis : savoir choisir le nombre de mesures pour obtenir une incertitude de x sur une valeur moyenne de mesure obtenue par répétabilité . . . 13
1.37 brevet 028 : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue, la linéarité doit être valable quelque soit le nombre de points pris en compte . . . 13
1.38 brevet 029 : évaluation statistique de la fin de dépendance linéaire entre deux variables $y = px + c$ . . . 13
1.39 brevet 029 bis : évaluation statistique de la fin de dépendance linéaire entre deux variables $y = px + c$ . . . 13
1.40 brevet 029 ter : évaluation statistique de la fin de dépendance linéaire entre deux variables $y = px + c$ . . . 13
1.41 brevet 030 : savoir évaluer une incertitude sur une valeur moyenne de mesures obtenues par répétabilité avec un taux de confiance de 90% . . . 14
1.42 brevet 031 : torseur de déplacement d'un solide, formule de changement de point d'un torseur . . . 14
1.43 brevet 032 : Utilisation des formules de Bresse en compression charge linéique. . . 14
1.44 brevet 033 : formule de changement de point. . . . 14
1.45 brevet 034 : énergie potentielle de pesanteur. . . . 15
1.46 brevet 035 : énergie potentielle d'un ressort. . . . 15
1.47 brevet 036 : Raideur équivalente de deux ressorts en série. . . . 15
1.48 brevet 037 : Torseur transmissible par la liaison bidimensionelle appuis sur rouleaux 15
1.49 brevet 038 : Torseur transmissible par la liaison tridimensionelle hélicoidale . . . 16
1.50 brevet 039 : Chargement réparti (version 1) . . . 16
1.51 brevet 040 : Moment polaire d'une section droite . . . 16
1.52 brevet 041 : Raideur d'un plot en compression, ajusté dans un contenant cylindrique parfaitement lubrifié . . . 16
1.53 brevet 042 : Raideur d'un plot en compression posé sur un plan parfaitement lubrifié 16
1.54 brevet 043 : Détermination d'une incertitude de type A, avec un taux de confiance de 95% . . . 17
1.55 brevet 043 bis : Détermination d'une incertitude de type A, avec un taux de confiance de 95% . . . 17
1.56 brevet 044 : Détermination d'une incertitude de type B d'une mesure faite avec un pied à coulisse. . . . 17
1.57 brevet 044 bis : Détermination d'une incertitude de type B d'une mesure faite avec un réglet. . . . 17
1.58 brevet 045 : Détermination d'une incertitude de type B d'une valeur donnée dans la litérature. . . . 17
1.59 brevet 045 bis : Détermination d'une incertitude de type B d'une valeur donnée dans la littérature. . . . 18
1.60 brevet 046 : Incertitude sur une grandeur composée . . . 18
1.61 brevet 046 bis : Incertitude sur une grandeur composée . . . 18
1.62 brevet 047 : Incertitude sur une grandeur composée à partir des sommation d'erreurs relatives . . . 18
1.63 brevet 047 bis : Incertitude sur une grandeur composée . . . 19
1.64 brevet 048 : Deux moyennes sont-elles significativement différentes ? . . . 19
1.65 brevet 048 bis : Deux moyennes sont-elles significativement différentes ? . . . 19
1.66 brevet 048 ter : Deux moyennes sont-elles significativement différentes ? . . . 19
1.67 brevet 048 quad : Deux moyennes sont-elles significativement différentes ? . . . 20
1.68 brevet 049 : Contrainte de cisaillement maximale dans une section droite ? . . . 20
1.69 brevet 050 : Déplacement pour une poutre en traction . . . 20
1.70 brevet 051 : Déplacement pour une poutre en flexion dû au moment fléchissant . . 21

1.71 brevet 052 : Déplacement pour une poutre en flexion dû à l'effort tranchant dans le cas de la cinématique 3 (avec voilement de la section droite) 21
1.72 brevet 053 : Déplacement pour une poutre en flexion dû à l'effort tranchant dans le cas de la cinématique 2 21
1.73 brevet 054 : Déformation mesurée sur une poutre en traction 22
1.74 brevet 055 : Déformations mesurées sur une poutre en flexion 22
1.75 brevet 056 : Le principe de superposition est-il applicable ? 22
1.76 brevet 057 : Energie de déformation 22
1.77 brevet 058 : Réciprocité 23
1.78 brevet 059 : Castigliano 23
1.79 brevet 060 : détermination de la valeur moyenne d'un exposant d'une relation non linéaire 23
1.80 brevet 060 bis : détermination de la valeur moyenne d'un exposant d'une relation non linéaire 23
1.81 brevet 061 : Mesure avec un pied à coulisse 24
1.82 brevet 061 bis : Mesures avec un pied à coulisse 24
1.83 brevet 062 : Choix de l'échantillonage de points de mesures 24
1.84 brevet 062bis : Choix de l'échantillonage de points de mesures 25
1.85 brevet 063 : Présentation dans un tableau de points de mesures, et de grandeurs calculées 25
1.86 brevet 064 : Présentation dans un graphe de points de mesures 25
1.87 brevet 064bis : Présentation dans un graphe de points de mesures 25
1.88 brevet 065 : Coefficients de la droite des moindres carrés associée à des mesures expérimentales (1ière version) 26
1.89 brevet 066 : Coefficients de la droite des moindres carrés associée à des mesures expérimentales (2nd version) 26
1.90 Brevet 067 : déformée d'une poutre articulée est liée à un ressort, formules de Bresse 26
1.91 Brevet 068 : chaîne de cote 27
1.92 Brevet 069 : Equations associées à une chaîne de cote 27
1.93 Brevet 070 : Incertitudes sur une cote de fabrication 28
1.94 Brevet 071 : Gamme d'usinage 28
1.95 Brevet 071 bis : Gamme d'usinage 28
1.96 Brevet 072 : Répartition des intervalles de tolérance sur des cotes de fabrication . . 30
1.97 Brevet 072 bis : Répartition des intervalles de tolérance sur des cotes de fabrication 30
1.98 Brevet 073 : Choix d'une procédure de fabrication 30
1.99 brevet 074 : Le principe de superposition est-il applicable ? (version 2) 30
1.100 brevet 075 : Démarche générale de résolution d'un problème de déplacement en théorie des poutres 31
1.101 brevet 076 : Démarche générale de résolution d'un problème de contrainte en théorie des poutres 31
1.102 brevet 077 : Démarche générale de résolution d'un problème hyperstatique en théorie des poutres 31
1.103 brevet 078 : Identification de poutres parmi des objects manufacturés 31
1.104 brevet 079 : déplacement d'une poutre en flexion pure 32
1.105 brevet 080 : contrainte sur une poutre en torsion sans correction de cisaillement . . 32
1.106 brevet 081 : contrainte sur une poutre en torsion 32
1.107 brevet 082 : angle d'une poutre en torsion 33
1.108 brevet 083 : directions principales d'une section droite 33
1.109 brevet 101 : calcul d'une matrice de masse et de rigidité d'une structure discrète . 33
1.110 brevet 101bis : calcul d'une matrice de masse et de rigidité d'une structure discrète 34
1.111 brevet 102 : calcul d'un quotient de Rayleigh pour une structure discrète 34
1.112 brevet 102 bis : calcul d'un quotient de Rayleigh pour une structure discrète 35
1.113 brevet 103 : calcul exact des fréquences propres d'une structure discrète 35
1.114 brevet 104 : calcul exact des formes propres d'une structure discrète 35
1.115 brevet 105 : projection dans un sous-espace de dimension moindre, d'une structure discrète 35

1.116brevet 105 bis : projection dans un sous-espace de dimension moindre, d'une structure discrète . . . 35
1.117Brevet 106 : poutre continue, conditions aux limites et fonctions de base . . . 36
1.118Brevet 106 bis . . . 36
1.119Brevet 107 . . . 37
1.120Brevet 108 . . . 37
1.121Brevet 109 : comparaison de Rayleigh -Ritz et Rayleigh . . . 37
1.122Brevet 110 . . . 37
1.123Brevet 111 . . . 38
1.124Brevet 112 : critères de choix de la fonction test . . . 39
1.125Brevet 113 . . . 39
1.126Brevet 114 : coefficient de Rayleigh d'une structure continue avec un ressort . . . 40
1.127brevet 115 : calcul par méthode itérative de la première pulsation propre pour une structure discrète . . . 40
1.128brevet 115 bis : calcul par méthode itérative de la première pulsation propre pour une structure discrète . . . 40
1.129brevet 116 : calcul par méthode itérative de la seconde pulsation propre pour une structure discrète . . . 41
1.130brevet 117 : calcul par Rayleigh de la première fréquence propre d'une structure mixte (continue et discrète) . . . 41
1.131brevet 118 : Calcul exact de la sensibilité d'un vecteur propre à un paramètre d'un modèle . . . 42
1.132brevet 119 : Calcul numérique de la sensibilité d'un vecteur propre à un paramètre d'un modèle . . . 42
1.133brevet 120 : Calcul élément fini de la répartition des contraintes dans une poutre cantilever de section rectangulaire dont la hauteur est variable . . . 42
1.134brevet 121 : Calcul de l'indicateur d'écart en énergie entre un champs de contrainte lissé et un champs élément fini discontinu . . . 42
1.135brevet 122 : Comparaison des indicateurs d'écart en énergie basé sur le champs de contrainte lissé et le champs de contrainte exact . . . 43
1.136brevet 123 : Calcul de la matrice MAC entre les résultats d'un modèle et d'une expérience . . . 43
1.137brevet 124 : Test d'orthogonalité entre les résultats d'un modèle et d'une expérience 44
1.138brevet 125 : L'amortissement est-il proportionnel ? . . . 44
1.139brevet 126 : Calcul exact des vecteurs propres d'un système non conservatif à deux degrés de liberté . . . 44
1.140brevet 127 : Calcul exact des vecteurs propres d'un système conservatif à deux degrés de liberté . . . 45
1.141brevet 128 : Passage d'un mode complexe à un mode réel . . . 45
1.142brevet 129 : Réduction statique (de Guyan) d'un système conservatif à deux degrés de liberté . . . 45
1.143brevet 130 : Réduction dynamique d'un système conservatif à deux degrés de liberté 47
1.144brevet 131 : Processus de réduction vers un système équivalent appliquée à un système conservatif à deux degrés de liberté . . . 47
1.145brevet 132 : Calcul exact de la répartition des contraintes dans une poutre cantilever de section rectangulaire dont la hauteur est variable . . . 48
1.146brevet 133 : Système discret ou continu ? (version 1) . . . 48
1.147brevet 134 : Energie cinétique d'une poutre et d'une masse ? . . . 48
1.148brevet 135 : Relation pulsation-période ? . . . 48
1.149brevet 136 : Relation rotation-fréquence ? . . . 48
1.150brevet 137 : Harmonique . . . 50
1.151brevet 138 : Sous-harmonique . . . 50
1.152brevet 139 : Système discret ou continu ? (version 2) . . . 50
1.153brevet 140 : Système discret ou continu ? (version 3) . . . 50
1.154brevet 141 : Potentiel de dissipation et frottement visqueux. . . . 51
1.155brevet 142 : Potentiel de dissipation et frottement sec. . . . 51

1.156brevet 143 : Fréquence propre d'un système à 1 ddl de translation. 51
1.157brevet 144 : Pulsation propre d'un système à 1 ddl de translation et pesanteur. . . 51
1.158brevet 145 : Phase du mouvement d'un système à 1 ddl de translation et pesanteur. 52
1.159brevet 146 : Inertie équivalente d'un système à 1 ddl. 52
1.160brevet 147 : Nombre de ddl indépendants. 52
1.161brevet 148 : Sous-amortissement d'un système 52
1.162brevet 149 : Pseudo-pulsation d'un système 52
1.163brevet 150 : Extraction du taux l'amortissement d'un système à partir de la réponse libre. 53
1.164brevet 151 : Tracé dans le plan de Nyquist des frf déplacement/force, vitesse/force, accélération/force pour un système à 1 ddl amorti. 53
1.165brevet 152 : Silent-block. 54
1.166brevet 153 : Oscillation(s) d'un système à 1ddl en présence de frottement sec. . . . 54
1.167brevet 154 : Facteur de perte. 54
1.168brevet 155 : Homogénéité. Amortissement hystérétique. 54
1.169brevet 156 : Amortissement et largeur de bande à -3dB. 55
1.170brevet 157 : Parties réelles et imaginaires d'une frf déplacement/force pour un système à 1 ddl non amorti. 57
1.171brevet 158 : Réponse impulsionelle et essai de lâcher. 57
1.172brevet 159 : Identification des paramètre par lissage de cercle. 57
1.173brevet 160 : Réponse d'un système à deux degrés de liberté en excitation forcée à une fréquence imposée 58
1.174brevet 161 : Antirésonnance d'un système à deux degrés de liberté en excitation forcée à une fréquence imposée 59
1.175brevet 162 : Equation dynamique normalisée par la matrice de masse 59
1.176brevet 163 : Matrice orthogonale d'un problème de dynamique à 2 ddl 59
1.177brevet 164 : Normalisation de vecteurs propres par rapport à la matrice de masse . 60
1.178brevet 165 : Position des masses d'un système 2ddl lors d'un essai avec positions et vitesses initiales données. 61
1.179brevet 166 : Matrice d'amortissement approchée lorsque l'amortissement n'est pas proportionnel ? 61
1.180brevet 167 : Mesure au marteau d'impact de l'amplitude d'une fonction de réponse en fréquence 61
1.181brevet 168 : Calibration relative d'une chaine de mesure de fonction de réponse en fréquence, par la méthode du marteau d'impact 61
1.182brevet 169 : Mesure au marteau d'impact de l'amortissement d'une structure à une fréquence propre. 62
1.183brevet 170 : Mesure du coefficient d'absorption sous incidence normale d'un matériau isolant acoustique. 62
1.184brevet 171 : Réglage d'un absorbeur dynamique. 62
1.185brevet 172 : Mesure d'un coefficient d'amortissement modal par un essai de lacher. 62
1.186brevet 173 : Animation d'une forme propre d'une structure obtenue par analyse modale expérimentale. 63
1.187brevet 174 : Processus d'expansion utilisant les matrices de masse et de rigidité du modèle, pour un système conservatif à deux degrés de liberté. 63
1.188brevet 175 : Processus d'expansion utilisant les données modales expérimentales , pour un système conservatif à deux degrés de liberté. 63
1.189brevet 176 : poutre continue et masse concentrée, Rayleigh-Ritz 64
1.190brevet 201 : composantes contravariantes 65
1.191brevet 202 : composantes covariantes 65
1.192brevet 203 : composantes covariantes et contravaraintes avec application numérique 65
1.193brevet 204 : calcul d'un produit scalaire à l'aide des composantes covariantes et contravariantes 65
1.194brevet 205 : produit tensoriel 65
1.195brevet 206 : Est-ce un produit tensoriel ? 66
1.196brevet 207 : Equation d'une droite passant par deux points. 66

1.197brevet 208 : Intégration avec changement de variable. 66
1.198brevet 209 : Déterminant d'une matrice 3x3. 66
1.199brevet 210 : Produit vectoriel de deux vecteurs. 66
1.200brevet 211 : Homogénéité d'une équation (version 1). 66
1.201brevet 212 : Homogénéité d'une équation (version 2). 67
1.202brevet 213 : Homogénéité d'une équation (version 3). 67
1.203brevet 214 : Dimension tensorielle (version 1). 67
1.204brevet 215 : Dimension tensorielle (version 2). 67
1.205brevet 216 : Intégration triple. 67
1.206brevet 217 : Produits de tenseurs du second ordre et vecteurs. 68
1.207brevet 218 : Dérivée d'une fonction trigonométrique. 68
1.208brevet 219 : Intégrale d'une fonction trigonométrique. 68
1.209brevet 220 : Intégrale d'une fonction polynome. 68
1.210brevet 221 : Intégrale d'une fonction à plusieurs variables. 68
1.211brevet 222 : Différence entre vecteur et matrice associée (version 1) 68
1.212brevet 223 : Différence entre vecteur et matrice associée (version 2) 69
1.213brevet 224 : Détermination des dimensions d'un paramètre à partir de l'homogénéité 69
1.214brevet 224 bis : Détermination des dimensions d'un paramètre à partir de l'homogénéité 69
1.215brevet 225 : Produit scalaire de deux vecteurs. 69
1.216brevet 226 : Projection d'un vecteur dans une base. 69
1.217brevet 227 : Projection d'une équation de mouvement dans deux directions. 70
1.218brevet 301 : 71
1.219brevet 302 : 71
1.220brevet 303 : 71
1.221brevet 304 : déplacement d'un volume élémentaire représentatif 71
1.222brevet 305 : déformation d'un volume élémentaire représentatif 71
1.223brevet 306 : calcul d'un vecteur déformation 71
1.224brevet 307 : déformation mesurée par une jauge de déformation 72
1.225brevet 308 : déformations principales 72
1.226brevet 309 : directions principales de déformations 72
1.227brevet 310 : tenseur de taux de déformation et de taux de rotation 72
1.228brevet 311 : rotationnel d'un écoulement 73
1.229brevet 312 : calcul du tenseur des déformation à partir de la mesure de trois jauges de déformation. 73
1.230brevet 313 : contrainte tangentielle maximale 73
1.231brevet 401 : Mesure à l'oscilloscope, via la transformée de Fourier, de l'amplitude d'une tension alternative. 74
1.232brevet 402 : Création d'un signal de fréquence, forme et amplitude donnée. 74
1.233brevet 403 : Mesure au multimètre de l'amplitude d'un signal. 74
1.234brevet 404 : Mesure à l'oscilloscope de l'amplitude, la forme, la fréquence d'une signal de tension. 74
1.235brevet 501 : Ressenti des étudiants à propos de la pédagogie cours-brevet. 75
1.236brevet 502 : Premiers échanges sur la pédagogie Freinet. 75
1.237brevet 503 : Construction d'un arbre des connaissances. 76
1.238brevet 504 : Construction d'un blason au sein d'un arbre des connaissances. 76
1.239brevet 601 : influence du nombre de degrés de liberté d'un modèle sur la fréquence propre. 77
1.240brevet 602 : distance à la solution réelle en fonction du type d'élément. 77
1.241brevet 603 : que représentent les modes propres à pulsation nulle ? 77
1.242brevet 604 : recherche de la discrétisation ayant meilleur ratio (précision/coût) . . 77
1.243brevet 605 : en contraintes planes, quelles sont les composantes de $\bar{\bar{\sigma}}$ qui sont nulles ? 77
1.244brevet 606 : contraintes ou déformations planes ? 78
1.245brevet 607 : type de modèle 78
1.246brevet 607 bis : type de modèle 79
1.247brevet 607 ter : type de modèle 79
1.248brevet 608 : Energie cinétique d'une plaque vibrante et énergie de rotation 79

1.249brevet 609 : Calcul d'un terme de la matrice de rigidité élémentaire d'un élément fini de type poutre . . . 80
1.250brevet 609 bis : Calcul d'un terme de la matrice de rigidité élémentaire d'un élément fini de type poutre . . . 80
1.251brevet 609 ter : Nullité d'un terme de la matrice de rigidité élémentaire d'un élément fini de type poutre. . . . 81
1.252brevet 610 : Calcul numérique du moment quadratique en torsion d'une poutre de section triangulaire . . . 81
1.253brevet 610 bis : Calcul numérique du moment quadratique en torsion d'une poutre de section circulaire creuse . . . 82
1.254brevet 610 ter : Calcul numérique du moment quadratique en torsion d'une poutre de section circulaire creuse fendue . . . 82
1.255brevet 610 quad : Calcul numérique de la section corrigée d'une poutre de section circulaire creuse . . . 82
1.256brevet 610 quin : Calcul numérique des sections corrigée d'une poutre de section circulaire creuse fendue . . . 83
1.257brevet 610 sext : Calcul numérique des moments polaire de poutres de section circulaire pleine et creuse . . . 83
1.258brevet 610 sept : Calcul numérique des moments polaires de poutres de section circulaire pleine et creuse fendues . . . 83
1.259brevet 611 : Validité de fonctions de contrainte en vue du calcul théorique du moment polaire corrigé d'une poutre de section carrée . . . 83
1.260brevet 612 : Choix de la meilleur fonction en vue du calcul théorique approché du moment polaire corrigé d'une poutre de section carrée . . . 84
1.261brevet 613 . . . 84
1.262brevet 614 . . . 84
1.263brevet 615 : Calcul des contraintes σ_{xx} dans une poutre de section droite rectangulaire non homogène symétrique . . . 84
1.264brevet 616 : Calcul théorique du moment polaire corrigé d'une poutre de section triangulaire . . . 84
1.265brevet 617 : Calcul des contraintes σ_{xx} dans une poutre de section droite rectangulaire non homogène non symétrique . . . 84
1.266brevet 618 : Calcul en petit déplacements d'une poutre console . . . 85
1.267brevet 619 : Calcul en grands déplacements d'une poutre console . . . 85
1.268brevet 701 : surface libre d'un fluide en statique . . . 85
1.269brevet 702 : tube en U . . . 86
1.270brevet 703 : "Atmosphère ! Atmosphère ! Est-ce que j'ai une gueule d'athmosphère ?" 86
1.271brevet 704 : Forces résultantes sur un solide et centre de poussée. . . . 86
1.272brevet 705 : Ventouses . . . 87
1.273brevet 706 : . . . 87
1.274brevet 707 : Cuve sous pression. . . . 88
1.275brevet 708 : Archimède dans l'air. . . . 89
1.276brevet 709 : Archimède au pôle nord . . . 89
1.277brevet 710 : Les confitures de grand-maman. . . . 89
1.278brevet 711 : Archimède et la Vologne . . . 89
1.279brevet 712 : Dérivée partielle et dérivée convective. . . . 89
1.280brevet 713 :Bernoulli vaporisé . . . 90
1.281brevet 714 : Bernoulli avec pertes de charges singulières . . . 90
1.282brevet 715 : Ecoulement de Poiseuille . . . 91
1.283brevet 716 : pertes de charge dans un tuyau . . . 91
1.284brevet 717 : Seringue . . . 92
1.285brevet 718 : Théorème d'Euler : impact d'un jet . . . 92
1.286brevet 719 : Un sablier sur une balance . . . 93
1.287brevet 720 : Fusée Saturne V pour mission Apollo . . . 93

2 Les réponses des brevets **94**

Si vous êtes l'une des 300 personnes qui téléchargent annuellement ce polycopié et que vous passez par Le Mans, venez m'offrir un café... et on en profitera pour parler du contenu afin de l'améliorer.

Jean-Michel

Chapitre 1

Les énoncés de brevet

1.1 brevet 001 : orientation de fibre moyenne et repère local

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soient quatre points A,B,C,D positionnés tels que $\vec{BC} = l\vec{i}$, $\vec{BD} = -R\vec{j}$, $\vec{BA} = -2R\vec{j}$. Soit une poutre de fibre moyenne AB (1/2 cercle de rayon R de centre D) et BC (ligne droite). Au point B la ligne moyenne ne fait pas de point anguleux. Soit un point H_1 de la fibre moyenne BC repéré par $\vec{BH_1} = x_{H1}\vec{i}$, et un point H_2 de la fibre moyenne AB repéré par $\vec{DH_2} = Rcos(\theta)\vec{j} - Rsin(\theta)\vec{i}$. La poutre est encastrée en C et en appui sur rouleau de normale $\vec{j}$ en B.

Exprimez les repères locaux $(H_1, \vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$ et $(H_2, \vec{x_2}, \vec{y_2}, \vec{z_2})$ en fonction des vecteurs $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:
- si on oriente la poutre de A vers C
- si on oriente la poutre de C vers A

1.2 brevet 002 : choix du secteur aval ou amont à utiliser pour le calcul du torseur des efforts intérieurs

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soient les points A,B,C,D,E positionnés tels que $\vec{AB} = l\vec{i}+a\vec{j}$, $\vec{AC} = 2l\vec{i}$, $\vec{AE} = 2.5l\vec{i}$, $\vec{AD} = 3l\vec{i}$. Soit une poutre formée par les lignes droites AB, BC, CE et ED. Cette poutre est en appui simple en A et en appui sur rouleau de normale $\vec{j}$ en C. Elle résiste vaillamment à une charge répartie sur le segment ED de force linéique $d\vec{F} = p\,dx\vec{j}$. Soient (H_1, H_2, H_3) les points courants des fibres moyennes AC, CE et ED. La poutre est orientée de A vers D.

Donnez pour chaque point H_1, H_2, H_3, la définition du torseur des efforts intérieurs que vous utiliserez pour faire le moins de calculs possibles (vers l'aval ou vers l'amont ?).

1.3 brevet 003 : déplacement par les formules de Bresse

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soient les points A,B,O positionnés tels que $\vec{OA} = R\vec{j}$, $\vec{OB} = R\vec{i}$. Soit une poutre de ligne moyenne circulaire de centre O de rayon R et rejoignant les points B et A (1/4 de cercle) orientée de B vers A. Soit H_1 un point courant de la fibre moyenne BA repéré par $\vec{OB} = Rcos(\theta)\vec{i}+Rsin(\theta)\vec{j}$. Cette poutre est encastrée en A et chargée en B par une force concentrée $\vec{F} = F\vec{i}$.

Le torseur des efforts intérieurs fourni :
- un effort normal $N = Fsin(\theta)$

– un effort tranchant $T_y = Fcos(\theta)$
– un moment fléchissant $M_{fz} = -FRsin(\theta)$

Calculez par les formules de Bresse, le déplacement du point B. Application numérique avec : $F = 100N$, $R = 0.100m$, $E = 2.10\,10^{11}Pa$, $I_{Hz} = 1.04\,10^{-10}m^4$,$S = 5.00\,10^{-5}m^2$.

1.4 brevet 004 : calcul d'un déplacement par méthode énergétique

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soient les points A,B positionnés tels que $\vec{BA} = l\vec{j}$. La poutre est formée par une ligne moyenne rectiligne entre B et A. Elle est encastrée en B et chargée en A par un effort $\vec{F} = F(-1/\sqrt{2}\vec{i} - 1/\sqrt{2}\vec{j})$.

Calculez par une méthode énergétique le déplacement du point A dans la direction $\vec{j}$. Application numérique : $F = 100N$, $l = 0.100m$, $E = 2.10\,10^{11}Pa$, $S = 5.00\,10^{-5}m^2$.

1.5 brevet 005 : torseur des efforts intérieurs dans le cas d'un chargement linéique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soient les points A,B positionnés tels que $\vec{AB} = l\vec{i}$. La poutre est formée par une ligne moyenne rectiligne entre A et B. Elle est encastrée en A et chargée aux points P du tronçon AB tel que $\vec{AP} = x_p\vec{i}$ par une charge répartie $d\vec{F_1} = a\,x_p\,dx_P\,\vec{j}$, et une charge concentrée en B : $\vec{F_2} = -F_2\vec{j}$.

Quelle est le torseur des efforts intérieurs en un point H tel que $\vec{AH} = x_H\vec{i}$. Application numérique : $F_2 = 100N$, $l = 0.200m$, $a = 2\,10^2Nm^{-2}$, $x_H = 0.100m$.

1.6 brevet 006 : moment quadratique

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] et cours "mécanique générale" ; autoattribution .

Soit dans un repère global $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, un tube d'acier de masse volumique $\rho = 7800$ kg.m^{-3} de section circulaire de diamètre extérieur $d = 0.3$ m, de diamètre intérieur $d_1 = 0.25$ m,de longueur $l = 1.4$ m, de centre d'inertie G, d'axe $G\vec{k}$.

Une section droite de ce cylindre, nécessite l'utilisation du repère local $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, avec l'axe $\vec{x}$ parallèle à l'axe $\vec{k}$. Quel est le moment quadratique I_{Hz} de la section droite passant par le point $H = G$?

1.7 brevet 006 bis : moment quadratique et moment d'inertie

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] et cours "mécanique générale" ; autoattribution .

Soit dans un repère global $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, un cylindre d'acier S, de masse volumique $\rho = 7800$ kgm^{-3} de section circulaire de diamètre $d = 0.3$ m, de longueur $l = 1.4$ m, de centre d'inertie G, d'axe $G\vec{k}$.

Quelle est l'inertie $I_{S,Gk}$ de ce cylindre autour de l'axe $G\vec{k}$?

Une section droite de ce cylindre, nécessite l'utilisation du repère local $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, avec l'axe $\vec{x}$ parallèle à l'axe $\vec{k}$. Quel est le moment quadratique I_{Hz} de la section droite passant par le point $H = G$?

1.8 brevet 006 ter : moment quadratique d'une section rectangulaire

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] et cours "mécanique générale" ; autoattribution
.

Une section droite d'une poutre de direction $vecx$ est de forme rectangulaire avec $b = 0.01$ m dans la direction $\vec{y}$ et $h = 0.02$ m dans la direction $\vec{z}$ avec l'axe $\vec{x}$ parallèle à l'axe $\vec{k}$. Quels sont les moments quadratiques I_{Hy} et I_{Hz} de la section droite passant par le point $H = G$?

1.9 brevet 007 : évaluation manuelle de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude connue

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [6] ; Autoattribution .

Soit des données représentées par des couples (x,y) tels que (1,0.84), (1.3,1.19), (1.7,1.5), (2,1.91), (2.5,2.5), (3,2.75), (4,3.95), (4.2,4.22), (4.3,4.5). Les incertitudes sont $\Delta x = 0.2$ et $\Delta y = 0.15$.

Tracez, mesurez et affichez la précision sur la pente d'un modèle linéaire passant par ces points.

1.10 brevet 007bis : évaluation manuelle de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude connue

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [6] ; Autoattribution .

Soit des données représentées par des couples (x,y) tels que (1,0.84), (1.3,1.19), (1.7,1.5), (2,1.91), (2.5,2.5), (3,2.75), (4,3.95), (4.2,4.22), (4.3,4.5). Les incertitudes sont $\Delta x = 0.08$ et $\Delta y = 0.05$.

Tracez, mesurez et affichez la précision sur la pente d'un modèle linéaire passant par ces points.

1.11 brevet 008 : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [6] .

A partir d'un jeu de points expérimentaux dont les rectangles d'incertitudes ne sont pas connus, affichez la précision sur la pente d'un modèle linéaire passant par ces points.

Faire le td *td5.sxc* disponible sur http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

1.12 brevet 008 bis : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [6] .

A partir d'un jeu de points expérimentaux dont les rectangles d'incertitudes ne sont pas connus, affichez la précision sur la pente d'un modèle linéaire passant par ces points.

Faire le td *td5bis.ods* disponible sur http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

1.13 brevet 008 ter : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [6] .

Une image de référence à chaque pixel codé entre 0 et 255 pour chaque couleur. En niveau de gris, la moyenne des trois couleurs est faite. La répartition des niveaux de gris dans l'image implique une valeur moyenne, une valeur médiane *med* et un écart type *eca*. Pour accéder à ces valeurs avec *Gimp* : ouvir une image, couleur, information, histogramme. Lors de la transmission de cette image, du bruit peu être rajouté. Vous le simulerez sur gimp par : filtre, bruit, brouillage RVB, RVB indépendants, taux de bruit compris entre 0 et 1 (valeur *tb* à choisir identique sur chaque canal.

Pour l'image *tesse.jpg* disponible sur http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95 , pour des valeurs de *tb* comprises entre 0 et 1, mesurez les évolutions associées de la médiane, et de l'écart type. Si l'on suppose un modèle affine entre les deux paramètres *tb* et *med*, quelle est la valeur de la pente avec son incertitude élargie à un taux de confiance de 95% ?

1.14 brevet 008 quad : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [6] .

Suite à l'examen de gestions des aléas de mars 2011, les étudiants ont fournis de façon anonyme le couple (*nbabsence*, *note*) avec *nbabsence* le nombre de séances de gestion des aléas auxquelles ils ne sont pas venus cette année là, et *note*, la note qu'ils ont obtenus à l'examen : (0,13), (0,18), (0,6), (0,4), (0,15), (0,13), (0,8), (0,14), (0,1), (0,4), (0,8), (0,16), (0,11), (0,8), (0,16), (1,6), (1,15), (1,4), (1,14), (2,0), (2,11), (2,10), (2,6), (2,6), (3,20), (3,10), (3,14), (3,10), (3,1), (5,11).

Peut-on affirmer, avec un taux de confiance de 95%, que être absent aux séances implique une réussite plus faible à l'examen ?

1.15 brevet 009 : évaluation de l'incertitude sur un modèle

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] .

A partir d'une formule traduisant le calcul d'une grandeur en fonction de paramètres mesurés, calculez la précision sur l'évaluation de cette grandeur.

Faire le sujet *td1.sxc* disponible sur http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

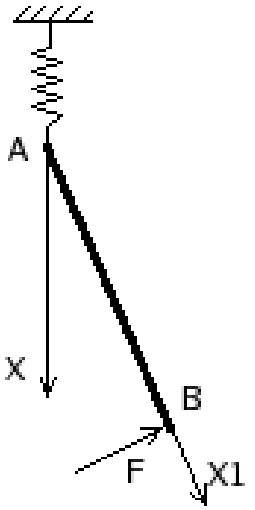


FIGURE 1.1 – Un pendule dont l'axe est retenu par un ressort.

1.16 brevet 010 : comparaison entre un modèle et une expérience

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] .

Une modélisation permet de trouver un encadrement d'une grandeur a : $13.43 < y_{theo} < 14.56$. Une expérience permet de trouver l'encadrement expérimental de la même grandeur a : $12.26 < y_{expe} < 13.57$.

Le modèle est-il adapté à l'expérience ?

1.17 brevet 010 bis : comparaison entre un modèle et une expérience

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] .

Une modélisation permet de trouver un encadrement d'une grandeur y : $1.23 < y_{theo} < 1.45$. Une expérience permet de trouver l'encadrement expérimental de la même grandeur y : $1.14 < y_{expe} < 1.21$.

Le modèle est-il adapté à l'expérience ?

1.18 brevet 011 : équations de Lagrange, système à 2 degrés de liberté

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "Mécanique Générale" .

Déterminer par les équations de Lagrange les deux équations de mouvement relatives au système présenté figure 1.1. Un pendule AB (barre de masse m, de longueur l dans la direction $\vec{x}_1$, de faible section par rapport à la longueur) dont la liaison pivot est en liaison glissière d'axe $A\vec{x}$, maintenue par un ressort de rigidité k agissant dans cette même direction, est placée dans un champs de pesanteur $g\vec{x}$. Un effort extérieur $\vec{F}$ constant est appliqué dans la direction $\vec{y}_1$ orthogonale à la direction de la barre $\vec{x}_1$. On notera A_0 la position de l'axe du pendule, au repos, sous son propre poids (sans l'effort $\vec{F}$)).

1.19 brevet 012 : calcul d'un torseur des déformations

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une fibre moyenne constituée d'un segment de droite AB, tel que $\vec{AB} = l\vec{i}$. La position d'un point courant H sera repérée par $\vec{AH} = x\vec{i}$. Cette poutre est déformée telle que le point H subisse un déplacement $\vec{u} = 3x^2\vec{j}$. Calculez le torseur des déformations en H.

1.20 brevet 013 : degré d'hyperstatisme d'une structure tridimensionelle

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre constituée d'un segment de droite AB, tel que $\vec{AB} = l_1\vec{i}$, un segment de droite BC, tel que $\vec{BC} = l_2\vec{j}$, et un segment de droite CD, tel que $\vec{CD} = l_3\vec{k}$. Cette structure est liée au référentiel extérieur

- en A par une glissière d'axe $A\vec{i}$
- en B, par un appui ponctuel de normale $B\vec{j}$
- en C, par un appui plan de normale $C\vec{i}$.

Elle subit un torseur de chargement quelconque en B. Quel est le degrée d'hyperstatisme de cette structure ?

1.21 brevet 014 : degré d'hyperstatisme d'une structure plane

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours 2a.pdf ; autoattribution .

Soit le problème plan, formé par une poutre constituée d'un segment de droite AB, tel que $\vec{AB} = l_1\vec{i}$, un segment de droite BC, tel que $\vec{BC} = l_2\vec{j}$. Cette structure est liée au référentiel extérieur :

- en A un appui simple,
- en C, un appui sur rouleau de normale $C\vec{i}$.

Cette structure subie un chargement au point B :

- une force $\vec{F}$ dont la direction n'est pas précisée,
- un couple $C\vec{k}$.

Quel est le degrée d'hyperstatisme de cette structure ?

1.22 brevet 015 : choix de l'équation permettant de déterminer l'inconnue hyperstatique d'une structure plane.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours 2a.pdf ; autoattribution .

Soit le problème plan, formé par une poutre constituée d'un segment de droite AB, tel que $\vec{AB} = l_1\vec{i}$, un segment de droite BC, tel que $\vec{BC} = l_2\vec{j}$. Cette structure est liée au référentiel extérieur :

- en A un encastrement,
- en C, un appui sur rouleau de normale $C\vec{i}$.

Soit un chargement au point B constitué d'un couple $C\vec{k}$. Le degré d'hyperstatisme de cette structure est 1. Si l'on choisi comme inconnue hyperstatique la réaction en C, quelle est l'équation cinématique qui permet d'obtenir une équation supplémentaire permettant de déterminer l'inconnue hyperstatique ?

1.23 brevet 016 : détermination du système isostatique associé à un système hyperstatique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit le problème plan, formé par une poutre constituée d'un segment de droite AB, tel que $\vec{AB} = l_1\vec{i}$, un segment de droite BC, tel que $\vec{BC} = l_2\vec{j}$. Cette structure est liée au référentiel extérieur :

- en A un encastrement,
- en C, un appui sur rouleau de normale $C\vec{i}$.

Soit un chargement au point B constitué d'un couple $C\vec{k}$. Le degré d'hyperstatisme de cette structure est de 1.

