



**HAL**  
open science

## Couplage des mouvements collectifs et individuels Phénomènes de transport

J. Richert

► **To cite this version:**

J. Richert. Couplage des mouvements collectifs et individuels Phénomènes de transport. École thématique. Ecole Joliot Curie "Collisions nucléaires aux énergies voisine de l'énergie de Fermi", Bombannes, (France), du 13-17 septembre 1982, 1982. cel-00637990

**HAL Id: cel-00637990**

**<https://cel.hal.science/cel-00637990>**

Submitted on 3 Nov 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

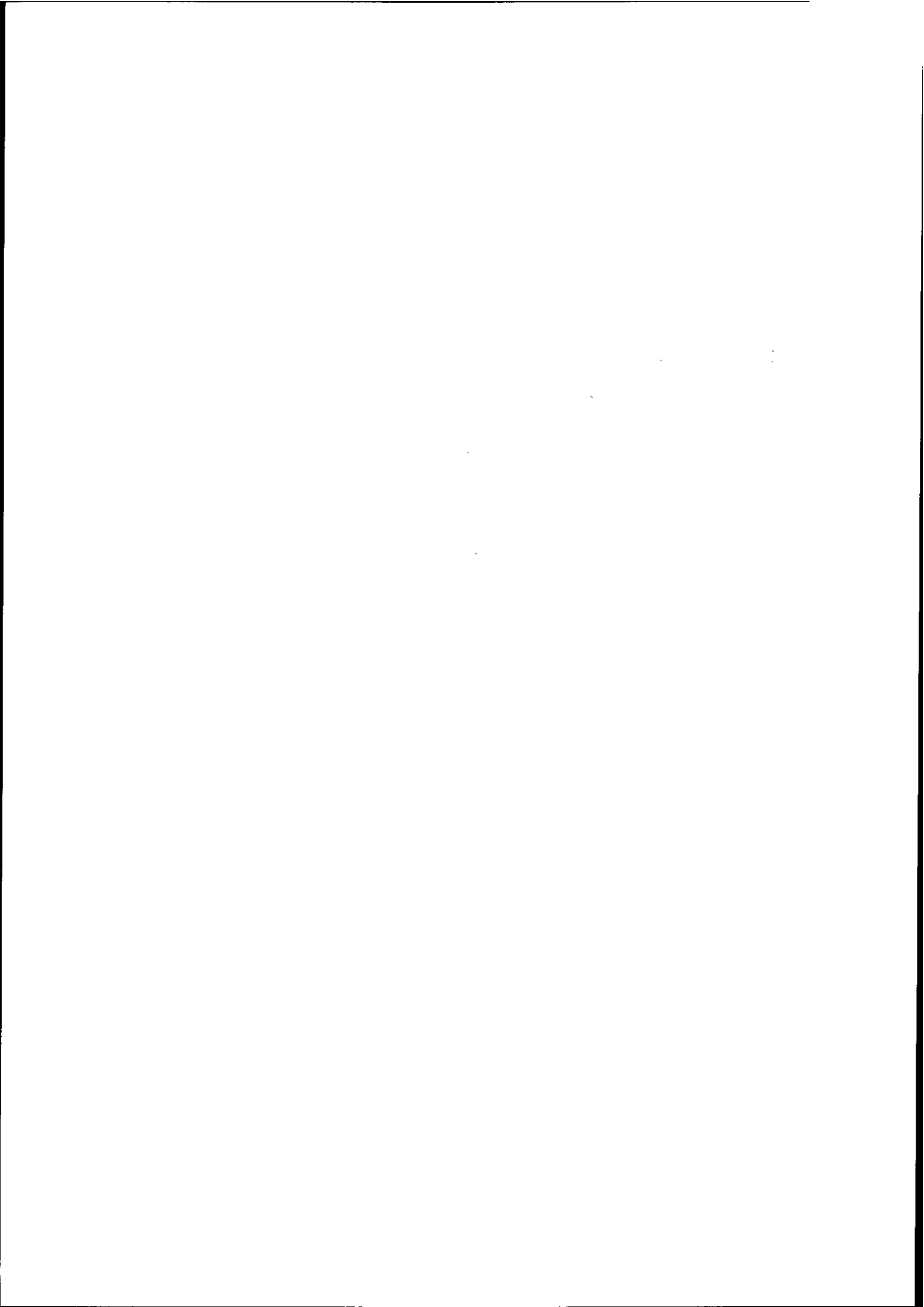
L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**COUPLAGE DES MOUVEMENTS COLLECTIFS ET INDIVIDUELS :**

**Phénomènes de transport**

**J. RICHERT**

Centre de Recherches Nucléaires, Strasbourg



## I. INTRODUCTION.

L'avènement de faisceaux d'ions lourds ayant des énergies typiques de quelques MeV par nucléon bien au-dessus de l'énergie correspondant à la barrière coulombienne entre les ions a considérablement changé le paysage traditionnel de la physique nucléaire durant la dernière décennie. La préoccupation antérieure des physiciens utilisant les ions lourds pour l'investigation de la matière nucléaire finie se restreignait essentiellement à essayer de reproduire les effets observés lors des collisions à plus basse énergie dans le cadre des mécanismes de réaction traditionnels : diffusion élastique, excitation coulombienne, réactions inélastiques avec ou sans transfert de quelques nucléons, réactions de fusion et de fission induite. Dans le domaine spécifique de la spectroscopie l'intérêt se portait vers l'étude des configurations complexes à basse énergie et celle des états de haut spin qui reste d'ailleurs un domaine d'investigation intensément étudié.

C'est essentiellement la tentative de synthèse de noyaux dits superlourds qui a motivé la montée en énergie. Les physiciens ne s'attendaient pas à l'ouverture d'un nouveau et vaste champ de travail, car cette démarche menait, a priori, à des situations bien plus complexes que celles qu'il fallait reproduire à basse énergie pour la description desquelles beaucoup restait à faire. On pouvait craindre, en effet, que cette démarche mènait vers un appauvrissement de la quantité et de la qualité des informations recueillies plutôt que l'inverse. En fait, le développement de cette physique a connu une ampleur considérable parce qu'elle a permis à la fois de mettre en évidence des phénomènes nouveaux (mécanismes de réaction très inélastique, de fission rapide, ...) exigeant la mise en oeuvre de concepts et de théories jusqu'ici extérieurs à la physique nucléaire et de redécouvrir de vieux problèmes, à savoir la description du comportement collectif des noyaux. Si le premier point qui constitue l'essentiel du présent exposé a été très largement étudié (cf. l'abondance de la littérature à ce sujet dans la suite) et peut être considéré actuellement comme assez bien maîtrisé dans le domaine d'énergie auquel nous nous adressons, le second l'est certainement beaucoup moins, tant à cause de la complexité des techniques expérimentales qui doivent être mises en oeuvre pour détecter les caractéristiques des noyaux après la réaction et qui sont encore en développement (cf. le "château de cristal") qu'à cause de la difficulté liée au concept de collectivité et à sa description sur le plan théorique. La maîtrise de ce concept et son évolution lorsque l'énergie incidente par nucléon se rapproche de l'énergie de Fermi des nucléons à la surface des noyaux pourraient bien constituer l'un des challenges de l'avenir.

## II. CONCEPTS GENERAUX ET MODELES.

### 1. Quelques caractéristiques expérimentales.

Les caractéristiques des phénomènes observées dans la collision d'ions lourds aux énergies considérées peuvent se résumer dans les points suivants :

- La transformation d'une partie considérable de l'énergie disponible dans le mouvement relatif en énergie intrinsèque des ions qui peuvent acquérir une énergie d'excitation de quelques dizaines à plus d'une centaine de MeV (figure 1) ;
- un transfert comportant de moment angulaire relatif en moment angulaire de rotation intrinsèque

des ions (estimé à l'aide de mesure de décroissance  $\gamma$  des fragments par exemple) ;

- un temps de réaction relativement court, de l'ordre de quelques unités  $10^{-21}$  sec (estimé par exemple, à l'aide de modèles, cf. II) ;

- un possible transfert important de nucléons d'un ion dans l'autre (figure 2).

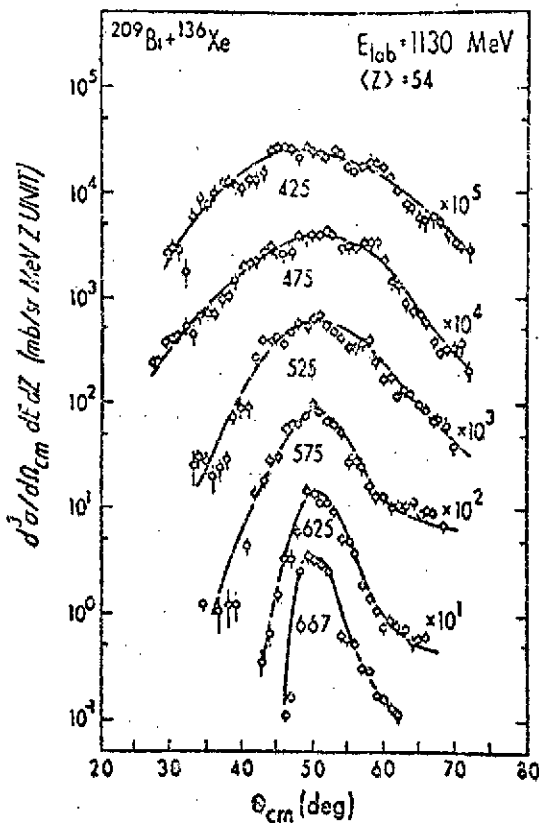


Figure 1 : Sections efficaces différentielles de réaction en fonction de l'angle pour le système Bi + Xe ; l'énergie cinétique des ions dans la voie de sortie est indiquée sous chaque courbe<sup>1</sup> (fig. 20).

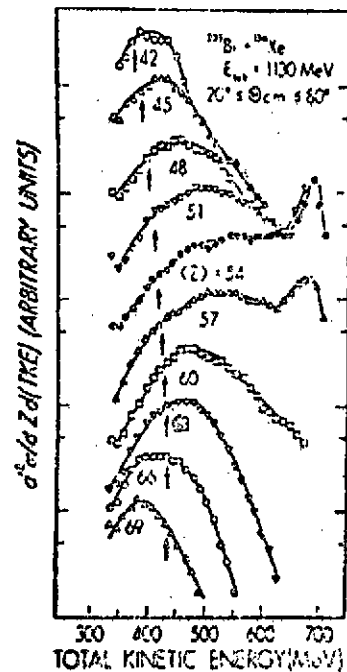


Figure 2 : Sections efficaces différentielles de réaction en fonction de l'énergie cinétique dans la voie de sortie pour le système Bi sur Xe pour différentes valeurs moyennes de la charge de l'un des ions<sup>1</sup>, (fig. 13).

Ces quelques points ne constituent qu'un résumé des caractéristiques essentielles des processus observés. Les informations accumulées sur les mécanismes de réaction sont riches et variées. Le lecteur peut en juger en se référant au cours de B. Tamain<sup>2</sup>. A ce stade, l'interprétation qui apparaît est claire : une partie plus ou moins grande de l'énergie incidente et du moment angulaire relatif disponibles, quantités dites macroscopiques, sont absorbées par les ions en interaction sous forme d'énergie d'excitation des nucléons composant les fragments. Ce phénomène se traduit par l'apparition d'une énergie de rotation et peut-être aussi de vibration intrinsèque des noyaux ainsi que le possible transfert de nucléons d'un ion dans l'autre au cours de la collision. C'est l'ensemble de ces processus plus ou moins complexes et observés asymptotiquement qu'il faut décrire en essayant de reconstituer, à l'aide de modèles, ce qui s'est passé au moment de la collision.

## 2. Diverses théories et modèles.

Diverses approches pour l'étude des collisions d'ions lourds ont été développées et présentées dans de nombreuses publications, à l'occasion de rencontres, ateliers, conférences et écoles. Elles se situent à des niveaux fort différents, entre la description phénoménologique et la description microscopique. Comme dans toute période de développement particulièrement intense d'un nouveau domaine, elles s'interpénètrent plus ou moins et il est difficile d'en dresser un catalogue exhaustif. On se contentera donc ici de citer les plus importantes dont on ne parlera plus par la suite pour se concentrer dans le prochain paragraphe sur celle qui fait l'objet de ce cours.