- a) Si l'on choisi comme inconnue hyperstatique la réaction en C, quel est le système isostatique associé, et le chargement qui lui est appliqué ?
- b) Si l'on choisi comme inconnue hyperstatique la réaction dans la direction $\vec{i}$ en A, quel est le système isostatique associé, et le chargement qui lui est appliqué ?

1.24 brevet 017 : calcul d'un déplacement d'une poutre circulaire.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours 2a.pdf ; autoattribution .

Soit le problème plan, formé par une poutre dont la fibre moyenne est représentable par un arc de cercle de centre 0 de rayon R entre les points A et B, avec les coordonnées de A et B telles que : $\vec{OA} = R\vec{i}$ et $\vec{OB} = R\vec{j}$. Cette poutre est encastrée en A, chargée en point B par une force $F\vec{j}$.

Quel est le déplacement du point B dans la direction $\vec{j}$? On prendra $E = 2,1e^{11}\ Pa$, $I_{gz} = 0.833\ 10^{-9}\ m^4$, $S = 10^{-4}\ m^2$, $R = 1\ m$, $F = 9.81\ N$. Le déplacement dû à l'effort normal est-il négligeable devant celui dû au moment fléchissant ?

1.25 brevet 018 : torseur des efforts intérieur et torseur de chargement.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit le problème plan, formé par une poutre constituée d'un segment de droite AB, tel que $\vec{AB} = l_1\vec{i}$. Le point A soit encastré. Soit un chargement au point B constitué d'un couple $C\breve{k}$. Soit H un point courant compris entre A et B. La poutre est orientée de B vers A.

Le torseur,

$$\{\tau_1\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C\,\breve{z} \end{array} \right\}_H \tag{1.1}$$

est-il un torseur des efforts intérieur ou un torseur de chargement ?

1.26 brevet 019 : Compositions de vitesses.

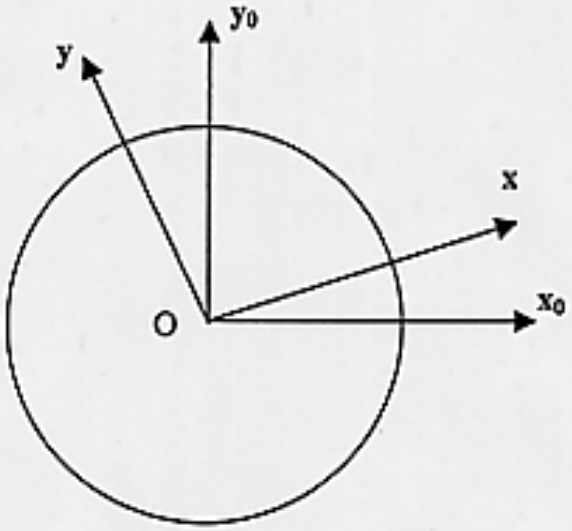
Ce brevet est présenté figure 1.2.

1.27 brevet 020 : calcul de composantes d'un tenseur d'inertie d'un solide non parralélépipédique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "mécanique générale : cinétique d'un solide : paragraphe 1-3" ; attribution : autoattribution .

Auteur : N. Dauchez
(d'après http://www.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/meca/manege.html)
Ressource : N. Dauchez Cours de mécanique générale - Cinématique - ENSIM 1ère année.

Un enfant parcourt avec une vitesse uniforme v=3 km/h un diamètre d'un manège circulaire qui tourne avec une vitesse angulaire constante Ω=12 tour/min . Donnez les expressions des vitesses et accélérations de l'enfant en fonction du temps t, dans le repère lié au manège R (O centre du manège, x et y dans le plan du manège, z axe de rotation) puis dans le repère lié au sol R_0 (O, x_0 et y_0 axes horizontaux, z).
Donnez les valeurs des accélérations centrifuges et de Coriolis lorsque l'enfant est à 2 m du centre du manège.



Γ Centrifuge = 3.1 m.s^{-2} ; Γ Coriolis = 2 m.s^{-2}

FIGURE 1.2 – Brevet 19

Soit un cube en acier de masse volumique $\rho = 7800kgm^{-3}$, de coté de longueur $a = 12cm$. Soit 6 de ses sommets positionnés tels que leurs coordonnées dans un repère $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ soient : $A(0,0,0); B(a,0,0); C(0,0,a); D(0,a,0); E(a,a,0); F(0,a,a)$. Ce cube est coupé par le plan passant pas les points $CBEF$.

Si l'on considère le solide S limité par les arrêtes reliant ces 6 points,

- calculez l'inertie du solide S autour de l'axe $A\vec{y}$.
- calculez le terme hors diagonale (produit d'inertie) $-P_{xy}$

1.28 brevet 021 : Lagrange : énergie cinétique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "mécanique générale : équations de Lagrange" ; attribution : autoattribution .

Soit une barre de section circulaire, de rayon r, de longueur l, de masse totale m parallèle à l'axe $\vec{x}$. A ces deux extrémités A et B, elle est liée à un repère galiléen $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ par des ressorts de raideur k agissants dans la direction $\vec{y}$. Soit H le centre de gravité de la barre, et C un point de la barre tel que $\vec{AC} = a\vec{x}$ auquel est appliqué une force extérieure $Fsin(\omega t)\vec{y}$. Les points A et B ne peuvent se déplacer que dans la direction $\vec{y}$, leurs déplacements respectifs, par rapport à la position d'équilibre sont repérés par y_1 et y_2. Le poids propre de la barre sera négligé.

Calculez l'énergie cinétique de la barre en sachant que $r = l/8$.

1.29 brevet 022 : Lagrange : forces généralisées.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "mécanique générale : équations de Lagrange" ; attribution : autoattribution .

Soit une barre de section circulaire, de rayon r, de longueur l, de masse totale m parallèle à l'axe $\vec{x}$. A ces deux extrémités A et B, elle est liée à un repère galiléen $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ par des ressorts de raideur k agissants dans la direction $\vec{y}$. Soit G le centre de gravité de la barre, et C un point de la barre tel que $\vec{AC} = a\vec{x}$ auquel est appliqué une force extérieure $Fsin(\omega t)\vec{y}$. Les points A et B ne peuvent se déplacer que dans la direction $\vec{y}$, leurs déplacements respectifs, par rapport à la position d'équilibre sont repérés par y_1 et y_2. Le poids propre de la barre sera négligé. Calculez les efforts généralisés associés aux degrés de libertés y_1 et y_2 de la barre.

1.30 brevet 023 : Lagrange : écriture des équations.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "mécanique générale : équations de Lagrange" ; attribution : autoattribution .

Soit une barre de section circulaire, de rayon r, de longueur l, de masse totale m parallèle à l'axe $\vec{x}$. A ces deux extrémités A et B, elle est liée à un repère galiléen $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ par des ressorts de raideur k agissants dans la direction $\vec{y}$. Soit G le centre de gravité de la barre, et C un point de la barre tel que $\vec{AC} = a\vec{x}$ auquel est appliqué une force extérieure $Fsin(\omega t)\vec{y}$. Les points A et B ne peuvent se déplacer que dans la direction $\vec{y}$, leurs déplacements respectifs, par rapport à la position d'équilibre sont repérés par y_1 et y_2. Le poids propre de la barre sera négligé. Ecrire les deux équations de Lagrange associés aux degrés de libertés y_1 et y_2 de la barre.

1.31 brevet 024 : sollicitations d'une poutre.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; attribution : autoattribution .

Soit une barre de section circulaire, de rayon r, de longueur l entre les points A et B tels que $\vec{AB} = l\vec{j}$, de masse totale m. A son extrémité A elle est liée par un encastrement à un repère

galiléen $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. En B sont appliqués une force extérieure $-F\vec{j}$ et un couple $C\breve{k}$. En un point H courant de la fibre moyenne telle que $\vec{AH} = s\vec{j}$, si on oriente la poutre de A vers B, le torseur des efforts intérieurs est donné par :

$$\{\tau_H\} = \left\{ \begin{array}{c} -F\vec{j} \\ C\breve{k} \end{array} \right\}_H \tag{1.2}$$

Quelles sont les sollicitations de cette poutre ?

1.32 brevet 025 : différence entre torseur de liaison et torseur des efforts intérieurs.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; attribution : autoattribution .

Soit une barre de section circulaire, de rayon r, de longueur l entre les points A et B tels que $\vec{AB} = l\vec{j}$, de masse totale m. A son extrémité A elle est liée par un appuis simple à un repère galiléen $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, ainsi qu'en B par un appuis simple de normale $\vec{i}$. En B sont appliqués une force extérieure $-F\vec{j}$ et un couple $C\breve{k}$. Soit le point H courant de la fibre moyenne tel que $\vec{AH} = s\vec{j}$. On oriente la poutre de A vers B.

Soit le torseur exprimé en H :

$$\{\tau_H\} = \left\{ \begin{array}{c} -F\vec{j} \\ C\breve{k} \end{array} \right\}_H \tag{1.3}$$

Est-ce un torseur d'efforts intérieur, un torseur de chargement exprimé en H ou un torseur d'inter-effort à une liaison exprimé en H ?

1.33 brevet 026 : savoir évaluer une incertitude sur une valeur moyenne de mesures obtenues par répétabilité

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; attribution : autoattribution .

Faire la première partie du sujet *td2.sxc* disponible sur http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

1.34 brevet 026 bis : savoir évaluer une incertitude sur une valeur moyenne de mesures obtenues par répétabilité

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; attribution : autoattribution .

Faire la première partie du sujet *td2bis.sxc* disponible sur http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

1.35 brevet 027 : savoir choisir le nombre de mesures pour obtenir une incertitude de x sur une valeur moyenne de mesure obtenue par répétabilité

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; attribution : autoattribution .

Faire la seconde partie du sujet *td2.ods* disponible sur http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

1.36 brevet 027 bis : savoir choisir le nombre de mesures pour obtenir une incertitude de x sur une valeur moyenne de mesure obtenue par répétabilité

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; attribution : autoattribution .

Faire la seconde partie du sujet *td2bis.ods* disponible sur http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

1.37 brevet 028 : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue, la linéarité doit être valable quelque soit le nombre de points pris en compte

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] .

A partir d'un jeu de points expérimentaux dont les rectangles d'incertitudes ne sont pas connus, tracez, mesurez et affichez la précision sur la pente d'un modèle linéaire passant par l'ensemble des points, quelque soit le nombre de ces points pris en compte.

Faire le sujet *td6.sxc* disponible dans distribdocetu / incertitudes / td.

1.38 brevet 029 : évaluation statistique de la fin de dépendance linéaire entre deux variables $y = px + c$

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] .

A partir d'un jeu de points expérimentaux dont les rectangles d'incertitudes ne sont pas connus, détectez la fin de linéarité, et donnez le nombre de points tels que l'hypothèse de linéarité est valide depuis le premier point.

Faire le sujet *td7.ods* disponible sur http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

1.39 brevet 029 bis : évaluation statistique de la fin de dépendance linéaire entre deux variables $y = px + c$

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] .

A partir d'un jeu de points expérimentaux dont les rectangles d'incertitudes ne sont pas connus, détectez la fin de linéarité, et donnez le nombre de points tels que l'hypothèse de linéarité est valide depuis le premier point.

Faire le sujet *td7bis.ods* disponible sur http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

1.40 brevet 029 ter : évaluation statistique de la fin de dépendance linéaire entre deux variables $y = px + c$

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] .

Une image de référence à chaque pixel codé entre 0 et 255 pour chaque couleur. En niveau de gris, la moyenne des trois couleurs est faite. La répartition des niveaux de gris dans l'image implique une valeur moyenne, une valeur médiane et un écart type *eca*. Pour accéder à ces valeurs avec *Gimp* : ouvrir une image, couleur, information, histogramme. Lors de la transmission de cette

image, du bruit peu être rajouté. Vous le simulerez sur gimp par : filtre, bruit, brouillage RVB, RVB indépendants, taux de bruit compris entre 0 et 1 (valeur *tb* à choisir identique sur chaque canal.

Pour l'image *tesse.jpg* disponible sur http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95 , pour des valeurs de *tb* comprises entre 0 et 1, mesurez les évolutions associées de la médiane, et de l'écart type. Peux-ton affirmer que un modèle affine n'est pas acceptable pour la relation entre *tb* et *eca* ? Quelle est la valeur de la pente avec son incertitude élargie à un taux de confiance de 95% ?

1.41 brevet 030 : savoir évaluer une incertitude sur une valeur moyenne de mesures obtenues par répétabilité avec un taux de confiance de 90%

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; attribution : autoattribution .

Soit les mesures d'une grandeur a faites successivement : 1.23, 1.45, 1.43, 1.27, 1.34, 1.18.

Quelle est l'incertitude sur la valeur moyenne $\Delta\bar{a}$ avec un taux de confiance de 90% ?

1.42 brevet 031 : torseur de déplacement d'un solide, formule de changement de point d'un torseur

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6], Autoattribution .

Soient trois points A,B,C dans l'espace affine de base $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, tels que $\vec{AB} = 12\vec{i}$ m et $\vec{BC} = 3\vec{j} - 6\vec{k}$ m. Soit un solide indéformable reliant les points A,B et C. Si le point A subit une translation $4\vec{j} - 4\vec{k}$ m/s et une rotation $2\breve{i}$ s^{-1}, quel est le torseur de déplacement de ce solide exprimée au point C ?

1.43 brevet 032 : Utilisation des formules de Bresse en compression charge linéique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite AB, de module d'Young $E = 2.1e11$, de coefficient de poisson $\nu = 0.28$, de masse volumique $\rho = 7800$ kg m^{-3}, d'aire de section droite circulaire de rayon $R = 0.05$ m dans le champs de pesanteur $\vec{g} = -9.81\vec{j}$, dont le vecteur $\vec{AB} = l\vec{j} = 10\vec{j}$ m, encastrée en A et portant à son extrémité B une masse ponctuelle $M = 200$ kg. Sous l'effet de la pesanteur, le torseur des efforts intérieur en un point H tel que $\vec{AH} = x\vec{j}$ est composé d'un effort normal $N = -g\left(M + \rho\pi R^2(l - x)\right)$.

Quel est le déplacement vertical du point B ?

1.44 brevet 033 : formule de changement de point.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit, dans la base orthonomée directe $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, les points O,A,B tels que $\vec{OA} = 3\vec{i} + 2\vec{k}$, $\vec{OB} =$

$5\vec{i} - 2\vec{j}$. Soit le torseur,

$$\{\tau\} = \left\{ \begin{array}{c} 4\vec{k} - 5\vec{j} \\ 2\vec{i} \end{array} \right\}_A . \tag{1.4}$$

Quelle est l'expression de ce torseur lorsqu'il est exprimé en B ?

1.45 brevet 034 : énergie potentielle de pesanteur.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours vibration 1 de JC Pascal ; autoattribution .

Soit un solide de masse $m = 2$ kg dans un champs de pesanteur $\vec{g} = 9.81\vec{z}$ ms^{-2} avec (O,$\vec{x}$,$\vec{y}$,$\vec{z}$) un repère galliléen orthonormé. Ce solide est déplacé de la position A à la position B tels que $\vec{OA} = 1\vec{x} + 3\vec{y} + 1\vec{z}$ en m et $\vec{OB} = 3\vec{x} + 5\vec{y} - 2\vec{z}$ en m.

Quelle est la variation d'énergie potentielle V de ce solide entre les deux points A et B.

1.46 brevet 035 : énergie potentielle d'un ressort.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours vibration 1 de JC Pascal ; autoattribution .

Soit un ressort de rigidité $k = 2$ Nm^{-1} Dont les extrémités A et B ont comme coordonnées dans un repère galilléen orthonormé (O,$\vec{x}$,$\vec{y}$,$\vec{z}$) : $\vec{OA} = 1\vec{x} + 3\vec{y} + 1\vec{z}$ en m et $\vec{OB} = 3\vec{x} + 5\vec{y} - 2\vec{z}$ en m. Les extrémités de ce ressort sont déplacées aux positions A' et B' de coorsdonnées telles que $\vec{OA'} = 1\vec{x} + 3\vec{y} + 2\vec{z}$ en m et $\vec{OB'} = 1\vec{x} + 5\vec{y} - 2\vec{z}$ en m.

Quelle est la variation d'énergie potentielle V entre les deux positions du ressort.

1.47 brevet 036 : Raideur équivalente de deux ressorts en série.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours vibration 1 de JC Pascal ; autoattribution .

Soit une masse m assujetie à se déplacer suivant l'axe $\vec{x}$ et reliée au repère galiléen par 2 ressorts en série de rigidité $k_1 = 2$ Nm^{-1} et $k_2 = 1$ Nm^{-1}.

Quelle est la rigidité k_3 du ressort équivalent ?

1.48 brevet 037 : Torseur transmissible par la liaison bidimensionelle appuis sur rouleaux

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours techno-mécanique ; autoattribution .

Soit pour un problème dans le plan (A,$\vec{x}$,$\vec{y}$), une laison appuis sur rouleau en un point B de normale $\vec{y}$.

Démontrez, si la liaison est parfaite, que le torseur des efforts transmissibles est :

1.49 brevet 038 : Torseur transmissible par la liaison tridimensionelle hélicoidale

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours techno-mécanique ; autoattribution .

Soit pour un problème dans l'espace (A,$\vec{x}$,$\vec{y}$,$\vec{z}$), une liaison hélicoidale d'axe B$\vec{y}$ de pas p.

Démontrez, si la liaison est parfaite, que le torseur des efforts transmissibles est :

1.50 brevet 039 : Chargement réparti (version 1)

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours techno-mécanique ; autoattribution .

Soit une poutre droite AB de longueur $l = 2$ m d'axe $\vec{i}$, soumise sout son long à une répartition de couples par unité de longeur $\breve{c} = 0.1\breve{j}$ en Nm/m.

Donnez l'expression de son torseur équivalent au point B.

1.51 brevet 040 : Moment polaire d'une section droite

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours techno-mécanique ; autoattribution .

Soit une section droite de section carré de coté $a = 10$ mm, évidée en son centre par une section circulaire de diamètre $d = 5$ mm.

Quelle est la valeur de son moment polaire I_0 par rapoort à son axe $H\vec{x}$, avec H son barycentre et $\vec{x}$ le vecteur normal à cette surface.

1.52 brevet 041 : Raideur d'un plot en compression, ajusté dans un contenant cylindrique parfaitement lubrifié

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit un cylindre de direction $\vec{j}$, de section droite circulaire de diamètre $d = 10$ mm, en aluminium AU4G, de longueur $l = 50$ mm, ajusté dans un contenant cymindrique indéformable parfaitement lubrifié. Ce plot est soumis à une force $\vec{F} = -200\vec{j}$ sur sa surface supérieure. Sa surface inférieure est bloquée en translation par une surface de normale $\vec{j}$. Sous cette charge, la surface supérieure se déplace d'une valeur $\vec{u} = -u\vec{j}$.

Quelle est la rigidité $k = F/u$ de ce plot ?

1.53 brevet 042 : Raideur d'un plot en compression posé sur un plan parfaitement lubrifié

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit un cylindre de direction $\vec{j}$, de section droite circulaire de diamètre $d = 10$ mm, en aluminium AU4G, de longueur $l = 50$ mm. Ce plot est soumis à une force $\vec{F} = -200\vec{j}$ sur sa surface supérieure. Sa surface inférieure est bloquée en translation dans la direction $\vec{j}$ par une surface parfaitement lubrifiée. Sous cette charge, la surface supérieure se déplace d'une valeur $\vec{u} = -u\vec{j}$.

Quelle est la rigidité $k = F/u$ de ce plot ?

1.54 brevet 043 : Détermination d'une incertitude de type A, avec un taux de confiance de 95%

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit la mesure d'une même grandeur a faite par répétabilité. Les valeurs mesurées successivement sont : 1.22, 1.24, 1.22, 1.25, 1.25, 1.23, 1.30, 1.23

Quelle est la valeur moyenne $\bar{a}$ et son incertitude au taux de confiance de 95% ? Vous pouvez utiliser le tableur *incvalmoy.ods* ou *incvalmoy.sci*

1.55 brevet 043 bis : Détermination d'une incertitude de type A, avec un taux de confiance de 95%

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit la mesure d'une même grandeur a faite par répétabilité. Les valeurs mesurées successivement sont : 3.23, 3.43, 3.24, 3.12

Quelle est la valeur moyenne $\bar{a}$ et son incertitude au taux de confiance de 95% ? Vous pouvez utiliser le tableur *incvalmoy.ods* ou *incvalmoy.sci*

1.56 brevet 044 : Détermination d'une incertitude de type B d'une mesure faite avec un pied à coulisse.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit la mesure de la dimension d'une pièce avec un pied à coulisse mécanique sans affichage digital, dont les graduations sont faites tous les 0.02 mm. La mesure donne $a = 12.34$ mm.

Quelle est l'incertitude élargie sur cette mesure ?

1.57 brevet 044 bis : Détermination d'une incertitude de type B d'une mesure faite avec un réglet.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit la mesure de la dimension d'une pièce avec un réglet, dont les graduations sont faites tous les 1 mm. La mesure donne $a = 143$ mm.

Quelle est l'incertitude élargie sur cette mesure ?

1.58 brevet 045 : Détermination d'une incertitude de type B d'une valeur donnée dans la litérature.

auteur : JM Génevaux et A Houdouin ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit deux grandeurs a, b et c qui sont données dans la littérature $a = 12.3$, $b = 13400$ et $c = 28.0$ sans indications complémentaires

Quelle sont les incertitudes élargies que l'on peut considérer sur ces grandeurs en faisant l'hypothèse que le rédacteur de l'ouvrage est cohérent ?

1.59 brevet 045 bis : Détermination d'une incertitude de type B d'une valeur donnée dans la littérature.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit deux grandeurs a, b et c qui sont données dans la littérature $a = 0.3256$, $b = 1200$ et $c = 14.0$ sans indications complémentaires

Quelle sont les incertitudes élargies que l'on peut considérer sur ces grandeurs en faisant l'hypothèse que le rédacteur de l'ouvrage est cohérent ?

1.60 brevet 046 : Incertitude sur une grandeur composée

auteur : JM Génevaux T Jupin ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une grandeur y composée de grandeurs a, b, c, d par la relation $y = (ab)/(c+2d)$. La valeur $a = 12.34$ mm est mesurée au pied à coulisse dont les graduations sont distantes de 0.02 mm. La valeur b est mesurée par une répétabilité de 12 mesures (1.123, 1.124, 1.119, 1.130, 1.124, 1.128, 1.121, 1.120, 1.123, 1.117, 1.127, 1.125), la valeur c est donnée dans la litérature $c = 12,3$ V et la valeur d est de moyenne $\bar{d} = 1.25$ avec une variance de $\sigma_d = 0.12$ et une loi de répartition de Student à 12 degrés de liberté autour de cette moyenne.

Quelle est la valeur moyenne et l'incertitude élargie sur y à un taux de confiance de 95% ?

1.61 brevet 046 bis : Incertitude sur une grandeur composée

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une grandeur y composée de grandeurs a, b, c, d par la relation $y = \frac{\sqrt{ab}}{c+d^2}$. La valeur $a = 12$ mm est mesurée au reglet dont les graduations sont distantes de 1 mm. La valeur b est mesurée par une répétabilité de 7 mesures (1.34, 1.35, 1.33, 1.29, 1.35, 1.36, 1.32), la valeur c est donnée dans la litérature $c = 3.0$ et la valeur d est de moyenne $\bar{d} = 4$ avec une variance de $\sigma_d = 0.23$ et une loi de répartition de Student à 7 degrés de liberté autour de cette moyenne.

Quelle est la valeur moyenne et l'incertitude élargie sur y à un taux de confiance de 95% ?

1.62 brevet 047 : Incertitude sur une grandeur composée à partir des sommation d'erreurs relatives

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une grandeur y composée de grandeurs a, b, c, d par la relation $y = (ab)/(c+2d)$. La valeur $a = 12.34$ mm est mesurée au pied à coulisse dont les graduations sont distantes de 0.02 mm. La valeur b est mesurée par une répétabilité de 12 mesures (0.123, 0.124, 0.119, 0.130, 0.124, 0.128, 0.121, 0.120, 0.123, 0.117, 0.127, 0.125), la valeur c est donnée dans la litérature $c = 12,3$ V et

la valeur d est de moyenne $\bar{d} = 1.25$ avec une variance de $\sigma_d = 0.12$ et une loi de répartition de Student à 12 degrés de liberté autour de cette moyenne.

Pouvez-vous déterminer la valeur moyenne et de l'incertitude élargie sur y à un taux de confiance de 95% à l'aide de la méthode des dérivées logarithmiques (méthode de grand-papa) ?

1.63 brevet 047 bis : Incertitude sur une grandeur composée

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une grandeur y composée de grandeurs a, b, c, d par la relation $y = \frac{\sqrt{ab}}{c+d^2}$. La valeur $a = 12$ mm est mesurée au pied à coulisse dont les graduations sont distantes de 1 mm. La valeur b est mesurée par une répétabilité de 7 mesures (1.34, 1.35, 1.33, 1.29, 1.35, 1.36, 1.32), la valeur c est donnée dans la litérature $c = 3.0$ et la valeur d est de moyenne $\bar{d} = 4$ avec une variance de $\sigma_d = 0.23$ et une loi de répartition de Student à 7 degrés de liberté autour de cette moyenne.

Pouvez-vous déterminer la valeur moyenne et de l'incertitude élargie sur y à un taux de confiance de 95% à l'aide de la méthode des dérivées logarithmiques (méthode de grand-papa) ?

1.64 brevet 048 : Deux moyennes sont-elles significativement différentes ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une promotion de l'élèves de l'Ensim qui ont été examinés par deux jurys. Les notes des étudiants qui ont été évalués par le jury 1 sont : 12, 11, 14, 9, 15, 6, 12, 10, 11, 13. Les notes des étudiants qui ont été évalués par le jury 2 sont : 8, 15, 4, 18, 11, 10, 14, 8, 9, 7, 5, 10, 11, 13, 12, 9, 8, 9, 10, 8.

Les moyennes de ces deux groupes sont-elles significativement différentes au seuil de 95% de confiance ? Vous pouvez utiliser le programme *comvalmoy.ods*.

1.65 brevet 048 bis : Deux moyennes sont-elles significativement différentes ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une promotion de l'élèves de l'Ensim qui ont été examinés par deux jurys. Les notes des étudiants qui ont été évalués par le jury 1 sont : 8, 9, 10, 8 et 7. Les notes des étudiants qui ont été évalués par le jury 2 sont : 6, 7, 13, 5, 8, 10 et 11.

Les moyennes de ces deux groupes sont-elles significativement différentes au seuil de 95% de confiance ? Vous pouvez utiliser le programme *comvalmoy.ods*.

1.66 brevet 048 ter : Deux moyennes sont-elles significativement différentes ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

La consultation du site web UMTICE sur les incertitudes est mesurée pour deux populations : les invités et les étudiants. Entre Octobre 2008 et Août 2009, les consultations sont données ci-dessous :

- invité : 33, 1477, 2656, 2313, 2586, 2094, 2051, 2026, 2149, 1563, 941
- étudiant : 465, 519, 1097, 2566, 902, 1675, 178, 336, 56, 301, 6

Les moyennes de ces deux groupes sont-elles significativement différentes au seuil de 95% de confiance ? Vous pouvez utiliser le programme *comvalmoy.ods*.

1.67 brevet 048 quad : Deux moyennes sont-elles significativement différentes ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

A l'examen de gestions des aléas de mars 2011, deux populations d'étudiants étaient présentes : les étudiants suivant la formation informatique et ceux suivant la formation vibration acoustique capteur. Les notes de ces deux populations sont données ci-dessous :

- informatique : 5.1, 7.5, 9.9, 10.0, 3.6, 0.4, 9.9, 7.1, 10.0, 5.6, 6.9, 9.6, 1.5, 1.4, 9.4, 16.1, 1.5, 2.3, 6.1, 8.1, 8.5, 5.0, 3.8, 6.0
- vibration acoustique capteur : 5.8, 13.8, 9.9, 10.0, 14.1, 17.1, 14.1, 15.5, 15.8, 5.6, 11.8, 6.6, 10.4, 12.9, 10.8, 8.6, 16.5, 15.2, 14.1, 10.1, 12.3, 10.8, 15.1, 5.1, 6.1, 14.6, 1.9, 16.0, 10.4, 4.6, 11.8, 11.8, 8.9

Les moyennes de ces deux groupes sont-elles significativement différentes au seuil de 95% de confiance ? Vous pouvez utiliser le programme *comvalmoy.ods*.

1.68 brevet 049 : Contrainte de cisaillement maximale dans une section droite ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de section droite rectangulaire de largeur $b = 0.1$ m dans la direction $\vec{z}$ et de hauteur $h = 0.2$ m dans la direction $\vec{y}$. Dans une section droite l'effort tranchant est $T_y = 1000$ N.

Quelle est la contrainte de cisaillement σ_{yx} maximale dans la section droite en utilisant la cinématique 3 (avec voilement de la section droite) ? Diffère-t-elle de la contrainte de cisaillement que vous obtenez avec l'hypothèse de la cinématique 2 (sans voilement de section droite) ?

1.69 brevet 050 : Déplacement pour une poutre en traction

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur $l = 1$ m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur $b = 0.1$ m dans la direction $\vec{z}$ et de hauteur $h = 0.2(s + 1)$ m dans la direction $\vec{y}$, avec s l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que $\vec{AH} = s\vec{i}$. Les repères locaux $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et global $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ coïncident. Le point A est encastré, et une force à l'extrémité B implique que l'effort normal dans toute la poutre est $N = 1000$ N. Le module de Young du matériau est $E = 2.1\ 10^{11}$ Pa.

Quelle est le déplacement du point B ?

1.70 brevet 051 : Déplacement pour une poutre en flexion dû au moment fléchissant

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur $l = 1$ m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur $b = 0.15$ m dans la direction $\vec{z}$ et de hauteur $h = 0.02(s + 1)$ m dans la direction $\vec{y}$, avec s l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que $\vec{AH} = s\vec{i}$. Les repères locaux $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et global $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ coïncident. Le point A est encastré, et une force à l'extrémité B dans la direction $\vec{j}$ implique que l'effort tranchant $T_y = 1000$ N et un moment fléchissant $Mf_z(s) = 1000(l - s)$ Nm. Le module de Young du matériau est $E = 2.1\ 10^{11}$ Pa.

Quelle est le déplacement dans la direction $\vec{j}$ du point B dû au moment fléchissant ?

1.71 brevet 052 : Déplacement pour une poutre en flexion dû à l'effort tranchant dans le cas de la cinématique 3 (avec voilement de la section droite)

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur $l = 1$ m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur $b = 0.15$ m dans la direction $\vec{z}$ et de hauteur $h = 0.02(s + 1)$ m dans la direction $\vec{y}$, avec s l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que $\vec{AH} = s\vec{i}$. Les repères locaux $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et global $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ coïncident. Le point A est encastré, et une force à l'extrémité B dans la direction $\vec{j}$ implique que l'effort tranchant $T_y = 1000$ N et un moment fléchissant $Mf_z(s) = 1000(l - s)$ Nm. Le module de Young du matériau est $E = 2.1\ 10^{11}$ Pa, son coefficient de Poisson est $\nu = 0.3$.

Quelle est le déplacement dans la direction $\vec{j}$ du point B dû à l'effort tranchant dans le cas de la cinématique 3 ?

1.72 brevet 053 : Déplacement pour une poutre en flexion dû à l'effort tranchant dans le cas de la cinématique 2

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur $l = 1$ m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur $b = 0.15$ m dans la direction $\vec{z}$ et de hauteur $h = 0.02(s + 1)$ m dans la direction $\vec{y}$, avec s l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que $\vec{AH} = s\vec{i}$. Les repères locaux $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et global $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ coïncident. Le point A est encastré, et une force à l'extrémité B dans la direction $\vec{j}$ implique que l'effort tranchant $T_y = 1000$ N et un moment fléchissant $Mf_z(s) = 1000(l - s)$ Nm. Le module de Young du matériau est $E = 2.1\ 10^{11}$ Pa, son coefficient de Poisson est $\nu = 0.3$..

Quelle est le déplacement dans la direction $\vec{j}$ du point B dû à l'effort tranchant dans le cas de la cinématique 2 ?

1.73 brevet 054 : Déformation mesurée sur une poutre en traction

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur $l = 1$ m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur $b = 0.015$ m dans la direction $\vec{z}$ et de hauteur $h = 0.02(s + 1)$ m dans la direction $\vec{y}$, avec s l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que $\vec{AH} = s\vec{i}$. Les repères locaux $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et global $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ coïncident. Le point A est encastré, et une force à l'extrémité B implique que l'effort normal dans toute la poutre est $N = 1000$ N. Le module de Young du matériau est $E = 2.1\ 10^{11}$ Pa, son coefficient de Poisson est $\nu = 0.3$.

Si une jauge de déformation est collée sur la surface libre supérieure (vers les $\vec{j}$ positif) dans la section droite du point H d'abscisse $s = 0.2$ m, quelle est la déformation mesurée si la jauge est collée dans la direction $\vec{i}$? Même question si elle est collée dans la direction $\vec{k}$?

1.74 brevet 055 : Déformations mesurées sur une poutre en flexion

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur $l = 1$ m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur $b = 0.15$ m dans la direction $\vec{z}$ et de hauteur $h = 0.02(s + 1)$ m dans la direction $\vec{y}$, avec s l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que $\vec{AH} = s\vec{i}$. Les repères locaux $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et global $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ coïncident. Le point A est encastré, et une force à l'extrémité B dans la direction $\vec{j}$ implique que l'effort tranchant $T_y = 1000$ N et un moment fléchissant $Mf_z(s) = 1000(l - s)$ Nm. Le module de Young du matériau est $E = 2.1\ 10^{11}$ Pa, son coefficient de Poisson est $\nu = 0.3$..

Si une jauge de déformation est collée sur la surface libre supérieure (vers les $\vec{j}$ positif) dans la section droite du point H d'abscisse $s = 0.2$ m, quelle est la déformation mesurée si la jauge est collée dans la direction $\vec{i}$?

1.75 brevet 056 : Le principe de superposition est-il applicable ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur $l = 1$ m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur $b = 0.015$ m dans la direction $\vec{z}$ et de hauteur $h = 0.02)$ m dans la direction $\vec{y}$, avec s l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que $\vec{AH} = s\vec{i}$. Les repères locaux $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et global $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ coïncident. Le point A est encastré. Un premier chargement est constitué d'une force à l'extrémité B $\vec{F_1} = 100\vec{j}$. Un second chargement est constitué d'une force à l'extrémité B $\vec{F_2} = -1000\vec{j}$. Le module de Young du matériau est $E = 2.1\ 10^{11}$ Pa.

En calculant le déplacement en bout de poutre, dites si les hypothèses du principe de supperposition sont vérifiées dans ce cas ?

1.76 brevet 057 : Energie de déformation

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur $l = 1$ m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur $b = 0.15$ m dans la direction $\vec{z}$ et de hauteur $h = 0.02$ m dans la direction $\vec{y}$, avec s l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que $\vec{AH} = s\vec{i}$. Les repères locaux $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et global $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ coïncident. Le point A est encastré. Un chargement est constitué d'une force à l'extrémité B $\vec{F_2} = 100\vec{j}$ N. Le module de Young du matériau est $E = 2.1\ 10^{11}$ Pa.

Quelle est l'énergie de déformation W_{int} contenue dans la poutre ?

1.77 brevet 058 : Réciprocité

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur $l = 1$ m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur $b = 0.015$ m dans la direction $\vec{z}$ et de hauteur $h = 0.02$ m dans la direction $\vec{y}$, avec s l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que $\vec{AH} = s\vec{i}$. Les repères locaux $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et global $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ coïncident. Le point A est encastré. Un chargement 1 est constitué d'une force à l'extrémité B $\vec{F_1} = 100\vec{j}$ N. Le module de Young du matériau est $E = 2.1\ 10^{11}$ Pa. Sous cette charge, le déplacement en milieu de poutre (point C) est $u_C = 0.0139$ m. Le chargement 1 est enlevé. Une seconde charge $\vec{F_2} = 50\vec{j}$ N est appliquée au point C.

Quelle est le déplacement au point B sous cette seconde charge ?

1.78 brevet 059 : Castigliano

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur $l = 1$ m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur $b = 0.015$ m dans la direction $\vec{z}$ et de hauteur $h = 0.02$ m dans la direction $\vec{y}$, avec s l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que $\vec{AH} = s\vec{i}$. Les repères locaux $(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et global $(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ coïncident. Le point A est encastré. Un chargement est constitué d'une force à l'extrémité B $\vec{F_2} = 100\vec{j}$ N. Le module de Young du matériau est $E = 2.1\ 10^{11}$ Pa.

Quel est le déplacement du point B dans la direction de la force qui lui est appliqué ?

1.79 brevet 060 : détermination de la valeur moyenne d'un exposant d'une relation non linéaire

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit des grandeurs a et b dont on cherche à déterminer l'exposant de la fonction théorique qui passe au mieux des mesures expérimentales (a_i, b_i) : (0.25,0.69), (0.32,0.73), (0.41,0.78), (0.52,0.83), (0.67,0.89), (0.86,0.96), (1.10,1.03), (1.41,1.10).

Si la loi théorique testée est $b = a^c$, quelle est la valeur moyenne de c ?