### a) Modèle des vibrations de surface<sup>3</sup>.

Ce modèle suppose que l'énergie intrinsèque des ions est due à l'excitation cohérente d'états suivant des modes collectifs de vibration de surface pour chaque fragment indépendant. Les formes des noyaux sont décrites par l'évolution temporelle des paramètres de déformation de la surface, les vibrations de surface sont traitées en terme d'oscillations harmoniques. L'amortissement des vibrations est produit par le transfert d'énergie collective vers d'autres degrés de liberté intrinsèques. Le transfert de nucléons d'un ion dans l'autre est calculé dans le cadre des modèles de proximité<sup>4</sup> en ajoutant les forces de friction aux équations du mouvement relatif. On trouvera une critique de cette approche dans la référence<sup>5</sup>.

b) Modèles se rapprochant de ceux qui servent à la description dynamique de la fission<sup>6,7</sup>, en particulier l'approche microscopique de Glas et Mosel<sup>8</sup> dans laquelle l'énergie disponible dans le mouvement relatif des ions se transforme en énergie d'excitation des particules individuelles qui se déplacent dans un potentiel moyen à deux centres variables avec le temps.

c) Approche de type macroscopique du groupe de Berkeley<sup>4,9</sup> basée sur le concept de dissipation à un corps dans le cadre du modèle dit du mur et de la fenêtre qui décrit le transfert d'énergie entre les deux ions en interaction dû aux collisions des nucléons contre les parois du potentiel dans lequel ils sont confinés et à leur transfert d'un ion à l'autre au travers de la fenêtre par laquelle les noyaux communiquent.

d) Modèle de Gross et al.<sup>10,11</sup>. On suppose ici que les effets du potentiel à un corps produit par l'un des fragments au cours de la réaction agit sur les nucléons de l'autre fragment en créant des paires particule-trou et vice versa. Ce mécanisme induit un changement dans l'énergie d'excitation au cours du temps auquel est associée une force identifiée à une force de friction. Ce modèle est essentiellement adapté à la description de la phase d'approche des ions au cours de la réaction.

e) Les théories microscopiques de la collision d'ions lourds basées sur l'approche Hartree-Fock dépendant du temps et ses extensions ainsi que les approches par la méthode des intégrales fonctionnelles. Ces descriptions sont présentées et discutées dans le cours de H. Flocard<sup>12</sup>.

## 3. Théories et modèles de transport.

### a) Concepts fondamentaux et démarche générale.

Les approches qui se sont révélées les plus fructueuses et qui ont été le plus développées sont celles qui se placent dans le cadre général des théories dites de transport. Celles-ci ont été largement utilisées dans des domaines extérieurs à la physique nucléaire (physique du solide,

physique des plasmas, ...). Elles sont de type purement phénoménologique ou essaient de se fonder sur une base microscopique, la délimitation entre la phénoménologie et la microscopie n'étant pas forcément très précise à cause de la complexité du problème.

Ce sont les faits expérimentaux schématiquement relevés ci-dessus qui justifient, a posteriori, ces approches. Au cours de la réaction, les ions sont excités à des énergies élevées sans que le système n'atteigne forcément l'équilibre thermodynamique comme c'est le cas dans le mécanisme de formation du noyau composé (cf. les temps caractéristiques de réaction). Ce système est supposé être composé de deux sous-systèmes : celui décrit par les variables collectives (macroscopiques : distance relative entre les ions, moments angulaires relatif et intrinsèque, paramètres de déformation, répartition des masses et des charges dans les ions, ...) et celui des variables intrinsèques (coordonnées des nucléons dans les ions). La dynamique est fixée par l'Hamiltonien total

$$H = H_{\text{int}}(\xi) + H_{\text{coll}}(q) + V(q, \xi)$$

où  $q$  et  $\xi$  symbolisent l'ensemble des coordonnées collectives et intrinsèques,  $H_{\text{coll}}$ ,  $H_{\text{int}}$  représentent les Hamiltoniens collectif et intrinsèque et  $V(q, \xi)$  est un potentiel de couplage.

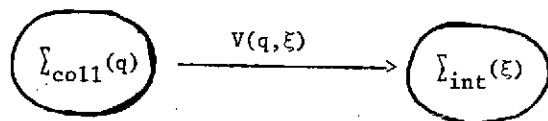


Figure 3 : Les deux sous-systèmes en interaction.

L'existence de ce couplage qui génère l'interaction entre les deux sous-systèmes est la clé de la description. Expérimentalement, l'évolution des variables et observables macroscopiques comme l'énergie évoluent de façon irréversible (sans atteindre forcément une valeur d'équilibre), du sous-système collectif vers le sous-système intrinsèque. Ceci laisse à penser que le sous-système collectif accessible à l'expérience pourrait être décrit par une équation d'évolution des variables collectives non invariante par renversement du sens du temps. Le but d'une approche quantitative des collisions d'ions lourds est donc, en partant de l'équation de Schrödinger du système total (ou de l'équation de Von Neumann correspondante pour la matrice densité), de réduire cette équation de façon consistante à une équation (de transport) pour les variables collectives introduites en s'appuyant sur des hypothèses empruntées à la thermodynamique ou à la mécanique statistique des phénomènes hors de l'équilibre que justifie l'état d'excitation du sous-système intrinsèque et généralement de type classique. Elle décrit l'évolution des variables et observables du sous-système collectif soumis à des effets de dissipation engendrés par la présence des forces de friction dues au potentiel de couplage et générées par l'intermédiaire des hypothèses d'ordre statistique sur le sous-système intrinsèque, et à des effets de fluctuation dans le sous-système collectif directement reliés à l'existence des effets de dissipation. La figure 4 schématise cette démarche.

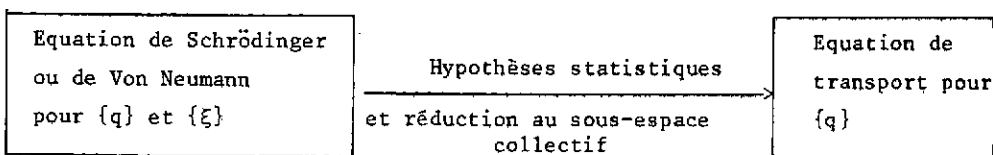


Figure 4.

Les différents modèles de transport suivent tous ce schéma. Ils diffèrent essentiellement les uns des autres par le type des hypothèses et approximations introduites au cours de la dérivation de l'équation de transport. Dans la suite (chapitres II et III) on développera de façon quantitative les concepts introduits ici et on discutera des limites de validité des hypothèses et approximations.

b) Modèles de transport.

Il n'est pas question de présenter ici une revue exhaustive des différents modèles de transport. Une telle démarche serait fastidieuse et encombrerait le texte de détails qui ne mèneraient qu'à la confusion. Le lecteur intéressé est renvoyé aux articles originaux et aux revues qui présentent et analysent ces approches<sup>5</sup>.

Citons pour mémoire les développements les plus importants :

- Le modèle de Hofmann et Siemens<sup>13</sup> basé sur la théorie de la réponse linéaire traite le couplage  $V(q, \xi)$  comme une perturbation. Le sous-système intrinsèque est supposé en équilibre thermodynamique (ensemble canonique). La réduction classique de l'équation quantique dans le sous-espace collectif mène à une équation de transport pour la fonction de distribution des variables collectives.

- Le modèle de Nörenberg et collaborateurs<sup>14</sup> utilise un formalisme spécifique à la mécanique statistique quantique. On définit des probabilités d'occupation "macroscopiques" d'états intrinsèques en sommant sur les éléments de matrice de l'opérateur densité microscopique dans des cellules de l'espace de phase (procédure de "coarse graining"). On dérive à partir de l'équation de Von Neumann une équation maîtresse pour les probabilités d'occupation macroscopiques par l'introduction d'hypothèses statistiques sur les éléments de matrice de couplage entre les états intrinsèques appartenant à des cellules différentes et des considérations sur l'ordre de grandeur relatif des temps de relaxation caractéristiques. L'équation maîtresse se réduit à une équation de transport sous certaines hypothèses supplémentaires.

- Le modèle des matrices aléatoires de Weidenmüller et collaborateurs<sup>15</sup> permet de construire une équation de transport dans l'espace des variables collectives en introduisant des hypothèses de distribution statistique sur les éléments de matrice de  $V(q, \xi)$  entre les états du sous-système intrinsèque. Ceci se fait à partir d'une paramétrisation phénoménologique des seconds moments de  $V$ . Cette approche, comme la précédente, ne nécessite aucune hypothèse sur le degré d'intensité du couplage contrairement au modèle de la réponse linéaire pour lequel ce couplage doit être faible. Ceci fait qu'elle est bien adaptée à la description des collisions d'ions lourds.



#### 4. Plan du cours.

Dans la suite, on poursuit essentiellement trois objectifs. Le premier consiste à préciser les concepts, à énoncer et à analyser de manière quantitative les hypothèses et approximations qui permettent de justifier la validité des équations de transport pour la physique des ions lourds. Le second consiste à montrer comment et avec quel succès les résultats expérimentaux peuvent être interprétés dans le cadre de ces approches. Enfin, on s'attache à présenter les problèmes qui restent ouverts tant sur le plan de la théorie que sur celui de la comparaison avec l'expérience.

Le chapitre III est consacré à la dérivation des équations de transport dans un cadre phénoménologique. On y montre sous quelles conditions l'évolution d'un système ouvert et hors de l'équilibre peut être décrit par une équation de Fokker-Planck. On donne un certain nombre d'exemples d'application à l'expérience qui permettent de juger de la validité de l'approche. Le chapitre IV fait une analyse des conditions de validité des équations de transport en terme de temps caractéristiques d'évolution des quantités qui caractérisent les deux sous-systèmes. Puis on y présente un exemple de dérivation des coefficients et paramètres qui rentrent dans une équation de transport pour les variables collectives à partir d'une description microscopique. Cette dérivation permet aussi de voir, dans le cadre du modèle utilisé, quelles sont les limites dans lesquelles la notion de variable collective garde un sens. Dans le chapitre V on étudie plus particulièrement le problème de la description du transfert de masse et de charge entre les ions à l'aide de modèles. En comparant avec l'expérience sur des exemples précis, on montre comment différents modèles semi-phénoménologiques permettent de comprendre la situation expérimentale, les effets de structure caractéristiques des systèmes étudiés. Le chapitre VI rassemble un certain nombre de points qui semblent indiquer un désaccord entre la formulation théorique et l'expérience, les difficultés et ambiguïtés sous-jacentes à la définition des sous-systèmes, l'importance des effets que l'état présent des théories a du mal à expliquer (phase initiale de réaction ; importance des effets quantiques ; effets de déformation). On y tire un certain nombre de conclusions pour l'avenir.

### III. APPROCHE PHENOMENOLOGIQUE DES COLLISIONS D'IONS LOURDS ; EQUATIONS DE TRANSPORT ET EXEMPLES D'APPLICATION.

#### 1. Variables collectives et équation de Langevin.

On postule ici que l'évolution d'un sous-système décrit par une variable collective  $x$  en interaction avec un sous-système microscopique peut être décrit par l'équation de mouvement classique :

$$\mu \ddot{x} + \gamma \dot{x} + \frac{\partial U}{\partial x} = L(t) \quad (\text{III-1})$$

La variable  $x$  peut représenter un quelconque degré de liberté : la distance relative entre des ions, un paramètre de déformation ou toute autre variable spécifiant le sous-système. Celui-ci est caractérisé par une masse d'inertie  $\mu$  et soumis à un potentiel conservatif  $U$ , une force de friction définie par un coefficient  $\gamma$  et générée par la présence d'autres degrés de liberté, ainsi qu'une force aléatoire  $L(t)$ , appelée force de Langevin, due au fait que le sous-système microscopique agit de façon aléatoire dans le temps sur le sous-système macroscopique.

$L(t)$  est caractérisée par sa valeur moyenne à un instant  $t$  donné et son second moment :

$$\langle L(t) \rangle = 0$$

(III-2)

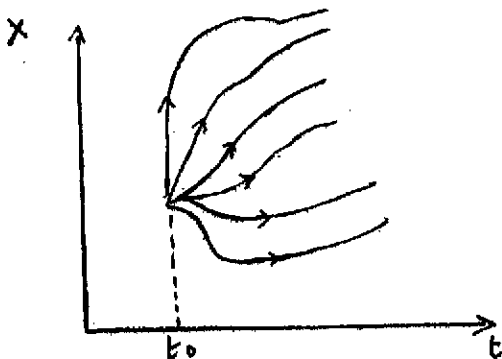
$$\langle L(t) L(t') \rangle = 2D_p \delta(t-t')$$

L'exemple idéal du système physique qui peut être décrit en termes de (III-1) est celui de la particule brownienne. La force aléatoire générant les chocs des particules microscopiques sur la particule macroscopique induit sur cette dernière un mouvement aléatoire. Cette action a pour effet de faire dévier, avec une certaine probabilité, la particule macroscopique de sa trajectoire classique qui est donnée en annulant le membre de droite de (III-1). Comme on le voit en se reportant à (III-2), la valeur moyenne de  $x(t)$ ,  $\langle x(t) \rangle$ , suit la trajectoire classique (strictement si  $\mu$  et  $\gamma$  sont indépendants de  $x$  et  $\langle \partial U / \partial x \rangle = \partial U / \partial \langle x \rangle$ ).

Dans la suite, on suppose implicitement que l'équation (III-1) (ou sa généralisation à plusieurs variables) peut s'appliquer dans le cadre de la physique des ions lourds. Cette hypothèse peut paraître quelque peu hardie car le système doit remplir, comme c'est le cas pour la particule brownienne, des conditions assez contraignantes. En particulier, pour que la distinction entre la variable collective  $x$  et les variables caractérisant le sous-système microscopique aient un sens, il faut que le temps d'action effectif de la force aléatoire  $\tau_{int}$  vérifie  $\tau_{int} \ll \tau_{coll}$  où  $\tau_{coll}$  est le temps caractéristique sur lequel la variable  $x$  change de façon significative. Ce point est central pour l'applicabilité de (III-1) et plus généralement des concepts développés au chapitre II pour la description des collisions d'ions lourds. Il sera largement repris plus loin. Pour le moment on se propose d'abord d'étudier les conséquences d'une telle description.

## 2. Equation de transport et relations entre les coefficients de transport.

Les solutions de l'équation (III-1) peuvent être obtenues en intégrant cette équation dans le temps avec  $L(t)$  aléatoire. En reprenant cette intégration un grand nombre de fois pour des conditions initiales  $x(t = t_0)$ ,  $\dot{x}(t = t_0)$  fixées au temps initial  $t_0$ , on obtient un faisceau de trajectoires qui décrit le mouvement du sous-système collectif dans l'espace de phase  $\{x, p = \mu \dot{x}\}$  (cf. figure 5).



Cette procédure est fastidieuse. En pratique on peut procéder autrement en définissant à chaque instant  $t$  une fonction de distribution  $P(x, p; t)$  qui donne la probabilité pour que le système se trouve à l'instant  $t$  dans un intervalle  $[x, x + dx]$  et  $[p, p + dp]$  de l'espace de phase.

Il est possible de montrer (cf. appendice A pour un système à une variable) que l'équation d'évolution

Figure 5 : Trajectoires suivant  $x$  en fonction du temps.

de cette distribution s'écrit :

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{p}{u} P \right] - \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{\partial U}{\partial x} P \right] = \frac{\partial}{\partial p} \left[ \frac{\gamma p}{u} P \right] + \frac{\partial^2}{\partial p^2} \left[ D_p P \right] \quad (\text{III-3})$$

Cette dérivation est cependant soumise à l'applicabilité de l'hypothèse de Markov (on suppose ici, par mesure de simplicité, que le système est caractérisé par une seule variable  $x$ , la généralisation à plusieurs variables est évidente) :

Si  $P_n(x_1 t_1, x_2 t_2, \dots, x_{n-1} t_{n-1} | x_n t_n)$  est la probabilité conditionnelle pour que le système soit dans l'intervalle  $[x_n, x_n + dx_n]$  au temps  $t_n$  quand il était dans  $[x_1, x_1 + dx_1]$  au temps  $t_1, \dots, [x_{n-1}, x_{n-1} + dx_{n-1}]$  au temps  $t_{n-1}$ , alors :

$$P_n(x_1 t_1, \dots, x_{n-1} t_{n-1} | x_n t_n) = P(x_{n-1} t_{n-1} | x_n t_n) \quad (\text{III-4})$$

avec :  $\int P(x_1, 0 | x_2 t_2) dx_2 = 1$  et  $P \geq 0$

Le sens physique de cette hypothèse est clair. Elle stipule que la probabilité pour que le système se trouve en un point donné ne dépend que de son "histoire" dans le dernier intervalle de temps considéré. Cette assertion peut être mise en relation directe avec la discussion faite dans le paragraphe précédent. Elle est d'autant mieux réalisée que  $\tau_{int}$  est beaucoup plus petit que  $\tau_{coll}$  : entre deux chocs des particules microscopiques avec la particule macroscopique, la particule brownienne a le temps "d'oublier" les effets de ses interactions antérieures avec le sous-système microscopique. L'hypothèse de Markov est donc sous-jacente à la dérivation d'équations de transport du type (III-3). C'est aussi le cas pour la plupart des équations de transport dérivées à partir de l'équation de Schrödinger dans le cadre de la physique des ions lourds (voir réf.<sup>5</sup> pour une discussion). On analysera par la suite (chapitre IV) dans quelle mesure elle peut être justifiée.

Il est intéressant de noter que le coefficient de friction  $\gamma$  (III-1) et le coefficient de diffusion  $D_p$  (III-2) sont reliés entre eux, ce qui est physiquement compréhensible dans la mesure où ces deux quantités décrivent le processus d'échange de moment et d'énergie entre les deux sous-systèmes.

Définissant :

$$\begin{aligned} \langle x(t) \rangle &\equiv \int dx dp x P(x, p; t) \\ \langle p(t) \rangle &\equiv \int dx dp p P(x, p; t) \\ \langle p^2(t) \rangle &\equiv \int dx dp p^2 P(x, p; t) \end{aligned} \quad (\text{III-5})$$

En utilisant (III-3), il vient :

$$\mu \frac{d\langle x \rangle}{dt} = \langle p \rangle$$

$$\frac{d}{dt} \langle p \rangle = - \frac{d}{dx} U(\langle x \rangle) - \gamma \langle p \rangle \quad (\text{III-6})$$

$$\frac{d}{dt} (\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2) = 3D_p - 2\gamma (\langle p^2 \rangle - \langle p \rangle^2)$$

Si à l'instant initial  $t_0$ ,  $\langle p^2(t_0) \rangle = \langle p(t_0) \rangle^2$ , l'intégration de la dernière équation donne

$$\sigma_p^2(t) \equiv \langle p^2(t) \rangle - \langle p(t) \rangle^2 = \frac{3}{2} \frac{D_p}{\gamma} (1 - e^{-2\gamma t}) \quad (\text{III-7})$$

Lorsque  $t \rightarrow \infty$ , la variance  $\sigma_p^2(t)$  atteint la valeur limite  $3D_p/2\gamma$ . En l'absence de potentiel ( $U = 0$ ), on suppose que le système atteint l'équilibre. Alors  $P$  doit tendre vers la fonction de distribution stationnaire d'un système en contact avec un bain de chaleur à une température  $T$  (distribution maxwellienne). Par conséquent  $\langle p(\infty) \rangle = 0$  et  $\langle p^2(\infty) \rangle = 3\mu kT$  (pour un système à 3 dimensions) où  $k$  est la constante de Boltzmann.

De (III-7), il vient ;

$$D_p = 2\mu\gamma kT \quad (\text{III-8})$$

Cette relation est appelée relation d'Einstein, forme particulière d'une relation plus générale connue sous le nom de théorème de fluctuation-dissipation<sup>13</sup>. La présence d'effets dissipatifs dans le sous-système macroscopique génère des fluctuations de l'impulsion de ce sous-système : la trajectoire classique s'étale dans l'espace des impulsions. On peut montrer qu'il en est de même dans l'espace des coordonnées.

En résumé, la présence du sous-système microscopique (intrinsèque) a pour effet de modifier la trajectoire du sous-système macroscopique (collectif) classique. Dans le cas où  $\gamma = D_p = 0$ , le membre de droite de (III-3) est nul, le membre de gauche qui représente la dérivée totale de  $P$  par rapport au temps aussi :  $P$  est conservé le long de la trajectoire. Pour  $\gamma, D_p \neq 0$  par contre, un ensemble infini de trajectoires sont possibles, avec des probabilités plus ou moins grandes. Le maximum de  $P$  est décalé vers des moments plus petits et sa largeur augmente avec le temps. Les coefficients de transport  $\gamma$  et  $D_p$  décrivent la perte de moment et d'énergie et le développement de la probabilité d'occupation dans l'espace de phase pour les variables collectives et leurs moments conjugués.

Les considérations ci-dessus énoncées sont générales et de type purement phénoménologique. Il reste à montrer de quelle façon et dans quelle mesure elles sont applicables à la physique des ions lourds. Ce point fait l'objet du chapitre IV. Cependant, il paraît intéressant à ce stade déjà, d'appliquer les formalismes pour voir si, et dans quelle mesure, la physique expérimentale répond positivement aux modèles de transport.

3. Application d'équations de transport phénoménologiques à la description des résultats expérimentaux.

On suppose que le transfert de charges entre deux ions en interaction peut se décrire comme un phénomène de transport en termes d'une fonction de distribution  $P(Z,t)$  où  $Z$  est la charge totale de l'un des ions.  $Z$  est supposée être une variable continue. L'équation de transport s'écrit dans ce cas (cf. appendice B pour la dérivation à partir de l'équation de Langevin) :

$$\frac{\partial P(Z,t)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial Z}(v_Z P) + \frac{\partial^2}{\partial Z^2}(D_Z P) \tag{III-9}$$

Cette équation décrit l'évolution de la distribution  $P$  en régime sur-critique (absence d'oscillations dans le mouvement de  $\langle Z(t) \rangle$  dû à l'absence de termes d'inertie dans l'équation de Langevin de départ à partir de laquelle (III-9) est supposée être dérivée ( $\mu = 0$  dans l'équation (III-1)). La quantité  $v_Z$  est appelée coefficient de dérive. Elle est proportionnelle au gradient du potentiel qui régit l'évolution de la distribution et  $D_Z$  le coefficient de diffusion qui caractérise l'évolution de sa largeur (cf. appendice 2).

On suppose par la suite, sans le justifier, que  $v_Z$  et  $D_Z$  sont des constantes. Alors (III-9) possède une solution analytique gaussienne :

$$P(Z,t) = \frac{1}{(4\pi D_Z t)^{1/2}} \exp\left\{-\frac{(Z - Z_i - v_Z t)^2}{4D_Z t}\right\} \tag{III-10}$$

où  $Z_i$  est la charge initiale de l'un des ions au temps  $t = 0$  avec

$$P(Z, t = 0) = \delta(Z - Z_i)$$

on voit directement sur la solution (III-10) que le centroïde de la distribution  $\langle Z(t) \rangle = \int dZ \cdot Z P(Z,t)$  se déplace avec la vitesse  $v_Z$  et que la variance  $\sigma_Z^2(t) \equiv \langle Z^2(t) \rangle - \langle Z(t) \rangle^2 = 2D_Z t$  croît linéairement avec le temps.

a) Application au système  $^{40}\text{Ar}$  sur  $^{232}\text{Th}$

Ce système est l'un des premiers qui a été étudié expérimentalement<sup>16</sup>. On a mesuré en particulier les distributions  $P(Z; t = \infty)$  en fin de réaction et les distributions en charge des ions observées asymptotiquement pour différents angles de déflexion sont montrés sur la figure 6. Dans

ce cas  $Z_i = 18$ . Si on suppose que le modèle de transport introduit ci-dessus a un sens,  $v_Z$  doit être très petit. Si  $\Gamma_Z^2$  est la largeur à mi-hauteur, celle-ci est donnée par :

$$\Gamma_Z^2 = (16 \ln 2) \cdot D_Z t_{\text{int}} \tag{III-11}$$

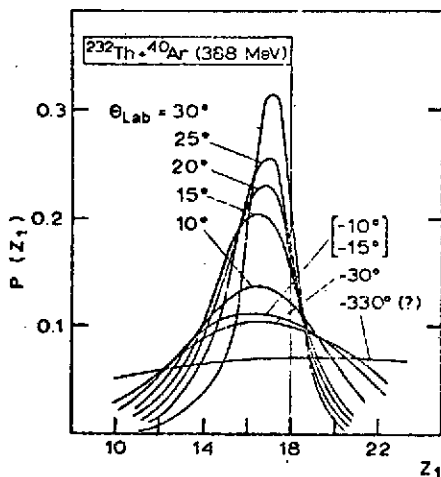
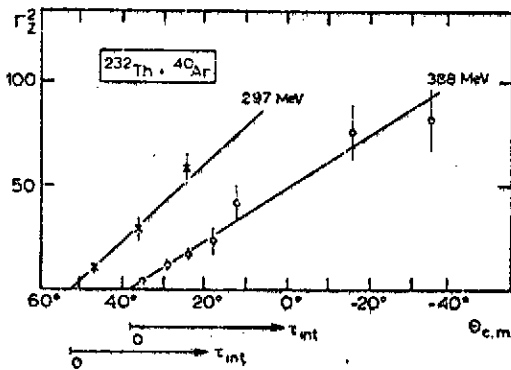


Figure 6 : Distribution de charges normalisées<sup>16</sup>, (fig. 2).

où  $t_{int}$  est le temps d'interaction des ions au cours de la collision. Dans une description classique du mouvement relatif des ions, on suppose que ce temps peut être relié à l'angle de déflexion  $\theta$  auquel la distribution est mesurée par une relation simple du type

$$t_{int} = A(\theta_{gr} - \theta) \quad (III-12)$$

où  $A$  est une constante inversement proportionnelle au moment angulaire d'effleurement et  $\theta_{gr}$  l'angle de déflexion correspondant à une réaction d'effleurement. En reportant (III-12) dans (III-11) on voit que  $\Gamma_Z^2$  doit dépendre linéairement de l'angle de déflexion. La figure 7 donne le résultat obtenu pour deux énergies de bombardement. On voit que le calcul donne une



largeur qui est tout à fait consistante avec les points expérimentaux.