1.80 brevet 060 bis : détermination de la valeur moyenne d'un exposant d'une relation non linéaire

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

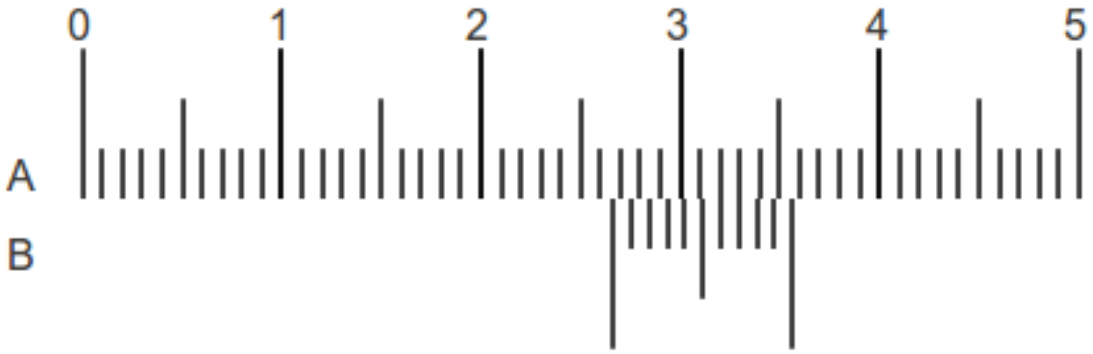


FIGURE 1.3 – Curseurs d'un pied à coulisse

Soit des grandeurs a et b dont on cherche à déterminer l'exposant de la fonction théorique qui passe au mieux des mesures expérimentales (a_i, b_i) : (0.25,0.39), (0.32,0.46), (0.41,0.53), (0.52,0.61), (0.67,0.70), (0.86,0.80), (1.10,0.92), (1.41,1.04).

Si la loi théorique testée est $b = c + a^d$, quelle est la valeur moyenne de d ? (Vous pouvez optimiser c afin de minimiser la dispersion des points autours de la droite des moindres carrés).

1.81 brevet 061 : Mesure avec un pied à coulisse

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit une mesure de longueur à l'aide d'un pied à coulisse, telle que montrée sur la figure 1.3.

Quelle est la longeur mesurée ?

1.82 brevet 061 bis : Mesures avec un pied à coulisse

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; attribution par un détenteur du brevet 061 bis .

Trois fois de suite, un détenteur du brevet 061 bis positionne un pied à coulisse. Il vous le tend. Vous lisez la distance et l'énoncez à haute voix.

1.83 brevet 062 : Choix de l'échantillonage de points de mesures

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit un système qui implique une relation entre une grandeur a et une grandeur b. La valeur admissible par le système sont $a_{mini} = 0$ et $a_{maxi} = 12$. Pour simuler le comportement du système (que vous n'avez pas entre les mains pour faire ce brevet), supposons que la relation entre b et a que vous cherchez à mesurer expérimentalement est : $b = 2 + 3a^3 - \sqrt{1/(a+1)}$.

Dans quel ordre ordonnez-vous les réglages de a ?

1.84 brevet 062bis : Choix de l'échantillonage de points de mesures

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit un système qui implique une relation entre une grandeur a et une grandeur b. La valeur admissible par le système sont $a_{mini} = 0$ et $a_{maxi} = 12$. Pour simuler le comportement du système (que vous n'avez pas entre les mains pour faire ce brevet), supposons que la relation entre b et a que vous cherchez à mesurer expérimentalement est : $b = 2 + 0,3a^3 - a^2 + \frac{1}{a-6,01}$.

Dans quel ordre ordonnez-vous les réglages de a ?

1.85 brevet 063 : Présentation dans un tableau de points de mesures, et de grandeurs calculées

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit un système qui implique une relation entre une grandeur a et une grandeur b et vous souhaitez présenter la grandeur $c = a/b$. Les données sont données par des couples (a_i, b_i) : (0.45,1234.6) et (0.98,2454.9) lorsque les couples sont exprimés en (m,A).

Faire le tableau présentant ces résultats de a, b et c.

1.86 brevet 064 : Présentation dans un graphe de points de mesures

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit un système qui implique une relation entre une grandeur a et une grandeur b. Les données sont données par des couples (a_i, b_i) : (0.45,1234.6), (0.98,2454.9) et (1.3,3234.7) lorsque les couples sont exprimés en (m,A).

Faire le graphe présentant ces résultats de b en fonction de a.

1.87 brevet 064bis : Présentation dans un graphe de points de mesures

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit un système qui implique une relation entre une grandeur a et une grandeur b. Les données sont données par des couples (a_i, b_i) : (1,4.00), (2,4.04), (4,4.43), (8,5.07), (16,5.90), (32,6.92) et (64,8.16) lorsque les couples sont exprimés en (m,A).

Faire le graphe présentant ces résultats de b en fonction de a.

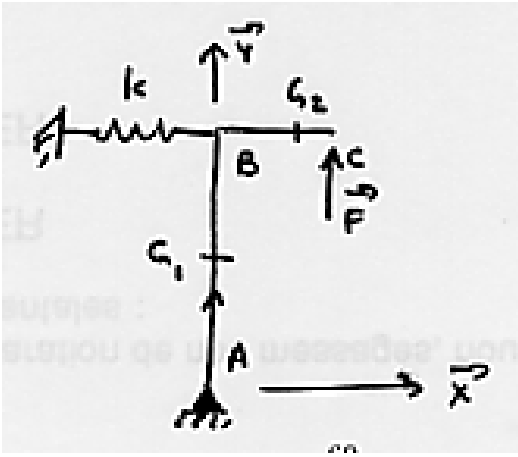


FIGURE 1.4 – Une poutre en pivot, avec un ressort.

1.88 brevet 065 : Coefficients de la droite des moindres carrés associée à des mesures expérimentales (1ière version)

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit un système qui implique une relation entre une grandeur a et une grandeur b. Les données sont données par des couples (a_i, b_i) : (0.45,1234.6), (0.98,2454.9) et (1.3,3234.7) lorsque les couples sont exprimés en (m,A).

Quels sont les valeurs p et c de la droite des moindres carrés du modèle $b = pa + c$?

1.89 brevet 066 : Coefficients de la droite des moindres carrés associée à des mesures expérimentales (2nd version)

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit un système qui implique une relation entre une grandeur a et une grandeur b. Les données sont données par des couples (a_i, b_i) : (-3,26), (-2,11), (-1,2), (2,13), (4,47) et (5,74) lorsque les couples sont exprimés en (m,A).

Quels sont les valeurs p et c de la droite des moindres carrés du modèle $b = pa + c$?

1.90 Brevet 067 : déformée d'une poutre articulée est liée à un ressort, formules de Bresse

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7] ; auto-attribution .

Soit le problème plan d'une poutre de section S de moment quadratique I_{Gz}, de module d'Young E, de masse volumique ρ, formée de deux tronçons droits AB et BC, telles que $A(0,0)$, $B(0,b)$, $C(b,b)$ dans le repère $(A, \vec{X}, \vec{Y})$ (voir figure 1.4). Le point A est en liaison appui simple avec le

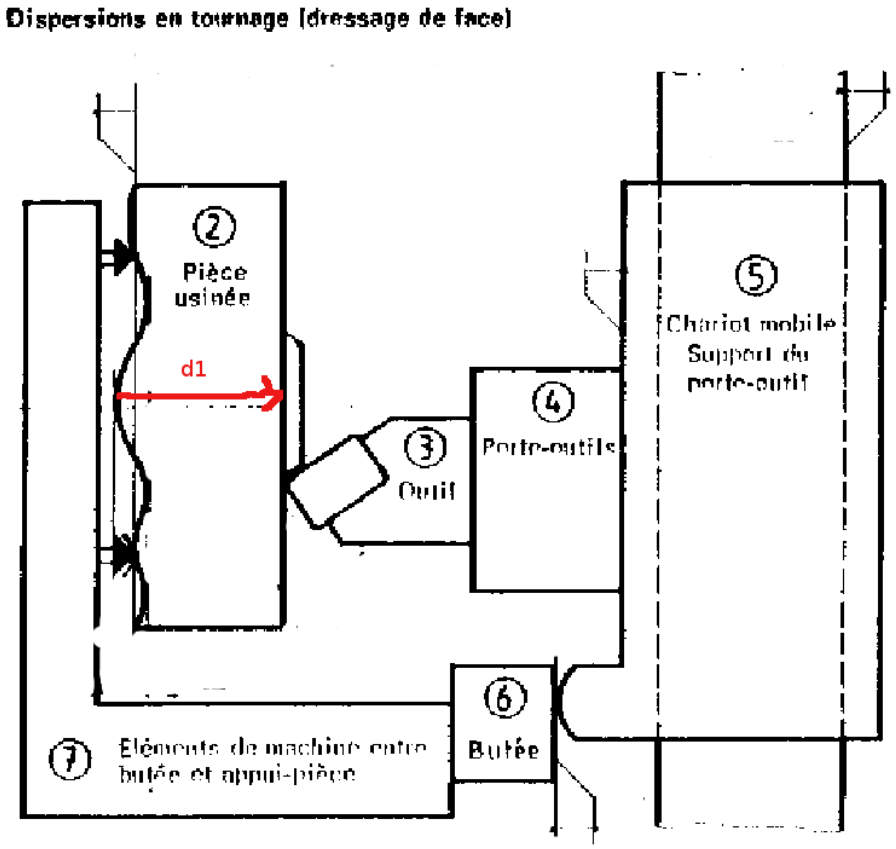


FIGURE 1.5 – Dressage d'une face au tour.

référentiel, et le point B est lié avec le référentiel par un ressort rigidité k agissant dans la direction $\vec{X}$.

Calculez la déformée du système sous une charge ponctuelle $F\vec{Y}$ en C. On pourra adimensionnaliser la solution en posant l'abscisse curviligne du point G1 adimensionnelle $sg1a = sg1/b$ ($sg1$ distance entre G1 et A, la rigidité adimensionnelle du ressort $ka = k/(F/b)$, la rigidité adimensionnelle en flexion de la fibre moyenne $eia = E * Igz/(Fb^2)$, la rigidité adimensionnelle en traction de la fibre moyenne $esa = E * S/F$, le déplacement adimensionnel du point G1 dans la direction $\vec{X}$ sera noté ug1xa. Faites les calculs pour les valeurs $ka = 10$, $eia = 10$, $esa = 10$.

1.91 Brevet 068 : chaîne de cote

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; auto-attribution .

Lors du dressage de la face, telle que représentée figure 1.5, la distance d_1 entre la surface dressée et la surface de référence dépend des qualités des appuis et de certaines distances de la machine.

Tracez la chaine de cote associée à cette distance d_1.

Dispersions dues à l'usure de l'outil			
Valeurs variables suivant notamment la nature de l'outil, la nature de la pièce, les conditions de coupe, le temps de coupe.			
Dispersions dues aux prises de pièces (mm)			
surface d'appui de la pièce	brute	moulée au sable	0,4
		moulée en coquille	0,2
		sciée	0,1 à 0,4
	usinée		0,02 à 0,1
Dispersions dues aux butées de course (mm)			
type de butée		ébauche	finition
fixe		0,04 à 0,08	0,02 à 0,04
debrayage mécanique		0,1 à 0,2	0,05 à 0,1
débrayage électrique		0,05 à 0,1	0,03 à 0,05
Dispersions dues aux porte-pièces (mm)			
Mandrin 3 mors durs		dispersion de coaxialité	0,1 à 0,2
Mandrin 3 mors doux			0,02 à 0,04
centreur cylindrique			fonction du jeu
centreur quelconque			0,02 à 0,04
rondelles Ringspann			0,01 à 0,02
expansibles			0,01 à 0,02
Valeurs courantes données à titre de première estimation			

FIGURE 1.6 – Les dispersions dépendent du type de surface et du type de contact.

1.92 Brevet 069 : Equations associées à une chaîne de cote

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; auto-attribution .

Lors du dressage de la face, la distance d_1 entre la surface dressée et la surface de référence dépend des cotes et des qualités de contacts telles que représentés figure 1.17.

Donnez l'équation liant d_1 aux autres cotes. Donnez l'expression des valeurs maxi et mini (d_{1M} et d_{1m}).

1.93 Brevet 070 : Incertitudes sur une cote de fabrication

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; auto-attribution .

Lors du dressage de la face, la distance d_1 entre la surface dressée et la surface de référence dépend des cotes et des qualités de contacts telles que représentés figure 1.17. La chaîne de cote associée fournit l'équation $d_1 = d_2 + d_{12} + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 - d_7 - d_8 - d_9 - d_{10} - d_{11}$.

A partir du tableau présenté figure 1.6, donnez la valeur de l'incertitude en dessous de laquelle la cote d_1 ne peut pas être réalisée sur cette machine. On fera cette estimation dans le cas d'une petite série.

1.94 Brevet 071 : Gamme d'usinage

auteur : S Deslandes ; ressource : [6] ; auto-attribution .

Le bureau d'étude transmet au bureau des méthodes le dessin de définition d'une pièce (fig. 1.7).

Dessiner la gamme de fabrication si l'ordre d'obtention des surfaces est 4 puis 1 puis 2 puis 3.

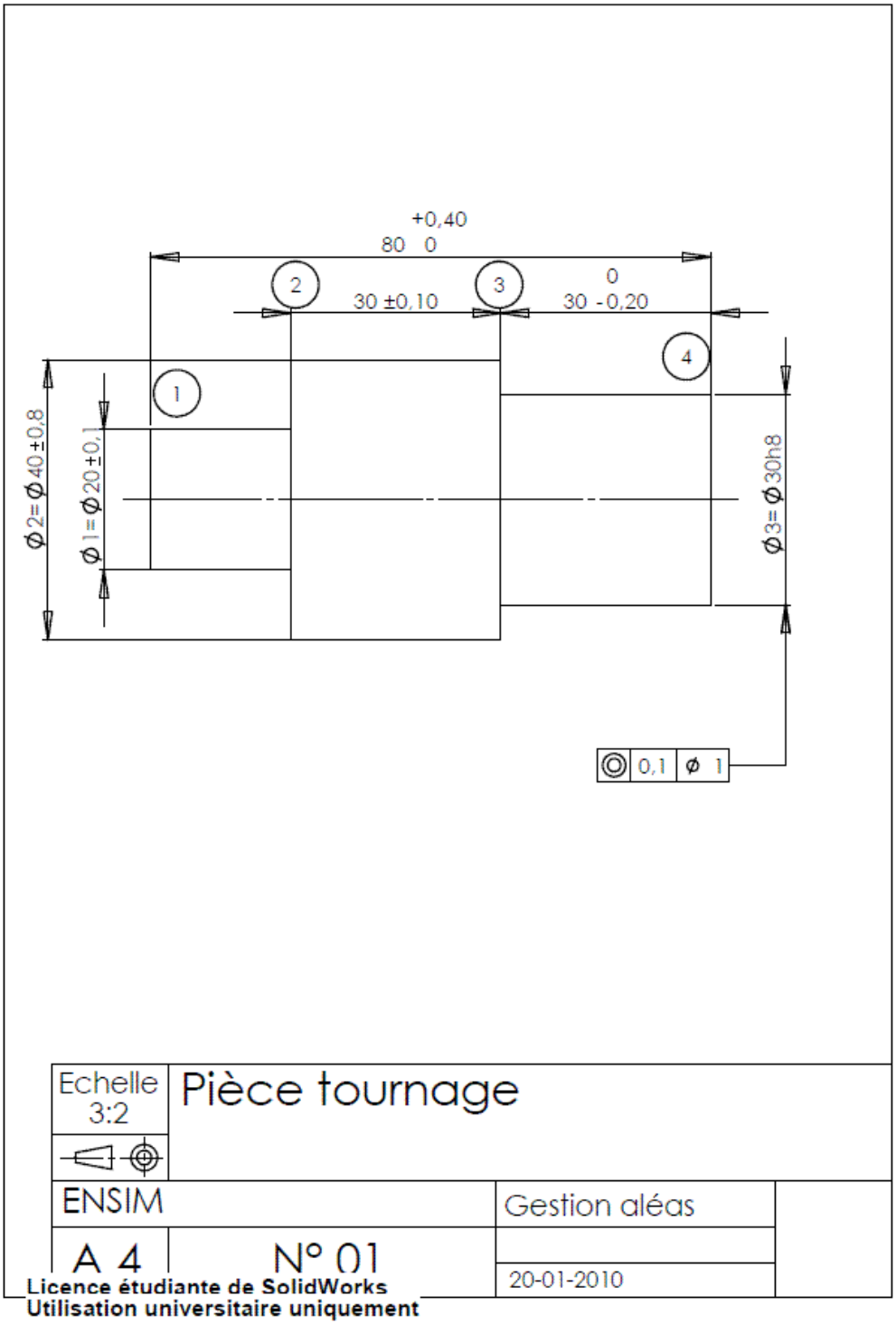


FIGURE 1.7 – Dessin de définition d'une pièce à fabriquer.

1.95 Brevet 071 bis : Gamme d'usinage

auteur : S Deslandes ; ressource : [6] ; auto-attribution .

Le bureau d'étude transmet au bureau des méthodes le dessin de définition d'une pièce (fig. 1.7).

Dessiner la gamme de fabrication si l'ordre d'obtention des surfaces est 1 puis 4 puis 3 puis 2.

1.96 Brevet 072 : Répartition des intervalles de tolérance sur des cotes de fabrication

auteur : S Deslandes ; ressource : [6] ; auto-attribution .

Le bureau d'étude a transmis au bureau des méthodes le dessin de définition d'une pièce (fig. 1.7). Ceci a donné lieu à une gamme de fabrication avec un ordre d'obtention des surfaces qui est 4 puis 1 puis 2 puis 3 (fig. 1.16.

Répartir les intervalles de tolérance sur les différentes cotes de fabrication.

1.97 Brevet 072 bis : Répartition des intervalles de tolérance sur des cotes de fabrication

auteur : S Deslandes ; ressource : [6] ; auto-attribution .

Le bureau d'étude a transmis au bureau des méthodes le dessin de définition d'une pièce (fig. 1.7). Ceci a donné lieu à une gamme de fabrication avec un ordre d'obtention des surfaces qui est 1 puis 4 puis 3 puis 2 (fig. 1.23.

Répartir les intervalles de tolérance sur les différentes cotes de fabrication.

1.98 Brevet 073 : Choix d'une procédure de fabrication

auteur : S Deslandes ; ressource : [6] ; auto-attribution .

Le bureau d'étude a transmis au bureau des méthodes le dessin de définition d'une pièce (fig. 1.7). Ceci a donné lieu à deux gammes de fabrication avec un ordre d'obtention des surfaces différents (fig. 1.16 et donc des intervalles de tolérances différents sur les cotes de fabrications (fig. 1.19 pour la gamme 1 et 1.23 pour la gamme 2).

Quelle est la gamme de fabrication a choisir.

1.99 brevet 074 : Le principe de superposition est-il applicable ? (version 2)

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur $l = 1$ m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur $b = 0.015$ m dans la direction $\vec{z}$ et de hauteur $h = 0.02$) m dans la direction $\vec{y}$, avec s l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que $\vec{AH} = s\vec{i}$. Les

repères locaux ($\vec{x}$,$\vec{y}$,$\vec{z}$) et global ($\vec{i}$,$\vec{j}$,$\vec{k}$) coïncident. Le point A est encastré. Un premier chargement est constitué d'une force à l'extrémité B $\vec{F_1} = 1000\vec{i}$. Un second chargement est constitué d'une force à l'extrémité B $\vec{F_2} = -100\vec{j}$. Le module de Young du matériau est $E = 2.1\ 10^{11}$ Pa.

En calculant le moment en A dans la configuration de référence et dans la configuration déformée, dites si les hypothèses du principe de supperposition sont vérifiées dans ce cas ?

1.100 brevet 075 : Démarche générale de résolution d'un problème de déplacement en théorie des poutres

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit un crochet fixé au plafond, représenté par une poutre en acier de diamètre d, composé d'un segment droit reliant les points A et B, puis d'un segment d'arc de cercle de rayon r reliant les points B C et D. On appellera O le centre du cercle. Les coordonnées des points dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont $A(0, r + l)$, $B(0, r)$, $c(0, -r)$, $D(-r, 0)$. Une force $\vec{F} = -F\vec{j}$ est exercée en C.

Donnez la démarche pour calculer le déplacement du point C (ne pas faire les calculs).

1.101 brevet 076 : Démarche générale de résolution d'un problème de contrainte en théorie des poutres

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit un crochet fixé au plafond, représenté par une poutre en acier de diamètre d, composé d'un segment droit reliant les points A et B, puis d'un segment d'arc de cercle de rayon r reliant les points B C et D. On appellera O le centre du cercle. Les coordonnées des points dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont $A(0, r + l)$, $B(0, r)$, $C(0, -r)$, $D(-r, 0)$. Une force $\vec{F} = -F\vec{j}$ est exercée en C.

Donnez la démarche pour calculer le point le plus sollicité entre A et D (ne pas faire les calculs).

1.102 brevet 077 : Démarche générale de résolution d'un problème hyperstatique en théorie des poutres

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit un crochet fixé au plafond, représenté par une poutre en acier de diamètre d, composé d'un segment droit reliant les points A et B, puis d'un segment d'arc de cercle de rayon r reliant les points B, C, D et E. On appellera O le centre du cercle. Les coordonnées des points dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ sont $A(0, r + l)$, $B(0, r)$, $c(r, 0)$, $D(0, r)$, $E(-r, 0)$. Une force $\vec{F} = -F\vec{j}$ est exercée en D. Le point C (qui touche le mur latéral) est en liaison appui sur rouleau de normale $C(-\vec{i})$.

Donnez la démarche pour calculer le déplacement du point D (ne pas faire les calculs).

1.103 brevet 078 : Identification de poutres parmi des objects manufacturés

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

FIGURE 1.8 – Un bureau plein d'objets manufacturés (pas de remarque sur le rangement... merci !)

Déterminez parmi les objets présents sur la figure 1.8, au moins 6 objets qui soient modélisable par une poutre, ou dont une partie est modélisable par une poutre.

1.104 brevet 079 : déplacement d'une poutre en flexion pure

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

On suppose que la mat de l'éolienne représentée figure 1.9 n'est soumise qu'au couple des pales sur la génératrice. On néglige le poids propre de la structure, les action de trainée du vent sur le mat et sur les pales. Si l'on suppose que le mat est de section circulaire creuse, de diamètre extérieur $d = 2$ m sur toute la hauteur $h = 40$ m, que l'épaisseur du tube en acier est $e = 0.05$ m, que le couple exercé est $C = 6.34\ 10^5$ N.m (puissance 2MW, et rotation de 30 tours/min),

Quel est le déplacement en bout de mat dû à ce couple, en supposant l'encastrement du mat dans le sol parfait.

1.105 brevet 080 : contrainte sur une poutre en torsion sans correction de cisaillement

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6], paragraphe .

Soit une poutre de section droite carré de coté $a = 10$ mm. Elle est soumise à un couple $C = 12$ N.m.

Quelle est sont les valeurs des contraintes de cisaillement σ_1 et σ_2, respectivement au milieu d'une des face latérale et sur une arrête de deux faces latérale si aucune correction en cisaillement n'est considérée ?

FIGURE 1.9 – Quelques éoliennes

1.106 brevet 081 : contrainte sur une poutre en torsion

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6], paragraphe .

Soit une poutre de section droite carré de coté $a = 10$ mm. Elle est soumise à un couple $C = 12$ N.m.

Quelle est sont les valeurs des contraintes de cisaillement σ_1 et σ_2, respectivement au milieu d'une des face latérale et sur une arrête de deux faces latérale en prenant en compte une correction en cisaillement ?

1.107 brevet 082 : angle d'une poutre en torsion

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6], paragraphe .

Soit une poutre en acier de section droite carré de coté $a = 10$ mm. Elle est soumise à un couple $C = 12$ N.m.

Quelle est la longueur de cette poutre pour que sous ce couple, l'une des extrémités tourne d'une tour complet par rapport à l'autre extrémitée. Vous ne prendrez pas en compte la correction en cisaillement.

1.108 brevet 083 : directions principales d'une section droite

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6], paragraphe .

Soit une poutre en acier de section droite en forme de "L" chaque branche du "L" ayant une longueur $a = 10$ mm et une épaisseur $e = 1$ mm.

Quelles sont les directions principales de cette section droite ?

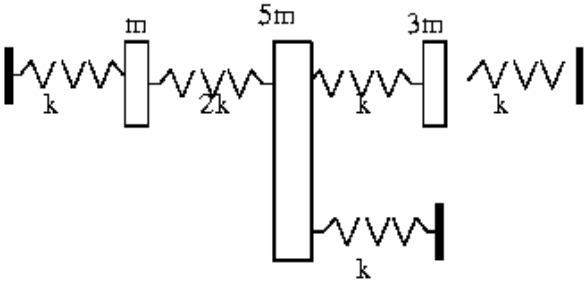


FIGURE 1.10 – une structure discrète

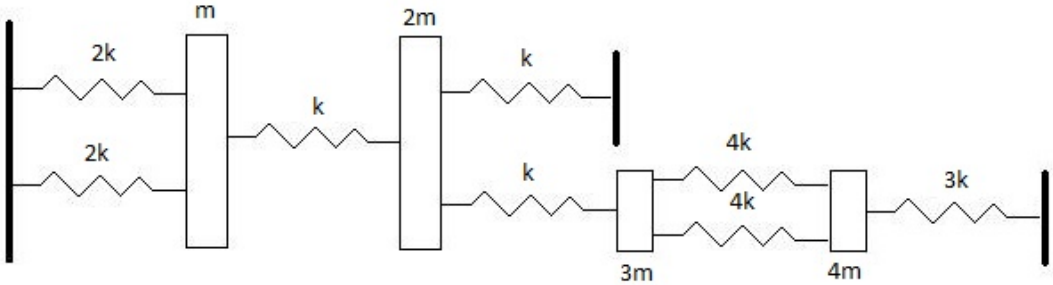


FIGURE 1.11 – Une structure discrète

1.109 brevet 101 : calcul d'une matrice de masse et de rigidité d'une structure discrète

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.10. On notera x_1, x_2, x_3 les déplacements des masses de gauche à droite.

Calculez les matrices de masse et de rigidité.

1.110 brevet 101bis : calcul d'une matrice de masse et de rigidité d'une structure discrète

auteur : A Pagès ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.11. On notera x_1, x_2, x_3, x_4 les déplacements des masses de gauche à droite.

Calculez les matrices de masse et de rigidité.

1.111 brevet 102 : calcul d'un quotient de Rayleigh pour une structure discrète

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.10

Si le mode de vibration est $\vec{x} = [1\,2\,1]^t$, calculez le coefficient de Rayleigh , et la pulsation propre associée.

1.112 brevet 102 bis : calcul d'un quotient de Rayleigh pour une structure discrète

auteur : A Pagès ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.11

Si le mode de vibration est $\vec{x} = [1\ 2\ 1\ 2]^t$, calculez le coefficient de Rayleigh , et la pulsation propre associée.

1.113 brevet 103 : calcul exact des fréquences propres d'une structure discrète

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.10

Donnez les trois pulsations propres exactes de ce système.

1.114 brevet 104 : calcul exact des formes propres d'une structure discrète

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.10

Donnez les trois vecteurs propres exacts de ce système.

1.115 brevet 105 : projection dans un sous-espace de dimension moindre, d'une structure discrète

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.10

On souhaite projeter ce problème dans un sous-espace engendré par les deux vecteurs :

- $\vec{b}_1 = [1\ 1.5\ 2]^t$
- $\vec{b}_2 = [1\ -0.1\ -0.5]^t$

Donnez les matrices de masse et de rigidité réduites.

1.116 brevet 105 bis : projection dans un sous-espace de dimension moindre, d'une structure discrète

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.11

On souhaite projeter ce problème dans un sous-espace engendré par les deux vecteurs :

- $\vec{b}_1 = [1\ 1.5\ 2\ 1]^t$
- $\vec{b}_2 = [1\ -0.1\ -0.5\ 1]^t$

Donnez les matrices de masse et de rigidité réduites.

1.117 Brevet 106 : poutre continue, conditions aux limites et fonctions de base

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure suivante : une poutre droite d'axe $\vec{x}$, de section S, de moment quadratique I_{gz}, de masse volumique ρ, de module d'Young E, de longueur l, reposants en $x = 0$ sur un appui simple et en $x = l$ sur un appui sur rouleau de normale $\vec{y}$, supportant en son milieu une masse concentrée m. On souhaite calculer le premier mode propre de cette structure.

1. Des trois fonctions de forme suivantes, laquelle vous semble la plus adaptée pour un calcul par la méthode de Rayleigh ? Pourquoi ?
   - $\psi_1(x) = 4\frac{x}{l}(1 - \frac{x}{l})$
   - $\psi_2(x) = sin(\frac{\pi x}{l})$
   - $\psi_3(x) = \frac{x}{l}(3 - 4(\frac{x}{l})^2)$
2. Calculez les pulsations propres ω_i associées à chaque ψ_i.

1.118 Brevet 106 bis

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7] ; auto-attribution .

Seule la question 3 est relative au cours de dynamique des structures par des méthodes approchées. Vous pouvez donc admettre les deux premières questions.

Soit le problème plan d'une poutre de section S de moment quadratique I_{Gz}, de module d'Young E, de masse volumique ρ, formée de deux tronçons droits AB et BC, telles que $A(0,0)$, $B(0,b)$, $C(b,b)$ dans le repère $(A, \vec{X}, \vec{Y})$ (voir figure 1.4). Le point A est en liaison appui simple avec le référentiel, et le point B est lié avec le référentiel par un ressort rigidité k agissant dans la direction $\vec{X}$.

La déformée du système sous une charge ponctuelle $F\vec{Y}$ en C peut être calculée. Adimensionalisée, en posant l'abscisse curviligne du point G1 adimensionnelle $sg1a = sg1/b$ ($sg1$ distance entre G1 et A, la rigidité adimensionnelle du ressort $ka = k/(F/b)$, la rigidité adimensionnelle en flexion de la fibre moyenne $eia = E * Igz/(Fb^2)$, la rigidité adimensionnelle en traction de la fibre moyenne $esa = E * S/F$, le déplacement adimensionnel du point G1 dans la direction $\vec{X}$ sera noté ug1xa, et pour les valeurs $ka = 10$, $eia = 10$, $esa = 10$, les déplacements sont

- pour le point G1 :
- $ug1xa = -\frac{sg1a}{12} - \frac{sg1a^3}{60}$,
- $ug1ya = \frac{sg1a}{10}$,
- $ome1 = \frac{1}{12} + \frac{sg1a^2}{20}$
- pour le point G2 : $ug2xa = \frac{-1}{10}$,
- $ug2ya = \frac{1}{10} + \frac{2}{15}sg2a - \frac{1}{60}sg2a^2(sg2a - 3)$,
- $ome2 = \frac{2}{15} - \frac{1}{20}sg2a(-2 + sg2a)$

Pour les mêmes valeurs de paramètres adimensionnels, calculez par Rayleigh la valeur du carré de la première pulsation propre (ω^2) avec la déformée statique décrite ci-dessus. Vous ferez le calcul en négligeant les inerties de rotation, l'énergie de déformation due a l'effort tranchant, mais prendrez en compte les deux composantes de vitesse et l'énergie de déformation due a l'effort normal

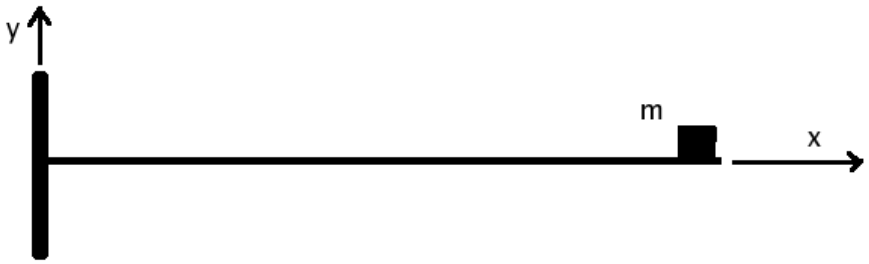


FIGURE 1.12 – une poutre cantilever avec une masselotte en bout

et au moment fléchissant. Vous pourrez utiliser le fait que $E/(\rho b^2) = \omega_0^2$ est homogène au carré d'une pulsation. Quelle aurait été la valeur de ω^2 lorsque vous négligez l'énergie de déformation due a l'effort normal.

1.119 Brevet 107

numéro disponible

1.120 Brevet 108

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe ; auto-attribution .

On souhaite calculer le premier mode d'une poutre droite d'axe $\vec{X}$, de rigidité équivalente en flexion EI, de masse linéique ρS encastrée en $x = 0$ et supportant a son extrémité ($x = b$), une masselotte m (figure 1.12).

1) Calculer le torseur des efforts intérieurs en un point G de coordonnée x_G, si cette poutre est soumise à une densité linéique de charge $p(x)$ dans le direction $\vec{Y}$, et à une force concentrée F dans le direction $\vec{Y}$ en $x = b$.

2) Donner la formule donnant le déplacement transverse $v\vec{Y}$ d'un point G, suite à ce chargement.

3) Nous utiliserons la méthode de la puissance itérée pour déterminer le premier mode propre. Pour faciliter les calculs et les écritures, on adimensionnalisera le problème avec : $x_g = x_{ga}b$, $m = m_a\rho Sb$, $EI = \gamma\rho Sb^4$. On initialisera avec la fonction de forme : $\psi_1(x_{ga}) = x_{ga}$. On calculera dans l'ordre : le coefficient de Rayleigh associé, les forces d'inertie dues à $\psi_i(x_{ga})$, le champs de déplacement engendré pas ces forces $\psi_(i+1)(x_{ga})$. 4) Observer la convergence des résultats en dessinant les formes propres $\psi_i(x_{ga})$, ainsi que les différences $\psi_(i+1)(x_{ga}) - \psi_i(x_{ga})$, pour $m_a = 1$ et $\gamma = 10$.

1.121 Brevet 109 : comparaison de Rayleigh -Ritz et Rayleigh

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7] ; auto-attribution .

Pourquoi la méthode de Rayleigh -Ritz utilisée pour la détermination de la plus basse fréquence propre d'un système discret, et qui utilise deux vecteurs de base $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$, peut être plus précise que la méthode de Rayleigh qui utiliserait successivement ces deux mêmes vecteurs $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$?

1.122 Brevet 110

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

On souhaite calculer les vibrations d'un bras d'éolienne de type Darrius dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Elle est constituée d'un bras OA et d'une pale BAC. Les deux poutres sont de masse volumique ρ, d'aire de section droite S, de rigidité en flexion EI_{Gz}. La première poutre droite OA est encastrée en O et telle que $OA = 1\vec{x}_0$ (longueur unitaire). La seconde poutre droite BAC est en rotation autour de l'axe $A\vec{z}_0$ et telle que $BA = l_1\vec{y}_1$, $AC = l_2\vec{y}_1$, avec le vecteur $\vec{y}_1$ faisant un angle θ avec le vecteur $\vec{y}_0$. Un ressort de rigidité k en A relie le bras à la pale et s'oppose à la rotation α.

L'étude dynamique sous les actions du vent en considérant la structure formée de solides indéformables a été menée par un étudiant de 3ième année en 1999-2000. Une étude simplifiée a été l'objet de l'examen de mécanique générale de 1999-2000. Nous nous intéressons à la prise en compte des déformations de flexion des structures poutres pour calculer les fréquences de vibration autour d'une position moyenne définie par un angle d'inclinaison de pale θ.

1. Calculer la vitesse d'un point P appartenant à la pale, si l'on cherche des vibrations de structure du type $(\phi_1 sin(\omega t), \phi_2 sin(\omega t), \alpha sin(\omega t))$, avec $\phi_1(s_1)$ la fonction de forme du bras, $\phi_2(s_2)$ la fonction de forme de la pale, α l'angle de rotation en A de la pale par rapport au bras. On exprimera le résultat dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$, on prendra l'origine de s_1 en O, l'origine de s_2 en A.
2. Calculer l'énergie cinétique du bras T_1, et celle de la pale T_2.
3. Calculer l'énergie de déformation du bras V_1, et celle de la pale V_2, et celle dans le ressort V_3.
4. Calculez la fréquence propre par la méthode de Rayleigh . Vous préciserez parmi les fonctions polynomiales vos choix de $\phi_1(s_1)$,$\phi_2(s_2)$, α et vos motivations.
5. Dans le cas où les paramètres de structure sont tels que $\theta = 0$, $l_1 = 1/2$, $l_2 = 1/4$, donnez l'expression de ω^2 en fonction de $\gamma = (EI_{Gz})/(\rho S)$, $\beta = k/(EI_{Gz})$.
6. S'il vous reste des paramètres, comment trouver les valeurs optimales ?
7. Que dire lorsque k tend vers l'infini ?

1.123 Brevet 111

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

On souhaite calculer les vibrations d'une structure dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Elle est constituée d'une masse m_1 en translation rectiligne dans la direction $\vec{x}_0$, reliée au repère galiléen par un ressort de rigidité k (voir figure 1.13). On souhaite effectuer un équilibrage dynamique de cette structure, en lui ajoutant une structure de masse plus faible (de l'ordre de 10% de la masse m_1). Cette structure d'équilibrage est une poutre droite de direction $\vec{y}_0$, de masse volumique ρ, d'aire de section droite S, de rigidité en flexion EI_{Gz}, encastrée dans la masse m_1, et de longueur unitaire.