Il est possible de déduire de ces figures un ordre de grandeur pour les coefficients de transport.

On trouve ainsi :

$$|v_Z| \leq 10^{21} \text{ (unités charge) } \times \text{sec}^{-1}$$

$$\text{et } D_Z \approx 10^{22} \text{ (unités charge)}^2 \text{sec}^{-1}$$

Figure 7 : Largeur des distributions de charge en fonction de l'angle de déflexion<sup>16</sup>, (fig. 3)

b) Dans le cadre de ce même modèle on peut étudier la corrélation qui relie la distribution de charges à la transformation d'énergie correspondant au mouvement relatif des ions en énergie d'excitation intrinsèque des fragments<sup>17</sup>.

Si  $E_{cm}$  est l'énergie asymptotique initiale dans le c.m. et  $F_{diss} = -\gamma v$  la force dissipative où  $\gamma$  est une constante et  $v$  la vitesse relative des ions, la dissipation d'énergie au cours de la réaction est donnée classiquement par :

$$-\frac{dE}{dt} = -\mu v \frac{dv}{dt} \equiv F_{diss} \cdot v = \gamma v^2$$

où  $E(t)$  est l'énergie cinétique à l'instant  $t$ .

$$\text{Soit : } -\frac{dE}{dt} = \frac{2\gamma E}{\mu} \quad \text{avec } v^2 = 2E/\mu$$

$$\text{D'autre part : } \sigma_Z^2(t) = 2D_Z t$$

Soit, pour  $D_Z$  constant :

$$d\sigma_Z^2 = -\frac{\mu D_Z}{\gamma} \frac{dE}{E}$$

$$\text{et } \sigma_Z^2(t) = \frac{\mu D_Z}{\gamma} \ln \left( \frac{E_0}{E(t)} \right) \quad (\text{III-13})$$

avec  $\sigma_Z^2(0) = 0$ ,  $E_0 = E_{\text{cm}} - E_{\text{clob}}$ , où  $E_{\text{clob}}$  est l'énergie coulombienne calculée au rayon d'absorption forte, au temps  $t = 0$ . En supposant que le moment angulaire relatif est proportionnel à l'énergie dissipée, il est possible de relier le temps de réaction  $t = t_{\text{int}}$  à l'angle de déflexion permettant ainsi d'obtenir une relation entre  $E(t_{\text{int}})$  et  $\sigma_Z^2(t_{\text{int}})$  dans l'équation (III-13) (cf. plus loin). On voit sur la figure 8 que l'accord entre l'expérience et le résultat du calcul est relativement bon pour les systèmes étudiés.

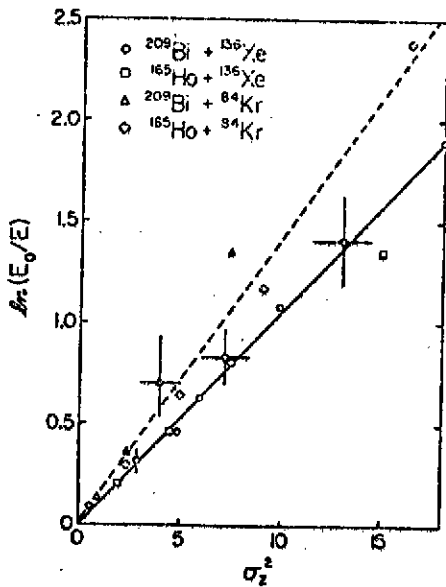


Figure 8 : Variation de  $\sigma_Z^2(t_{\text{int}})$  avec  $E(t_{\text{int}})$ <sup>17</sup>, (fig. 2)

Le temps d'interaction est donné par<sup>19</sup>

$$t_{\text{int}} = \frac{\mathcal{I}[\theta_c(\ell) - \theta(\ell)]}{\hbar \ell} \quad (\text{III-15})$$

où  $\theta_c$  et  $\theta$  sont les angles de déflexion coulombien et total pour  $\ell$  fixé,  $\mathcal{I}$  le moment d'inertie du système égal à  $\mu R^2$  où  $R$  est le rayon d'interaction des ions. L'angle de déflexion coulombien est donné par :

$$\theta_c = \pi - \theta_{ic} - \theta_{fc}$$

où  $\theta_{ic}$  et  $\theta_{fc}$  sont les angles de diffusion dans la voie d'entrée et la voie de sortie que l'on peut calculer analytiquement en fonction de  $\ell$  et  $\ell_f$ , le moment angulaire final. Pour ce dernier, deux limites extrêmes sont possibles :  $\ell_f = \ell$  (limite du non-collage) et  $\ell_f = \mathcal{I}/\mathcal{I}_S$ ,  $\mathcal{I}_S = \mathcal{I} + \frac{2}{5}(M_1 R_1^2 + M_2 R_2^2)$  où  $(M_1, M_2)$ ,  $(R_1, R_2)$  sont les masses et les rayons des ions (limite du collage).

L'angle  $\theta$  est l'angle de déflexion expérimental. Il peut être relié au moment initial  $\ell$  par l'intermédiaire de la mesure de l'énergie cinétique relative finale  $E$ . La relation entre  $\ell$  et  $E$  est déterminée par l'intermédiaire du modèle de Fresnel généralisée<sup>18,20</sup> ; la tranche de

La dispersion des points indique cependant que la quantité  $\mu D_Z / \gamma n$  n'est pas la même pour tous les systèmes. En pratique on trouve :

$$\gamma / D_Z \approx (0.9 \pm 0.3) \cdot 10^{-43} \text{ MeV} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{fm}^{-2}$$

c) L'étude précédente peut être poursuivie en cherchant une relation explicite entre la variance  $\sigma_Z^2$ , l'énergie relative finale  $E$  et le moment angulaire relatif initial  $\ell$  dans le cadre d'une description classique de la réaction<sup>18</sup>.

Pour le modèle considéré :

$$\sigma_Z^2 = 2D_Z t_{\text{int}} \quad (\text{III-14})$$

section efficace de réaction  $\Delta\sigma_{n,n-1}$  correspondant à une tranche d'énergie cinétique finale  $\langle E_n \rangle - \langle E_{n-1} \rangle$  et associée à une tranche de moment angulaire  $[\ell_n, \ell_{n-1}]$  est donnée par

$$\Delta\sigma_{n,n-1} = \pi k_\infty^{-1} \left\{ \left( \ell_n + \frac{1}{2} \right)^2 - \left( \ell_{n-1} + \frac{1}{2} \right)^2 + 2\delta(\ell_n - \ell_{n-1}) \right\}$$

où  $k_\infty$  est le nombre d'onde asymptotique dans la voie d'entrée. On obtient ainsi, en mesurant  $\Delta\sigma_{n,n-1}$  et  $E_n, E_{n-1}$  une relation du type  $E = \alpha + \beta\ell$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  sont fixés pour un système donné ( $^{209}\text{Bi} + ^{136}\text{Xe}$ ). La figure 9 montre la relation quantitative obtenue pour différentes énergies de bombardement. On voit que la relation linéaire est assez bien vérifiée.

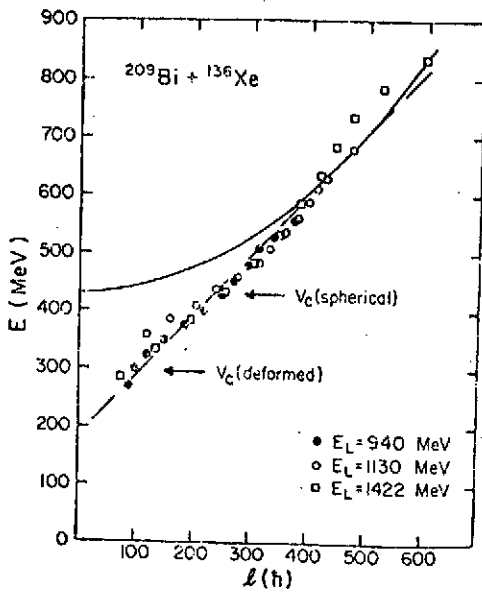


Figure 9 : Relation entre l'énergie cinétique finale et le moment angulaire initial<sup>18</sup>, (fig. 3).

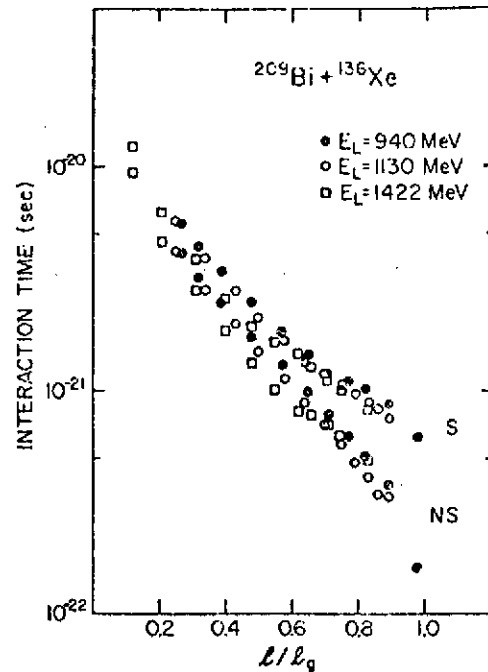


Figure 10 : Relation entre  $\ell$  et  $t_{\text{int}}$  dans les limites du collage (S) et non-collage (NS)<sup>18</sup>, (fig. 5).

Le temps d'interaction (III-15) peut alors être paramétré de façon satisfaisante, par l'expression analytique :

$$t_{\text{int}} = a e^{-b\ell/\ell_g} \quad (\text{III-16})$$

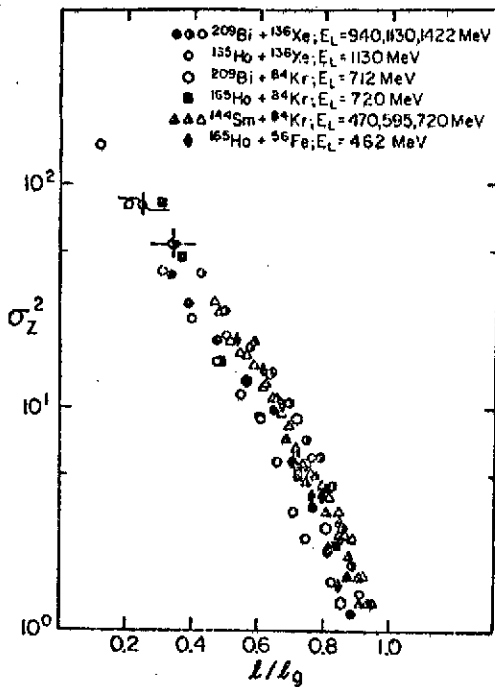
où  $a$  et  $b$  sont des constantes et  $\ell_g$  le moment angulaire d'effleurement (fig. 10).

Le coefficient de diffusion  $D_Z$  peut aussi être paramétré en fonction de  $\ell$  puisque, par l'intermédiaire de (III-13),  $D_Z$  est fonction de  $E$ . On montre en fait que cette dépendance est relativement faible et  $D_Z$  peut être supposé constant. En utilisant les expressions (III-14) et (III-16) il vient par conséquent :

$$\ln\sigma_Z^2 = \ln(2D_Z a) - b\ell/\ell_g \quad (\text{III-17})$$



Cette relation est très bien vérifiée pour un certain nombre de systèmes étudiés et différentes énergies de bombardement comme le montre la figure 11.



En conclusion, un modèle de transport aussi simple que celui qui a été utilisé dans les trois exemples précédents permet de reproduire un grand nombre de résultats expérimentaux. Ceci illustre le fait, confirmé par de nombreuses autres études, que l'application des théories de transport n'est pas contredite par l'expérience. D'un autre côté, on pourrait déplorer la pauvreté des informations nécessaires pour décrire l'évolution du système. Il est vrai qu'à ce point on ne s'est pas posé la question de la dérivation des coefficients de transport. On verra plus loin comment cette question est abordée et quels sont les ingrédients dynamiques qui rentrent dans cette dérivation.

Figure 11 : Relation entre  $\sigma_z^2$  et  $\lambda$  pour 10 réactions différentes<sup>18</sup>, (fig. 7)

#### IV. CONNECTION MICROSCOPIE-MACROSCOPIE : TEMPS CARACTERISTIQUES ET EXEMPLE DE DERIVATION DES COEFFICIENTS DE TRANSPORT.

##### 1. Estimation des temps caractéristiques d'évolution des degrés de liberté collectifs et intrinsèques et conditions de validité des équations de transport.

Les théories de transport décrivent des processus d'équilibration, la façon dont un système physique se déplace irréversiblement vers l'équilibre. On a vu précédemment que la dérivation menant d'une équation de Langevin phénoménologique à une équation de Fokker-Planck nécessitait l'introduction de l'hypothèse de Markov (cf. (III-4)). Les théories et modèles de transport développés dans le cadre de la description des collisions d'ions lourds essaient de ramener le problème à une équation de Fokker-Planck. Pour justifier son utilisation, il faut donc vérifier la validité de cette hypothèse en estimant l'ordre de grandeur relatif des temps caractéristiques d'évolution des sous-systèmes collectif et intrinsèque.

Ainsi, si  $\tau_{\text{coll}}(\{q\})$  est le temps minimum nécessaire pour que le sous-système collectif atteigne l'état d'équilibre vers lequel il tend au cours de la collision et si  $\tau_{\text{eq}}(\{\xi\})$  est le temps correspondant pour l'équilibration du sous-système intrinsèque, il faut, pour justifier l'application d'hypothèses statistiques au sous-système intrinsèque, que

$$\tau_{\text{eq}} \ll \tau_{\text{coll}} \ll \tau_R$$

(IV-1)

où  $\tau_R$  est le temps de récurrence de Poincaré, c'est-à-dire le temps qu'il faut pour que le système entier revienne dans un voisinage arbitrairement petit de son point de départ dans l'espace de phase de toutes les variables. Les inégalités (IV-1) sont nécessaires pour garantir la validité de la dérivation d'une équation de transport : le sous-système intrinsèque atteint l'équilibre beaucoup plus rapidement que le sous-système collectif : sur un temps caractéristique de l'évolution du sous-système collectif, ce dernier a le temps " d'oublier " les causes de son évolution. Si cette condition n'est pas réalisée, la définition d'une fonction de distribution pour les variables dites collectives n'est pas justifiée, les sous-systèmes collectif et intrinsèque doivent être traités sur le même pied. Ainsi, l'estimation des temps caractéristiques attachés aux divers degrés de liberté peut être considérée comme un critère d'applicabilité de la répartition du système en deux sous-systèmes. Il n'en reste pas moins que le choix des variables collectives est un problème d'intuition physique. Il n'existe pas, pour le moment, de critère formel qui permette de fixer ce choix a priori.

On peut estimer qualitativement les différents temps caractéristiques introduits ci-dessus. Le temps de récurrence de Poincaré peut être relié à la densité de niveaux  $\rho(E^*)$  dans les ions à l'énergie d'excitation  $E^*$  considérée :  $\tau_R \approx 2\pi\hbar\rho(E^*)$ . Pour des noyaux lourds  $\rho(E^*)$  est de l'ordre de  $10^5/\text{MeV}$  au seuil d'éjection de neutrons et de  $10^{18}$  à  $10^{20}/\text{MeV}$  à 100 MeV d'excitation. Ceci donne  $\tau_R \approx 10^{10}$  à  $10^{20}$  bsec (1 bsec =  $10^{-23}$  sec). Les temps d'équilibration liés au transfert d'énergie cinétique  $\tau_{\text{rad}}$ , de moment angulaire  $\tau_{\text{ang}}$ , de déformation  $\tau_d$  et de masse  $\tau_{A_1}$  peuvent être estimés indirectement à l'aide de modèles<sup>21,22</sup>. On obtient ainsi  $\tau_{\text{rad}} \approx 30$  à  $50$  bsec,  $\tau_{\text{ang}} \approx 100$  à  $200$  bsec,  $\tau_d \approx \tau_{A_1} \approx 100$  à  $500$  bsec.

L'évolution du sous-système intrinsèque dépend de l'intensité du potentiel de couplage  $V(q, \xi)$ . Au cours de la collision, ce potentiel agit un certain nombre de fois et lors de chaque action une certaine quantité d'énergie  $\Delta$  et une certaine impulsion  $\hbar\Delta k$  est transférée du sous-système collectif au sous-système intrinsèque. On associe à ces quantités un temps caractéristique :  $\tau_\Delta \approx \hbar/\Delta$  et  $\tau_{\Delta k} \approx 1/\dot{q}\Delta k$  où  $\dot{q}$  est la vitesse instantanée d'évolution de la variable collective  $q$ . L'intensité  $V$  peut être caractérisée par un temps  $\tau_\lambda$ . Celui-ci peut être défini comme le temps nécessaire pour que la probabilité de trouver le sous-système intrinsèque qui était dans un état propre donné de  $H_{\text{int}}$  à un instant  $t_0$  soit tombée à la valeur  $1/e$  à l'instant  $t_0 + \tau_\lambda$ . Ce temps est directement relié au libre parcours moyen  $\lambda$  pour la variable  $q$  considérée, soit  $\tau_\lambda = \lambda/\dot{q}$ . Il est une mesure de l'intensité de l'interaction ou du temps qui s'écoule entre deux actions successives de  $V$ . Le potentiel de couplage est dit faible (processus markovien) si

$$\tau_\Delta \text{ ou } \tau_{\Delta k} \ll \tau_\lambda \quad (\text{IV-2})$$

Il est fort (processus non-markovien) si  $\tau_\lambda \ll \tau_\Delta$  et  $\tau_{\Delta k}$  (IV-3)

La signification physique de ces inégalités est claire. Dans le cas de la relation (IV-2) le transfert d'énergie ou de quantité de mouvement se fait rapidement entre les actions successives du potentiel de couplage. L'inverse est vrai dans le cas (IV-3).

Il faut donc déterminer l'ordre de grandeur de  $\tau_\lambda$  et  $\tau_{\Delta k}$ . Pour cela on utilise le modèle schématisé sur la figure 12. Le recouvrement du puits du potentiel moyen de l'un des ions avec celui de

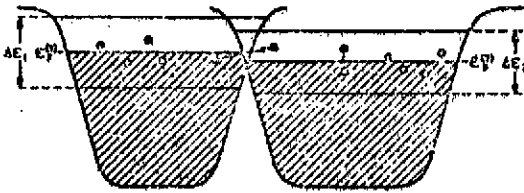


Figure 12 : Transfert d'énergie, de moment angulaire et de masse dû au recouvrement des potentiels moyens des deux ions<sup>14b</sup>, (fig. 1).

l'autre provoque l'excitation des particules au-dessus de la surface de Fermi des ions  $\epsilon_F^{(1)}$  et  $\epsilon_F^{(2)}$  dans des bandes d'énergie  $\Delta\epsilon_1$  et  $\Delta\epsilon_2$ , provoquant la création de paires (particule-trou). Des nucléons peuvent être transférés d'un puits dans l'autre. On estime alors  $\frac{\hbar k_F}{5} \ll \hbar \Delta k \ll \hbar k_F$  où  $k_F$  est le moment de Fermi dans la matière nucléaire, la limite inférieure correspondant à des nucléons à la surface des ions. Pour une énergie de bombardement par nucléon  $E/A = 4$  MeV,  $q = 0.093c$  ( $q$  est la distance relative entre les ions,  $c$  la vitesse de la lumière). Dans ces conditions,  $\tau_{\Delta k} \approx 15$  bsec. L'énergie  $\Delta E$  transférée par création d'une paire (particule-trou) est  $< \frac{2}{5} (\epsilon_F E/A)^{1/2}$ . Pour  $\epsilon_F = 40$  MeV on obtient  $\Delta E \approx 5$  MeV. Il faut par conséquent à peu près 25 créations de paires (particule-trou) pour dissiper

125 MeV d'énergie. Si le temps de réaction est de l'ordre de  $10^{-21}$  sec, le temps moyen entre deux créations successives de paires (particule-trou) est  $\tau_{\lambda} \approx 4,5$  bsec. Ce résultat est qualitativement confirmé par l'expérience<sup>1b</sup>.

Les conditions optimales d'applicabilité des concepts de transport sont réalisées lorsque (IV-1) et (IV-2) sont vérifiées et que

$$\tau_{eq} \ll \tau_{\lambda} \cdot \tau_{\Delta k} \tag{IV-4}$$

Le temps d'équilibration  $\tau_{eq}$  du sous-système intrinsèque peut être estimé de la façon suivante.

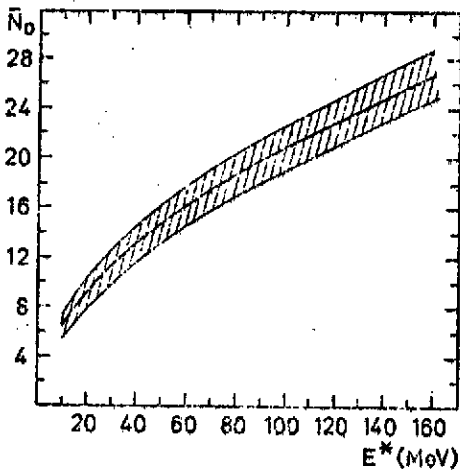


Figure 13 : Nombre moyen  $\bar{N}$  d'états particule-trou à  $E^*$  fixé et sa variance (zone hachurée)<sup>23,5</sup>.

Il est possible de connaître le nombre  $N$  de paires (particule-trou) formées lors de la collision entre les ions si l'on connaît l'énergie par nucléon transférée au sous-système intrinsèque à l'énergie d'excitation  $E^*$  considérée<sup>1</sup> (2è réf.). Ce nombre  $N$  est proche de  $\bar{N}$ , le nombre caractéristique de paires (particule-trou) du système en équilibre thermodynamique à l'énergie  $E^*$ <sup>23</sup> donné sur la figure 13. On peut donc considérer que le sous-système intrinsèque est approximativement en équilibre thermodynamique entre deux actions successives de  $V(q, \xi)$  : son temps d'équilibration  $\tau_{eq}$  est de l'ordre de grandeur de  $\tau_{\lambda}$ ,  $2\tau_{\lambda}$  soit  $\tau_{eq} \sim 5$  à  $10$  bsec. Ce temps est obtenu en estimant la durée de vie d'un état à  $\bar{N}$  paires (particule-trou). Si  $\Gamma^{\dagger}$  est la largeur d'échappement d'un état à une particule, la durée de vie de cet état est  $\tau = \hbar/2\Gamma^{\dagger}$ . Pour  $\bar{N}$  paires (particule-trou)  $\tau = \hbar/4N\Gamma^{\dagger}$ . On estime  $\Gamma^{\dagger} \approx 200$  keV<sup>24</sup> pour un état (particule-trou) situé entre 1.8 et 2.5 MeV au-dessus (ou en-dessous) de la surface de Fermi. Ces estimations montrent que  $\tau_{\lambda}$  est du même ordre de grandeur que  $\tau_{eq}$ .

En résumé, les conditions d'applicabilité d'une équation de Fokker-Planck à l'étude des collisions d'ions lourds sont données par les relations (IV-1), (IV-4) et (IV-2). La première condition est à peu près réalisée ( $\tau_{\text{coll}} \geq 30$  bsec,  $\tau_{\text{eq}} \leq 10$  bsec), la seconde ne l'est pas vraiment ( $\tau_{\lambda} \approx 3$  bsec,  $\tau_{\Delta k} \approx 15$  bsec), la troisième pas du tout. Ceci montre donc les limites imposées par un système nucléaire et la différence entre un tel système et la particule brownienne pour laquelle les conditions imposées sont parfaitement réalisées (le système " intrinsèque " des particules microscopiques est en équilibre thermodynamique, i.e.  $\tau_{\text{eq}} \approx 0$  et le temps caractéristique d'évolution de la particule macroscopique  $\tau_{\text{coll}}$  est beaucoup plus grand que  $\tau_{\text{eq}}$ ). Les estimations de temps caractéristiques montrent que pour les collisions d'ions lourds, le régime est celui qui correspond au couplage fort : plusieurs états à nombre différent de paires (particule-trou) peuvent se chevaucher entre deux actions du potentiel de couplage. Il existe des procédures techniques qui permettent de se replacer dans le cadre d'un système à couplage faible<sup>15b</sup>. Une méthode consistante qui permet de rendre le processus markovien (i.e. de dériver une équation du type Fokker-Planck) a été développée<sup>96</sup>. Elle nécessite l'introduction explicite de l'énergie d'excitation du sous-système intrinsèque comme variable macroscopique dans l'expression de la fonction de distribution. On peut montrer par ailleurs que la phase d'approche (début de la réaction) correspondant à une énergie d'excitation du système intrinsèque de quelques dizaines de MeV correspond à un temps qui est du même ordre de grandeur que  $\tau_{\text{rad}}$ . Cette partie du processus ne peut évidemment pas être décrite dans le cadre d'une théorie de transport.

L'estimation des temps discutée ci-dessus est relativement grossière. Elle donne cependant une idée des caractéristiques rencontrées dans la physique des ions lourds à des énergies de quelques MeV par nucléon et montre les limitations de principe et les difficultés qui sont rencontrées dans une description de transport.

Enfin, on conçoit, lorsque l'énergie de bombardement augmente, que le temps caractéristique d'évolution des variables collectives diminue, tendant à rendre la vérification de l'inégalité (IV-1) de plus en plus difficile et par conséquent l'image de la séparation en sous-systèmes de plus en plus douteuse. Il n'est pas clair dans l'esprit de l'auteur comment cette évolution se fait et une estimation quantitative des limites d'applicabilité des théories de transport reste à déterminer.