1. Calculer la vitesse d'un point P appartenant à la poutre. On posera $\phi(y)sin(\omega t)$, la fonction de forme du bras par rapport au repère galiléen (et non par rapport à la masse m_1 en translation). On prendra l'origine de la poutre en $y = 0$, et si nécessaire, on orientera la poutre dans le sens des y croissants. (1 points)
2. Sous une charge $F\vec{x}_0$ en bout de poutre, la fonction de déformée statique pourrait être calculée (ne le faites pas). Quelle critique pouvez-vous apporter au choix d'une fonction propre sous cette forme pour le calcul de la première fréquence propre par Rayleigh ? (3 points)
3. On décide d'utiliser la méthode de Rayleigh -Ritz pour résoudre le problème. Expliquer succinctement celle-ci et son intérêt. (3 points)
4. Choisir deux fonctions propres polynomiales que vous noterez $\phi_1(y)$ et $\phi_2(y)$. (2 points)
5. Calculez les matrices de masse et de rigidité généralisées. (4 points)

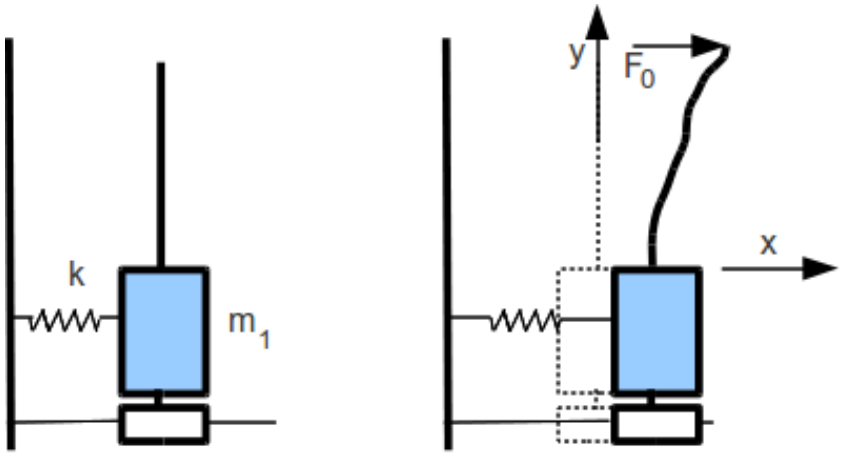


FIGURE 1.13 – équilibrage dynamique d'une structure

6. Faites apparaître les grandeurs adimensionnelles du problème, en prenant comme référence la masse m_1, la pulsation $\omega_0 = \sqrt{k/m_1}$. On posera $\gamma = (EI_{Gz})/(\rho S \omega_0^2)$, $m = \rho S/m_1$. Ecrire sous forme matricielle le système que doivent vérifier les coordonnées généralisées q_i (q_i est associée à la forme propre $\phi_i(y)$. Vous ne calculerez pas le déterminant donnant les pulsations propres de la structure. (3 points)
7. Comment aurait-on pu résoudre ce problème par sous-structuration ? (6 points)

1.124 Brevet 112 : critères de choix de la fonction test

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Pour trouver par Rayleigh , la première pulsation propre d'une poutre droite de masse linéique ρS, de longueur l, encastrée à l'une de ses extrémités, et portant à l'autre une masse ponctuelle m (voir figure 1.12). On pourra utiliser la variable adimensionnelle $\tilde{m} = \frac{m}{\rho S l}$. Vous utiliseriez successivement :

- une fonction de forme $\psi(s) = s$
- une fonction de forme $\psi(s) = s^2$
- une fonction de forme obtenue par le calcul de la déformée statique sous une charge en bout de poutre
- une fonction de forme obtenue par le calcul de la déformée statique sous une charge linéique transverse $f(s) = s^2$

Justifiez vos refus et vos choix.

1.125 Brevet 113

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

On souhaite calculer les vibrations d'un bras d'éolienne de type Darrius dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Elle est constituée d'un bras OA et d'une pale BAC. Les deux poutres sont de masse volumique ρ, d'aire de section droite S, de rigidité en flexion EI_{Gz}. La première poutre droite OA est encastrée en O et telle que $OA = 1\vec{x}_0$ (longueur unitaire). La seconde poutre droite BAC est en rotation autour de l'axe $A\vec{z}_0$ et telle que $BA = l_1\vec{y}_1$, $AC = l_2\vec{y}_1$, avec le vecteur $\vec{y}_1$ faisant un angle θ avec le vecteur $\vec{y}_0$. Un ressort de rigidité k en A relie le bras à la pale et s'oppose à la rotation α.

L'étude dynamique sous les actions du vent en considérant la structure formée de solides indéformables a été menée par un étudiant de 3ième année de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique en 1999-2000. Une étude simplifiée a été l'objet de l'examen de mécanique

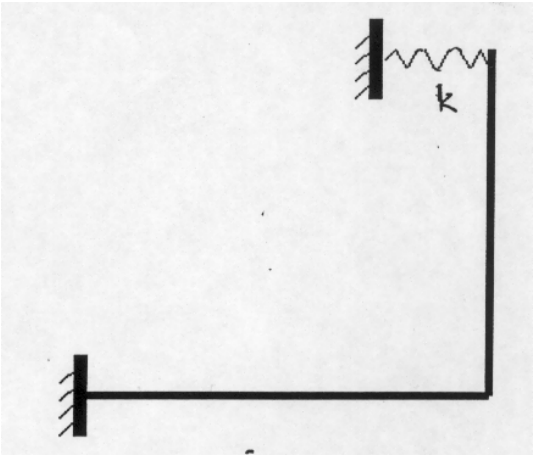


FIGURE 1.14 – Portique

générale de 1999-2000. Nous nous intéressons à la prise en compte des déformations de flexion des structures poutres pour calculer les fréquences de vibration autour d'une position moyenne définie par un angle d'inclinaison de pale θ.

On souhaite aborder ce calcul par éléments finis en flexion. On supposera les matrices de masse élémentaire M^e et de rigidité élémentaire K^e connues. On notera v_i le déplacement transverse du noeud i, et ψ_i sa rotation.

1. Combien de noeud au minimum faut-il pour décrire ce problème ? Les dessiner.
2. Dans le cas où l'angle $\theta = \Pi/2$, assembler la matrice de masse globale, ainsi que la matrice de rigidité globale dans le cas où le ressort est de raideur nulle. On notera M^e_{ij}, la matrice de masse élémentaire de l'élément reliant le noeud i au noeud j.
3. Comment prendre en compte le ressort dans la matrice de rigidité globale ?
4. Comment prendre en compte les conditions aux limites en O ?

1.126 Brevet 114 : coefficient de Rayleigh d'une structure continue avec un ressort

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Donnez l'expression du coefficient de Rayleigh (ne pas faire les intégrales) pour une structure (figure 1.14) formée de deux poutres de masse linéique ρS, de rigidité de flexion EI_{gz}, de couleur grise, de section droite rectangulaire bh, et liée à son extrémité par un ressort de rigidité k.

1.127 brevet 115 : calcul par méthode itérative de la première pulsation propre pour une structure discrète

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.10. Montrer la convergence de la pulsation propre obtenue par Rayleigh , lorsque l'on utilise la méthode itérative. Vous initialiserez le calcul avec un vecteur déplacement non optimisé : $\vec{x} = [1, 0, 0]^t$

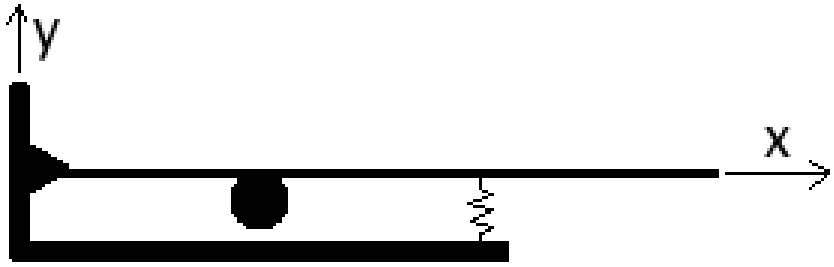


FIGURE 1.15 – Poutre articulée avec masselotte et rigidité extérieure.

1.128 brevet 115 bis : calcul par méthode itérative de la première pulsation propre pour une structure discrète

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.11.

Montrer la convergence de la pulsation propre obtenue par Rayleigh lorsque l'on utilise la méthode itérative et donner le vecteur propre à convergence. Vous initialiserez le calcul avec un vecteur déplacement non optimisé : $\vec{v}_{test} = [1, 0, 0, 0]^t$

1.129 brevet 116 : calcul par méthode itérative de la seconde pulsation propre pour une structure discrète

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.10. Montrer la convergence de la seconde pulsation propre obtenue par Rayleigh , lorsque l'on utilise une méthode itérative. Vous initialiserez le calcul avec un déplacement non optimisé : $\vec{x} = [1, 0, 0]^t$. La première pulsation propre est $\omega = .5600135572\sqrt{k/m}$, de vecteur propre $\vec{v}_1 = [0.789\ 1.06\ 1.000]^t$.

1.130 brevet 117 : calcul par Rayleigh de la première fréquence propre d'une structure mixte (continue et discrète)

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Le problème est dans le plan $(\vec{x}, \vec{y})$. Soient 4 points A, B, C, D de coordonnées respectives $(0, 0), (a, 0), (2a, 0), (4a, 0)$. Soit une poutre droite de rigidité EI_{gz}, de masse volumique ρ, de section droite S, reliant les points A, B, C, D (voir figure 1.15). Cette poutre,

- est liée en A au référentiel galiléen par une liaison appui simple (rotation autour de $\vec{z}$ possible, deux translations bloquées)
- porte en B une masse concentrée m,
- est liée en C au référentiel galiléen par un ressort de rigidité k agissant dans la direction $\vec{y}$

Nous souhaitons évaluer la première pulsation propre par la méthode de Rayleigh , en prenant comme fonction test $\psi(x) = \alpha + \beta\frac{x}{a} + \gamma\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \delta\left(\frac{x}{a}\right)^3$.

- a) expliquez pourquoi il est judicieux de prendre $\alpha = 0$
- b) expliquez pourquoi il est judicieux de prendre $\gamma = 0$

- c) expliquez pourquoi il est alors judicieux de poser $\tilde{\beta} = \frac{\beta}{\delta}$
- d) donnez l'expression de la pulsation propre obtenue par Rayleigh en fonction de $\tilde{m} = \frac{m}{\rho S 4a}$, $\tilde{k} = \frac{ka^3}{EI_{gz}}$, $\omega_0^2 = \frac{EI_{gz}}{\rho S a^4}$, $\tilde{\beta}$.
- e) dans le cas où $\tilde{m} = 1$, $\tilde{k} = 1$, quelle est la valeur de $\tilde{\beta}$ qui fournit la meilleure approximation de la pulsation propre du système ? Pourquoi ?
- f) dans ce cas, quelle est la pulsation propre obtenue. Vous l'exprimerez en fonction de ω_0 et d'un nombre réel.

1.131 brevet 118 : Calcul exact de la sensibilité d'un vecteur propre à un paramètre d'un modèle

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours *Dynamique des structure 1, JC Pascal,* ; autoattribution .

Soit deux masses $m1$ et $m2$ assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k1$. $m1$ et $m2$ sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k2$. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées $x1$ et $x2$.

Calculez de façon analytique exacte, la sensibilité du premier vecteur propre , par rapport à la rigidité $k1$, dans le cas où $m1 = 1$, $m2 = 2$, $k1 = 2$ et $k2 = 3$.

1.132 brevet 119 : Calcul numérique de la sensibilité d'un vecteur propre à un paramètre d'un modèle

auteur : JM Génevaux ; ressource : [4], paragraphe 2.6 p24 ; autoattribution .

Soit deux masses $m1$ et $m2$ assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k1$. $m1$ et $m2$ sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k2$. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées $x1$ et $x2$.

Calculez de façon numérique, la sensibilité du premier vecteur propre, par rapport à la rigidité $k1$, dans le cas où $m1 = 1$, $m2 = 2$, $k1 = 2$ et $k2 = 3$.

1.133 brevet 120 : Calcul élément fini de la répartition des contraintes dans une poutre cantilever de section rectangulaire dont la hauteur est variable

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] *cours de modélisation, travaux pratiques de modélisation, N Joly,* ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur $l = 1m$, encastré en un point $A(0,0)$ et chargée en un point $B(1,0)$ par une force $\vec{F} = -1\vec{y}$. La largeur de cette poutre dans la direction $\vec{z}$ est $b = 0.01$, l'épaisseur de cette poutre dans la direction $\vec{y}$ est linéairement décroissante : en A $h_1 = 0.05m$ et en B, $h_2 = 0.01m$. Le module d'Young est $E = 2.1e11Pa$.

Le calcul se fera sous rdm6, avec deux éléments de type poutre de section constante le long de cet élément.

Quelle est l'évolution le long de la poutre, de la contrainte $\hat{\sigma}$ sur la fibre supérieure ?

1.134 brevet 121 : Calcul de l'indicateur d'écart en énergie entre un champs de contrainte lissé et un champs élément fini discontinu

auteur : JM Génevaux ; ressource : *[4]*, ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur $l = 1m$, encastré en un point $A(0,0)$ et chargée en un point $B(1,0)$ par une force $\vec{F} = -1\vec{y}$. La largeur de cette poutre dans la direction $\vec{z}$ est $b = 0.01$, l'épaisseur de cette poutre dans la direction $\vec{y}$ est linéairement décroissante : en A $h_1 = 0.05m$ et en B, $h_2 = 0.01m$. Le module d'Young est $E = 2.1e11Pa$.

Le calcul fait sous rdm6, avec deux éléments de type poutre de section constante le long de cet élément fournit l'évolution le long de la poutre, de la contrainte $\hat{\sigma}$ sur la fibre supérieure.

Si l'on pose $\sigma_0 = \frac{6Fl}{bh_1^2}$, $\tilde{x} = x/l$, $\tilde{h} = h_2/h_1$, $\hat{\tilde{\sigma}} = \hat{\sigma}/\sigma_0$,

Pour $\tilde{x}$ compris entre 0 et 0.5 :

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{0.24}\left(0.375 + (0.188 - 0.375)\tilde{x}\right) \tag{1.5}$$

Pour $\tilde{x}$ compris entre 0.5 et 1 :

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{0.24}\left(0.75 + (0. - 0.75)\frac{\tilde{x} - 1}{0.5 - 1}\right) \tag{1.6}$$

Pour avoir une idée du niveau d'erreur due à la discrétisation, il faut calculer un champs de contrainte σ^* lissé, ne faisant plus apparaître les discontinuités de contrainte aux noeuds.

- Calculez l'indicateur d'écart en énergie entre ce champs lissé et le champs élément fini, pour chaque élément.
- Précisez sur lequel des deux éléments, il faut porter l'effort de discrétisation.

1.135 brevet 122 : Comparaison des indicateurs d'écart en énergie basé sur le champs de contrainte lissé et le champs de contrainte exact

auteur : JM Génevaux ; ressource : *[4]* ; autoattribution .

Pour le problème du brevet 119,

- le champs de contrainte exact est donné par

$$\tilde{\sigma} = \frac{1 - \tilde{x}}{(1 + (\tilde{h} - 1)\tilde{x})^2}. \tag{1.7}$$

- le champs de contrainte élément fini discontinu est donné par, Pour $\tilde{x}$ compris entre 0 et 0.5 :

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{0.24}\left(0.375 + (0.188 - 0.375)\tilde{x}\right) \tag{1.8}$$

  Pour $\tilde{x}$ compris entre 0.5 et 1 :

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{0.24}\left(0.75 + (0. - 0.75)\frac{\tilde{x} - 1}{0.5 - 1}\right) \tag{1.9}$$

- l'indicateur d'écart en énergie basé sur le champs de contrainte lissé donne :
  - $e_1^2 = 0.0190\, Ebl$ soit 20% de la somme
  - $e_2^2 = 0.0762\, Ebl$ soit 80% de la somme

Calculez pour chaque élément, l'indicateur d'écart en énergie basé sur le champs de contrainte exact. L'effort de raffinement porte-t-il sur le même élément ?

1.136 brevet 123 : Calcul de la matrice MAC entre les résultats d'un modèle et d'une expérience

auteur : JM Génevaux ; ressource : *[4], paragraphe 4.1* ; autoattribution .

Le système à deux masses modélisé lors du brevet 118 nous a fourni les vecteurs propres analytiques :

$$\phi_{m1} = [.4264014327, .6396021490]^t \tag{1.10}$$

$$\phi_{m2} = [-.9045340338, .3015113446]^t \tag{1.11}$$

L'expérience a été menée sur cette structure à l'aide d'un marteau d'impact et d'un accéléromètre positionné sur l'une des masses. Aucune indication particulière n'est fournie dans le rapport sur la masse de cet accéléromètre ni son positionnement. Les vecteurs propres mesurés sont :

$$\phi_{e1} = [.4212016219, .6057572905]^t \tag{1.12}$$

$$\phi_{e2} = [-.6994682700, .3647713046]^t \tag{1.13}$$

Calculez la matrice MAC de ces deux familles de vecteurs propres.

1.137 brevet 124 : Test d'orthogonalité entre les résultats d'un modèle et d'une expérience

auteur : JM Génevaux ; ressource : [4] paragraphe 4.2 ; autoattribution .

Le système à deux masses modélisé lors du brevet 118 nous a fourni les vecteurs propres analytiques :

$$\phi_{m1} = [.4264014327, .6396021490]^t \tag{1.14}$$

$$\phi_{m2} = [-.9045340338, .3015113446]^t \tag{1.15}$$

L'expérience a été menée sur cette structure à l'aide d'un marteau d'impact et d'un accéléromètre positionné sur l'une des masses. Aucune indication particulière n'est fournie dans le rapport sur la masse de cet accéléromètre ni son positionnement. Les vecteurs propres mesurés sont :

$$\phi_{e1} = [.4212016219, .6057572905]^t \tag{1.16}$$

$$\phi_{e2} = [-.6994682700, .3647713046]^t \tag{1.17}$$

Calculez la matrice MAC (modifiée par la matrice de masse du modèle) de ces deux familles de vecteurs propres.

Que dire des termes hors diagonale.

1.138 brevet 125 : L'amortissement est-il proportionnel ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : *[4], paragraphe 2.4,* ; autoattribution .

Soit deux masses $m1 = 1$ kg et $m2 = 2$ kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k1 = 2$ N/m. $m1$ et $m2$ sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k2 = 3$ N/m et un amortisseur visqueux de constante c. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées $x1$ et $x2$.

L'amortissement de ce système à deux degrés de liberté est-il proportionnel ?

1.139 brevet 126 : Calcul exact des vecteurs propres d'un système non conservatif à deux degrés de liberté

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit deux masses $m1 = 1$ kg et $m2 = 2$ kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k1 = 2$ N/m. $m1$ et $m2$ sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k2 = 3$ kg et un amortisseur visqueux de constante $c = 0.1$ Ns/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées $x1$ et $x2$.

Calculez de façon analytique exacte, les pulsations propre complexe et les vecteurs propres complexes associés, normés par rapport à la matrice de masse M.

1.140 brevet 127 : Calcul exact des vecteurs propres d'un système conservatif à deux degrés de liberté

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit deux masses $m1$ et $m2$ assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k1$. $m1$ et $m2$ sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k2$. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées $x1$ et $x2$.

Calculez de façon analytique exacte, les pulsations propres et les vecteurs propres normés par rapport à la matrice de masse M, dans le cas où $m1 = 1$ kg , $m2 = 2$ kg, $k1 = 2$ N/m et $k2 = 3$ N/m.

1.141 brevet 128 : Passage d'un mode complexe à un mode réel

auteur : JM Génevaux ; ressource : *[fris99],paragraphe 4.4,* ; autoattribution .

Soit deux masses $m1 = 1$ kg et $m2 = 2$ kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k1 = 2$ N/m. $m1$ et $m2$ sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k2 = 3$ N/m et un amortisseur visqueux de constante $c = 0.1$ Ns/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées $x1$ et $x2$.

Les pulsations propres complexes et les vecteurs propres complexes associés sont :

$$\omega_1 = (-0.00227 + 0.70714i)s^{-1} \tag{1.18}$$

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 0.159 - 0.0604i \\ 0.238 - 0.0927i \end{bmatrix} \tag{1.19}$$

$$\omega_2 = (-0.073 + 2.448i)s^{-1} \tag{1.20}$$

$$\phi_2 = \begin{bmatrix} 0.4030055261 + 0.4089249241i \\ -0.1304782414 - 0.1404043077i \end{bmatrix} \tag{1.21}$$

Calculer les vecteurs propres réels associés par la méthode d'amplitude et de la transformation complexe T. Comparez via les matrices de MAC, les résultats avec les modes obtenus sur la structure sans amortissement (brevet 127).

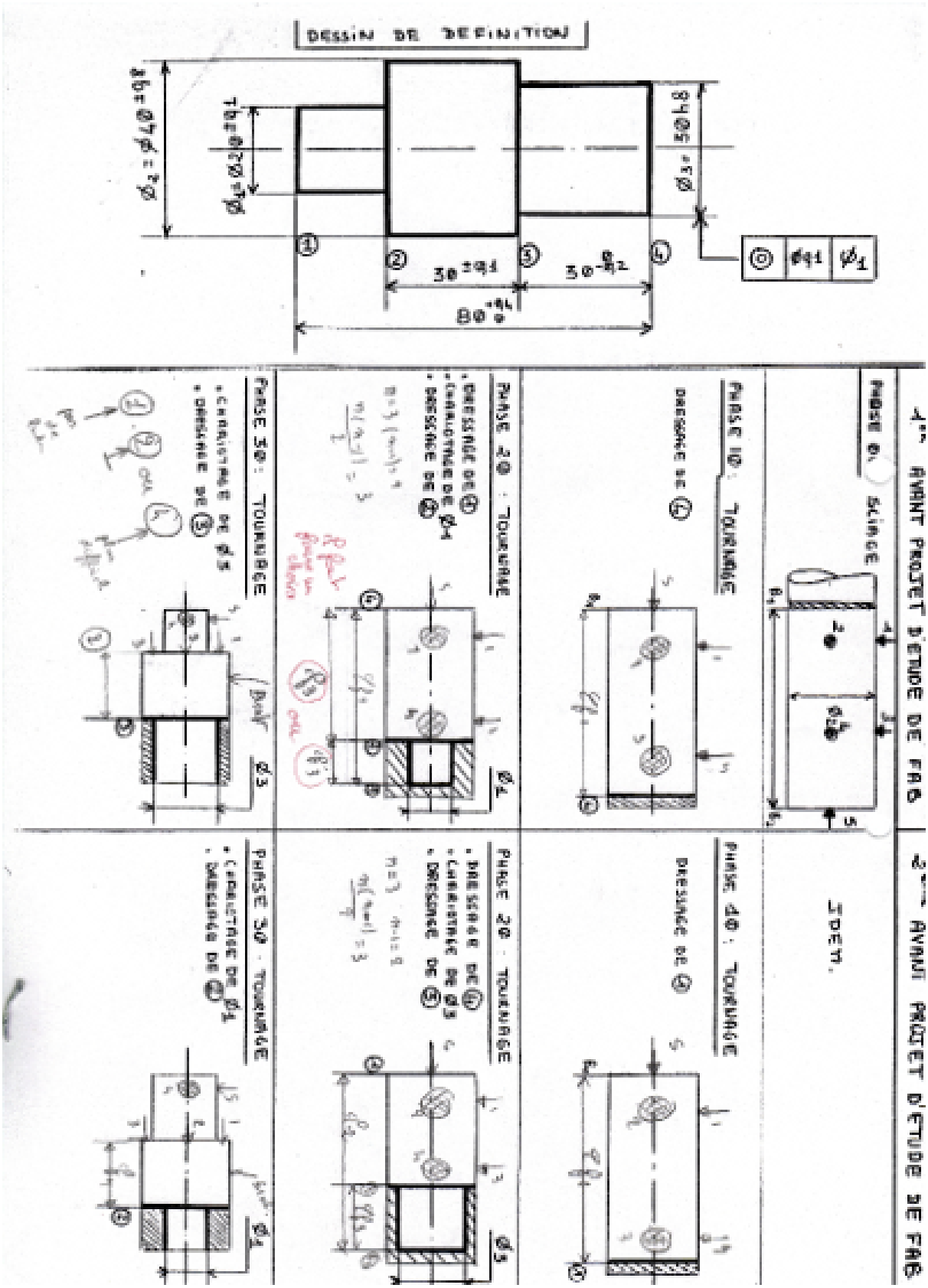


FIGURE 1.16 – Gammes d'usinage d'une pièce à fabriquer.

1.142 brevet 129 : Réduction statique (de Guyan) d'un système conservatif à deux degrés de liberté

auteur : JM Génevaux ; ressource : [4], ; autoattribution .

Soit deux masses $m1$ et $m2$ assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k1$. $m1$ et $m2$ sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k2$. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées $x1$ et $x2$. Pour $m1 = 1$, $m2 = 2$, $k1 = 2$ et $k2 = 3$, les matrices de masse M et de rigidité K, sont données par,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \tag{1.22}$$

$$K = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \tag{1.23}$$

Construire les matrices de masse et de rigidité réduites, par la méthode de réduction statique, en prenant comme degré de liberté maître x_2. Donnez la pulsation et le vecteur propre normé obtenu. Le vecteur propre sera exprimé dans la base de départ.

1.143 brevet 130 : Réduction dynamique d'un système conservatif à deux degrés de liberté

auteur : JM Génevaux ; ressource : [4], paragraphe 4.4.2 ; autoattribution .

Soit deux masses $m1$ et $m2$ assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k1$. $m1$ et $m2$ sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k2$. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées $x1$ et $x2$. Pour $m1 = 1$ kg, $m2 = 2$ kg, $k1 = 2$ N/m et $k2 = 3$ N/m, les matrices de masse M et de rigidité K, sont données par,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} kg \tag{1.24}$$

$$K = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} N/m \tag{1.25}$$

Construire les matrices de masse et de rigidité réduites, par la méthode de réduction dynamique, en prenant comme degré de liberté maître x_2, et une pulsation de référence $\omega_0 = 0.8$. Donnez la pulsation et le vecteur propre normé obtenu. Une méthode itérative est-elle possible ?

1.144 brevet 131 : Processus de réduction vers un système équivalent appliquée à un système conservatif à deux degrés de liberté

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours *[4], paragraphe 4.4.4* ; autoattribution .

Soit deux masses $m1$ et $m2$ assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k1$. $m1$ et $m2$ sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k2$. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées $x1$ et $x2$. Pour $m1 = 1$, $m2 = 2$, $k1 = 2$ et $k2 = 3$, les matrices de masse M et de rigidité K, sont données par,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \tag{1.26}$$

$$K = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \tag{1.27}$$

Le premier vecteur propre obtenu analytiquement est,

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} -0.3162277661 \\ -0.4743416491 \end{bmatrix} \tag{1.28}$$

Construire les matrices de masse et de rigidité réduites, par la méthode SEREP, en prenant comme degré de liberté maître x_2. Donnez la pulsation et le vecteur propre normé obtenu.

1.145 brevet 132 : Calcul exact de la répartition des contraintes dans une poutre cantilever de section rectangulaire dont la hauteur est variable

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6], ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur $l = 1$ m, encastré en un point $A(0,0)$ et chargée en un point $B(1,0)$ par une force $\vec{F} = -1\vec{y}$ N. La largeur de cette poutre dans la direction $\vec{z}$ est $b = 0.01$ m, l'épaisseur de cette poutre dans la direction $\vec{y}$ est linéairement décroissante : en A $h_1 = 0.05$ m et en B, $h_2 = 0.01$ m. Le module d'Young est $E = 2.1e11$ Pa.

Quelle est l'évolution le long de la poutre, de la contrainte σ sur la fibre supérieure ?

1.146 brevet 133 : Système discret ou continu ? (version 1)

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6], ; autoattribution .

Soit une poutre droite AB de longueur $l = 1$ m, encastré en un point $A(0,0)$ et portant en un point $B(1,0)$ un solide de masse m. La largeur de cette poutre dans la direction $\vec{z}$ est $b = 0.01$ m, l'épaisseur de cette poutre dans la direction $\vec{y}$ est $h = 0.01$ m. La masse de la poutre m_p est 10 fois plus petites que la masse m.

Peut-on considérer pour la première fréquence de vibration, cette structure comme un système discret : une masse m reliée au bâti par un ressort de rigidité k ?

1.147 brevet 134 : Energie cinétique d'une poutre et d'une masse ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [6], ; autoattribution .

Soit une poutre droite AB de longueur $l = 1$ m, encastré en un point $A(0,0)$ et portant en un point $B(1,0)$ un solide de masse m. La largeur de cette poutre dans la direction $\vec{z}$ est $b = 0.01$ m, l'épaisseur de cette poutre dans la direction $\vec{y}$ est $h = 0.01$ m. La masse de la poutre m_p est 10 fois plus petites que la masse m. Si l'on considère que à la première pulsation propre ω, la poutre se déforme suivant l'équation $y(x,t) = a\left(\frac{x}{l}\right)^2 \cos(\omega t)$,

Quelles sont les énergies cinétiques T_{poutre} de la poutre et T_{masse} de la masse en bout de poutre ?

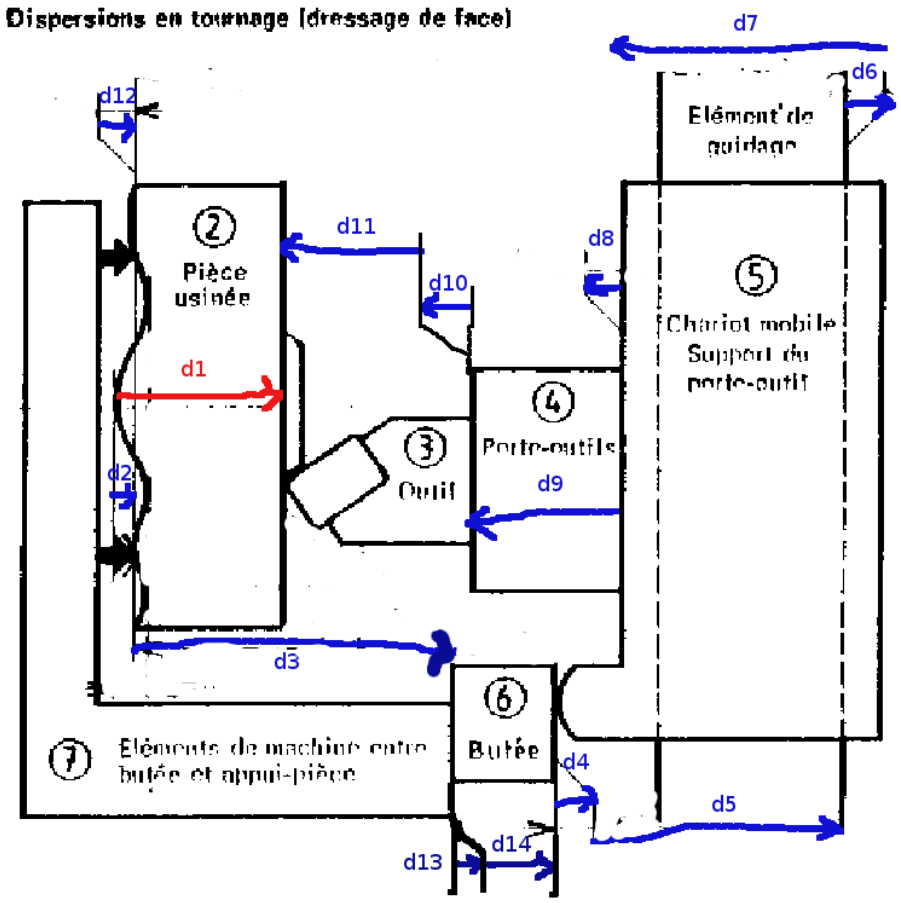


FIGURE 1.17 – Dressage d'une face au tour.

1.148 brevet 135 : Relation pulsation-période ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un système vibrant sinusoidalement avec une période $T = 3$ s.

Quelle est la pulsation ω associée ?

1.149 brevet 136 : Relation rotation-fréquence ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un rotor tournant à la vitesse $\Omega = 1500$ tours / minutes déséquimlibré. Le balourd crée une force centrifuge qui crée dans une direction une force sinusoidale à la fréquence f..

Quelle est la valeur de la fréquence f lorsqu'elle est exprimée en Hz ?

1.150 brevet 137 : Harmonique

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit une poutre encastrée à l'une de ses extrémités et libre de l'autre. On écarte cette poutre de

sa position initiale et on la lâche. Les oscillations que l'on mesure en bout de poutre comportent plusieurs fréquences. La première est $f_1 = 14.2$ Hz, la seconde $f_2 = 88.8$ Hz et la troisième $f_3 = 250$ Hz.

La fréquence f_2 est-elle une harmonique de la fréquence f_1 ?

1.151 brevet 138 : Sous-harmonique

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit une fine couche d'eau posée sur une plaque horizontale qui vibre. Si l'accélération de la plaque est suffisemment importante en amplitude, l'interface entre l'eau et l'air se déstabilise du fait de l'instabilité de Faraday. Si la fréquence d'oscillation de la plaque est $f_1 = 70$ Hz, on mesure que la lame d'eau vibre à la fréquence $f_2 = 35$ Hz.

La fréquence f_2 est-elle une sous-harmonique de la fréquence f_1 ?

1.152 brevet 139 : Système discret ou continu ? (version 2)

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours ..., ; autoattribution .

Soit une poutre droite AB de longueur $l = 1$ m, est appuyée simplement sur ces deux extrémités $A(0, 0, 0)$ et $B(1, 0, 0)$. Les coordonnées sont données en mètres dans un repère $(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ orhonormé direct. Au centre $C(0.5, 0, 0)$ de cette poutre est fixée une masse m ponctuelle. La largeur de cette poutre dans la direction $\vec{y}$ est $b = 0.01$ m, l'épaisseur de cette poutre dans la direction $\vec{z}$ est $h = 0.01$ m. La masse de la poutre m_p est 10 fois plus petites que la masse m. On recherche la seconde fréquence propre de cette structure, qui comporte un noeud de vibration en son centre de symétrie.

Pour cette seconde fréquence de vibration, peut-on considérer cette structure comme un système discret ?

1.153 brevet 140 : Système discret ou continu ? (version 3)

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours ..., ; autoattribution .

Soit une poutre droite AB de longueur $l = 1$ m, est appuyée simplement sur ces deux extrémités $A(0, 0, 0)$ et $B(1, 0, 0)$. Les coordonnées sont données en mètres dans un repère $(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ orhonormé direct. Au centre $C(0.5, 0, 0)$ de cette poutre est fixée une masse m ponctuelle. La largeur de cette poutre dans la direction $\vec{y}$ est $b = 0.01$ m, l'épaisseur de cette poutre dans la direction $\vec{z}$ est $h = 0.01$ m. La masse de la poutre m_p est 10 fois plus petites que la masse m. On recherche la première fréquence propre de cette structure, qui comporte un ventre de vibration en son centre de symétrie.

Pour cette première fréquence de vibration, peut-on considérer cette structure comme un système discret ?

1.154 brevet 141 : Potentiel de dissipation et frottement visqueux.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours ..., ; autoattribution .

Soit un solide sur lequel agit une force extérieure $\vec{F}$ dont le module est proportionel à la vitesse $\vec{v}$ du solide par rapport à un repère galiléen, et dans la direction opposée à cette vitesse. Lorsque la vitesse $v = 2$ ms^{-1}, la force extérieure est de module 10 N. Cette force dérive du potentiel de dissipation D.

A cette vitesse, quelle est la valeur de ce potentiel de dissipation ?

1.155 brevet 142 : Potentiel de dissipation et frottement sec.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours ..., ; autoattribution .

Soit un solide sur lequel agit une force extérieure $\vec{F}$ de frottement sec contre un autre solide dont le module est constant lorsque la vitesse de glissement $\vec{v}$ entre les deux solides est différente de 0. Cet effort est de direction opposée à cette vitesse. Lorsque la vitesse $v = 2$ ms^{-1}, la force extérieure est de module 10 N.

Cette force dérive-t-elle d'un potentiel de dissipation ?

1.156 brevet 143 : Fréquence propre d'un système à 1 ddl de translation.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] ; autoattribution .

Soit un solide de masse $m = 2$ kg guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité $k = 8$ Nm^{-1}.

Quelle est la fréquence propre f de ce système ?

1.157 brevet 144 : Pulsation propre d'un système à 1 ddl de translation et pesanteur.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un solide de masse $m = 2$ kg guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité $k = 8$ Nm^{-1}. L'axe $\vec{x}$ fait un angle θ avec la direction $\vec{x}_0$ de la pesanteur ($g = 9.81$ ms^{-2}.

Sa pulsation propre dépent-elle de θ ?

1.158 brevet 145 : Phase du mouvement d'un système à 1 ddl de translation et pesanteur.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un solide de masse $m = 2$ kg guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité $k = 8$ Nm^{-1}. Deux essais sont faits. Au premier essai, le solide est écarté de 0.1 m de sa position d'équilibre, et lâché sans vitesse initale à $t_0 = 0$ s. Au second essai, le solide n'est pas écarté de sa position initiale, mais lancé à la vitesse $v = 0.05$ ms^{-1} au temps $t_1 = 2,36$ s.

Pour des supérieurs à t_1, les deux mouvements sont-ils en phase ? Ont-ils la même amplitude ?

1.159 brevet 146 : Inertie équivalente d'un système à 1 ddl.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit une crémaillère que l'on peut assimiler à un solide de masse $m = 2$ kg guidée en translation dans la direction $\vec{x}$, et l'engrenage d'inertie de rotation $J = 7$ kgm^2 en contact avec la crémaillère. Le rapport entre la vitesse de rotation Ω de l'engrenage et la vitesse v de translation de la crémaillère est de $\Omega/v = 5$ m^{-1}.

Si une force agit sur la crémaillère, quelle est la masse apparente m_{ap} du système à écrire dans l'équation de mouvement ? Si un couple agit sur l'engrenage, quel est le moment d'inertie J_{ap} apparent du système à écrire dans l'équation de mouvement ?

1.160 brevet 147 : Nombre de ddl indépendants.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit une crémaillère que l'on peut assimiler à un solide de masse m guidée en translation dans la direction $\vec{x}$, et l'engrenage d'inertie de rotation J en contact avec la crémaillère. Le rapport Ω/v entre la vitesse de rotation Ω de l'engrenage et la vitesse v de translation de la crémaillère est fixée par le diamètre nominal de l'engrenage.

Ce système est-il modélisable par un système à un degré de liberté ?