## 2. Exemple de dérivation des coefficients de transport classiques.

On se propose de présenter ici une méthode de dérivation des coefficients d'une équation de transport classique pour les variables collectives<sup>25,26,27</sup> en partant de la décomposition habituelle de l'Hamiltonien du système

$$H = H_{\text{coll}}(\{q\}) + H_{\text{int}}(\{\xi\}) + V(\{q\}, \{\xi\}) \quad (\text{IV-5})$$

où  $\{q\}$  et  $\{\xi\}$  représentent l'ensemble des variables collectives et intrinsèques. On suppose pour ce faire que les conditions d'applicabilité des concepts de transport discutées dans le paragraphe précédent sont vérifiées. Pour la simplicité de l'écriture, on se restreint au cas d'une seule variable  $q$ , la généralisation à plusieurs variables est immédiate. On pourra trouver dans la réf.<sup>5</sup> une représentation d'autres dérivations dans le cadre des théories et modèles développés<sup>13, 14, 15</sup>.

### a) Formulation générale.

La dynamique du sous-système collectif est supposée être décrite par le Lagrangien classique

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = T(q) - U(q) \quad (\text{IV-6})$$

où  $T(q)$  est l'énergie cinétique collective caractérisée par une masse d'inertie et  $U(q)$  un potentiel, par exemple le potentiel relatif entre les deux ions si  $q$  est la distance ou l'énergie de la goutte liquide avec ou sans effets de couches<sup>28</sup> si  $q$  est un degré de liberté de déformation.

Dans un intervalle de temps  $t_0 \leq t \leq t_1$ , on associe à  $\mathcal{L}$  l'intégrale d'action le long d'un chemin partant de  $q(t_0) \equiv q_0$  et se terminant en  $q(t_1) \equiv q_1$  :

$$S[q(t)] = \int_{t_0}^{t_1} dt \mathcal{L}(q, \dot{q}) \quad (\text{IV-7})$$

L'espace du sous-système intrinsèque est sous-tendu par un ensemble complet d'états orthonormés  $|a\rangle, |b\rangle, \dots$ . Si on dénote par  $A_{ba}[q(t)]$  l'amplitude de probabilité pour que le sous-système intrinsèque se trouve dans l'état  $|b\rangle$  à l'instant  $t$  s'il se trouvait dans l'état  $|a\rangle$  à l'instant  $t_0$ , on peut définir, pour deux chemins différents  $q$  et  $\tilde{q}$  (cf. figure 14) la fonctionnelle d'influence<sup>29,30</sup> :

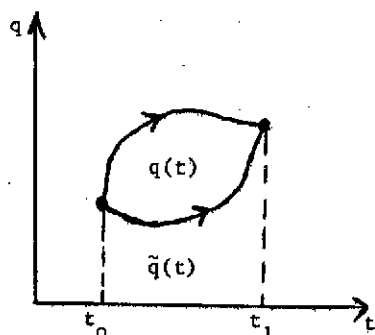


Figure 14 : Chemins entre  $t_0$  et  $t_1$

$$\rho_{ba} \equiv A_{ba}[q(t_1)] A_{ba}^*[\tilde{q}(t_1)] \quad (\text{IV-8})$$

Si un grand nombre d'états finaux  $|b\rangle$  sont accessibles au sous-système intrinsèque, on peut définir

$$\rho_a[q(t_1), \tilde{q}(t_1)] \equiv \sum_b \rho_{ba}[q(t_1), \tilde{q}(t_1)] \quad (\text{IV-9})$$

Dans les collisions très inélastiques d'ions lourds, la densité des niveaux d'états intrinsèques  $|b\rangle$  est très grande à l'énergie d'excitation des ions considérée. Le sous-système intrinsèque peut alors être caractérisé par des propriétés statistiques qui permettent de remplacer  $\rho_{ba}$  par sa valeur moyenne sur l'ensemble des états  $|b\rangle$ . Ainsi (IV-9) devient :

$$\bar{\rho}_a[q(t_1), \tilde{q}(t_1)] = \sum_b \bar{\rho}_{ba}[q(t_1), \tilde{q}(t_1)] \quad (\text{IV-10})$$

Définissant

$$\eta(t) = q(t) - \tilde{q}(t) \quad (\text{IV-11})$$

on montrera sur un cas particulier dans la suite que  $\bar{\rho}_a$  peut s'écrire sous la forme

$$\bar{\rho}_a[q(t_1), \tilde{q}(t_1)] \propto \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^{t_1} dt \eta(t) F(t) - \frac{1}{2\hbar^2} \int_{t_0}^{t_1} dt \int_{t_0}^{t_1} dt' \eta(t) \eta(t') G(t, t') + \theta(\eta^3) \right\} \quad (\text{IV-12})$$

où  $F$  et  $G$  sont fonctions de  $q$  et de ses dérivées.

La probabilité de transition quantique moyenne pour que le système se déplace de l'état initial  $\{q_0, |a\rangle\}$  à  $t = t_0$  au point  $\{q_1, |b\rangle\}$  à  $t = t_1$ , moyenné sur tous les états finaux  $|b\rangle$  du sous-système intrinsèque est donné par

$$|\overline{K_a}|^2 = \int_{q_0}^{q_1} \mathcal{D}q \int_{q_0}^{q_1} \mathcal{D}\tilde{q} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} [S(q) - S(\tilde{q})] \right\} \bar{\rho}_a[q, \tilde{q}] \quad (\text{IV-13})$$

Dans le membre de droite, les intégrations symbolisent la somme continue sur tous les chemins que peuvent suivre les variables  $q$  et  $\tilde{q}$  entre  $t_0$  et  $t_1$ .

La limite classique de cette probabilité est obtenue en appliquant l'approximation de la phase stationnaire à l'intégrand dans le membre de droite de (IV-13) (cf. appendice C). On obtient alors l'équation de la trajectoire classique  $q(t)$  suivie par le sous-système collectif :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = F(t) \quad (\text{IV-14})$$

En l'absence de couplage entre les deux sous-systèmes  $F = G = 0$ . Ceci montre que le sous-système intrinsèque agit sur le sous-système collectif par l'intermédiaire de forces  $F$  et on verra plus

loin que celles-ci peuvent, sous certaines conditions, s'écrire sous la forme  $\gamma \dot{q}$  et  $M\ddot{q}$ , c'est-à-dire des forces de type dissipatif et conservatif. Le terme quadratique en  $\eta$  dans (IV-12) représente les fluctuations du sous-système collectif autour de la trajectoire classique. Dans l'exemple qui suit,  $G(t, t') = 2Df(t, t')$  où  $D$  peut être interprété comme un coefficient de diffusion<sup>25,31</sup>,

La dérivation des coefficients de friction  $\gamma$  et de diffusion  $D$  ainsi que du paramètre de masse  $M$  permet de dériver pour  $q$  et son moment conjugué  $p$  une équation de transport pour la fonction de distribution classique  $P(q, p; t)$  en couplage faible ou en couplage fort<sup>96</sup>,

b) Dérivation explicite des coefficients de transport.

On se place dans la base intrinsèque fixe (indépendante de  $q$ ) des états propres de  $H_{int}(\xi)$  :

$$H_{int}(\xi)|a\rangle = \epsilon_a|a\rangle \quad (IV-15)$$

où  $\epsilon_a$  est l'énergie associée à  $|a\rangle$ .

L'opérateur d'évolution  $U$  du sous-système intrinsèque obéit à ( $\hbar = 1$  dans la suite) :

$$i \frac{\partial U}{\partial t} = [H_{int}(\xi) + V(q, \xi)]U \quad (IV-16)$$

Les propriétés statistiques du sous-système intrinsèque qui permettent de calculer  $\bar{\rho}_a$  moyennée sur un ensemble d'états  $|b\rangle$  sont introduites par l'intermédiaire du modèle des matrices aléatoires<sup>15</sup> : les éléments de matrice  $V_{ab}(q, \xi)$  entre les états intrinsèques  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$  forment un ensemble gaussien caractérisé par

$$\overline{V_{ab}} = 0 \quad (IV-17)$$

et ses seconds moments paramétrés sous la forme

$$\overline{V_{ab}(q)V_{cd}(\tilde{q})} = (\delta_{ac}\delta_{bd} + \delta_{ad}\delta_{bc})(D_a D_b)^{1/2} W_0 f\left[\frac{1}{2}(q + \tilde{q})\right] \exp\left\{-\frac{1}{2}(\epsilon_a - \epsilon_b)^2/\Delta^2\right\} \exp\left\{-\frac{1}{2}(q - \tilde{q})^2/\sigma^2\right\} \quad (IV-18)$$

La distance de corrélation entre les niveaux d'énergie  $\epsilon_a$  et  $\epsilon_b$  est caractérisée par  $\Delta$  définie plus haut et correspond à la largeur d'étalement des états correspondants. La longueur de corrélation  $\sigma$  est reliée au moment moyen transféré au cours d'une action de  $V$ ,  $\sigma^{-1} = \Delta k$ . Le paramètre  $W_0$  est une mesure de l'intensité du couplage  $V$ ,  $f$  un facteur de forme qui tient compte du recouvrement des ions au cours de la réaction,  $D_a$  et  $D_b$  sont les écartements moyens des niveaux intrinsèques aux énergies  $\epsilon_a$  et  $\epsilon_b$ .  $D_b$  décroît avec l'énergie d'excitation ainsi que les seconds moments (IV-18) : ceci se justifie dans la mesure où le recouvrement des états  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$  diminue quand  $\epsilon_b$  augmente. Des estimations sur l'ordre de grandeur de ces quantités peuvent être trouvées dans la référence<sup>25</sup>,

Dans l'approche considérée, l'expression de la valeur moyenne de la fonctionnelle d'influence est donnée par

$$\overline{\rho_{ba}[q(t), \tilde{q}(t')]} = \frac{\langle b | U(q, t, t_0) | a \rangle \langle a | U^\dagger(\tilde{q}, t', t_0) | b \rangle}{\langle a | a \rangle \langle b | b \rangle} \quad (\text{IV-19})$$

On essaie d'écrire cette fonctionnelle sous la forme donnée par (IV-12). Pour ce faire, on définit la fonctionnelle généralisée

$$P(T, \tau) = \int_b \exp\{i\epsilon_b \tau\} \bar{\rho}_{ba}(T + \frac{\tau}{2}, T - \frac{\tau}{2}) \quad (\text{IV-20})$$

$$\text{où } T = \frac{1}{2}(t + t'), \quad \tau = t - t'$$

qui est identique à  $\bar{\rho}_a$  pour  $\tau = 0$ .

En utilisant (IV-16), (IV-18), (IV-19) et (IV-20) il est possible de dériver pour P une équation intégral-différentielle qui s'écrit sous la forme

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(T, \tau)}{\partial t} = & \sqrt{2\pi\Delta} W_0 f[q(T)] \cdot \left\{ \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' g(T, \tau - \tau') e^{-\frac{\Delta^2}{2}(-\tau' + i\frac{\beta}{2})^2} P(T, \tau') \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} [q(T - \frac{\tau}{2} + \tau') - q(T - \frac{\tau}{2}) + \eta(T)]^2 / \sigma^2 \right. \\ & - \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' g(T, \tau - \tau') e^{-\frac{\Delta^2}{2}(\tau - \tau' + i\frac{\beta}{2})^2} P(T, \tau') e^{-\frac{1}{2} [q(T + \frac{\tau}{2}) - q(T - \frac{\tau}{2} + \tau')]^2 / \sigma^2} \\ & + \int_{\tau}^{\infty} d\tau' \tilde{g}^*(T, \tau' - \tau) e^{-\frac{\Delta^2}{2}(-\tau' + i\frac{\beta}{2})^2} P(T, \tau') e^{-\frac{1}{2} [q(T + \frac{\tau}{2}) - q(T + \frac{\tau}{2} - \tau') + \eta(T)]^2 / \sigma^2} \\ & \left. - \int_{\tau}^{\infty} d\tau' \tilde{g}^*(T, \tau' - \tau) e^{-\frac{\Delta^2}{2}(\tau - \tau' + i\frac{\beta}{2})^2} P(T, \tau') e^{-\frac{1}{2} [q(T + \frac{\tau}{2} - \tau') - q(T - \frac{\tau}{2})]^2 / \sigma^2} \right\} \quad (\text{IV-21}) \end{aligned}$$

Dans cette expression g est une fonction de Green définie par

$$G_a(t, t') \equiv \frac{\langle a | U(q, t, t') | a \rangle}{\langle a | a \rangle} = e^{-i\epsilon_a(t-t')} g[\tau, \tau'] \quad (\text{IV-22})$$

et  $\tilde{g}$  celle qui correspond au chemin  $\tilde{q}$ . Ces fonctions vérifient une équation intégral-différentielle non linéaire<sup>25</sup>.

Pour arriver à (IV-21) les approximations suivantes ont été introduites :

- (i) f(q) est une fonction qui varie lentement avec q ;
- (ii)  $D_a = e^{-\beta\epsilon_a}$ , où  $\beta^{-1}$  est une température nucléaire,
- (iii) P(T,  $\tau$ ) et  $\eta(T)$  sont des fonctions qui varient lentement avec T.



On peut montrer que l'équation (IV-21) a une solution,  $P_{eq}(T, \tau)$ , qui est indépendante de  $T$  lorsque  $T$  devient grand et ceci quelle que soit l'intensité du couplage  $V$ , dans la mesure où  $\beta \Delta \ll 1$ , c'est-à-dire pour des températures  $\beta^{-1}$  élevées. Cette solution vérifie (IV-21) pour  $\eta = 0$ .

$$\text{Pour } \tau < 0 : P_{eq}(T, \tau) \approx \tilde{g}^*(T, -\tau - i\beta) / \tilde{g}^*(T, -i\beta)$$

(IV-23)

$$\text{Pour } \tau > 0 : P_{eq}(T, \tau) \approx g(T, \tau - i\beta) / g(T, -i\beta)$$

Si on écrit :

$$P(T, \tau) \equiv P_{eq}(T, \tau) e^{\int^T dT' L(T', \tau)}$$

(IV-24)

On montre que :

$$\begin{aligned} L(T, 0) = & -\eta(T) \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma^2} W_0 \Delta f[q(T)] \left\{ \int_{-\infty}^0 d\tau' g(T, -\tau') P_{eq}(T, \tau') e^{-\frac{\Delta^2}{2}(-\tau' + \frac{i\beta}{2})^2} \right. \\ & \left. e^{-\frac{1}{2}[q(T+\tau') - q(T)]^2 / \sigma^2} [q(T-\tau') - q(T)] \right. \\ & \left. + \int_0^{\infty} d\tau' g^*(T, \tau') P_{eq}(T, \tau') e^{-\frac{\Delta^2}{2}(-\tau' + \frac{i\beta}{2})^2} e^{-\frac{1}{2}[q(T) - q(T-\tau')]^2 / \sigma^2} [q(T) - q(T+\tau')] \right\} \\ & - \frac{\eta^2(T)}{2} \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma^2} W_0 \Delta f[q(T)] \left\{ \int_{-\infty}^0 d\tau' g(T, -\tau') P_{eq}(T, \tau') e^{-\frac{\Delta^2}{2}(-\tau' + \frac{i\beta}{2})^2} e^{-\frac{1}{2}[q(T+\tau') - q(T)]^2 / \sigma^2} \right. \\ & \left. + \int_0^{\infty} d\tau' g^*(T, \tau') P_{eq}(T, \tau') e^{-\frac{\Delta^2}{2}(-\tau' + \frac{i\beta}{2})^2} e^{-\frac{1}{2}[q(T) - q(T-\tau')]^2 / \sigma^2} \right\} + \theta(\eta^3) \end{aligned} \quad (IV-25)$$

La définition (IV-24) et la relation (IV-25) montrent que la fonctionnelle d'influence a la forme cherchée, donnée par (IV-12). Il suffit alors d'identifier les coefficients  $\gamma, \mu$  dans le terme linéaire en  $\eta$  et  $D$  dans le terme quadratique en  $\eta$ , en développant les quantités  $[q(T \pm \tau') - q(T)]$  en série de Taylor autour de  $q$  et en retenant les termes d'ordre le plus bas en  $\dot{q}$  et  $\ddot{q}$ .

On peut obtenir une forme analytique approximative pour la fonction de Green  $g$  dans les deux cas correspondant au couplage faible ( $W_0$  petit) et au couplage fort ( $W_0$  grand) :

$$g(T, \tau) \approx e^{-\frac{1}{2} \omega |\tau|} \quad (\text{couplage faible})$$

$$g(T, \tau) \approx e^{-\frac{1}{2} \frac{\tau^2}{\tau_0}} \quad (\text{couplage fort})$$

où  $\omega$  et  $\tau_0$  sont des quantités dépendant des paramètres introduites dans (IV-18)<sup>25</sup>.

Dans le cas du couplage faible il vient :

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \frac{2\sqrt{2\pi}}{\sigma^2} W_0 \Delta f[q(T)] e^{\frac{\beta^2 \Delta^2}{8} \int_0^\infty d\tau' \tau' e^{-\omega\tau'} e^{-\frac{1}{2} \left[ \frac{q^2}{\sigma^2} + \Delta^2 \right] \tau'^2}} \sin \left[ \frac{\beta \Delta^2 \tau'}{2} \right] \\
 M &= \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma^2} W_0 \Delta f[q(T)] e^{\frac{\beta^2 \Delta^2}{8} \int_0^\infty d\tau' \tau'^2 e^{-\omega\tau'} e^{-\frac{1}{2} \left[ \frac{q^2}{\sigma^2} + \Delta^2 \right] \tau'^2}} \sin \left[ \frac{\beta \Delta^2 \tau'}{2} \right] \\
 D &= \frac{2\sqrt{2\pi}}{\sigma^2} W_0 \Delta f[q(T)] e^{\frac{\beta^2 \Delta^2}{8} \int_0^\infty d\tau' e^{-\omega\tau'} e^{-\frac{1}{2} \left[ \frac{q^2}{\sigma^2} + \Delta^2 \right] \tau'^2}} \cos \left[ \frac{\beta \Delta^2 \tau'}{2} \right]
 \end{aligned} \tag{IV-26}$$

et des expressions semblables dans le cas du couplage fort. On obtient ainsi une expression explicite pour  $F(t)$  (cf. (IV-14)) ainsi que pour  $G(t, t')$  (IV-12).

On peut montrer par ailleurs en reprenant l'expression (IV-25),<sup>25</sup> que les coefficients  $\gamma$  et  $D$  sont reliés entre eux par la relation

$$\gamma = \frac{1}{2} \beta_{\text{eff}} D$$

à la limite où  $\dot{q}$  est très petit. Cette relation a la forme de la relation d'Einstein (cf. chapitre III). Dans le cas du couplage faible  $\beta_{\text{eff}}^{-1}$  est la température du système intrinsèque,  $\beta \propto \langle \epsilon_b \rangle^{-1/2}$ . Dans le cas du couplage fort,  $\beta_{\text{eff}} \propto \langle \epsilon_b \rangle^{-1/2}$  où  $\langle \epsilon_b \rangle = \langle \epsilon_b \rangle + \beta/\tau_0^2$ ,  $\beta/\tau_0^2$  représentant l'énergie d'interaction due à l'action du potentiel de couplage et  $\langle \epsilon \rangle$  l'énergie totale contenue dans le sous-système intrinsèque. La différence entre les deux cas est une manifestation de l'intensité du couplage qui fait dériver le sous-système intrinsèque hors de la couche d'énergie dans le cas du couplage fort<sup>15</sup>.

Cette dérivation quelque peu fastidieuse peut être répétée dans le cas du choix d'une base intrinsèque adiabatique<sup>26</sup>. Elle est limitée par les approximations et hypothèses (haute température, variation lente de la variable collective  $q$ ) dont il est possible de se défaire partiellement en résolvant numériquement (IV-21) et l'équation qui régit l'évolution de la fonction de Green. Elle constitue une méthode élégante parmi tous les modèles et théories dans lesquelles on tente de faire une dérivation microscopique des coefficients de transport. Elle montre aussi les limitations imposées à l'évolution des variables collectives : celle-ci doit être " lente " pour que se justifient les approximations qui mènent à l'identification des forces dissipative et conservative. Ce point est inhérent à d'autres théories aussi<sup>13</sup>.

V. DESCRIPTION DU TRANSFERT DANS LES COLLISIONS D'IONS LOURDS : MASSE, CHARGE ET MOMENT ANGULAIRE.

Des efforts extrêmement importants ont été faits ces dernières années afin d'obtenir une description satisfaisante de l'évolution des variables et observables macroscopiques dans les collisions d'ions lourds en termes de processus de transport. De nombreux modèles basés sur des approches phénoménologiques ou dérivés de théories de type microscopique ont été développés pour la description quantitative du transfert de l'énergie et du moment angulaire relatifs en énergie d'excitation et énergie de rotation intrinsèque des ions<sup>14b,32-36</sup>.

Il s'est avéré très vite que le transfert de nucléons entre les ions observé expérimentalement par la mesure des distributions de masse et de charge en fin de réaction est un ingrédient essentiel pour la compréhension du processus de collision. On peut dire que la nature du mécanisme de transfert est encore assez mal comprise, c'est pourquoi divers types de modèles ont été développés. Au savoir de l'auteur, il existe essentiellement deux points de vue. Dans le premier type d'approche<sup>32,36,37,38</sup>, le transfert est décrit en termes de variable collective, l'asymétrie de masse  $y = (A_2 - A_1)/(A_1 + A_2)$  ( $A_1, A_2$  = masses des ions) et (ou)  $z = (Z_2 - Z_1)/(Z_1 + Z_2)$  ( $Z_1, Z_2$  = charges des ions). Dans la seconde<sup>39-43</sup>, le processus se comprend comme un transfert de nucléons individuels.

Les deux points de vue ne sont pas identiques. Dans le premier cas, le transfert de nucléons est régi par la topologie de la surface d'énergie potentielle, somme du potentiel relatif agissant entre les ions et de l'énergie de liaison du fondamental du système<sup>32</sup>. Dans le second cas, c'est la probabilité de transfert de chaque particule en présence du potentiel qui agit entre les ions qui est l'ingrédient essentiel du mécanisme. De fait, cette seconde approche introduit des éléments microscopiques.

Dans la suite de ce chapitre, on se propose d'étudier divers modèles décrivant le transfert de nucléons et de moment angulaire et de les appliquer à l'étude de cas spécifiques pour lesquels un certain nombre de résultats expérimentaux ont été accumulés.

1. Transfert de neutrons et de protons.

a) Considérations générales sur le mécanisme.

On conçoit intuitivement que le transfert de particules entre deux ions en interaction se fait différemment pour les neutrons et les protons, ces derniers étant soumis au potentiel coulombien additionnel qui freine le passage d'un noyau à l'autre. Des indications expérimentales précises ont montré, pour des réactions assez périphériques correspondant à de faibles énergies d'excitation intrinsèques, un flux riche en neutrons, avec un rapport des variances en masse et en charge des fonctions de distribution correspondantes qui diminue avec l'énergie d'excitation des ions dans la région quasi-élastique<sup>44</sup>. Cette évolution semble pouvoir se comprendre en termes de somme des énergies de liaison des ions,  $B_1(N_1, Z_1) + B_2(N_2, Z_2)$  dans leur état fondamental : la figure 15 montre l'exemple de la réaction  $^{136}_{54}\text{Xe}_{82} + ^{56}_{26}\text{Fe}_{30}$  pour  $E_{\text{lab}} = 800$  MeV. Le système tend à descendre rapidement dans la vallée de stabilité de façon à

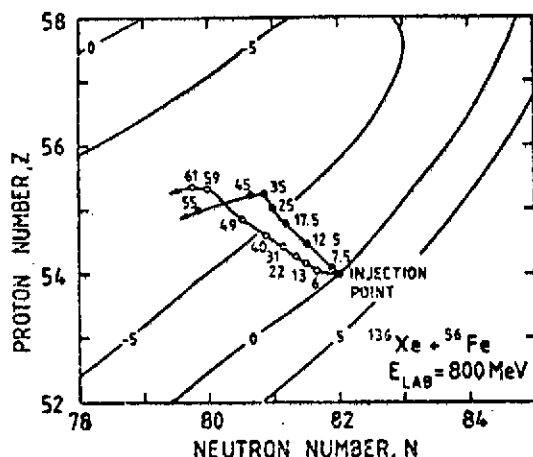


Figure 15 : Somme des énergies de liaison Xe+Fe en fonction du nombre de protons (Z) et de neutrons (N) dans le fragment du type Xe et évolution du système en fonction de l'énergie d'excitation des fragments. Points noirs : expérience. Points blancs : calcul théorique (cf. plus loin)<sup>45</sup>, (fig. 7).

dèles s'attachant à la description de ce mécanisme peuvent être trouvés dans les références<sup>39-43,46</sup>.

b) Le modèle : équations du mouvement.

Le sous-système collectif est caractérisé par la distance relative  $r$ , l'angle de déflexion  $\theta$ , le nombre de protons et de neutrons  $Z_1$  et  $N_1$  du projectile. Le mouvement relatif  $(r, \theta)$  est donné dans l'approximation classique justifiée par la courte longueur d'onde associée au mouvement relatif, par les équations de Newton

$$\mu \frac{d^2 r}{dt^2} = \mu r^2 \ddot{\theta} - \frac{dV_N}{dr} - \frac{dV_{c\ell b}}{dr} - K_r \left( \frac{dV_N}{dr} \right)^2 \dot{r} \quad (V-1)$$

$$\mu \frac{d}{dt} (r^2 \dot{\theta}) = - K_\theta \left( \frac{dV_N}{d\theta} \right)^2 r^2 \dot{\theta} \quad (V-2)$$

Les forces de friction, proportionnelles à  $\dot{r}$  et  $\dot{\theta}$  sont celles dérivées par Gross et Kalinowski<sup>11</sup>,  $V_N$  et  $V_{c\ell b}$  sont les potentiels nucléaire et coulombien relatifs.