1.161 brevet 148 : Sous-amortissement d'un système

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un solide de masse $m = 2$ kg guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité $k = 8$ Nm^{-1} et un amortisseur visqueux de coefficient d'amortissement $c = 3$ kgs^{-1}.

Ce système est-il sous-amorti ?

1.162 brevet 149 : Pseudo-pulsation d'un système

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un solide de masse $m = 2$ kg guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité $k = 8$ Nm^{-1} et un amortisseur visqueux de coefficient d'amortissement $c = 3$ kgs^{-1}.

Quelle est la pseudo pulsation ω_d de ce système sous-amorti ?

1.163 brevet 150 : Extraction du taux l'amortissement d'un système à partir de la réponse libre.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

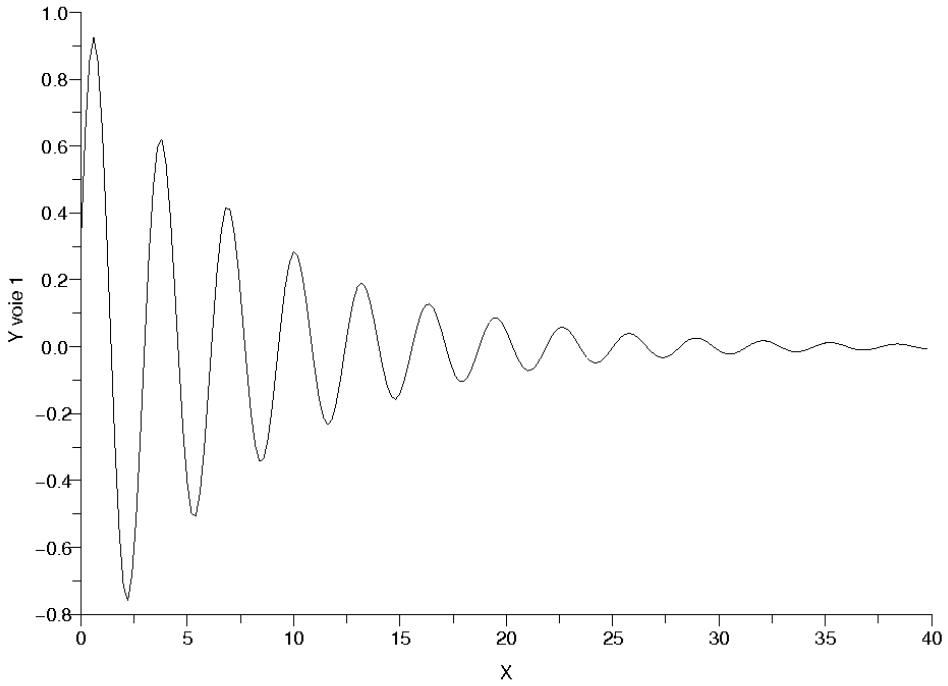


FIGURE 1.18 – Réponse libre d'un système à un essai de lacher.

Soit un solide de masse $m = 2$ guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité k et un amortisseur visqueux de coefficient d'amortissement c. La réponse libre du systéme est présentée figure 1.18.

Quelle est le taux d'amortissement ζ de ce système ?

1.164 brevet 151 : Tracé dans le plan de Nyquist des frf déplacement/force, vitesse/force, accélération/force pour un système à 1 ddl amorti.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un solide de masse $m = 2$ kg guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité $k = 8$ Nm^{-1} et un amortisseur visqueux de coefficient d'amortissement $c = 0.5$ kgs^{-1}. Une force $F = 2\cos(\omega t)$ N est appliquée à ce solide. On appelle $x(t) = X\cos(\omega t + \phi)$ le déplacement de la masse m. On peut faire correspondre les fonction complexes associées $\tilde{F} = 2e^{i\omega t}$, $\tilde{X} = (X_r + iX_i)e^{i\omega t}$ avec et la réponse forcée du systéme peut être quantifiée par $H_d = \tilde{X}/\tilde{F}$, $H_v = \dot{\tilde{X}}/\tilde{F}$ ou $H_a = \ddot{\tilde{X}}/\tilde{F}$.

Tracez dans le plan de Nyquist ces 3 fonctions ?

1.165 brevet 152 : Silent-block.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] ***chapitre 2, 1.4,*** **; autoattribution** .

Soit un solide de masse $m = 2$ kg guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, relié par un ressort de rigidité k et un amortisseur visqueux de coefficient d'amortissement $c = 3$ kgs^{-1} à un point A. Ce point A est soumis à un mouvement sinusoïdal $y(t) = Y\ \cos(\omega t)$. On appelle $x(t) = X\ \cos(\omega t + \phi)$ le déplacement de la masse m..

Coment choisir k pour que le rapport X/Y soit inférieur à 0.1 à la fréquence de 50 Hz ?

1.166 brevet 153 : Oscillation(s) d'un système à 1ddl en présence de frottement sec.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] *chapitre 2, 2.1,* ; autoattribution .

Soit un solide de masse $m = 2$ kg guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, relié par un ressort de rigidité $k = 5$ Nm^{-1} et un amortisseur sec de coefficient de frottement $\mu = 0,03$ kgs^{-1} et une force normale au contact sec $N = mg$ avec $g = 9,81$ ms^{-2}. On appelle $x(t)$ le déplacement de la masse m. Ce système est écarté de la position $x = 0$ pour laquelle le ressort est au repos, et laché sans vitesse initiale pour une position $x_0 = 0,2$ m.

Le système oscillera-t-il plusieurs fois ? A quelle position x_{stop} s'arrêtera-t-il ?

1.167 brevet 154 : Facteur de perte.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] *chapitre 2, 2.3,* ; autoattribution .

Soit un solide de masse $m = 2$ kg guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, relié par un ressort de rigidité $k = 5$ Nm^{-1} et un amortisseur visqueux de coefficient d'amortissement $c = 3$ kgs^{-1}. Ce solide est soumis à une force sinusoïdale à la pulsation $\omega = 1$rad.s^{-1}.

Quel est le facteur de perte η à la résonnance ? Quel est le facteur de perte η_1 à la pulsation ω ?

1.168 brevet 155 : Homogénéité. Amortissement hystérétique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] *chapitre 2, 2.3,* ; autoattribution .

Soit un solide de masse $m = 2$ kg guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, relié par un ressort de rigidité $k = 5$ Nm^{-1} et un amortisseur hystérétique de coefficient hystérétique $\beta = 1$. L'énergie dissipée ΔE pendant un cycle d'amplitude X de mouvement de la masse, est reliée au coefficient d'amortissement hystérétique par

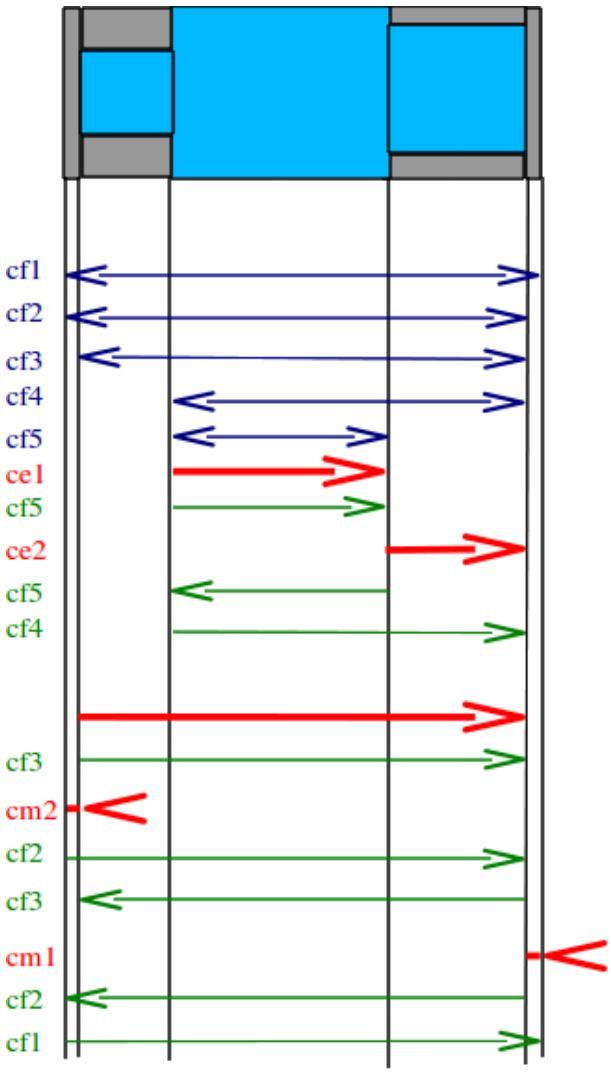
$$\Delta E = \pi k \beta X^2, \tag{1.29}$$

Quel sont les unités de mesures de β dans le Système International ?

1.169 brevet 156 : Amortissement et largeur de bande à -3dB.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] *chapitre 2, Application 5,* ; autoattribution .

Soit un solide de masse m kg guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, relié par un ressort de rigidité k Nm^{-1} et un amortisseur visqueux de coefficient d'amortissement c. Le système est soumis à une force F dont la fréquence varie pas à pas. Ceci permet de mesurer la fonction de réponse en fréquence h_d ratio du déplacement et de la force.



dm	IT	n	IT/n
30 30	0.2	1	0.2
29.9 30 59.9	0.2 0.1 0.1	2	0.1
80.2 80.2	0.4 0.4	1	0.4
1 81.4 80.4	mini mini maxi		
1 83.4 84.4	mini maxi mini		

FIGURE 1.19 – Répartition des intervalles de tolérance pour d'une pièce à fabriquer.

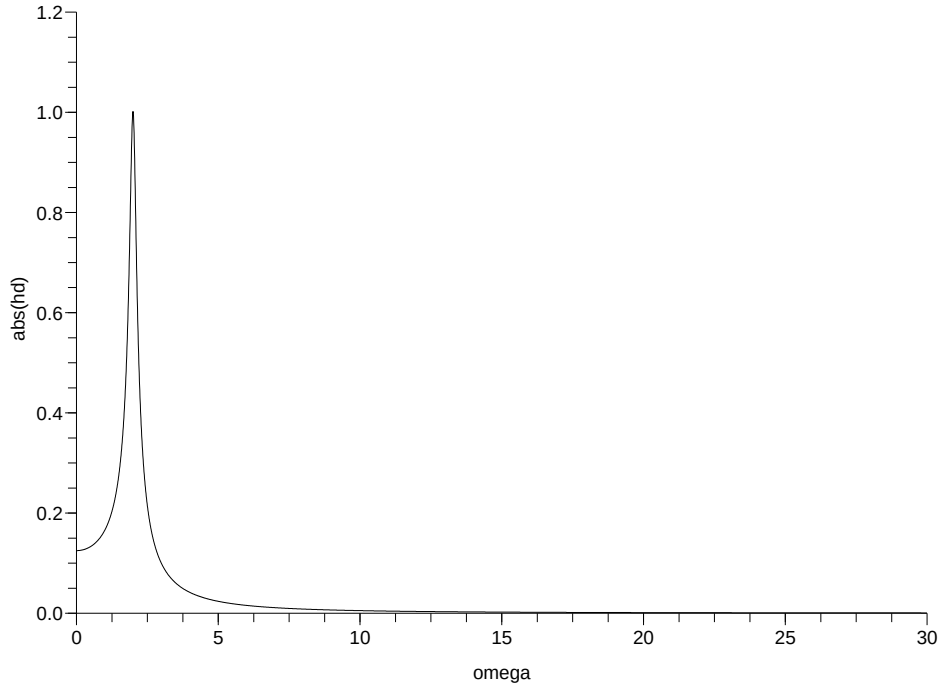


FIGURE 1.20 – Amplitude de la fonctions de réponse en fréquence : échelle linéaire.

A partir de la fonction de réponse en fréquence représentée figures 1.20 et 1.21, donnez par la méthode de largeur de bande à -3dB, le taux d'amortissement ζ de ce système ?

1.170 brevet 157 : Parties réelles et imaginaires d'une frf déplacement/force pour un système à 1 ddl non amorti.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un solide de masse $m = 2$ kg guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité $k = 8$ Nm^{-1}. Une force $f(t) = F\cos(\omega t) = 2\ \cos(\omega t)$ N est appliquée à ce solide. Si l'on appelle $x(t) = X\ \cos(\omega t)$ le déplacement de la masse m, la réponse forcée du systéme peut être quantifiée par $H_d = X/F$.

Tracez l'évolution des parties réelles et imaginaires de cette fonction de réponse en fréquence.

1.171 brevet 158 : Réponse impulsionelle et essai de lâcher.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] *chapitre 1, 2.1 et chapitre 2, 3.1*, ; autoattribution .

Soit un solide de masse $m = 2$ kg guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité $k = 8$ Nm^{-1} et un taux d'amortissement ζ . Deux essais peuvent être menés : a) un essais de lâcher sans vitesse initiale depuis une position $x_0 = 2$ m, et b) un impact par une force impulsionelle $F\delta(t_1)$ N, avec $\delta(t_1)$ la fonction de Dirac. On appelle $x_a(t) = Ae^{-\zeta\omega_0 t}\ \sin(\omega_d t + \phi_a)$ le déplacement de la masse m sous l'essais a pour $t > 0$, et $x_b(t) = \frac{F}{m\omega_d}e^{-\zeta\omega_0 t}\ \sin(\omega_d(t - t_1))$ le déplacement de la masse m sous l'essai b pour $t > t_1$.

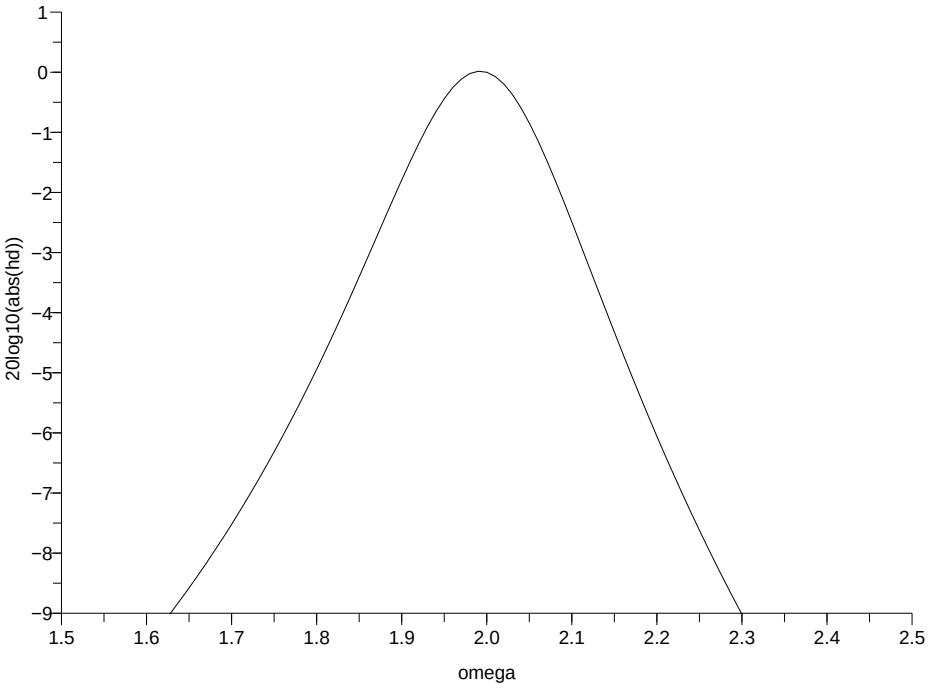


FIGURE 1.21 – Amplitude de la fonctions de réponse en fréquence : échelle en dB.

Quelles sont les valeurs de F et t_1 en fonction de m, k,ζ pour que les deux courbes se supperposent à partir de l'instant t_1, avec l'hypothèse que $\zeta << 1$?

1.172 brevet 159 : Identification des paramètre par lissage de cercle.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] *paragraphe 7.2.3*, ; autoattribution .

Soit un solide de masse m kg guidé en translation dans la direction $\vec{x}$, relié par un ressort de rigidité k Nm^{-1} et un amortisseur visqueux de coefficient d'amortissement c. Le système est soumis à une force F dont la fréquence varie pas à pas. Ceci permet de mesurer la fonction de réponse en fréquence h_d ratio du déplacement et de la force. Cette FRF est représentée par son Nyquist figures 1.22 et les valeurs sont les suivantes :

ω	real(h_d)	imag(h_d)	ω	real(h_d)	imag(h_d)
0.00	0.125	0.0000	2.04	-0.282	-0.890
0.01	0.125	-0.000	2.05	-0.333	-0.843
0.02	0.125	-0.0001	2.06	-0.375	-0.793
0.03	0.125	-0.0002	2.07	-0.408	-0.741
...			2.08	-0.432	-0.689
1.79	0.477	-0.268	2.09	-0.450	-0.639
1.80	0.487	-0.288	2.10	-0.461	-0.591
1.81	0.496	-0.310	2.11	-0.468	-0.546
1.82	0.505	-0.334	2.12	-0.470	-0.504
1.83	0.514	-0.361	2.13	-0.469	-0.465
1.84	0.521	-0.390	2.14	-0.465	-0.429
1.85	0.527	-0.422	2.15	-0.460	-0.397
1.86	0.531	-0.457	2.16	-0.453	-0.367
1.87	0.533	-0.495	2.17	-0.444	-0.340
1.88	0.531	-0.536	2.18	-0.435	-0.315
1.89	0.526	-0.581	...		
1.90	0.516	-0.628	2.97	-0.101	-0.015
1.91	0.500	-0.678	2.98	-0.100	-0.015
1.92	0.476	-0.730	2.99	-0.098	-0.015
1.93	0.445	-0.782			
1.94	0.406	-0.833			
1.95	0.356	-0.881			
1.96	0.298	-0.923			
1.97	0.231	-0.959			
1.98	0.158	-0.984			
1.99	0.080	-0.998			
2.00	0.00	-1.00			
2.01	-0.078	-0.988			
2.02	-0.153	-0.965			
2.03	-0.222	-0.932			

A partir du Nyquist, donnez le taux d'amortissement ζ, la rigidité apparente et la masse apparente de ce système.

1.173 brevet 160 : Réponse d'un système à deux degrés de liberté en excitation forcée à une fréquence imposée

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] ***paragraphe III.1.3*** Soit deux masses $m_1 = 1$ kg et $m_2 = 2$ kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k_1 = 3$ N/m. m_1 et m_2 sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k_2 = 5$ N/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées x_1 et x_2.

Calculez l'amplitude de vibration de ces masses, lorsque la première est excitée par une force $\vec{F} = 300\sin(\omega_f t)\vec{x}$N, avec $\omega_f = 2\pi$ s^{-1}.

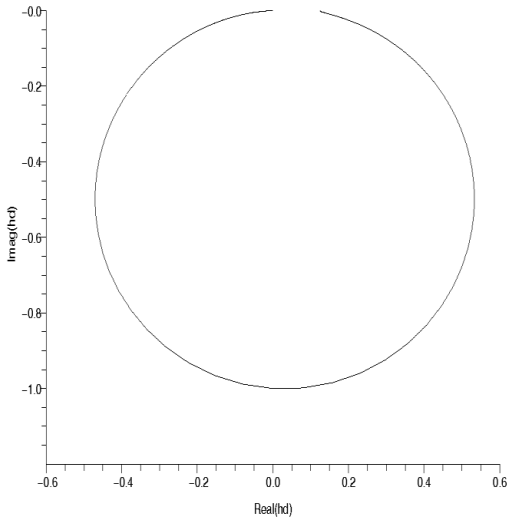


FIGURE 1.22 – Nyquist d'une fonction de réponse en fréquence.

1.174 brevet 161 : Antirésonnance d'un système à deux degrés de liberté en excitation forcée à une fréquence imposée

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] ***paragraphe III.1.3.*** Soit deux masses $m_1 = 1$ kg et $m_2 = 2$ kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k_1 = 3$ N/m. m_1 et m_2 sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k_2 = 5$ N/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées x_1 et x_2.

Quelle est la pulsation d'excitation ω_f d'un effort appliqué à la masse m_2, telle que l'amplitude de vibration de la masse m_2 soit nulle ?

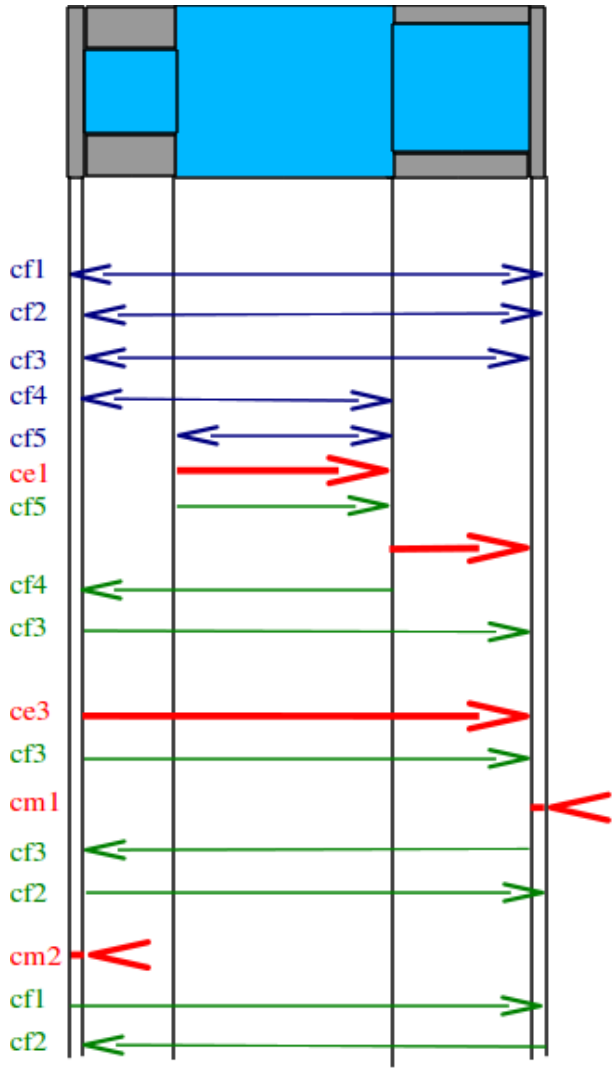
1.175 brevet 162 : Equation dynamique normalisée par la matrice de masse

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ***paragraphe III.2.1.*** Soit deux masses $m_1 = 1$ kg et $m_2 = 2$ kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k_1 = 3$ N/m. m_1 et m_2 sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k_2 = 5$ N/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées x_1 et x_2.

Quelle est la matrice de rigidité $\tilde{K}$ qui apparaît dans l'équation dynamique normalisée ?

1.176 brevet 163 : Matrice orthogonale d'un problème de dynamique à 2 ddl

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ***paragraphe III.2.1.*** Soit deux masses $m_1 = 1$ kg et $m_2 = 2$ kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen



dm	IT	n	IT/n
30 30	0.2 0.2	1	0.2
29.9 50.3 80.2	0.2 0.1 0.1	2	0.1
80.2 80.2	0.4	1	0.4
1 80.25 81.25	mini maxi mini		
1 84.25 83.25	mini mini maxi		

FIGURE 1.23 – Répartition des intervalles de tolérance pour d'une pièce à fabriquer.

par un ressort de rigidité $k_1 = 3$ N/m. m_1 et m_2 sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k_2 = 5$ N/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées x_1 et x_2.

Quelle est la matrice orthogonale P de projection, composée des vecteurs propres normalisés ?

1.177 brevet 164 : Normalisation de vecteurs propres par rapport à la matrice de masse

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], *paragraphe III.2.1.* Soit deux masses $m_1 = 1$ kg et $m_2 = 2$ kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k_1 = 3$ N/m. m_1 et m_2 sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k_2 = 5$ N/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées x_1 et x_2.

Quels sont les vecteurs propres v_{n1} et v_{n2} normalisés par rapport à la matrice de masse ?

1.178 brevet 165 : Position des masses d'un système 2ddl lors d'un essai avec positions et vitesses initiales données.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], *paragraphe III.2.1.* Soit deux masses $m_1 = 1$ kg et $m_2 = 2$ kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. $m1$ est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k_1 = 3$ N/m. m_1 et m_2 sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k_2 = 5$ N/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées x_1 et x_2.

Le système est écarté de sa position initiale $x_{10} = 0.1$ m et $x_{20} = 0$, puis lancé avec les vitesses $\dot{x}_{10} = 0$ ms^{-1} et $\dot{x}_{20} = 0.2$ ms^{-1}.

Quelles sont les positions des masses à l'instant $t = 2$ s ?

1.179 brevet 166 : Matrice d'amortissement approchée lorsque l'amortissement n'est pas proportionnel ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], *paragraphe II.2.2* ; autoattribution .

Soit deux masses $m_1 = 1$ kg et $m_2 = 2$ kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe $\vec{x}$. m_1 est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité $k_1 = 2$ N/m. m_1 et m_2 sont reliées entre elles par un ressort de rigidité $k_2 = 3$ N/m et un amortisseur visqueux de constante $c = 3$ Ns/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées x_1 et x_2. Ce système défini une matrice d'amortissement C. L'amortissement de ce système à deux degrés de liberté n'est pas proportionnel.

Quelle est la matrice d'amortissement proportionelle $\tilde{C}$ la plus proche (en terme des moindres carrés) de la matrice C du système réel.

1.180 brevet 167 : Mesure au marteau d'impact de l'amplitude d'une fonction de réponse en fréquence

auteur : JM Génevaux ; ressource : polycopié de travaux pratique Vibration acoustique 1 .

Pour une structure donnée, à l'aide d'une excitation au marteau d'impact en un point i de la structure, et d'un accéléromètre positionné en un point j de la structure,

- mesurez l'amplitude de la fonction de réponse en fréquence (accélérance) à l'une des fréquences de résonnance de celle-ci,
- donnez la précision sur cette mesure, et précisez les unités.

.

1.181 brevet 168 : Calibration relative d'une chaine de mesure de fonction de réponse en fréquence, par la méthode du marteau d'impact

auteur : JM Génevaux ; ressource : polycopié de travaux pratique Vibration acoustique 1 .

A l'aide d'une masse pure suspendue ou tenue dans la main, d'un accéléromètre et d'un marteau d'impact, calibrer la chaine d'acquisition de fonction de réponse en fréquence.

On rapelle que :
- L'équation de mouvement est donnée par,

$$m\ddot{x}(t) = F(t). \tag{1.30}$$

- L'accélérance est donc donnée par le ratio de la transformée de Fourier de l'accélération $\ddot{(X)}$ et de la transformée d Fourier de la force d'excitation $F(\omega)$.

$$\frac{\ddot{(X)}(\omega)}{F(\omega)} = m \tag{1.31}$$

1.182 brevet 169 : Mesure au marteau d'impact de l'amortissement d'une structure à une fréquence propre.

auteur : JM Génevaux ; ressource : polycopié de travaux pratique Vibration acoustique 1 .

Pour une structure donnée, à l'aide d'une excitation au marteau d'impact en un point i de la structure, et d'un accéléromètre positionné en un point j de la structure, mesurez l'amortissement de la structure à l'une des fréquences de résonnance de celle-ci. Donnez la précision sur cette mesure, et précisez les unités.

1.183 brevet 170 : Mesure du coefficient d'absorption sous incidence normale d'un matériau isolant acoustique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : polycopié de travaux pratique Vibration acoustique 2 .

Pour un matériau donnée, à l'aide d'une excitation acoustique dans un tube de Kundt à un seul microphone, mesurez le coefficient d'absorption α pour une fréquence donnée. Donnez la précision sur cette mesure, et précisez les unités.

1.184 brevet 171 : Réglage d'un absorbeur dynamique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : polycopié de travaux pratique Vibration acoustique 2 .

Pour une structure présentant une résonnance à une pulsation ω_0, à l'aide d'un système masse-ressort, de masse bien inférieure à celle de la structure initiale, mettre en oeuvre un absorbeur dynamique. Donnez le ratio entre l'amplitude des vibrations à la résonnance du sytème avec et sans absorbeur.

1.185 brevet 172 : Mesure d'un coefficient d'amortissement modal par un essai de lacher.

auteur : JM Génevaux ; ressource : polycopié de travaux pratique Vibration acoustique 2 .

Par un essai de lacher, sur une structure présentant une résonnance à une pulsation ω, à l'aide de la mesure de sa réponse temporelle, mesurer le coefficient d'amortissement modal ξ. Donnez la précision sur celui-ci, et ses unités.

1.186 brevet 173 : Animation d'une forme propre d'une structure obtenue par analyse modale expérimentale.

auteur : JM Génevaux ; ressource : polycopié de travaux pratique Vibration acoustique 2 .

Pour une structure donnée, dont des degrés de liberté ont été choisis,
- mesurez les fonctions de réponses en fréquence entre les ddl
- identifiez les caractéristiques modales expériementale de l'un des modes propres
- définissez un maillage spatial
- faire correpondre les FRFs et les degrés de liberté
- visualisez les mouvements (obtenus expérimentalement) de la structure à la fréquence du mode propre choisi.

1.187 brevet 174 : Processus d'expansion utilisant les matrices de masse et de rigidité du modèle, pour un système conservatif à deux degrés de liberté.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours *[4], paragraphe 4.5.1* ; autoattribution .

Le système à deux masses modélisé lors du brevet 118 nous a fourni analytiquement les matrices de masse et de rigidité :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \tag{1.32}$$

$$K = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \tag{1.33}$$

L'expérience a été menée sur cette structure à l'aide d'un marteau d'impact et d'un accéléromètre positionné sur l'une des masses. L' accéléromètre a été placé sur la première masse, et l'impact n'a eu lieu que sur celle-ci. On ne dispose donc de mesures que sur le degré de liberté x_1. Les vecteurs propres mesurés ne sont donc connus que sur leur première composante :
- pour la première pulsation propre mesurée $\omega_1 = .68$,

$$\phi_{m1} = [.42, ?] \tag{1.34}$$

- pour la seconde pulsation propre mesurée $\omega_1 = 2.1$,

$$\phi_{m2} = [-.70, ?] \tag{1.35}$$

Pour pouvoir comparer au modèle, il faut extrapoler les vecteurs propres, sur les degrés de liberté non mesurés.

Utilisez les matrices de masse et de rigidité du modèle pour compléter les vecteurs propres, puis les normer à travers la matrice de masse. Commentez les vecteurs trouvés.

1.188 brevet 175 : Processus d'expansion utilisant les données modales expérimentales , pour un système conservatif à deux degrés de liberté.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours *[4], paragraphe 4.5.2* ; autoattribution .

Le système à deux masses modélisé lors du brevet 118 nous a fourni les vecteurs propres analytiques :

$$\phi_{a1} = [.4264014327, .6396021490] \tag{1.36}$$

$$\phi_{a2} = [-.9045340338, .3015113446] \tag{1.37}$$

L'expérience a été menée sur cette structure à l'aide d'un marteau d'impact et d'un accéléromètre positionné sur l'une des masses. L' accéléromètre a été placé sur la première masse, et l'impact n'a eu lieu que sur celle-ci. On ne dispose donc de mesures que sur le degré de liberté x_1. Les vecteurs propres mesurés ne sont donc connus que sur leur première composante :

– pour la première pulsation propre mesurée $\omega_1 = .68$,

$$\phi_{m1} = [.42, ?] \tag{1.38}$$

– pour la seconde pulsation propre mesurée $\omega_1 = 2.1$,

$$\phi_{m2} = [-.70, ?] \tag{1.39}$$

Pour pouvoir comparer au modèle, il faut extrapoler les vecteurs propres, sur les degrés de liberté non mesurés.

Utilisez les données modales expérimentales et les vecteurs propres analytique pour compléter les vecteurs propres, et lisser la valeurs mesurées.

1.189 brevet 176 : poutre continue et masse concentrée, Rayleigh-Ritz

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure suivante : une poutre droite d'axe $\vec{x}$, de section S, de moment quadratique I_{gz}, de masse volumique ρ, de module d'Young E, de longueur l, reposants en $x = 0$ sur un appui simple et en $x = l$ sur un appui sur rouleau de normale $\vec{y}$, supportant en son milieu une masse concentrée m. On souhaite calculer le premier mode propre de cette structure.

Lorsque vous utilisez les fonctions polynomiales, $\psi_4 = \sum a_n(\frac{x}{l})^n$ calculez par -Ritz la première fréquence propre en utilisant deux termes.

1.190 brevet 201 : composantes contravariantes

auteur : J Hladik ; ressource : [5] .

Soient deux vecteurs de E_3 : $\vec{A} = (a_1, a_2, a_3)$ et $\vec{B} = (b_1, b_2, b_3)$. Soit une base de E_3 définie par :
- $\vec{e_1} = (1, 1, 1)$
- $\vec{e_2} = (0, 1, 1)$
- $\vec{e_3} = (0, 0, 1)$

Déterminez les composantes contravariantes de $\vec{A}$ et $\vec{B}$.

1.191 brevet 202 : composantes covariantes

auteur : J Hladik ; ressource : [5] .

Soient deux vecteurs de E_3 : $\vec{A} = (a_1, a_2, a_3)$ et $\vec{B} = (b_1, b_2, b_3)$. Soit une base de E_3 définie par :
- $\vec{e_1} = (1, 1, 1)$
- $\vec{e_2} = (0, 1, 1)$
- $\vec{e_3} = (0, 0, 1)$

Déterminez les composantes covariantes de $\vec{A}$ et $\vec{B}$.

1.192 brevet 203 : composantes covariantes et contravaraintes avec application numérique

auteur : J Hladik ; ressource : [5] .

Soient le vecteurs de E_3 : $\vec{A} = (4, 1, 2)$. Soit une base de E_3 définie par :
- $\vec{e_1} = (1, 1, 1)$
- $\vec{e_2} = (0, 1, 1)$
- $\vec{e_3} = (0, 0, 1)$

Déterminez les composantes covariantes et contravariantes de $\vec{A}$.

1.193 brevet 204 : calcul d'un produit scalaire à l'aide des composantes covariantes et contravariantes

auteur : J Hladik ; ressource : [5] .

Soient deux vecteurs de E_3 : $\vec{A} = (4, 1, 2)$ et $\vec{B} = (1, 3, 5)$. Soit une base de E_3 définie par :
- $\vec{e_1} = (1, 1, 1)$
- $\vec{e_2} = (0, 1, 1)$
- $\vec{e_3} = (0, 0, 1)$

Déterminez le produit scalaire $\vec{A}.\vec{B}$ à partir des composantes covariantes et contravariantes.

1.194 brevet 205 : produit tensoriel

auteur : J Hladik ; ressource : [5] .

Soient $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ une base de l'espace vectoriel E_2 et soient deux vecteurs de E_2 : $\vec{X} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$ et $\vec{Y} = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$. On note $\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2$ les vecteurs de base d'un espace $E_4 = E_2 \otimes E_2$.

Déterminer l'expression du produit tensoriel $\vec{X} \otimes \vec{Y}$.

1.195 brevet 206 : Est-ce un produit tensoriel ?

auteur : J Hladik ; ressource : [5] .

Soient $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ une base de l'espace vectoriel E_2 et soient deux vecteurs de E_2 : $\vec{X} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$ et $\vec{Y} = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$. On note $\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2$ les vecteurs de base d'un espace $E_4 = E_2 \otimes E_2$.

Le tenseur $U = 11\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1 + 8\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 + 20\vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1 + 12\vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2$ est-il le produit tensoriel de deux vecteurs de E_2 ?

1.196 brevet 207 : Equation d'une droite passant par deux points.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de math de seconde ; autoattribution .

Soit deux points A et B dans un espace affine de dimension 2 de repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tels que $\vec{OA} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{OB} = 5\vec{i} - 3.2\vec{j}$. Soit un point P tel que $\vec{OP} = x\vec{i} + y\vec{j}$ appartenant à la droite $y = ax + b$ passant par les deux points A et B. Quelles sont les valeurs de a et b ?

1.197 brevet 208 : Intégration avec changement de variable.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de math de bac +1 ; autoattribution .

Soit la fonction,

$$f(x) = \sqrt{3x + 6}. \tag{1.40}$$

Quelle est l'intégrale de cette fonction entre $x = 0$ et $x = 2$?

1.198 brevet 209 : Déterminant d'une matrice 3x3.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de math de bac +1 ; autoattribution .

Soit la matrice,

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix} \tag{1.41}$$

Quel est le déterminant de cette matrice ?

1.199 brevet 210 : Produit vectoriel de deux vecteurs.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de math de bac +1 ; autoattribution .

Soit dans une base directe orthonormée $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, les deux vecteurs $\vec{a} = 3\vec{x} + 5\vec{y}$ et $\vec{b} = 4\vec{y} + 5\vec{z}$, calculez $\breve{c} = \vec{a} \wedge \vec{b}$

1.200 brevet 211 : Homogénéité d'une équation (version 1).

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de physique de bac +1 ; autoattribution .

Soit F une force, g la pesanteur, m une masse, a et b des longueurs, l'équation,

$$F = \frac{a+b}{b}\frac{2m}{g}, \tag{1.42}$$

est-elle homogène ?

1.201 brevet 212 : Homogénéité d'une équation (version 2).

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de physique de bac +1 ; autoattribution .

Soit F une force, g la pesanteur, m une masse, a et b des longueurs, l'équation,

$$F = \frac{a+b^2}{b} 2mg, \tag{1.43}$$

est-elle homogène ?

1.202 brevet 213 : Homogénéité d'une équation (version 3).

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de physique de bac +1 ; autoattribution .

Soit ω une pulsation, k la rigidité d'un ressort en torsion, J une inertie de rotation d'un solide autour d'un axe, l'équation,

$$\omega = 23\sqrt{\frac{k}{J}} \tag{1.44}$$

est-elle homogène ?

1.203 brevet 214 : Dimension tensorielle (version 1).

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit $\vec{v}$ la vitesse d'un point d'un solide dans l'espace tridimensionnel. L'égalité

$$\vec{v} = 3\,\mathrm{ms}^{-1} \tag{1.45}$$

égale-t-elle des éléments de même dimension tensorielle ?

1.204 brevet 215 : Dimension tensorielle (version 2).

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit T l'énergie cinétique d'un solide par rapport à un repère galiléen tridimensionnel. L'égalité

$$T = 3\,\mathrm{kgms}^{-1} \tag{1.46}$$

égale-t-elle des éléments de même dimension tensorielle ?

1.205 brevet 216 : Intégration triple.

auteur : JM Génevaux ; ressource : bac +1 ; autoattribution .

Soit l'intégrale

$$I = \int_{x=0}^{2} \int_{y=2}^{3} \int_{z=0}^{4} \left(xy + z^2\right) dxdydz. \tag{1.47}$$

Quelle est la valeur de cette intégrale ?

1.206 brevet 217 : Produits de tenseurs du second ordre et vecteurs.

auteur : JM Génevaux ; ressource : bac +1 ; autoattribution .

Soit les vecteurs $\vec{v}_1 = 1\vec{x} + 2\vec{y} - \vec{z}$ et $\vec{v}_2 = 3\vec{x} + 2\vec{y} + 1\vec{z}$ et le tenseur du second ordre

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})\otimes(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \tag{1.48}$$

Quelle est la valeur du scalaire $a = \vec{v}_1.M\vec{v}_2$?

1.207 brevet 218 : Dérivée d'une fonction trigonométrique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : 2nd ; autoattribution .

Soit la fonction $f(x) = 3\sin(2\pi x)$.
Quelle est la valeur de sa dérivée au point $x = 1.28$?

1.208 brevet 219 : Intégrale d'une fonction trigonométrique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : terminale ; autoattribution .

Soit la fonction $f(x) = 3\sin(2\pi x)$.
Quelle est la valeur de son intégrale en x entre les points $x = 1.15$ et $x = 1.28$?

1.209 brevet 220 : Intégrale d'une fonction polynome.

auteur : JM Génevaux ; ressource : terminale ; autoattribution .

Soit la fonction $f(x) = 25x^4 + 2x^{-2}$.
Quelle est la valeur de son intégrale en x entre les points $x = 1.15$ et $x = 1.28$?

1.210 brevet 221 : Intégrale d'une fonction à plusieurs variables.

auteur : S Mézil ; ressource : cours *Terminales*, ; autoattribution .

Soit la fonction $f(x, y, z) = x^3 + x * sin(6y)$.

Que valent les intégrales : $I_1 = \int_1^5 f(x, y, z)\,\mathrm{d}x$, $I_2 = \int_0^3 f(x, y, z)\,\mathrm{d}y$ et $I_3 = \int_1^{10} f(x, y, z)\,\mathrm{d}z$?

1.211 brevet 222 : Différence entre vecteur et matrice associée (version 1)

auteur : JM Génevaux ; ressource : bac +1 ; autoattribution .

Soit les vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ tels que $\vec{v}_1 = 1\vec{x} + 2\vec{y} - \vec{z}$ et $\vec{v}_2$ soit associé à la matrice

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \tag{1.49}$$

Les deux vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ sont-ils les mêmes ?

1.212 brevet 223 : Différence entre vecteur et matrice associée (version 2)

auteur : JM Génevaux ; ressource : bac +1 ; autoattribution .

Soit les vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ tels que $\vec{v}_1 = 1\vec{x} + 2\vec{y} - \vec{z}$ et $\vec{v}_2$ soit associé à la matrice

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}_{(\vec{x}+\vec{y},\vec{y},\vec{z})} \tag{1.50}$$

Les deux vecteurs $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ sont-ils les mêmes ?

1.213 brevet 224 : Détermination des dimensions d'un paramètre à partir de l'homogénéité

auteur : JM Génevaux ; ressource : bac +1 ; autoattribution .

Le nombre de Reynolds $Re = \frac{vd}{\nu}$ est adimensionnel. Il relie d une longueur caractéristique de l'écoulement, v une vitesse caractéristique de l'écoulement et ν la viscosité cinématique.

Quelle est la dimension de ν, et ses unités dans le système international ?

1.214 brevet 224 bis : Détermination des dimensions d'un paramètre à partir de l'homogénéité

auteur : JM Génevaux ; ressource : bac +1 ; autoattribution .

Le nombre de Reynolds $Re = \frac{\rho v d}{\eta}$ est adimensionnel. Il relie ρ la masse volumique, d une longueur caractéristique de l'écoulement, v une vitesse caractéristique de l'écoulement et ν la viscosité dynamique.

Quelle est la dimension de η, et ses unités dans le système international ?

1.215 brevet 225 : Produit scalaire de deux vecteurs.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de math de bac +1 ; autoattribution .

Soit dans une base directe orthonormée $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, les deux vecteurs $\vec{a} = 3\vec{x} + 5\vec{y}$ et $\vec{b} = 4\vec{y} + 5\vec{z}$.

Calculez le produit scalaire de ces deux vecteurs : $c = \vec{a}.\vec{b}$

1.216 brevet 226 : Projection d'un vecteur dans une base.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de math de bac +1 ; autoattribution .

Soit dans une base directe orthonormée $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, le vecteur $\vec{a} = 3\vec{x} + 5\vec{y}$. Soit une autre base $(\vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$ image de $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ par une rotation autour de l'axe $\vec{z}$ d'un angle $\pi/3$.

Quelles sont les nouvelles coordonnées de : $\vec{a}$ dans la base $(\vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$?

1.217 brevet 227 : Projection d'une équation de mouvement dans deux directions.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de math de bac +1 ; autoattribution .

Soit dans une base directe orthonormée $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, et un système repéré par sa position x(t) dont l'une des équations de mouvement est

$$m\ddot{x}\vec{x} = F\sin(\omega t)\vec{y_1} - c\sin(\alpha)\dot{x}\vec{x}_1 - kx\vec{x}, \tag{1.51}$$

avec la base $(\vec{x_1}, \vec{y_1}, \vec{z_1})$ image de $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ par une rotation autour de l'axe $\vec{z}$ d'un angle $\pi/3$.

Quelles sont les 2 équations de mouvement si on les exprime dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$?

1.218 brevet 301 :

1.219 brevet 302 :

1.220 brevet 303 :

1.221 brevet 304 : déplacement d'un volume élémentaire représentatif

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution
.

Soit dans une base directe orthonormée $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, et un parrallélépipède élémentaire de dimensions $(dx = 0.01, dy = 0.02, dz = 0.03)$ en m, avec les points P et M de coordonnées respectives (0,0,0) et (dx, dy, dz).

a) Dans le cas d'une rotation d'un angle $\beta = 0.02$ radian autour de l'axe $P\vec{z}$, quel est le déplacement du point M ?
b) Dans le cas d'une déformation de cisaillement tel que le plan (M,$\vec{z}, \vec{x}$) glisse dans la direction $\vec{z}$ et que $\vec{y}$ tourne d'un angle $\gamma = 0.05$ radian, quel est le déplacement du point M ?

1.222 brevet 305 : déformation d'un volume élémentaire représentatif

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution
.

Soit dans une base directe orthonormée $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, et un parrallélépipède élémentaire de dimensions $(dx = 0.01, dy = 0.02, dz = 0.03)$ en m, avec les points P et M de coordonnées respectives (0,0,0) et (dx, dy, dz).

a) Dans le cas d'une rotation d'un angle $\beta = 0.02$ radian autour de l'axe $P\vec{z}$, quel est le tenseur des déformations de ce volume élémentaire ?
b) Dans le cas d'une déformation de cisaillement tel que le plan (M,$\vec{z}, \vec{x}$) glisse dans la direction $\vec{z}$ et que $\vec{y}$ tourne d'un angle $\gamma = 0.05$ radian, quel est le le tenseur des déformations de ce volume élémentaire ?

1.223 brevet 306 : calcul d'un vecteur déformation

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution
.

Soit un tenseur des déformations tel que,

$$\bar{\bar{\epsilon}} = 10^{-6} \begin{bmatrix} 30 & 0 & 100 \\ 0 & 200 & 0 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})\otimes(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} . \tag{1.52}$$

Quel est le vecteur déformation $\vec{\epsilon}(P, \vec{n})$ pour un vecteur normal de direction $\vec{n} = 1\vec{x} + 1\vec{y} + 1\vec{z}$?

1.224 brevet 307 : déformation mesurée par une jauge de déformation

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution
.

Soit un tenseur des déformations tel que,

$$\bar{\bar{\epsilon}} = 10^{-6} \begin{bmatrix} 30 & 0 & 100 \\ 0 & 200 & 0 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})\otimes(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} . \tag{1.53}$$

Quel est la déformation ϵ_{nn} qui peut être mesurée par une jauge de déformation, pour un vecteur normal de direction $\vec{n} = 1\vec{x} + 1\vec{y} + 1\vec{z}$?

1.225 brevet 308 : déformations principales

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution
.

Soit un tenseur des déformations tel que,

$$\bar{\bar{\epsilon}} = 10^{-6} \begin{bmatrix} 30 & 0 & 100 \\ 0 & 200 & 0 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})\otimes(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} . \tag{1.54}$$

Quel sont les trois valeurs de déformations principales ϵ_{11}, ϵ_{22} et ϵ_{33} ?

1.226 brevet 309 : directions principales de déformations

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution
.

Soit un tenseur des déformations tel que,

$$\bar{\bar{\epsilon}} = 10^{-6} \begin{bmatrix} 30 & 0 & 100 \\ 0 & 200 & 0 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})\otimes(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} . \tag{1.55}$$

Quel sont les trois directions principales de déformations associées aux valeurs ϵ_{11}, ϵ_{22} et ϵ_{33} trouvées au brevet 308 ?

1.227 brevet 310 : tenseur de taux de déformation et de taux de rotation

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution
.

Soit dans l'espace tridimensionel un écoulement dont le champs de vitesse est donné en tout point P de coordonnées x, y et z en mètres, par $\vec{v}_P = a\left(\left(1 + 2\frac{xy}{l^2}\right)\vec{x} + \left(\frac{z^2}{l^2}\right)\vec{y} + \left(\frac{\sqrt{x}y}{l^{3/2}} + 3\frac{z}{l}\right)\vec{z}\right)$, avec $l = 1$ m une longueur de référence du problème et $a = 1$ m/s une vitesse de référence.

Quel sont les tenseurs de taux de déformation $\bar{\bar{\dot{\epsilon}}}$ et de taux de rotation $\bar{\bar{\Omega}}$ au point M de coordonnées (1,1,0) en mètre ?

1.228 brevet 311 : rotationnel d'un écoulement

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution
.

Soit dans l'espace tridimensionel un écoulement dont le champs de vitesse est donné en tout point P de coordonnées x, y et z en mètres, par $\vec{v}_P = a\left(\left(1+2\frac{xy}{l^2}\right)\vec{x} + \left(\frac{z^2}{l^2}\right)\vec{y} + \left(\frac{\sqrt{x}y}{l^{3/2}} + 3\frac{z}{l}\right)\vec{z}\right)$, avec $l = 1$ m une longueur de référence du problème et $a = 1$ m/s une vitesse de référence.

Quel est le rotationnel $\breve{rot}\vec{v}$ au point M de coordonnées (1,1,0) en mètre ?

1.229 brevet 312 : calcul du tenseur des déformation à partir de la mesure de trois jauges de déformation.

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution
.

En un point P, situé à la surface d'une pièce qui est non chargée sur sa surface au point P (l'action de l'air est négligeable par rapport aux chargements en d'autres points de la pièce), sont collées trois jauges de déformations dans les directions $\vec{a} = \vec{x}$, $\vec{b} = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{x} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{y}$ et $\vec{c} = \vec{y}$. Les déformations mesurées par ces trois jauges sont $\epsilon_{aa} = 30\,10^{-6}$, $\epsilon_{bb} = 50\,10^{-6}$, $\epsilon_{cc} = 50\,10^{-6}$.

Quel est le tenseur des déformations

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})\otimes(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \tag{1.56}$$

en ce point P ?

1.230 brevet 313 : contrainte tangentielle maximale

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution
.

Soit un tenseur des contraintes tel que,

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{bmatrix} 0 & 50 & 0 \\ 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})\otimes(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} 10^6\text{Pa}. \tag{1.57}$$

Quel est la normale $\vec{n}$ telle que la contrainte σ_{nn} soit maximale ?

1.231 brevet 401 : Mesure à l'oscilloscope, via la transformée de Fourier, de l'amplitude d'une tension alternative.

auteurs : JP Boileau, JM Génevaux ; ressource : cours d'électronique .

A l'aide d'un signal de tension périodique de période T et d'un oscilloscope
- dans une représentation temporelle du signal, mesurer l'amplitude U de celui-ci,
- effectuer la transformée de Fourier de ce signal,
- mesurer $\tilde{U}$, le module de cette transformée à la fréquence $1/T$,
- donner la relation théorique entre $\tilde{U}$ et U,
- comparer les deux valeurs (si l'oscilloscope fournit une valeur en dB, vérifier que la tension de référence est 1 volt).

1.232 brevet 402 : Création d'un signal de fréquence, forme et amplitude donnée.

auteurs : JM Génevaux ; ressource : cours d'électronique .

Trois fois de suite, un détenteur du brevet 402 vous demande de créer avec un générateur de fonction, un signal de forme, fréquence et amplitude qu'il choisi.

1.233 brevet 403 : Mesure au multimètre de l'amplitude d'un signal.

auteurs : JM Génevaux ; ressource : cours d'électronique .

Trois fois de suite, un détenteur du brevet 403 règle à l'aide d'un générateur de fonction ou d'une alimentation stabilisée une tension qu'il applique aux bornes d'une ampoule, puis vous demande de mesurer l'amplitude de la tension, l'intensité, la résistance de l'ampoule.

1.234 brevet 404 : Mesure à l'oscilloscope de l'amplitude, la forme, la fréquence d'une signal de tension.

auteurs : JM Génevaux ; ressource : cours d'électronique .

Trois fois de suite, un détenteur du brevet 404 règle à l'aide d'un générateur de fonction une tension. Il vous demande à chaque fois de mesurer les caractéristiques de ce signal soit graphiquement par un choix judicieux de votre échelle de visualisation, soit en utilisant les curseurs et fonctions disponibles.

1.235 brevet 501 : Ressenti des étudiants à propos de la pédagogie cours-brevet.

auteur : JM Génevaux ; ressource : évaluations evamaine 2009 et 2010 ; autoattribution
.

Les étudiants évaluent les enseignements de façon anonyme. Le ressenti des étudiants vis-à-vis de cette pédagogie cours-brevet, au cours de deux années, a été mesuré en leur demandant de donner leur opinion (oui, plutôt oui, plutot non, non) sur les phrase présentées ci-dessous :

Dites celles qui ont recueilli une majorité d'avis (nb(oui) + nb(plutôt oui) $\geq$ nb(plutôt non) + nb(non))

- 1) La méthode d'obtention des brevets comme moyen de compréhension du cours vous paraît-elle efficace ?
- 2) Cette méthode utilisée pour le cours de 3ième année "dynamique des structures" doit elle être essayée pour le cours de "résistance des matériaux" de seconde année, que vous avez suivi/subi l'année dernière ?
- 3) Avant l'examen final, la méthode de préparation aux examens des années précédentes par des exposés faits par les étudiants de leur correction (préparée en groupe à la maison), vous parait-elle efficace ?

Dans les commentaires libres, les phrases suivantes sont-elles apparues ? (Vrai/Faux)

- 4) Les brevets sont trop simples pour aborder les devoirs surveillés.
- 5) Les brevets permettent de voir où nous mênent les calculs.
- 6) La correction complète des brevets doit être disponible sur le réseau informatique.
- 7) Un brevet, c'est appliquer bêtement et simplement l'exercice expliqué complètement dans le cours.
- 8) Il faut aussi faire des problèmes concrets et complets.
- 9) Le système des brevets est efficace et intéressant, plutôt que de regarder le prof écrire une correction au tableau comme dans d'autres enseignements.
- 10) Faire d'avantage de DS des années précédentes est une perte de temps.
- 11) L'étudiant-référent d'un brevet n'a pas su m'expliquer la correction du brevet.

1.236 brevet 502 : Premiers échanges sur la pédagogie Freinet.

auteur : JM Génevaux ; ressource : votre vécu en tant qu'élève, étudiant, puis enseignant ; autoattribution .

Parmi les 7 caractéristiques de la pédagogie Freinet, telles que définies par Merieu :

1. le savoir,
2. la culture,
3. l'exigence et de l'effort,
4. la sécurité,
5. l'autorité,
6. partisane du cours magistral,
7. non démagogue

par un travail a plusieurs, définissez les caractéristiques avec lesquelles votre groupe est en accord et celles qui le rebutent. Quels sont les positionnements pédagogiques associés qui vous semblent adaptés aux étudiants post-bac, et ceux que le groupe souhaiterait tester ?

1.237 brevet 503 : Construction d'un arbre des connaissances.

auteur : JM Génevaux ; ressource : polycopié "Freinet 5CH" ; autoattribution .

Soit des individus, qui ont passé des brevets tels que détaillé ci-dessous :

- Frédéric : 102, 103, 56, puis 45
- Marie-Christine : 23, 103, 45, puis 57
- Nicolas : 45, 46, 103, 56, puis 67
- Rachida : 45, 103, puis 56
- Brice : 45, 23, puis 103

Construisez l'arbre des connaissances de ce gouvernement.

1.238 brevet 504 : Construction d'un blason au sein d'un arbre des connaissances.

auteur : JM Génevaux ; ressource : polycopié "Freinet 5CH" ; autoattribution .

Soit l'arbre des connaissances du gouvernement de Nicolas (brevet 503).

Représentez le blason de Nicolas.

1.239 brevet 601 : influence du nombre de degrés de liberté d'un modèle sur la fréquence propre.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "modélisation", Nicolas Joly ; autoattribution .

Lorsque l'on augmente le nombre de ddl d'un modèle éléments finis,
- a) les fréquences propres croissent (pourquoi)
- b) les fréquences propres décroissent (pourquoi)

1.240 brevet 602 : distance à la solution réelle en fonction du type d'élément.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "modélisation", Nicolas Joly ; autoattribution .

Lorsque avec le même nombre d'éléments de type triangle, on passe d'éléments finis à 3 noeuds à des éléments finis à 6 noeuds,
- a) on s'approche de la solution réelle (pourquoi)
- b) on s'éloigne de la solution réelle (pourquoi)

1.241 brevet 603 : que représentent les modes propres à pulsation nulle ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "modélisation", Nicolas Joly ; autoattribution .

Lorsque l'on fait un calcul de mode propre pour une structure libre, les premières fréquences sont nulles, leur nombre correspond à ...

1.242 brevet 604 : recherche de la discrétisation ayant meilleur ratio (précision/coût)

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "modélisation", Nicolas Joly ; autoattribution .

Pour déterminer le maillage qui donne le plus faible ratio $\frac{\frac{f_i - f_{iconverge}}{f_{iconverge}}}{coutdecalcul}$, il faut tracer ...

1.243 brevet 605 : en contraintes planes, quelles sont les composantes de $\bar{\bar{\sigma}}$ qui sont nulles ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "modélisation", Nicolas Joly ; autoattribution .

Lorsque l'on choisi un modèle en containtes planes (plan 0xy), les contraintes sigma zz, sigma xz et sigma yz sont nulles.
- a) vrai
- b) faux

1.244 brevet 606 : contraintes ou déformations planes ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "modélisation", Nicolas Joly ; autoattribution .

Lorsque une structure a son feuillet moyen dans le plan 0xy, quelle est sollicitée par des chargemens dans ce plan, et quelle est de grande épaisseur dans la direction z, le modèle doit être pris :
- a) en contraintes planes
- b) en déformations planes

1.245 brevet 607 : type de modèle

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

En fonction du problème, un choix de modèle adapté permet de gagner en efficacité, en diminuant le temps de calcul tout en prenant en compte les phénomènes physiques du problème. Pour les problèmes ci-dessous, et à l'aide de la figure 1.24, précisez le type de modèle à choisir.

Liste des problèmes
- 1 : tambour d'une machine à laver en phase d'essorrage, le linge étant bien réparti sur la circonférence.
- 2 : barrage poids entre deux massifs montagneux considérés indéformables
- 3 : potence pour braqueur de banque au temps des cow-boy.
- 4 : bathyscaphe sphérique immergé à proximité de la surface
- 5 : réservoir cylindrique le longueur l de diamètre d, remplit partiellement par un fluide lourd
- 6 : chalut

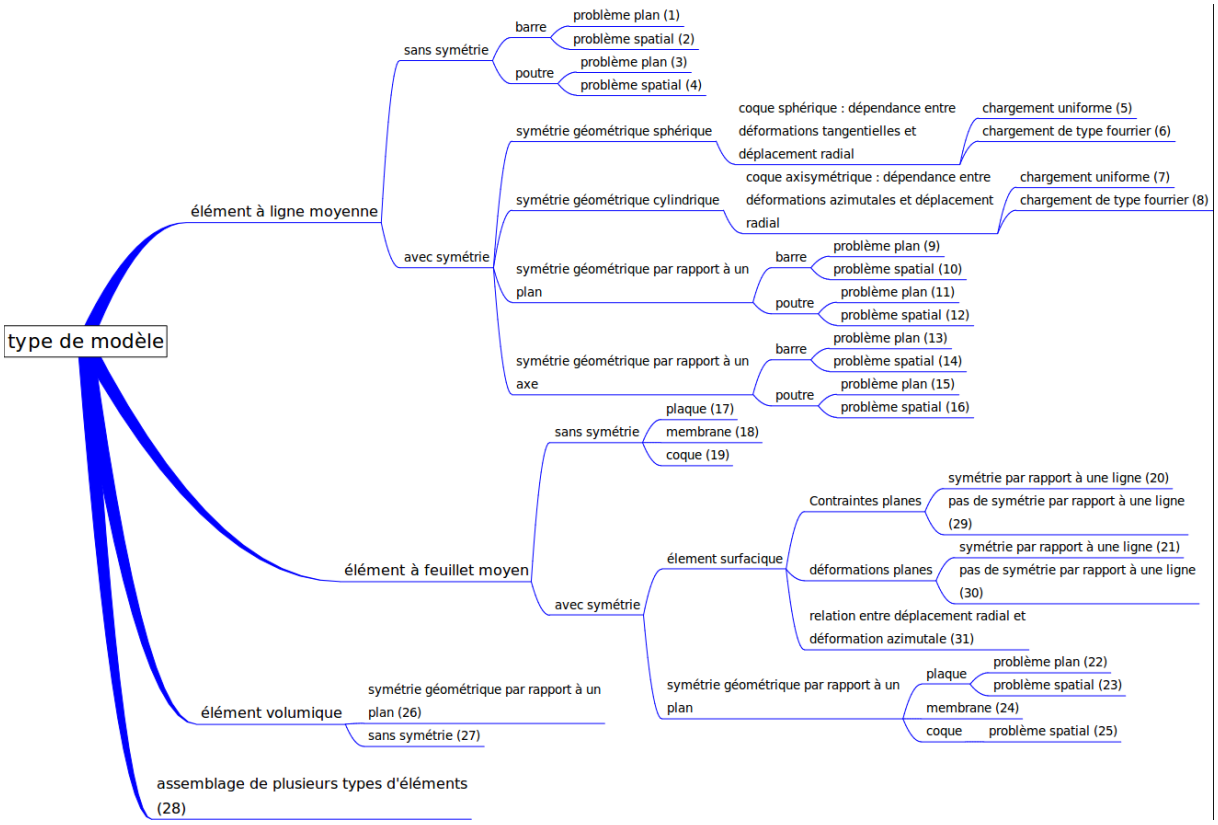


FIGURE 1.24 – Synopsis de choix d'un modèle.

1.246 brevet 607 bis : type de modèle

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

En fonction du problème, un choix de modèle adapté permet de gagner en efficacité, en diminuant le temps de calcul tout en prenant en compte les phénomènes physiques du problème. Pour les problèmes ci-dessous, et à l'aide de la figure 1.24, précisez le type de modèle à choisir.

Liste des problèmes

- 1 : éolienne soumise à du vent
- 2 : tonçon de gazoduc en Sibérie, soumis à une pression interne forte par rapport au poids propre
- 3 : disque de frein avant de moto, pendant une phase de freinage

1.247 brevet 607 ter : type de modèle

En fonction du problème, un choix de modèle adapté permet de gagner en efficacité, en diminuant le temps de calcul tout en prenant en compte les phénomènes physiques du problème. Pour les problèmes ci-dessous, et à l'aide de la figure 1.24, précisez le type de modèle à choisir.

Liste des problèmes

- 1 : siège de tgv, chargée par une personne assise.
- 2 : fouet de robot ménager qui monte les blancs en neige (voir figure 1.25)
- 3 : arbre secoué par le vent (voir figure 1.26)

FIGURE 1.25 – Les oeufs n'ont plus qu'à bien se tenir ! (mai 2011, Sarthe)

1.248 brevet 608 : Energie cinétique d'une plaque vibrante et énergie de rotation

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une plaque rectangulaire de dimensions $a = 0.2$ m et $b = 0.3$ m, d'épaisseur $h = 0.001$ de masse volumique $\rho = 7800$ kgm^{-3}, appuyée simplement sur ses bords et vibrant sur son premier mode propre. On admettra que la forme propre associée à ce premier mode propre est $w(x, y) = 0.005 \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b)$

Pour évaluer l'énergie cinétique, on peut prendre en compte ou non l'énergie cinétique de rotation d'une section droite. La pulsation propre sera donc différente. Si l'on appelle ω_{1sans} la pulsation propre sans prendre l'énergie cinétique de rotation en compte, et ω_{1avec} celle avec énergie cinétique de rotation, quelle est l'écart entre les deux modèles $ecart = \frac{\omega_{1sans} - \omega_{1avec}}{\omega_{1avec}}$, lorsque l'on considèrel le modèle de Kirshoff pour lequel la section droite reste perpendiculaire au feuillet moyen.

FIGURE 1.26 – Arbre. (février 2011, Vosges)

1.249 brevet 609 : Calcul d'un terme de la matrice de rigidité élémentaire d'un élément fini de type poutre

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit un élément de poutre de direction $\vec{j}$ de largeur dans la direction $\vec{k}$ $b = 0.01$ m de hauteur dans la direction $\vec{j}$ $h = 0.01$ m reliant les noeuds 1 et 2 distants de la longueur de $l = 0.2$ m. Cette poutre est en acier de coefficient de poisson $\nu = 0.3$ et de module de Young $E = 2.1\ 10^{11}$ Pa. Les efforts généralisés sont reliés aux degrés de liberté par la matrice de rigidité élémentaires K_e telle que,

$$\begin{bmatrix} F_{i1} \\ F_{j1} \\ F_{k1} \\ C_{i1} \\ C_{j1} \\ C_{k1} \\ F_{i2} \\ F_{j2} \\ F_{k2} \\ C_{i2} \\ C_{j2} \\ C_{k2} \end{bmatrix} = [K_e] \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{j1} \\ u_{k1} \\ \omega_{i1} \\ \omega_{j1} \\ \omega_{k1} \\ u_{i2} \\ u_{j2} \\ u_{k2} \\ \omega_{i2} \\ \omega_{j2} \\ \omega_{k2} \end{bmatrix}. \tag{1.58}$$

Quelle est la valeur de l'élément sur la 8ième ligne, 12ième colonne K_{e812} ?

1.250 brevet 609 bis : Calcul d'un terme de la matrice de rigidité élémentaire d'un élément fini de type poutre

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit un élément de poutre de direction $\vec{i}$ de largeur dans la direction $\vec{k}$ $b = 0.01$ m de hauteur dans la direction $\vec{j}$ $h = 0.01$ m reliant les noeuds 1 et 2 distants de la longueur de $l = 0.2$ m. Cette poutre est en acier de coefficient de poisson $\nu = 0.3$ et de module de Young $E = 2.1\,10^{11}$ Pa. Les efforts généralisés sont reliés aux degrés de liberté par la matrice de rigidité élémentaires K_e telle que,

$$\begin{bmatrix} F_{i1} \\ F_{j1} \\ F_{k1} \\ C_{i1} \\ C_{j1} \\ C_{k1} \\ F_{i2} \\ F_{j2} \\ F_{k2} \\ C_{i2} \\ C_{j2} \\ C_{k2} \end{bmatrix} = [K_e] \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{j1} \\ u_{k1} \\ \omega_{i1} \\ \omega_{j1} \\ \omega_{k1} \\ u_{i2} \\ u_{j2} \\ u_{k2} \\ \omega_{i2} \\ \omega_{j2} \\ \omega_{k2} \end{bmatrix}. \tag{1.59}$$

Quelle est la valeur de l'élément sur la 3ième ligne, 6ième colonne K_{e36} ?

1.251 brevet 609 ter : Nullité d'un terme de la matrice de rigidité élémentaire d'un élément fini de type poutre.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit un premier élément fini de type poutre droite dans la direction $\vec{i}$, qui relie le point 1 au point 2 distants de $l = 0.2$ m. La section droite de cet élément est un disque de diamètre $d = 0.01$ m. Cette poutre est en acier de coefficient de poisson $\nu = 0.3$ et de module de Young $E = 2.1\,10^{11}$ Pa. Les efforts généralisés sont reliés aux degrés de liberté par la matrice de rigidité élémentaires K_e telle que,

$$\begin{bmatrix} F_{i1} \\ F_{j1} \\ F_{k1} \\ C_{i1} \\ C_{j1} \\ C_{k1} \\ F_{i2} \\ F_{j2} \\ F_{k2} \\ C_{i2} \\ C_{j2} \\ C_{k2} \end{bmatrix} = [K_e] \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{j1} \\ u_{k1} \\ \omega_{i1} \\ \omega_{j1} \\ \omega_{k1} \\ u_{i2} \\ u_{j2} \\ u_{k2} \\ \omega_{i2} \\ \omega_{j2} \\ \omega_{k2} \end{bmatrix}. \tag{1.60}$$

Si le déplacement relatif de 2 par rapport à 1 n'est que dans la direction $\vec{i}$, seul des forces F_{i1} et F_{i2} sont nécessaires. Cela signifie que dans la septième colonne, seuls les coefficients K_{e17} et K_{e77} sont différents de 0.

En est-il de même dans le cas où l'élément fini est de type poutre courbe de rayon r entre 1 et 2 et dont la longueur d'arc est $r\beta$ pour la même distance l entre les deux noeuds ? (voir figure 1.27).

1.252 brevet 610 : Calcul numérique du moment quadratique en torsion d'une poutre de section triangulaire

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

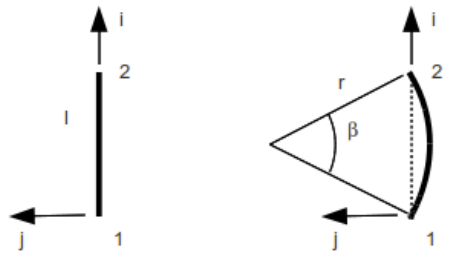


FIGURE 1.27 – Eléments finis droit et courbe.

Soit une poutre de section triangulaire equilatérale de coté $a = 0.01$ m.

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis, quel est le moment quadratique en torsion corrigé I_0^c par les effets de cisaillement ? Sous un moment de torsion, la section droite reste-t-elle plane ?

1.253 brevet 610 bis : Calcul numérique du moment quadratique en torsion d'une poutre de section circulaire creuse

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de sections circulaire creuse de rayon extérieur $r_1 = 0.07$ m, et de rayon intérieur $r_2 = 0.05$ m

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis, quel est le moment quadratique en torsion corrigé I_0^c par les effets de cisaillement ? Sous un moment de torsion, la section droite reste-t-elle plane ?

1.254 brevet 610 ter : Calcul numérique du moment quadratique en torsion d'une poutre de section circulaire creuse fendue

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de sections circulaire creuse de rayon extérieur $r_1 = 0.07$ m, et de rayon intérieur $r_2 = 0.05$ m. Cette section est coupée le long d'une génératrice du cylindre par fente de largeur $b = 0.002$ m.

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis, quel est le moment quadratique en torsion corrigé I_0^c par les effets de cisaillement ? Sous un moment de torsion, la section droite reste-t-elle plane ?

1.255 brevet 610 quad : Calcul numérique de la section corrigée d'une poutre de section circulaire creuse

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de sections circulaire creuse de rayon extérieur $r_1 = 0.07$ m, et de rayon intérieur $r_2 = 0.05$ m

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis, quelles sont les sections corrigées S_y et S_z lorsqu'elle est soumise respectivement à un effort tranchant T_y et T_z. Sous ces efforts

tranchants, la section droite reste-t-elle plane ?

1.256 brevet 610 quin : Calcul numérique des sections corrigée d'une poutre de section circulaire creuse fendue

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de sections circulaire creuse de rayon extérieur $r_1 = 0.07$ m, et de rayon intérieur $r_2 = 0.05$ m. Cette section est coupée le long de la génératrice du cylindre dans le plan (H, x, z) par fente de largeur $b = 0.002$ m.

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis, quelles sont les sections corrigées S_y et S_z lorsqu'elle est soumise respectivement à un effort tranchant T_y et T_z. Sous ces efforts tranchants, la section droite reste-t-elle plane ?

1.257 brevet 610 sext : Calcul numérique des moments polaire de poutres de section circulaire pleine et creuse

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de section circulaire de rayon extérieur $r_1 = 0.07$ m.

Quel est le rayon extérieur r_2 de la poutre de section circulaire creuse qui a le même moment polaire corrigé et dont l'épaisseur $e = 0.001$ m entre rayon externe et interne ? La masse linéique de la poutre creuse est-elle plus petite que celle de la poutre pleine ?

1.258 brevet 610 sept : Calcul numérique des moments polaires de poutres de section circulaire pleine et creuse fendues

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de section circulaire de rayon extérieur $r_1 = 0.07$ m, fendue sur un rayon (entre son centre et une génératrice) par un trait de scie d'épaisseur $a = 0.001$ m.

Quel est le rayon extérieur r_2 de la poutre de section circulaire creuse (épaisseur $e = 0.001$ m entre rayon externe et interne) fendue par le même trait de scie, qui a le même moment polaire corrigé ? La masse linéique de la poutre creuse est-elle plus petite que celle de la poutre pleine ?

1.259 brevet 611 : Validité de fonctions de contrainte en vue du calcul théorique du moment polaire corrigé d'une poutre de section carrée

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de section carrée de coté $2a$. On souhaite tester deux fonctions de contrainte :

$$\phi_1 y, z = A(y/a - 1)(y/a + 1)(z/a - 1)(z/a + 1), \tag{1.61}$$

$$\phi_2 y, z = \sum A_{nm} \cos(n\pi y/(2a)) \cos(m\pi z/(2a)). \tag{1.62}$$

Les équations équations sur les bords sont-elles vérifiées ?

1.260 brevet 612 : Choix de la meilleur fonction en vue du calcul théorique approché du moment polaire corrigé d'une poutre de section carrée

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de section carrée de coté $2a$. On souhaite tester deux fonctions de contrainte :

$$\phi_1 y, z \quad = A(y/a-1)(y/a+1)(z/a-1)(z/a+1), \tag{1.63}$$

$$\phi_2 y, z \quad = \sum A_{nm} \cos(n\pi y/(2a)) \cos(m\pi z/(2a)). \tag{1.64}$$

En évaluant le laplacien de ces fonctions, dites celle qui peut correspondre à une fonction de contrainte en torsion pour cette section.

1.261 brevet 613

numéro disponible

1.262 brevet 614

numéro disponible

1.263 brevet 615 : Calcul des contraintes σ_{xx} dans une poutre de section droite rectangulaire non homogène symétrique

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de sections rectangulaire de hauteur $h = 0.1$ m dans la direction $\vec{y}$, de largeur $b = 0.01$ m dans la direction $\vec{z}$ et de longueur $l = 2$ m dans la direction $\vec{x}$. Elle est encastrée à l'une de ses extrémités et chargée par un effort $\vec{F} = 1\vec{y}$ N à son autre extrémité. La poutre est faite en deux matériaux en volumes égaux : acier pour le volume dans la direction des y positifs, et aluminium dans la direction des y négatifs.

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis, les champs de déplacements sont-ils continus à l'interface entre les deux matériaux ? Quelle est la valeur maximale de la discontinuité de la contrainte σ_{xx} à l'interface entre les deux matériaux ? Dans quelle section droite, le voilement de la section droite est visible ?

1.264 brevet 616 : Calcul théorique du moment polaire corrigé d'une poutre de section triangulaire

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de section triangulaire equilatérale de coté $a = 0.01$ m.

Par une résolution analytique inspirée de la page 299 à 300 du livre [**?**], quel est le moment polaire corrigé I_0^c par les effets de cisaillement ?

1.265 brevet 617 : Calcul des contraintes σ_{xx} dans une poutre de section droite rectangulaire non homogène non symétrique

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de sections rectangulaire de hauteur $h = 0.1$ m dans la direction $\vec{y}$, de largeur $b = 0.01$ m dans la direction $\vec{z}$ et de longueur $l = 2$ m dans la direction $\vec{x}$. Elle est encastrée à l'une de ses extrémités et chargée par un effort $\vec{F} = 1\vec{y}$ N à son autre extrémité. La poutre est faite en deux matériaux en volumes non égaux : acier pour 1/4 du volume dans la direction des y positifs, et aluminium pour 3/4 du volume dans la direction des y négatifs.

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis, les champs de déplacements sont-ils continus à l'interface entre les deux matériaux ? Quelle est la valeur maximale de la discontinuité de la contrainte $\sigma_{Von-Mises}$ à l'interface entre les deux matériaux ?

1.266 brevet 618 : Calcul en petit déplacements d'une poutre console

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre dont la fibre moyenne lie les points A, B et C, avec $\vec{AB} = 1\vec{i}$ m, et $\vec{BC} = 0.03\vec{j}$ m. La section droite de cette poutre est rectangulaire : pour le segment AB, de hauteur $h = 0.02$ m dans la direction $\vec{j}$ et de largeur $b = 0.01$ m dans la direction $\vec{k}$, pour le segment BC, de hauteur $h = 0.02$ m dans la direction $\vec{i}$ et de largeur $b = 0.01$ m dans la direction $\vec{k}$. Elle est encastrée en A et chargée en C par une force $\vec{F} = -F\vec{i}$. La poutre est faite en acier.

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis en petits déplacements, tracez l'évolution du déplacement total maximal mesuré sur la poutre en fonction de F compris entre 0 N et 50000 N. Pour la charge la plus grande, ce résultat est-il réaliste ?

1.267 brevet 619 : Calcul en grands déplacements d'une poutre console

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre dont la fibre moyenne lie les points A, B et C, avec $\vec{AB} = 1\vec{i}$ m, et $\vec{BC} = 0.03\vec{j}$ m. La section droite de cette poutre est rectangulaire : pour le segment AB, de hauteur $h = 0.02$ m dans la direction $\vec{j}$ et de largeur $b = 0.01$ m dans la direction $\vec{k}$, pour le segment BC, de hauteur $h = 0.02$ m dans la direction $\vec{i}$ et de largeur $b = 0.01$ m dans la direction $\vec{k}$. Elle est encastrée en A et chargée en C par une force $\vec{F} = -F\vec{i}$ N. La poutre est faite en acier.

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis en grands déplacements (sur Comsol : model 1 ; solid mechanics ; linear elastic material model 1 ; geometric nonlinearity ; cocher), tracez l'évolution du déplacement total maximal mesuré sur la poutre en fonction de F compris entre 0 et 5500 N. Pour plus de réalisme, tracez les résultats sur la déformée à l'échelle 1 (results ; 3Dplot group 1 ; surface 1 ; deformation scale ; scale factor 1 ; cocher). Si des problèmes de convergence apparaissent, vous devrez sans doute augmenter le nombre d'itérations possibles (solver configuration ; solver 1 ; stationnary solver, fully coupled, damping, maximum number of iteration ; saisir la valeur). Pour la charge la plus grande, ce résultat est-il réaliste ?

1.268 brevet 701 : surface libre d'un fluide en statique

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

On demande a des élèves de cinquième de dessiner le verre a moitié rempli d'eau de la figure de gauche lorsqu'on l'incline. Un bon nombre de ces élèves font un dessin du type de la figure 1.28 (!). En utilisant la relation fondamentale de la statique, démontrer que cette solution n'est pas stable si l'eau est dans son état fluide.

FIGURE 1.28 – Un verre.

1.269 brevet 702 : tube en U

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

Un tube en U ouvert aux deux bouts contient de l'eau. D'un coté on verse une hauteur $h = 100$ mm d'huile. On observe alors une différence de niveau $\Delta h = 15$ mm entre les deux cotés du U.

Quelle est la masse volumique de l'huile ?

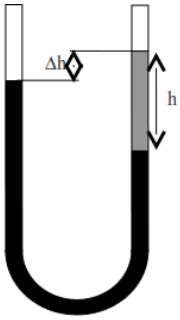


FIGURE 1.29 – Un tube en U avec deux fluides de densités différentes.

1.270 brevet 703 : "Atmosphère ! Atmosphère ! Est-ce que j'ai une gueule d'athmosphère ?"

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

On considère que la température de l'atmosphère décroît linéairement avec l'altitude à raison de 6.5° par km (hypothèse valable jusqu'à 11 000 m d'altitude) et que la masse molaire est constante. On rappelle que la masse molaire $M = 0,029$ kg.mol^{-1}, La constante des gaz parfait $R = 8,314$ J.K^{-1}.mol^{-1}, la température à la surface sera prise $T(h_0) = 273 + 15$ K et la pression $p(h_0) = 1.013\,10^5$ Pa.

Calculer la pression atmosphérique p_1 en fonction de l'altitude, et entre autres la valeur à 10 000 m. Comparer avec la solution isotherme p_2.

1.271 brevet 704 : Forces résultantes sur un solide et centre de poussée.

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

On considère un récipient formé par un demi parrallélépipède rempli d'eau (voir figure 1.30), dont les dimensions du volume fluide sont $a = 0.1$ m, $b = 0.2$ m et $l = 0.4$ m.

Calculer les forces s'exerçant sur les chaque paroi du récipient : S_1, S_2, S_3 et S_4. La somme de ces forces est-elle égale au poids du volume d'eau ?

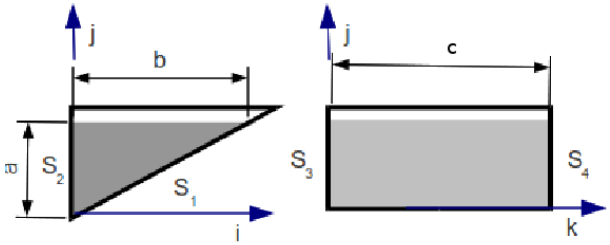


FIGURE 1.30 – Un demi parrallélépipède remplis partiellement de fluide.

1.272 brevet 705 : Ventouses

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

On trouve dans le commerce des systèmes à ventouse destinés à déplacer des plaques (vitre, bois, métal) de grande taille. Sur la figure 1.31 on voit un tel système déplaçant une plaque d'acier.

Si le diamètre d des ventouses est de 20 cm quelle charge maximale théorique peut-on déplacer avec ce système à quatre ventouses ?

FIGURE 1.31 – Un système de levage par ventouses.

1.273 brevet 706 :

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

On considère (figure 1.32) un barrage à hausse mobile constitué d'une paroi rectangulaire inclinée de 30° par rapport à la verticale, maintenue par une jambe de force maintenue perpendiculairement au barrage et fixée à mi-hauteur de celui-ci.

Calculer la force de compression F sur la jambe de force lorsque la hauteur d'eau est $h = 8.5$ m et la largeur du barrage dans la direction perpendiculaire à la figure $b = 4.2$ m. On négligera la masse de la plaque et on considèrera toutes les liaisons comme des liaisons pivot.

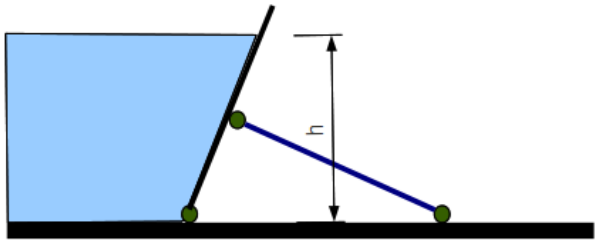


FIGURE 1.32 – Un barrage articulé.

1.274 brevet 707 : Cuve sous pression.

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

On considère une cuve de rayon $r = 0.3$ m, de longueur $l = 1.2$ m, d'épaisseur $e = 0.01$ m, sous une pression $p = 20$ bar (figure 1.33haut). On se pose la question de savoir si le risque d'arrachage dans le sens de la longueur est plus important que le risque d'éclatement latéral.

a) Considérant l'équilibre de la moitié d'une cuve coupée dans le sens transversal, considérant la résultante des forces de pression sur cette moitié de cuve, calculer les contraintes au niveau de la jonction entre les deux morceaux (surface en gris sur la figure 1.33milieu).

b) Considérant l'équilibre de la moitié d'une portion de cylindre coupé dans le sens longitudinal, calculer aussi la contrainte au niveau de la jonction entre les deux morceaux (surface en gris sur la figure 1.33bas).

c) Quelle section est la plus sollicitée ?

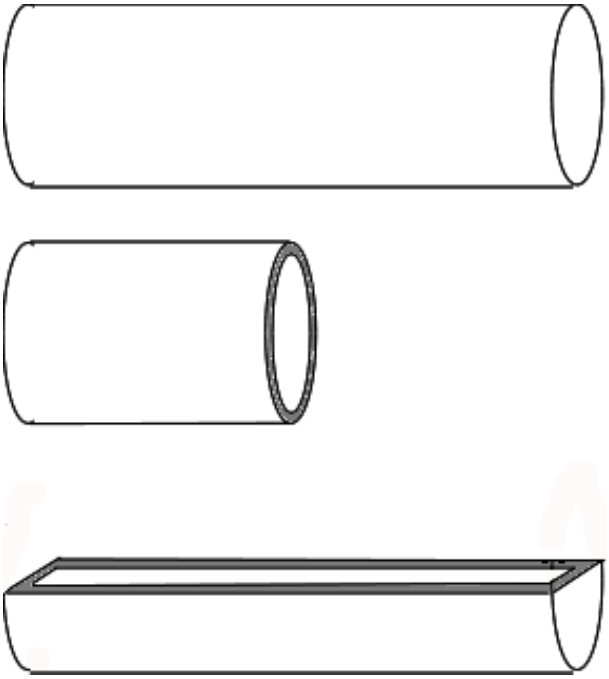


FIGURE 1.33 – Une cuve sous pression.

1.275 brevet 708 : Archimède dans l'air.

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

On pèse un cube de volume $v = 140$ cm^3 de matériau léger sur une balance calibrée à l'aide d'une masse étalon. La balance indique une masse apparente $m_a = 4,724$ g.

Sachant que la masse volumique de l'air $\rho = 1.3$ kg.m^{-3}, quelle est la masse réelle m_r du cube ?

1.276 brevet 709 : Archimède au pôle nord

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

Un glaçon de volume $v = 10$ cm^3, de masse volumique $\rho_g = 912$ kg.m^{-3} flotte dans un verre de diamètre $d = 0.1$ m rempli d'eau à ras bord.

Quel volume v_d d'eau débordera du verre lorsque le glaçon aura fondu si l'on néglige les effets de ménisque.

1.277 brevet 710 : Les confitures de grand-maman.

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

On considère un densimètre de géométrie similaire à une tige cylindrique de longueur $l = 0.25$ m et de section $s = 0.4$ cm^2.

Calculer la masse m du densimètre pour que celui-ci soit capable de mesurer des masses volumiques comprises entre $\rho_1 = 1500$ kg.m^{-3} et $\rho_2 = 2000$ kg.m^{-3} ?

1.278 brevet 711 : Archimède et la Vologne

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

On considère un ballon en caoutchouc de masse négligeable gonflé à une pression relative par rapport à la pression athomosphérique $p_r = 0.1$ bar. A cette pression le ballon a un volume $v_1 = 3$ litres et on admet que le volume du ballon est proportionnel à la pression relative dans le ballon. On entreprend de faire couler ce ballon au fond d'une piscine de profondeur $h = 2$ m.

a) Quelle masse m_1 faut-il accrocher au ballon pour le faire couler (on néglige la poussée d'Archimède sur la masse) ?

b) Quelle masse m_2 faut-il laisser accrochée au ballon pour le maintenir au fond de la piscine ?

1.279 brevet 712 : Dérivée partielle et dérivée convective.

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

On considère une rivière dans laquelle l'eau s'écoule avec un débit q constant. On admet que la vitesse est uniforme sur une section. A une abscisse donnée $x = 0$ la rivière s'élargit suivant la loi $s(x) = s_0 \left(1 + \frac{x}{x_0}\right)$, avec $x_0 = 10$ m, jusqu'à l'abscisse $x = 20$ m au-delà de laquelle la section est de nouveau constante (voir figure 1.34).

a) Si la vitesse à l'abscisse $x = 0$ est $v(0) = 10$ m.s^{-1}, quelles sont les vitesses $v(10)$ et $v(20)$?

b) Calculer les accélérations $a(x)$ d'une particule se déplaçant avec le fluide, pour les abscisses $x = 0$, $x = 10$, $x = 20$?

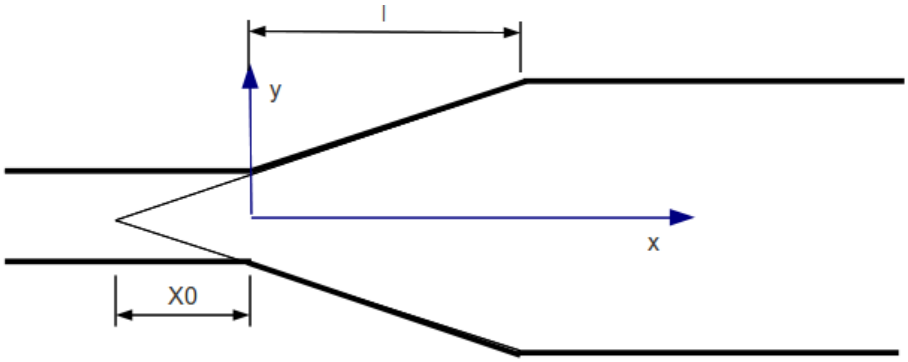


FIGURE 1.34 – Elagissement progressif d'une rivière.

1.280 brevet 713 :Bernoulli vaporisé

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

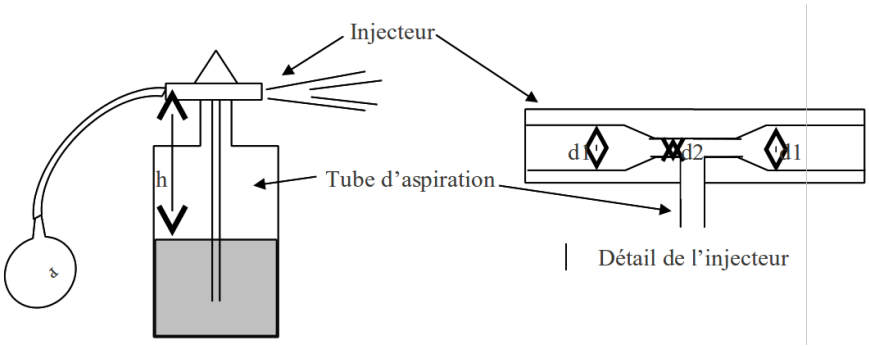


FIGURE 1.35 – Un vaporisateur.

Un vaporisateur est constitué d'une bouteille dans laquelle plonge un tube de hauteur $h = 10$ cm débouchant sur un Venturi de rapport de contraction $d_1/d2 = 3.16$ relié à une poire. Lorsqu'on appuie sur la poire le fluide de la bouteille est aspiré par le venturi et expulsé par le jet d'air pulsé par la poire.

Pour quelle pression minimale p dans la poire le fluide est-il vaporisé, pour un débit de d'air $q_v = 10$ cm^3.s^{-1} et un diamètre $d2 = 1$ mm ? On négligera les pertes de charges et la bouteille est considérée non étanche, la pression dans la bouteille est la pression atmosphérique).

1.281 brevet 714 : Bernoulli avec pertes de charges singulières

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

Un jardinier arrose son jardin à l'aide d'un tuyau dont l'extrémité est inclinée de 45°. On cherche à calculer à quelle distance il arrose. La distance d est donnée par $d = v^2/g$, avec v la vitesse du jet et g l'accélération de la pesanteur.

a) Si on néglige les pertes de charge. Si la presion d'alimentation $p_{alim} = 3$ bar, calculer la distance d_1 du jet.

b)On considère maintenant que les discontinuités du réseau et la présence du robinet auquel est relié le tuyau créent une perte de charge de coefficient $k = 9$ (k définit par rapport à la section du tuyau). Calculer la nouvelle distance d_2 du jet.

c)Considérant que la distance d_2 n'est pas suffisante le jardinier décide de réduire la section terminale du tuyau $\frac{s_{jet}}{s_{tuyau}} = \frac{1}{3}$. Calculer la distance d'arrosage d_3.

1.282 brevet 715 : Ecoulement de Poiseuille

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

Dans un tube incliné d'un angle d'un angle α variable on fait s'écouler une huile de masse volumique ρ et de viscosité dynamique η inconnue. On dispose d'un système permettant de comparer les pressions en deux points de la conduite distants d'une longueur l. On incline la conduite jusqu'à que la différence de pression soit nulle. Le débit est $q = 65$ cm^3.s^{-1}. Le diamètre de la conduite est $d = 1$ cm.

a) Ecrire l'équation de Bernoulli avec pertes de charge entre 1 et 2 et établir la relation entre la perte de charge et l'angle α, telle que les pressions aux deux points de mesure soient égales.

b) En supposant l'écoulement laminaire déduire de la relation précédente le coefficient de viscosité de l'huile en fonction de α.

c) Calculer le nombre de Reynolds. L'hypothèse d'un écoulement laminaire est-elle justifiée. Bernoulli avec pertes de charge régulières (abaque de Moody figure 1.36).

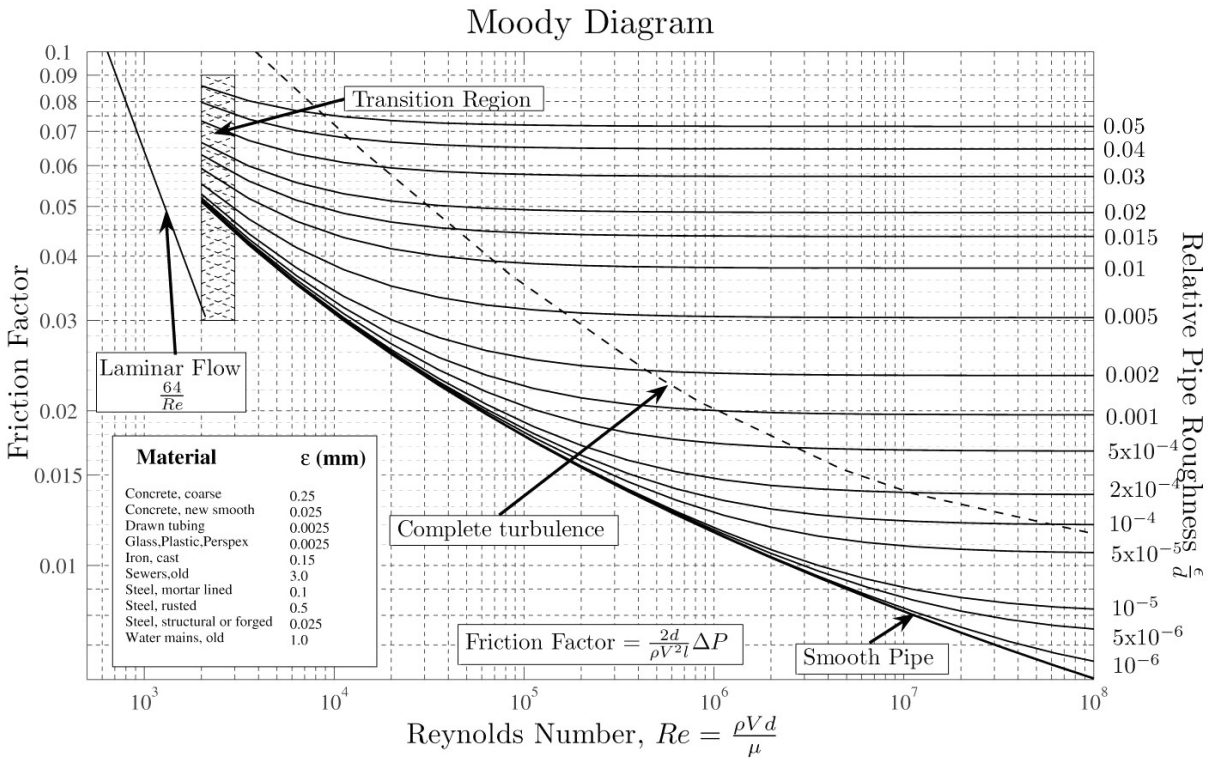


FIGURE 1.36 – Abaque de Moody.

1.283 brevet 716 : pertes de charge dans un tuyau

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

Soit un tuyau de rugosité $r = 0.1$ mm, de diamètre $d = 100$ mm, et de longueur $l = 50$ m transportant de l'eau à 50° de viscosité dynamique $\eta = 0.55\ 10^{-3}$ Pois à un débit $q = 15$ litres par seconde.

a) Calculer la perte de charge Δh dans ce tuyau.
b) Calculer la puissance dissipée P_{dis} dans ce tuyau.

1.284 brevet 717 : Seringue

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

On considère une seringue de diamètre $D = 2$ cm remplie d'un fluide de viscosité dynamique $\mu = 10^{-3}$ Pa.s de masse volumique $\rho = 1000$ kg.m^{-3}, dont le piston est déplacé avec une vitesse $V_p = 1$ mm.s^{-1}. Cette seringue débouche sur une aiguille de longueur $l = 5$ cm qui est en fait un tuyau très étroit (capillaire) de diamètre $d = 0.2$ mm.

Calculer la force F nécessaire pour faire avancer le piston à la vitesse V_p (on néglige le frottement du piston). On pourra :
- calculer la vitesse du fluide dans l'aiguille,
- calculer le nombre de Reynolds dans l'aiguille,
- calculer la perte de charge dans l'aiguille,
- en déduire la pression dans la seringue,
- en déduire la force sur le piston.

1.285 brevet 718 : Théorème d'Euler : impact d'un jet

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

On considère sur un jet d'eau vertical (voir figure 1.37) de débit q et dont la vitesse initiale est $v_0 = \sqrt{2gh_0}$, avec g l'accélération de la pesanteur et $h_0 = 30$ m une hauteur.

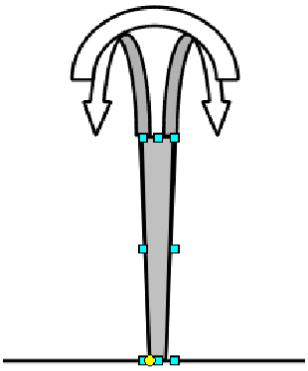


FIGURE 1.37 – Un jet d'au et une coupelle.

a) Calculer la vitesse du jet en fonction à la hauteur $z_1 = 20$ m..
b) On pose une coupole hémisphérique de masse $m_1 = 20$ kg sur le jet et on suppose que, grâce à un système adéquat la coupole est stable sur le jet. Calculer la hauteur z_2 à laquelle la coupole va se stabiliser (on considèrera que le jet est dévié d'un angle $\alpha = \pi$ rad.
c) Pour quelle masse m_2 la coupole resterait-elle sur le sol ?

1.286 brevet 719 : Un sablier sur une balance

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

On pose un sablier au repos (tout le sable en bas) sur une balance. On mesure alors son poids mg avec $m = 0.02$ kg et g l'accélération de la pesanteur. On retourne le sablier (voir figure 1.38).

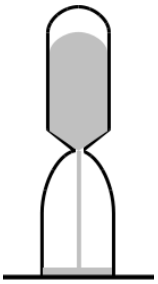


FIGURE 1.38 – Un sablier sur une balance.

a) Calculer la masse m' de sable en chute libre si on considère que le sable s'écoule avec un débit $q = 0.001$ kg.s^{-1} constant et une vitesse initiale nulle. Pour ce faire, on pourra calculer le temps de chute supposé indépendant du sable déjà tombé.

b) Calculer la force f exercée par le jet de sable sur le fond du sablier si on considère que le jet est dévié d'un angle de 90°.

c) Pendant l'écoulement du sable, la balance indique-t-elle le même poids ?.

1.287 brevet 720 : Fusée Saturne V pour mission Apollo

auteur : J.-P. Dalmont ; ressource : [17] ; autoattribution .

La fusée saturne 5 est propulsée par un jet de débit massique $q_m = 13$ tonnes/s. Sa masse est $m = 2700$ tonnes (dont $m_g = 1950$ tonnes de gaz pour le premier étage).

a) Quelle est la vitesse du jet minimale v_1 pour faire décoller la fusée ?

b) On considère que la vitesse du jet est 1.5 fois la vitesse minimale arrondie à la centaine supérieure. Le jet étant issu de la chambre de combustion considérée comme un grand volume, quelle est la pression p dans la chambre de combustion ?

c) Quel est le diamètre d des buses d'éjection (on considère que la masse volumique du gaz éjecté est de $\rho_g = 1$ kg/litre et qu'il y a 4 buses).

d) Quelle est la puissance P du jet ? [Attention le résultat est énorme mais c'est normal ! NB : une centrale nucléaire EDF = 6GW].

e) Calculer la vitesse $v(t)$ de la fusée en fonction du temps (on supposera g constant).

f) Calculer le temps t_1 au bout duquel le réservoir est vide.

g) Calculer la vitesse finale $v(t_1)$ lorsque le réservoir est vide.

h) Cette vitesse est-elle suffisante pour échapper à l'attraction terrestre ? On supposera que l'ascension est verticale et on admettra que la vitesse minimalev_2 pour échapper à l'attraction terrestre est $v_2 = \sqrt{2gr}$ où $r = 6400$ km est le rayon de la terre.

i) Calculer l'altitude h au bout du temps t_1.

Chapitre 2

Les réponses des brevets

Brevet 001 orientation de A vers C : $\vec{x}_1 = \vec{i}$; $\vec{y}_1 = \vec{j}$; $\vec{z}_1 = \vec{k}$; $\vec{x}_2 = cos(\theta)\vec{i} + sin(\theta)\vec{j}$; $\vec{y}_2 = -sin(\theta)\vec{i} + cos(\theta)\vec{j}$; $\vec{z}_2 = \vec{k}$

orientation de C vers A : $\vec{x}_1 = -\vec{i}$; $\vec{y}_1 = -\vec{j}$; $\vec{z}_1 = \vec{k}$; $\vec{x}_2 = -cos(\theta)\vec{i} - sin(\theta)\vec{j}$; $\vec{y}_2 = sin(\theta)\vec{i} - cos(\theta)\vec{j}$; $\vec{z}_2 = \vec{k}$

Brevet 002 en H_1, amont
en H_2, aval
en H_3, aval

Brevet 003 $\vec{u}_B = (.00360\vec{i} + .00229\vec{j})m$

Brevet 004 $\vec{u}_A.\vec{j} = -.673\,10^{-6}m$

Brevet 005 effort normal $N = 0$; effort tranchant dans la direction $\vec{j}$, $T_y = -97N$; moment fléchissant autour de l'axe $H\vec{z}$, $Mf_z = -9.83mN$

Brevet 006 $I_{Hz} = 2.06\,10^{-4}$ m^4

Brevet 006 bis $I_{S,Gk} = 8.68$ kgm^2 et $I_{Hz} = 3.97\,10^{-4}$ m^4

Brevet 006 ter $I_{Hy} = 6.67\,10^{-9}$ m^4, $I_{Hz} = 1.67\,10^{-9}$ m^4

Brevet 007 pente maximale = 1.30 ; pente minimale = 0.909

Brevet 007 bis pente maximale = 1.13 ; pente minimale = 1.05 ; en considérant le point (3,2.75) comme aberrant.

Brevet 008 Autoattribution

Brevet 008 bis Autoattribution

Brevet 008 ter si les taux de distorsion utilisés sont (0 ;0.2 ;0.4 ;0.6 ;0.8 ;1), alors $p_{min} = 95.3$ niveau de gris/taux de distorsion, $p_{max} = 122$ niveau de gris/taux de distorsion

Brevet 008 quad non

Brevet 009 autoattribution

Brevet 010 oui

Brevet 010 bis non

Brevet 011

$$m\frac{d^2u}{dt^2} - \frac{ml\sin(\theta)}{2}\frac{d^2\theta}{dt^2} - \frac{ml\cos(\theta)}{2}\left[\frac{d\theta}{dt}\right]^2 = -F\sin\theta + mg \tag{2.1}$$

$$-\frac{ml\sin(\theta)}{2}\frac{d^2u}{dt^2} + ml^2(1/4+1/24)\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{Fl}{2} - \frac{mgl\sin(\theta)}{2} \tag{2.2}$$

Brevet 012

$$\{Def\} = \left\{ \begin{array}{c} 6\vec{k} \\ \breve{0} \end{array} \right\}_H \tag{2.3}$$

Brevet 013 hyperstatisme de degré 3

Brevet 014 Le système est isostatique.

Brevet 015 Il faut écrire que $\vec{u}_C.\vec{i} = 0$

Brevet 016

- a) La poutre est encastrée en A, sans liaison en C, chargée par le couple $C\vec{k}$ en B et par un effort $R_1\vec{i}$ en C.
- b) La poutre est en liaison glissière d'axe $\vec{i}$ en A, en appui sur rouleau de normale $C\vec{i}$ en C, chargée par le couple $C\vec{k}$ en B et par un effort $R_2\vec{i}$ en A.

Brevet 017 déplacement : $0,044m$. Le déplacement dû à l'effort normal est négligeable $(0,3310^{-6}m)$.

Brevet 018 un torseur de chargement

Brevet 019

Brevet 020

$$I_{S,Ay} = .32\ 10^{-1}\ kg\ m^2 \tag{2.4}$$

$$-P_{xy} = -.16\ 10^{-1}\ kg\ m^2 \tag{2.5}$$

Brevet 021

$$T_{S/Rg} = m\frac{259}{1536}\dot{y}_1^2 + m\frac{259}{1536}\dot{y}_2^2 + m\frac{125}{768}\dot{y}_1\dot{y}_2 \tag{2.6}$$

Brevet 022

$$Q_{y1} = -ky_1 + Fsin(\omega t)(1-\frac{a}{l}) \tag{2.7}$$

$$Q_{y2} = -ky_2 + Fsin(\omega t)\frac{a}{l} \tag{2.8}$$

Brevet 023

$$m\frac{259}{768}\ddot{y}_1 + m\frac{125}{768}\ddot{y}_2 = -ky_1 + Fsin(\omega t)(-1+\frac{a}{l}) \tag{2.9}$$

$$m\frac{125}{768}\ddot{y}_1 + m\frac{259}{768}\ddot{y}_2 = -ky_2 + Fsin(\omega t)(-\frac{a}{l}) \tag{2.10}$$

Brevet 024 Un effort normal et un moment fléchissant

Brevet 025 Un torseur de chargement exprimé en H.

Brevet 026 autoattribution

Brevet 026 bis autoattribution

Brevet 027 autoattribution

Brevet 027 bis autoattribution

Brevet 028 autoattribution

Brevet 029 Autoattribution

Brevet 029 bis Oui.

Brevet 029 ter si les taux de distorsion utilisés sont (0 ;0.2 ;0.4 ;0.6 ;0.8 ;1), alors une évolution affine est valide pour l'ensemble des points et $p_{min} = 23$ niveau de gris/taux de distorsion, $p_{max} = 42$ niveau niveau /taux de distorsion

Brevet 030 réponse :$\Delta\bar{a} = 9.00\ 10^{-2}$

Brevet 031

$$\{U_C\} = \left\{ \begin{array}{c} 2\breve{i}\ \mathrm{s}^{-1} \\ (16\vec{j} + 2\vec{k})\ \mathrm{m.s}^{-1} \end{array} \right\}_C . \tag{2.11}$$

Brevet 032 Réponse : Le déplacement en B est $\vec{u}_B = -0.241$ m

Brevet 033

$$\{\tau\} = \left\{ \begin{array}{c} 4\vec{k} - 5\vec{j} \\ 20\vec{i} + 8\vec{j} + 10\vec{k} \end{array} \right\}_B . \tag{2.12}$$

Brevet 034 $V = -58.9$ J $= -58.9$ kg m^{2}s^{-2}

Brevet 035 $V = 0.349$ J $= 0.349$ kg m^{2}s^{-2}

Brevet 036 $k_3 = 0.667$ Nm^{-1}

Brevet 037 $\{\tau\}_B = \left\{ \begin{array}{c} R_y\vec{y} \\ 0\breve{k} \end{array} \right\}_B$

Brevet 038 $\left\{ \begin{array}{c} R_x\vec{x} - \frac{2\pi C_y}{p}\vec{y} + R_z\vec{z} \\ C_x\breve{x} + C_y\breve{y} + C_z\breve{z} \end{array} \right\}_B$

Brevet 039 $\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ 0.2\breve{j} \end{array} \right\}_B$

Brevet 040 $I_0 = 1730$ mm^4

Brevet 041 $k = 7.04\ 10^8$ N/m

Brevet 042 $k = 1.18\ 10^8$ N/m

Brevet 043 $1.2208 < \bar{a} < 1.2642$

Brevet 043 bis $3.05 < \bar{a} < 3.46$

Brevet 044 $12.33 < a < 12.35$

Brevet 044 bis $142.5 < a < 143.5$

Brevet 045 $12.25 < a < 12.35$, $13350 < b < 13450$ et $27.95 < c < 28.05$

Brevet 045 bis $0.32555 < a < 0.32565$, $1150 < b < 1250$ et $13.95 < c < 14.05$

Brevet 046 $0.903 < y < 0.971$

Brevet 046 bis $y = 0.211$, $0.168 < y < 0.253$

Brevet 047 Non. Car elle est fausse.

Brevet 047 bis Non. Car elle est fausse.

Brevet 048 Non

Brevet 048 bis Non

Brevet 048 ter Oui

Brevet 048 quad Oui

Brevet 049 $\sigma_{yx} = 75000$ Pa. Oui.

Brevet 050 $\vec{u}_B = 7.17 : 10^{-8}\vec{i}$ m

Brevet 051 $\vec{u}_B = 9.19\ 10^{-3}\vec{j}$ m

Brevet 052 $\vec{u}_B = 3.43\ 10^{-6}\vec{j}$ m

Brevet 053 $\vec{u}_B = 2.86\ 10^{-6}\vec{j}$ m

Brevet 054 Dans la direction $\vec{i}$: $\epsilon_{xx} = -1.32\ 10^{-6}$, dans la direction $\vec{k}$: $\epsilon_{zz} = 0.40\ 10^{-6}$

Brevet 055 $\epsilon_{xx} = -264\ 10^{-6}$, dans la direction $\vec{k}$: $\epsilon_{zz} = 79\ 10^{-6}$

Brevet 056 Non, car le déplacement en bout de poutre représente 14% de la longueur de la poutre.

Brevet 057 $W_{int} = 0.0595$ J

Brevet 058 $u_B = 0.00694$ m

Brevet 059 $\vec{u}_B.\vec{j} = 0.0159$ m

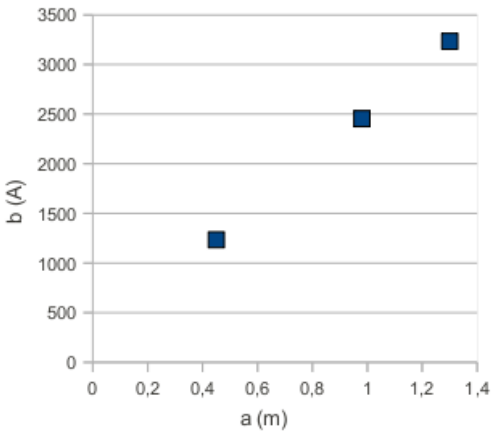


FIGURE 2.1 – Représentation graphique idéale d'un jeu de données expérimentales.

Brevet 060 $c = 0.27$

Brevet 060 bis $d = 0.43$

Brevet 61 $d = 2.66$

Brevet 61 bis Le détenteur du brevet vérifie vos trois réponses.

Brevet 62 $a = 0$; $a = 12$; $a = 6$; $a = 9$ ...

Brevet 62 bis $a = 0$, $a = 12$, $a = 6$, $a = 9$, $a = 3$, $a = 7,5$, $a = 6,7$, $a = 4,5$, ...

Brevet 63

a	b	$c = a/b$
m	A	10^{-3}mA^{-1}
0.45	1234.6	0.36
0.98	2454.9	0.40

Tab. 25 : Le tableau idéal.

Brevet 064 voir figure 2.1

Brevet 064 bis voir figure 2.2

Brevet 065 $p = 2.3\ 10^3$ Am^{-1}, $c = 1.7\ 10^2$ A

Brevet 066 Les points ne sont pas alignés mais sont plutôt sur une parabole, il est absurde de chercher une droite des moindres carrés.

Brevet 067

- pour le point G1 :
- $ug1xa = -\frac{sg1a}{12} - \frac{sg1a^3}{60}$,
- $ug1ya = \frac{sg1a}{10}$,
- $ome1 = \frac{1}{12} + \frac{sg1a^2}{20}$
- pour le point G2 :
- $ug2xa = \frac{-1}{10}$,

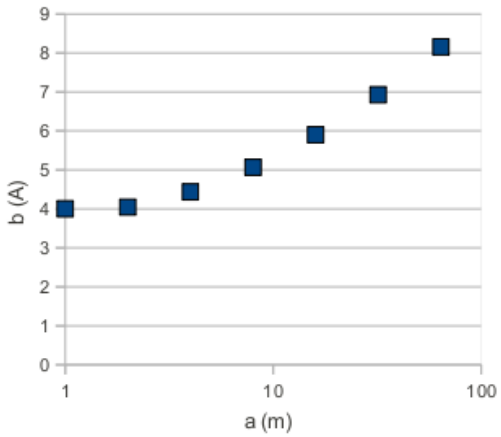


FIGURE 2.2 – Représentation graphique idéale d'un jeu de données expérimentales.

- $ug2ya = \frac{1}{10} + \frac{2}{15}sg2a - \frac{1}{60}sg2a^2(sg2a - 3)$,
- $ome2 = \frac{2}{15} - \frac{1}{20}sg2a(-2 + sg2a)$

Brevet 068 Voir figure 1.17

Brevet 069 $d_1 = d_2 + d_{12} + d_3 + d_{13} + d_{14} + d_4 + d_5 + d_6 - d_7 - d_8 - d_9 - d_{10} - d_{11}$
$d_{1M} = d_{2M} + d_{12M} + d_{3M} + +d_{13M} + d_{14M} + d_{4M} + d_{5M} + d_{6M} - d_{7m} - d_{8m} - d_{9m} - d_{10m} - d_{11m}$
$d_{1m} = d_{2m} + d_{12m} + d_{3m} + d_{13m} + d_{14m} + d_{4m} + d_{5m} + d_{6m} - d_{7M} - d_{8M} - d_{9M} - d_{10M} - d_{11M}$

Brevet 070 $IT(d_1) > 0.28mm$

Brevet 071 voir figure 1.16

Brevet 071 bis voir figure 1.16

Brevet 072 voir figure 1.19

Brevet 072 bis voir figure 1.23

Brevet 073 L'incertitude sur l'une des cotes cf3 est plus grande dans la méthode (4 puis 1 puis 2 puis 3) que dans la méthode (1 puis 4 puis 3 puis 2). La méthode (4 puis 1 puis 2 puis 3) est à choisir.

Brevet 074 Non, car le moment en A est de 16% plus petit dans la configuration déformée que dans la configuration de référence.

Brevet 075
- Pour calculer le déplacement en C, il faut utiliser les formules de Bresse entre A et C.
- Pour utiliser les formules de Bresse, il faut connaître les sollicitations en tout point H.
- Pour connaître les sollicitations en tout point H, il faut connaître le torseur des efforts intérieurs et le repère local.
- Pour connaître le torseur des efforts intérieurs, il faut orienter la poutre et considérer chargement sur segment entre H et C.
- Pour connaître le repère local en H, il faut placer le vecteur $\vec{x}$ tangent à la fibre moyenne et calculer le changement de base entre $(\vec{i}, \vec{j})$ et $(\vec{x}, \vec{y})$.

- Pour connaître le chargement sur segment entre H et C, il faut écrire le torseur des actions extérieurs en C.
- Maintenant que la méthode est posée, il faut se mettre aux caculs du dernier au premier item.

Brevet 076
- Pour calculer la contrainte maximale il faut connaître la relation entre contrainte sur les fibres extérieures et le sollicitations en tout point H.
- Pour connaître les sollicitations en tout point H, il faut connaître le torseur des efforts intérieurs et le repère local.
- Pour connaître le torseur des efforts intérieurs, il faut orienter la poutre et considérer chargement sur segment entre H et C.
- Pour connaître le repère local en H, il faut placer le vecteur $\vec{x}$ tangent à la fibre moyenne et calculer le changement de base entre $(\vec{i}, \vec{j})$ et $(\vec{x}, \vec{y})$.
- Pour connaître le chargement sur segment entre H et C, il faut écrire le torseur des actions extérieurs en C.
- Maintenant que la méthode est posée, il faut se mettre aux caculs du dernier au premier item, et trouver pour quelle valeur de l'abcisse curviligne s et si c'est en fibre supérieure ou inférieure que la valeur absolue de la contrainte est maximale.

Brevet 077
- Pour calculer le déplacement en D, il faut utiliser les formules de Bresse entre A et D.
- Pour connaître le torseur de réaction en C, il faut faire écrire par les formules de Bresse l'équation cinématique associée à l'inconnue hyperstatique, cela donne la valeur de l'inconnue hyperstatique en fonction du chargement F.
- Pour utiliser les formules de Bresse, il faut connaître les sollicitations en tout point H.
- Pour connaître les solllicitations en tout point H, il faut connaître le torseur des efforts intérieurs et le repère local.
- Pour connaître le torseur des efforts intérieurs, il faut orienter la poutre et considérer chargement sur segment entre H et D.
- Pour connaître le repère local en H, il faut placer le vecteur $\vec{x}$ tangent à la fibre moyenne et calculer le changement de base entre $(\vec{i}, \vec{j})$ et $(\vec{x}, \vec{y})$.
- Pour connaître le chargement sur segment entre H et D, il faut écrire le torseur des actions extérieurs en D et le torseur de réaction en C.
- Pour connaître les chargements, il faut considérer l'inconnue hyperstatique comme un chargement a priori connu.
- Pour choisir l'inconnue hyperstatique, il faut écrire l'équilibre de la structure.
- Maintenant que la méthode est posée, il faut se mettre aux caculs du dernier au premier item.

Brevet 078 le pied de la lampe, chaque arc qui relie une roulette au centre du fauteuil, la règle posée sur le bureau, chaque pied de table, les arcs qui forment le bougeoir, la crémaillère de la fenêtre, le tuyau d'arrivée d'eau du chauffage central, le cadre du dossier du fauteuil...

Brevet 079 $u_y = 8.1\ 10^{-4}$ m

Brevet 080 $\sigma_1 = 36\ 10^6$ Pa, $\sigma_2 = 51\ 10^6$ Pa

Brevet 081 $\sigma_1 = 43\ 10^6$ Pa, $\sigma_2 = 0$ Pa

Brevet 082 $l = 846$ m

Brevet 083 Les directions principales sont les deux directions inclinées de 40° par rapport aux branches du "l".

Brevet 101

$$M = m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

$$K = k \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \tag{2.14}$$

Brevet 101 bis

$$M = m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

$$K = k \begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 9 & -8 \\ 0 & 0 & -8 & 11 \end{bmatrix} \tag{2.16}$$

Brevet 102

$$R = 0.375 \frac{k}{m} \tag{2.17}$$

$$\omega = 0.612 \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{2.18}$$

Brevet 102 bis

$$R = 1.07 \frac{k}{m} \tag{2.19}$$

$$\omega = 1.04 \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{2.20}$$

Brevet 103

$$\omega_1 = 0.560 \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{2.21}$$

$$\omega_2 = 0.912 \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{2.22}$$

$$\omega_3 = 1.82 \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{2.23}$$

Brevet 104

$$\vec{v}_1 = [0.789\ 1.06\ 1.000]^t \tag{2.24}$$

$$\vec{v}_2 = [-0.459\ -0.498\ 1.000]^t \tag{2.25}$$

$$\vec{v}_1 = [49.7\ -7.96\ 1.000]^t \tag{2.26}$$

Brevet 105

$$M' = m \begin{bmatrix} 24.25 & -2.75 \\ -2.75 & 1.80 \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

$$K' = k \begin{bmatrix} 8.0 & -1.45 \\ -1.45 & 3.84 \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

Brevet 105 bis

$$M' = m \begin{bmatrix} 24.5 & 7.2 \\ 7.2 & 5.77 \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

$$K' = k \begin{bmatrix} 26.75 & 21.5 \\ 21.5 & 26.38 \end{bmatrix} \tag{2.30}$$

Brevet 106 1. la fonction $\psi_2(x)$ car elle vérifie les conditions aux limites cinématiques et dynamiques aux liaisons. La fonction $\psi_1(x)$ est adaptée car elle vérifie les conditions cinématiques. La fonction $\psi_3(x)$ n'est pas adaptée car elle ne vérifie pas les conditions cinématiques, la pulsation est infinie.

2.
- $\omega_1 = 8\sqrt{\frac{EI_{gz}}{l^3(8/15l\rho S+m)}}$
- $\omega_2 = \frac{\pi^2}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{EI_{gz}}{l^3(1/2l\rho S+m)}}$
- $\omega_3 = 8\sqrt{3}\sqrt{\frac{EI_{gz}}{l^3(17/35l\rho S+m)}}$

Brevet 106 bis cas général : $\omega^2 = \frac{315(2eia+3esa+3ka)}{4792esa}\omega_0^2$

effort normal négligé : $\omega^2 = \frac{315(2eia+3ka)}{4792esa}\omega_0^2$

Brevet 107

Brevet 108 1.
- $N = 0$
- $T_y = F + \int_{x_g}^{b} p(x)dx$
- $M_{fz} = F(b - x_g) + \int_{x_g}^{b} p(x)(x - x_g)dx$

2. $v(y) = \int_0^{x_g} \left[\frac{F(b-x_p)+\int_{x_p}^{b} p(x)(x-x_p)dx}{EI_{gz}}(x_g - x_p)dx_p \right]$

3.

Brevet 109 L'espace de recherche de solution n'est pas restreint à 2 droites, mais au plan engendré par ces deux droites.

Brevet110 Attribution par JM Génevaux

Brevet 111 Attribution par JM Génevaux

Brevet 112
- avec $\psi(s) = s$, $\omega^2 = \infty$
- avec $\psi(s) = s^2$, $\omega^2 = \frac{20}{1+5\tilde{m}}\frac{EI_{gz}}{\rho Sl^4}$
- avec $\psi(s) = -\frac{s^3}{6} + \frac{ls^2}{2}$, $\omega^2 = \frac{420}{33+140\tilde{m}}\frac{EI_{gz}}{\rho Sl^4}$
- avec $\psi(s) = \frac{s^6}{360} - \frac{l^3s^3}{18} + \frac{l^4s^4}{8}$, $\omega^2 = \frac{47320}{3827+15379\tilde{m}}\frac{EI_{gz}}{\rho Sl^4}$

Brevet 113 Attribution par JM Génevaux

Brevet 114 Attribution par JM Génevaux

Brevet 115 Les pulsations propres convergent vers :
- itération 4 : $\omega = .560\sqrt{k/m}$

Brevet 115 bis La pulsation propre converge vers $\omega = 0.689\sqrt{k/m}$. Le vecteur propre associé à convergence est $\vec{v} = [1, 4.53, 8.28, 7.28]^t$

Brevet 116 Les pulsations propres convergent vers : $\omega = 0.912\sqrt{k/m}$, de vecteur propre $\vec{v}_2 = [-0.459 \;\; -0.498 \; 1.000]^t$

Brevet 117

- a) la condition cinématique en A implique que $\psi(0) = 0$
- b) la condition dynamique en A implique que le moment fléchissant est nul, donc $\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2}(0) = 0$
- c) une forme propre est définie à une constante multiplicative près : c'est le ratio de δ et β qui influe sur la forme propre .
- d) $\omega^2 = 105\,\omega_0^2\,\frac{(\tilde{k}\,\tilde{\beta}^2+8\,\tilde{k}\,\tilde{\beta}+16\,\tilde{k}+192)}{105\,\tilde{m}\,\tilde{\beta}^2+210\,\tilde{m}\,\tilde{\beta}+105\,\tilde{m}+61440+10752\,\tilde{\beta}+560\,\tilde{\beta}^2}$
- e) On recherche le minimum du coefficient de Rayleigh en fonction de $\tilde{\beta}$, car la pulsation propre obtenue majore toujours la pulsation propre réelle. Ceci nous donne graphiquement $\tilde{\beta} = 36$.
- f) $\omega = 0.378\,\omega_0$

Brevet 118

$$\frac{\partial \phi_{11}}{\partial k1} = -.06343161808 \tag{2.31}$$

$$\frac{\partial \phi_{12}}{\partial k1} = .02114387269 \tag{2.32}$$

Brevet 119

$$\frac{\partial \phi_{11}}{\partial k1} = -.06652424829 \tag{2.33}$$

$$\frac{\partial \phi_{12}}{\partial k1} = .02851039213 \tag{2.34}$$

Brevet 120 Si l'on pose $\sigma_0 = \frac{6Fl}{bh_1^2}$, $\tilde{x} = x/l$, $\tilde{h} = h_2/h_1$, $\tilde{\hat{\sigma}} = \hat{\sigma}/\sigma_0$,
Pour $\tilde{x}$ compris entre 0 et 0.5 :

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{0.24}\,(0.375 + (0.188 - 0.375)\tilde{x}) \tag{2.35}$$

Pour $\tilde{x}$ compris entre 0.5 et 1 :

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{0.24}\left(0.75 + (0. - 0.75)\frac{\tilde{x} - 1}{0.5 - 1}\right) \tag{2.36}$$

Brevet 121 Pour chaque élément i,

$$e_i^2 = \frac{Ebl}{3}\int_{\tilde{x}_{i1}}^{\tilde{x}_{i2}} (\sigma_i^*(\tilde{x}) - \hat{\sigma}_i(\tilde{x}))^2 d\tilde{x} \tag{2.37}$$

Il faut porter l'effort de discrétisation sur le second élément :

- $e_1^2 = 0.0190Ebl$ soit 20% de la somme
- $e_2^2 = 0.0762Ebl$ soit 80% de la somme

Brevet 122

- $e_{e1}^2 = 0.0143\,Ebl$ soit 13% de la somme
- $e_{e2}^2 = 0.1000\,Ebl$ soit 87% de la somme

L'effort de raffinement porte sur le même élément : le second.

Brevet 123

$$MAC = \begin{bmatrix} 0.9996165666 & 0.07950055744 \\ 0.01147021128 & 0.9749478412 \end{bmatrix} \tag{2.38}$$

Brevet 124

$$MAC_{mod} = \begin{bmatrix} 0.9997293164 & 0.03752589761 \\ 0.0002706836245 & 0.9624741025 \end{bmatrix} \tag{2.39}$$

Les termes hors diagonales devraient être nuls si les modes expérimentaux et du modèle coincident

Brevet 125 L'amortissement n'est pas proportionnel.

Brevet 126

$$\omega_{m1} = (-0.00227 + 0.70714i)s^{-1} \tag{2.40}$$

$$\phi_{m1} = \begin{bmatrix} 0.1588930340 - 0.06042187430i \\ 0.2375161169 - 0.09265769665i \end{bmatrix} \tag{2.41}$$

$$\omega_{m2} = (-0.073 + 2.448i)s^{-1} \tag{2.42}$$

$$\phi_{m2} = \begin{bmatrix} 0.4030055261 + 0.4089249241i \\ -0.1304782414 - 0.1404043077i \end{bmatrix} \tag{2.43}$$

Brevet 127

$$\omega_{m1} = .707s^{-1} \tag{2.44}$$

$$\phi_{m1} = \begin{bmatrix} -0.316 \\ -0.474 \end{bmatrix} \tag{2.45}$$

$$\omega_{m2} = 2.45s^{-1} \tag{2.46}$$

$$\phi_{m2} = \begin{bmatrix} -0.862 \\ 0.287 \end{bmatrix} \tag{2.47}$$

Brevet 128 Pour la méthode de l'amplitude,

$$\phi_{a1} = \begin{bmatrix} 0.170 \\ 0.255 \end{bmatrix} \tag{2.48}$$

$$\phi_{a2} = \begin{bmatrix} 0.574 \\ -0.192 \end{bmatrix} \tag{2.49}$$

Pour la méthode de la transformation complexe,

$$\phi_{t1} = \begin{bmatrix} 0.182 \\ 0.273 \end{bmatrix} \tag{2.50}$$

$$\phi_{t2} = \begin{bmatrix} 0.820 \\ -0.274 \end{bmatrix} \tag{2.51}$$

La matrice de MAC avec le vecteur obtenu par la méthode de l'amplitude,

$$MAC = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.0690 \\ 0.0693 & 1. \end{bmatrix} \tag{2.52}$$

La matrice de MAC avec le vecteur obtenu par la méthode de la transformation complexe,

$$MAC = \begin{bmatrix} 1. & 0.0691 \\ 0.00693 & 1. \end{bmatrix} \tag{2.53}$$

Brevet 129

$$M_r = \left[\ 2.36\ \right] \tag{2.54}$$

$$K_r = \left[\ 1.20\ \right] \tag{2.55}$$

$$\omega = 0.509 \tag{2.56}$$

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.372 \\ 0.620 \end{bmatrix} \tag{2.57}$$

Brevet 130

$$M_r = \left[\ 1.94\ \right] kg \tag{2.58}$$

$$K_r = \left[\ 2.29\ \right] N/m \tag{2.59}$$

$$\omega = (1.08)s^{-1} \tag{2.60}$$

$$\phi = \begin{bmatrix} .278 \\ .404 \end{bmatrix} \tag{2.61}$$

Une méthode itérative est possible : on considère comme pulsation de référence, la pulsation obtenue (ici à l'itération 1 : 1.084992200)

Brevet 131

$$M_r = \left[\ 1.946889993\ \right] \tag{2.62}$$

$$K_r = \left[\ 2.291894621\ \right] \tag{2.63}$$

$$\omega = 1.084992200 \tag{2.64}$$

$$\phi = \begin{bmatrix} .4931329920 \\ .7166866150 \end{bmatrix} \tag{2.65}$$

Une méthode itérative est possible : on considère comme pulsation de référence, la pulsation obtenue (ici à l'itération 1 : 1.084992200)

Brevet 132 Si l'on pose $\sigma_0 = \frac{6Fl}{bh_1^2}$, $\tilde{x} = x/l$, $\tilde{h} = h_2/h_1$, $\tilde{\sigma} = \sigma/\sigma_0$,

$$\tilde{\sigma} = \frac{1-\tilde{x}}{(1+(\tilde{h}-1)\tilde{x})^2} \tag{2.66}$$

Brevet 133 oui

Brevet 134 $T_{poutre} = \frac{1}{10} m_p a^2 \omega^2 \sin(\omega t)^2$, $T_{masse} = \frac{1}{2} m a^2 \omega^2 \sin(\omega t)^2$

Brevet 135 $\omega = 2.09$ s^{-1}

Brevet 136 $f = 25$ Hz

Brevet 137 non

Brevet 138 oui.

Brevet 139 non

Brevet 140 oui

Brevet 141 D=10 kgm^{2}s^{-3}

Brevet 142 Non. Singularité en v=0.

Brevet 143 f=0.32 Hz

Brevet 144 Non

Brevet 145 Phase : oui. Amplitude : non

Brevet 146 $m_{ap} = 177$ kg, $J_{ap} = 7,08$ kgm^2

Brevet 147 oui

Brevet 148 oui

Brevet 149 $\omega_d = 1,85$ s^{-1}

Brevet 150 $\zeta = 0.0625$

Brevet 151 voir figure 2.3

Brevet 152 $k < 17,9\ 10^3$ Nm^{-1}

Brevet 153 Non. $x_{stop} = 0,035$ m

Brevet 154 $\eta = 0.95$, $\eta_1 = 0.6$

Brevet 155 β est sans unité.

Brevet 156 $\zeta = 0.0625$

Brevet 157 voir figure 2.4

Brevet 158 $F = 8$ N et $t_1 = 0.75\pi$

Brevet 159 $\zeta = 0.0629$, $m = 2.01$ kg, $k = 8.00$ Nm^{-1}

Brevet 160 $x_1 = -9.63\sin(2\pi t)$ m, $x_2 = 0.651\sin(2\pi t)$ m

Brevet 161 $\omega_f = 2.83$ s^{-1}

Brevet 162 $\tilde{K} = \begin{bmatrix} 8 & -3.54 \\ -3.54 & 2.5 \end{bmatrix}$

Brevet 163 $P = \begin{bmatrix} 0.439 & 0.898 \\ 0.898 & -0.439 \end{bmatrix}$

Brevet 164 $v_{n1} = \begin{bmatrix} 0.327 \\ 0.668 \end{bmatrix}$, $v_{n2} = \begin{bmatrix} 0.822 \\ 0.402 \end{bmatrix}$

Brevet 165 $x_1 = 0.0438$ m, $x_2 = 0.207$ m

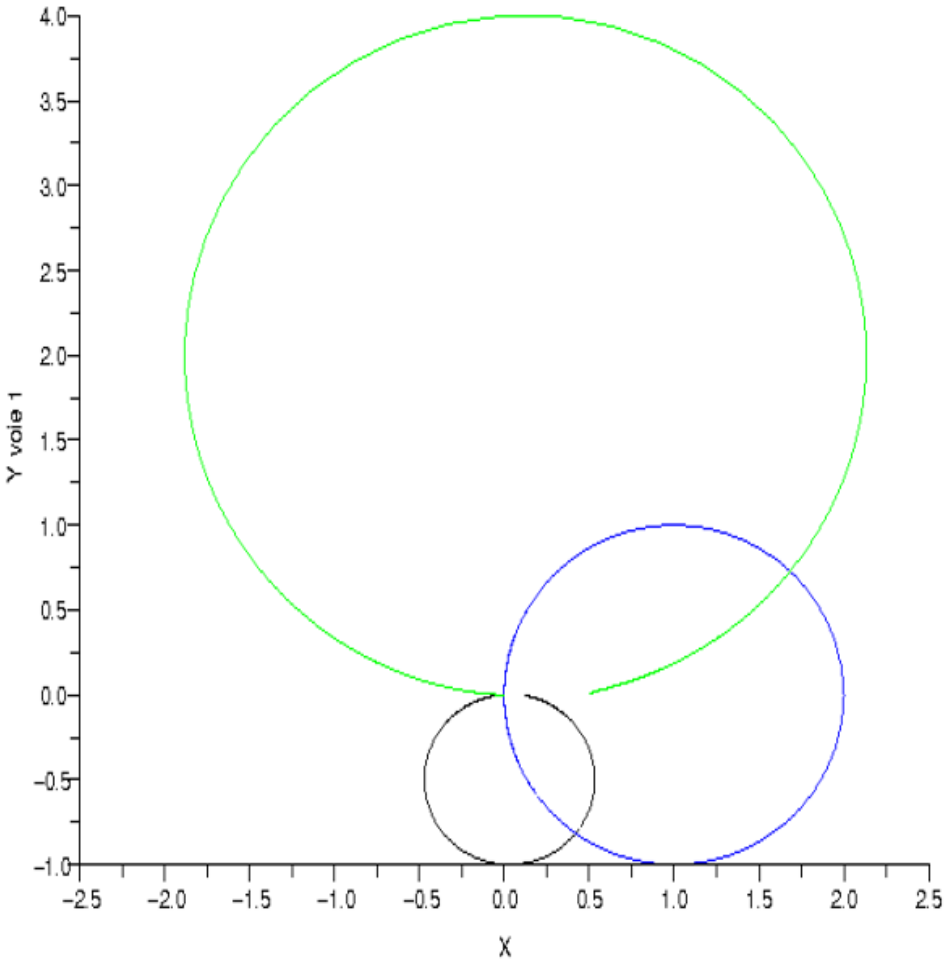


FIGURE 2.3 – Fonctions de réponse en fréquence dans le plan de Nyquist.

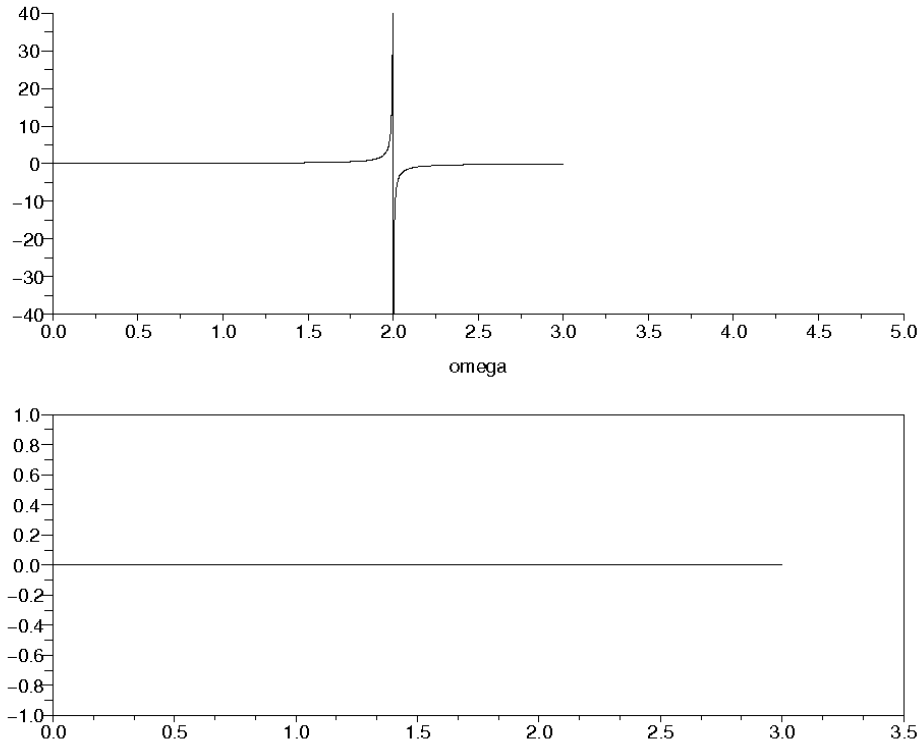


FIGURE 2.4 – Evolution des parties réelle (au dessus) et partie imaginaire (en dessous) de la fonction de réponse en fréquence d'un système sans amortissement.

Brevet 166 $\tilde{C} = \begin{bmatrix} 4.00 & -2.47 \\ -2.47 & 2.52 \end{bmatrix}$ N.s/m

Brevet 167 Autoattribution.

Brevet 168 Autoattribution.

Brevet 169 Autoattribution.

Brevet 170 Autoattribution.

Brevet 171 Autoattribution.

Brevet 172 Autoattribution.

Brevet 173 Autoattribution.

Brevet 174 Les vecteurs normés sont,

- pour la première pulsation propre mesurée $\omega_1 = .68$,

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} .96 \\ .33 \end{bmatrix} \tag{2.67}$$

- pour la seconde pulsation propre mesurée $\omega_1 = 2.1$,

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} -.69 \\ -.50 \end{bmatrix} \tag{2.68}$$

Il est anormal que le second mode ne présente pas des mouvements des masses en opposition de phase. Il doit y avoir quelque chose de faux dans notre modélisation.

Brevet 175 Les vecteurs sont,

- pour la première pulsation propre mesurée,

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 0.42 \\ .63 \end{bmatrix} \tag{2.69}$$

- pour la seconde pulsation propre mesurée,

$$\phi_2 = \begin{bmatrix} -0.70 \\ 0.23 \end{bmatrix} \tag{2.70}$$

Brevet 176

Brevet 201 $(x^1 = a_1; x^2 = a_2 - a_1; x^3 = a_3 - a_2)\,;\,(y^1 = b_1; y^2 = b_2 - b_1; y^3 = b_3 - b_2)$

Brevet 202 $(x_1 = a_1 + a_2 + a_3; x_2 = a_2 + a_3; x_3 = a_3)\,;\,(y_1 = b_1 + b_2 + b_3; y_2 = b_2 + b_3; y_3 = b_3)$

Brevet 203 $(x_1 = 7; x_2 = 3; x_3 = 2)\,;\,(x^1 = 4; x^2 = -3; x^3 = 1)$

Brevet 204 $\vec{A}.\vec{B} = 17$

Brevet 205 $\vec{X} \otimes \vec{Y} = 10\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1 + 6\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 + 20\vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1 + 12\vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2$

Brevet 206 non

Brevet 207 $a = 0.6,\ b = 0.2$

Brevet 208 $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

Brevet 209 56

Brevet 210 $\check{c} = 25\vec{x} - 15\vec{y} + 12\vec{z}$

Brevet 211 *non*

Brevet 212 *non*

Brevet 213 *oui*

Brevet 214 *non*

Brevet 215 *oui*

Brevet 216 62.7

Brevet 217 $a = 18$

Brevet 218 -3.53

Brevet 219 0.370

Brevet 220 7.30

Brevet 221 $I_1 = 12sin(6y) + 156,\ I_2 = 3x^3 + x(\frac{1}{6} - \frac{cos(18)}{6}),\ I_3 = 9(x^3 + xsin(6y))$

Brevet 222 oui

Brevet 223 oui

Brevet 224 $\mathrm{L}^2\ \mathrm{T}^{-1}$, $\mathrm{m}^2\ \mathrm{s}^{-1}$

Brevet 224 bis $\mathrm{M\ L}^{-1}\ \mathrm{T}^{-1}$, $\mathrm{kg\ m}^{-1}\ \mathrm{s}^{-1}$

Brevet 225 c=20

Brevet 226 $\vec{a} = 5.10\vec{x_1} + 2.83\vec{y_1}$

Brevet 227

$$m\ddot{x} = -\frac{F}{2}\sin(\omega t) - \frac{\sqrt{3}}{2}c\sin(\alpha)\dot{x} - kx, \tag{2.71}$$

$$0 = \frac{\sqrt{3}}{2}F\sin(\omega t) - \frac{c}{2}\sin(\alpha)\dot{x}. \tag{2.72}$$

Brevet 301 .

Brevet 302 .

Brevet 303 .

Brevet 304 a) $\vec{u}_M = (-4\vec{x} + 2\vec{y})\ 10^{-4}\mathrm{m}$; b) $\vec{u}_M = 10^{-3}\vec{z}\ \mathrm{m}$

Brevet 305 a) $\bar{\bar{\epsilon}} = \bar{\bar{0}}$; b) $\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.025 \\ 0 & 0.025 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})\otimes(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$

Brevet 306 $\vec{\epsilon}(P,\vec{n}) = \left(\frac{130}{\sqrt{3}}\vec{x} + \frac{200}{\sqrt{3}}\vec{y} + \frac{100}{\sqrt{3}}\vec{z}\right) 10^{-6}$

Brevet 307 $\epsilon_{nn} = 143\ 10^{-6}$

Brevet 308 $\epsilon_{11} = -86.1\ 10^{-6}$, $\epsilon_{22} = 116.1\ 10^{-6}$ et $\epsilon_{33} = 200\ 10^{-6}$

Brevet 309 $\vec{e}_1 = 0.652\vec{x} - 0.758\vec{z}$, $\vec{e}_2 = 0.758\vec{x} + 0.652\vec{z}$, $\vec{e}_3 = \vec{y}$

Brevet 310

$$\bar{\bar{\dot{\epsilon}}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0.25 \\ 1 & 0 & 0.5 \\ 0.25 & 0.5 & 3 \end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})\otimes(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \mathrm{s}^{-1}, \tag{2.73}$$

$$\bar{\bar{\Omega}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -0.25 \\ -1 & 0 & -0.5 \\ 0.25 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})\otimes(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \mathrm{s}^{-1}. \tag{2.74}$$

Brevet 311 $\breve{rot}\vec{v} = -1\breve{x} - 0.5\breve{y} + 2\breve{z}$

Brevet 312

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{bmatrix} 30 & 10 & ? \\ 10 & 50 & ? \\ ? & ? & ? \end{bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})\otimes(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} 10^{-6}. \tag{2.75}$$

Brevet 313 $\vec{n} = 0.707\vec{x} + 0.707\vec{y}$

Brevet 401 La relation théorique doit être vérifiée. Autoattribution.

Brevet 402 Le détenteur du brevet vérifie vos trois réglages.

Brevet 403 Le détenteur du brevet vérifie la validité de vos trois mesures.

Brevet 404 Le détenteur du brevet vérifie la validité de vos trois mesures.

Brevet 501 1)V ; 2)V ; 3)V ; 4)V ; 5)F ; 6)V ; 7)V ; 8)V ; 9)V ; 10)F ; 11)F

Brevet 502 Si vous avez échangé avec une autre personne sur vos réponses et propositions : Autoattribution.

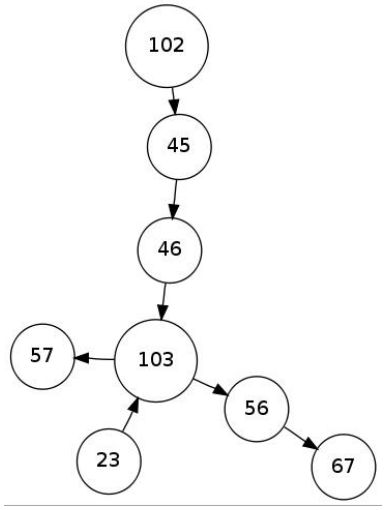


FIGURE 2.5 – Bonne nouvelle ! L'arbre des connaissances du gouvernement de Nicolas n'est pas vide !

Brevet 503 Voir figure 2.5

Brevet 504 Voir figure 2.6

Brevet 601 b

Brevet 602 a

Brevet 603 au nombre de mouvements de corps rigide du solide

Brevet 604 $\frac{\frac{f_i - f_{iconverge}}{f_{icconverge}}}{nbddl^3}$

Brevet 605 a) vrai

Brevet 606 b) en déformations planes

Brevet 607 1 : (7) ; 2 : (21) ; 3 : (3) ; 4 : (31) ; 5 : (25) ; 6 : (2)

Brevet 607 bis 1 : (2) ; 2 : (7) ; 3 : (17)

Brevet 607 ter 1 : (26) ; 2 : (4) ; 3 : (4)

Brevet 608 écart=0.302 %

Brevet 609 $K_{e812} = -2.63\,10^4$ N

Brevet 609 bis $K_{e36} = 0$ N

Brevet 609 ter non

Brevet 610 $I_0^c = 2.16\,10^{-10}$ m^4 ; non

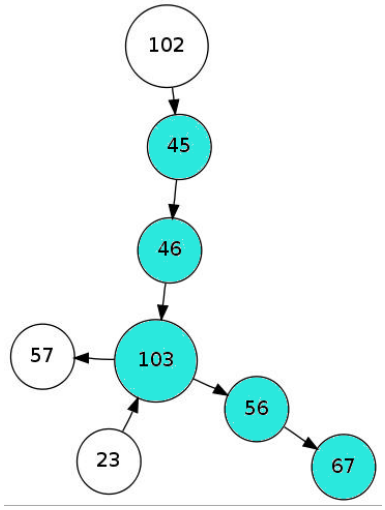


FIGURE 2.6 – Le blason de Nicolas n'est pas vide non plus !

Brevet 610 bis $I_0^c = 2.77\,10^{-5}$ m^4 ; oui

Brevet 610 ter $I_0^c = 9.75\,10^{-7}$ m^4 ; non

Brevet 610 quad $S_y = 3.92\,10^{-3}$ m^4 ; $S_z = 3.92\,10^{-3}$ m^4 ; non

Brevet 610 quin $S_y = 1.36\,10^{-3}$ m^4 ; $S_z = 4.07\,10^{-3}$ m^4 ; non

Brevet 610 sex $r_2 =$??? m ; oui

Brevet 610 sept $r_2 =$??? m ; ? ? ?

Brevet 611 Les deux fonctions vérifie la nullité au bord.

Brevet 612 La seconde fonction peut permettre d'obtenir la constance du laplacien sur la surface.

Brevet 613

Brevet 614

Brevet 615 oui ; $\Delta\sigma_{xx} = 0$ Pa ; à proximité de l'encastrement.

Brevet 616 $I_0^c = 2.16\,10^{-10}$ m^4

Brevet 617 oui ; $\Delta\sigma_{Von-Mises} = 0$ Pa avec RDM6, $\Delta\sigma_{Von-Mises} = 0.2\,10^5$ Pa avec Comsol

Brevet 618 voir figure 2.7. non

Brevet 619 voir figure 2.8. oui

Brevet 701 Si α est l'inclinaison de la surface par rapport à l'horizontale, alors $alpha = 0$.

Brevet 702 $\rho_h = 850$ kg.m^{-3}

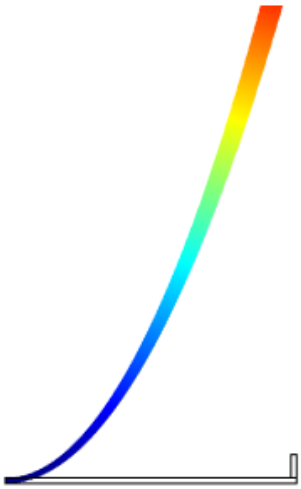


FIGURE 2.7 – Calcul d'une déformée en petits déplacements.

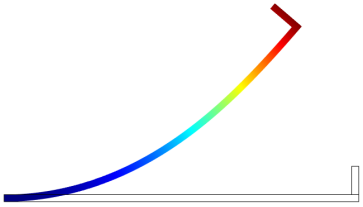


FIGURE 2.8 – Calcul d'une déformée en grands déplacements.

Brevet 703 $p_1 = 0.263\,10^5$ Pa, $p_1 = 3.83\,10^{-75}$ Pa.

Brevet 704 oui. $\vec{F} = \frac{abc}{2}\rho g(-\vec{j})$

Brevet 705 $\vec{F} = 127$ N $\vec{n}$, avec $\vec{n}$ la normale au plan du panneau.

Brevet 706 $F = 46.6\,10^3$ N

Brevet 707 a) $\sigma = 28.5$ MPa, b) $\sigma = 38.4$ MPa, c) la coupe longitudinale

Brevet 708 $m_r = 4.91\,10^{-3}$ kg.

Brevet 709 $v_d = 0$.

Brevet 710 $m < 0.015$ kg.

Brevet 711 Pour que le ballon en surface commence à couler $m_1 > 3$ kg. Pour que le ballon au fond commence à remonter $m_2 < 2.58$ kg.

Brevet 712 .

Brevet 713 $p = 1.79\,10^5$ Pa.

Brevet 714 .

Brevet 715 .

Brevet 716 .

Brevet 717 $F = 126$ N.

Brevet 718 .

Brevet 719 .

Brevet 720 .

Bibliographie

[1] Batoz,JL Dhatt,G *Modélisation des structures par éléments finis : volume 2 : poutres et plaques* Hermès, Paris, 1990

[2] de Coulon,F *Théorie et traitement des signaux* Dunod, 1984

[3] Ewins,DJ *Modal testing : theory and practice* Wiley and sons, 1994, cote BU le Mans 534.08 EWI

[4] M.I. Friswell J.E. Mottershead, Finite Element updating in structural dynamics, *Kluwer Academic Publishers*, Netherland.

[5] Génevaux, JM *1a.pdf : A propos des tenseurs*
http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

[6] Génevaux, JM *2a.pdf : Théorie des poutres (résistance des matériaux), Modélisation, Utilisation des incertitudes en travaux pratiques*
http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

[7] Génevaux, JM *3a.pdf : Méthodes approchées en dynamique des structures, Analyse Modale, Recalage de modèle*
http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

[8] Géraldin,M Rixen,D *Théorie des vibrations : application à la dynamique des structures* 2nd édition Masson Recherches en Mécanique

[9] Gmür,T *Dynamique des structures : analyse modale numérique* Presses polytechniques et universitaires romandes 1997

[10] Joly,N *Analyse numérique* cours ENSIM 2A, janvier

[11] P. Ladevez, D. Nedjar, M. Reynier, 1994, Updating of finite element models using vibration tests *AIAA-journal*, 32 (7) : 1485-1491

[12] Lalane,M Berthier,P Der Hagopian,J *Mécanique des vibrations linéaires* Masson,

[13] Maillet,D Schmitt,JF *Vibrations mécaniques linéaires : méthodes exactes* cours de 2nd année de l'ENSEM, 1998

[14] Pascal,JC *Vibration des systèmes continus*
http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

[15] Pascal,JC *Vibrations et Acoustique 1*
http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php ?id=95

[16] Piranda,J *Analyse Modale Expérimentale*,

[17] Béquin,P Dalmont,JP Génevaux,JM *Mécanique des Fluides, cours LPIAV, Le Mans*, 2000.