L'évolution du nombre de neutrons et de protons dans l'un des ions (projectile) au cours de la réaction supposée binaire est donnée par une équation de Fokker-Planck à deux dimensions de type sur-critique (absence de termes d'inertie, cf. chapitre III) pour la fonction de distribution  $P(N_1, Z_1, t)$  :

réaliser l'équilibration de charge et de masse ( $N_1/Z_1 \approx N_2/Z_2 \approx (N_1 + N_2)/(Z_1 + Z_2)$ ) puis évolue dans la vallée de stabilité vers le minimum d'énergie  $B_1 + B_2$ , maximisant ainsi l'énergie d'excitation des fragments. Cette évolution se comprend qualitativement : la pente des surfaces d'énergies des ions dans une direction perpendiculaire à la vallée de stabilité étant très forte, les ions échangent dans un premier temps des protons et des neutrons à masse constante pour atteindre la vallée de stabilité pour le système total, après quoi ce dernier évolue dans la vallée de stabilité vers le minimum d'énergie correspondant généralement, pour des noyaux assez lourds, à des fragments d'égale masse ( $A_1 = A_2 = A/2$ ).

On se propose d'étudier à l'aide du modèle de transport assez récent de Gross et Hartmann<sup>45</sup> le transfert de protons et de neutrons pour un certain nombre de réactions. D'autres mo-

$$\frac{\partial}{\partial t} P(N_1, Z_1, t) = \left[ -\frac{\partial}{\partial N_1} v_{N_1}(N_1, Z_1, t) - \frac{\partial}{\partial Z_1} v_{Z_1}(N_1, Z_1, t) + \frac{\partial^2}{\partial N_1^2} D_{N_1 N_1}(N_1, Z_1, t) + \frac{\partial^2}{\partial Z_1^2} D_{Z_1 Z_1}(N_1, Z_1, t) \right] P(N_1, Z_1, t) \quad (V-3)$$

Dans cette équation  $N_1$  et  $Z_1$  sont considérés comme des variables continues, les coefficients de dérive  $v_{N_1}$  et  $v_{Z_1}$  caractérisent la direction vers laquelle  $P$  évolue et les coefficients de diffusion  $D_{N_1 N_1}$ ,  $D_{Z_1 Z_1}$  sa largeur dans les directions  $N_1$  et  $Z_1$  (cf. chapitre III). Le processus d'échange étant considéré comme un mécanisme s'appliquant à des particules indépendantes, (V-3) ne contient pas de termes du type  $\partial^2 D_{N_1 Z_1} / \partial N_1 \partial Z_1$  qui introduit une corrélation entre la diffusion des neutrons et des protons.

La fonction de distribution satisfait aux conditions initiales :

$$P(N_1, Z_1; t = 0) = \delta(N_1 - N_{1i}) \delta(Z_1 - Z_{1i}) \quad (V-4)$$

où  $N_{1i}$  et  $Z_{1i}$  caractérisent le projectile avant la réaction.

En supposant que  $P$  reste approximativement gaussienne au cours du temps, elle peut être caractérisée par ses deux premiers moments, et l'équation (V-3) est remplacée par

$$\frac{d\langle N_1 \rangle}{dt} = v_{N_1}(\langle N_1 \rangle, \langle Z_1 \rangle, t) \quad (V-5)$$

$$\frac{d\langle Z_1 \rangle}{dt} = v_{Z_1}(\langle N_1 \rangle, \langle Z_1 \rangle, t) \quad (V-6)$$

$$\frac{d\sigma_{N_1}^2}{dt} = 2 \left\{ \left( \sigma_{N_1}^2 \frac{\partial}{\partial N_1} + \sigma_{N_1 Z_1}^2 \frac{\partial}{\partial Z_1} \right) v_{N_1} + D_{N_1 N_1}(\langle N_1 \rangle, \langle Z_1 \rangle, t) \right\} \quad (V-7)$$

$$\frac{d\sigma_{Z_1}^2}{dt} = 2 \left\{ \left( \sigma_{Z_1}^2 \frac{\partial}{\partial Z_1} + \sigma_{N_1 Z_1}^2 \frac{\partial}{\partial N_1} \right) v_{Z_1} + D_{Z_1 Z_1}(\langle N_1 \rangle, \langle Z_1 \rangle, t) \right\} \quad (V-8)$$

$$\frac{d\sigma_{N_1 Z_1}^2}{dt} = \left( \sigma_{N_1 Z_1}^2 \frac{\partial}{\partial Z_1} + \sigma_{N_1}^2 \frac{\partial}{\partial N_1} \right) v_{Z_1} + \left( \sigma_{N_1 Z_1}^2 \frac{\partial}{\partial N_1} + \sigma_{Z_1}^2 \frac{\partial}{\partial Z_1} \right) v_{N_1} \quad (V-9)$$

$$\text{où : } \langle N_1 \rangle \equiv \int dN_1 dZ_1 N_1 P(N_1, Z_1, t) / \int dN_1 dZ_1 P(N_1, Z_1, t)$$

$$\langle Z_1 \rangle \equiv \int dN_1 dZ_1 Z_1 P(N_1, Z_1, t) / \int dN_1 dZ_1 P(N_1, Z_1, t)$$

$$\sigma_{N_1}^2 \equiv \langle N_1^2 \rangle - \langle N_1 \rangle^2$$

$$\sigma_{Z_1}^2 \equiv \langle Z_1^2 \rangle - \langle Z_1 \rangle^2$$

$$\sigma_{N_1 Z_1}^2 \equiv \langle N_1 Z_1 \rangle - \langle N_1 \rangle \langle Z_1 \rangle$$

Dans ces conditions, la fonction de distribution s'écrit :

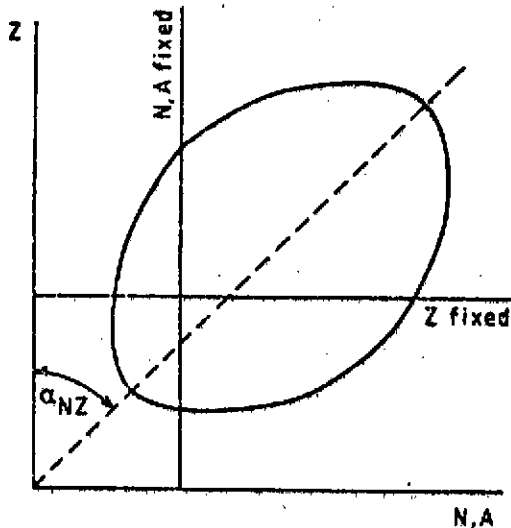
$$P(N_1, Z_1, t) = (\sigma_{N_1}^2 \sigma_{Z_1}^2 - \sigma_{N_1 Z_1}^4)^{-1/2} \cdot \exp \left\{ - \frac{(N_1 - \langle N_1 \rangle)^2 \sigma_{Z_1}^2 + (Z_1 - \langle Z_1 \rangle)^2 \sigma_{N_1}^2 - 2(N_1 - \langle N_1 \rangle)(Z_1 - \langle Z_1 \rangle) \sigma_{N_1 Z_1}^2}{2(\sigma_{N_1}^2 \sigma_{Z_1}^2 - \sigma_{N_1 Z_1}^4)} \right\} \quad (V-10)$$

Il est intéressant d'étudier l'évolution de P dans le plan  $(N_1, Z_1)$ .

Le coefficient

$$\chi \equiv \sigma_{N_1 Z_1}^2 / \sigma_{N_1} \sigma_{Z_1} \quad (V-11)$$

caractérise le degré de corrélation neutron-proton. Le mouvement de corrélation maximum des protons contre (resp. avec) les neutrons correspond à  $\chi = -1$  (resp.  $\chi = +1$ ) et pour  $\chi = 0$  ce mouvement est totalement non corrélé,



Les contours correspondant à P constant dans le plan  $(N_1, Z_1)$  forment des ellipses dont l'axe principal est incliné d'un angle (cf. figure 16)

$$\alpha = \text{Arctg} \left\{ \frac{\sigma_{N_1}^2 - \sigma_{Z_1}^2 + \sqrt{(\sigma_{N_1}^2 - \sigma_{Z_1}^2)^2 + 4\chi^2 \sigma_{N_1}^2 \sigma_{Z_1}^2}}{2\chi \sigma_{N_1} \sigma_{Z_1}} \right\} \quad (V-12)$$

par rapport à l'axe des  $Z_1$ . Il prend les valeurs :

$$\begin{cases} \pi - \text{Arctg}(\sigma_{N_1} / \sigma_{Z_1}) & \chi = -1 \\ \frac{\pi}{2} & \chi = 0 \\ \text{Arctg}(\sigma_{N_1} / \sigma_{Z_1}) & \chi = +1 \end{cases} \quad (V-13)$$

Figure 16 : Contour à P constant dans le plan  $(N_1, Z_1)$  (fig. 1)

Si le système a le temps d'atteindre sa valeur d'équilibre dans la répartition des protons et des neutrons, l'angle limite  $\alpha$  doit correspondre à celui de la vallée de stabilité (cf. § V-1a). On peut facilement montrer que :

$$\sigma_{A_1}^2 = \sigma_{N_1}^2 + \sigma_{Z_1}^2 + 2\chi \sigma_{N_1} \sigma_{Z_1}$$

$$\sigma_{A_1 Z_1}^2 = \sigma_{Z_1} (\sigma_{Z_1} + \chi \sigma_{N_1})$$

où  $A_1$  est le nombre total de particules dans un ion.

c) Coefficients de transport.

Le système d'équations (V-1), (V-2), (V-5) - (V-9) peut être intégré dans le temps si les coefficients de transport  $v$  et  $D$  sont explicitement connus.

Le modèle<sup>45</sup> suppose que le processus de transfert de nucléons est déterminé par la probabilité  $\pi(\vec{r}_i, \vec{p}_i; C \rightarrow P) \equiv \pi_i(C \rightarrow P)$  pour qu'un nucléon (proton ou neutron) dans la cellule de l'espace de phase  $\{[\vec{r}_i, \vec{r}_i + d\vec{r}_i], [\vec{p}_i, \vec{p}_i + d\vec{p}_i]\}$  passe de l'ion cible  $C$  dans l'ion projectile  $P$  et  $\pi_i(P \rightarrow C)$  pour le processus inverse. Si ces probabilités sont toutes égales, la probabilité pour que  $n$  particules (protons ou neutrons) parmi les  $N$  particules présentes soient transférées de  $C$  dans  $P$  est donnée par

$$W_{n,N}(C \rightarrow P) = \frac{N!}{n!(N-n)!} \pi^n(C \rightarrow P) [1 - \pi(C \rightarrow P)]^{N-n} \quad (V-14)$$

A l'aide de la fonction génératrice

$$Z(\lambda) \equiv \prod_{i=1}^N \{1 - \pi_i(C \rightarrow P) + \lambda \pi_i(C \rightarrow P)\} \quad (V-15)$$

$$Z(1) = 1$$

on peut calculer le nombre moyen de particules transférées et la variance correspondante :

$$\langle n \rangle_{C \rightarrow P} = \left. \frac{\partial Z}{\partial \lambda} \right|_{\lambda=1} = \prod_{i=1}^N \pi_i(C \rightarrow P) \quad (V-16)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{n_1, C \rightarrow P}^2 &\equiv \langle n^2 \rangle_{C \rightarrow P} - \langle n \rangle_{C \rightarrow P}^2 = \left. \frac{\partial^2 Z}{\partial \lambda^2} \right|_{\lambda=1} + \langle n \rangle_{C \rightarrow P} - \langle n \rangle_{C \rightarrow P}^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \pi_i(C \rightarrow P) [1 - \pi_i(C \rightarrow P)] \end{aligned} \quad (V-17)$$

La dérive  $v$  est égale à la variation du nombre moyen de particules dans le projectile :

$$\begin{aligned} v &\equiv \frac{d\langle n \rangle}{dt} = \frac{d(\langle n \rangle_{C \rightarrow P} - \langle n \rangle_{P \rightarrow C})}{dt} \\ &= 2 \int \frac{d\vec{p}d\vec{r}}{(2\pi\hbar)^3} \{ \pi(C \rightarrow P) - \pi(P \rightarrow C) \} \end{aligned} \quad (V-18)$$

où le facteur correspond à la dégénérescence, les protons et les neutrons étant traités séparément.

La variance totale dans les deux directions ( $C \rightarrow P; P \rightarrow C$ ) est donnée  $\sigma_n^2 = \sigma_{n, C \rightarrow P}^2 + \sigma_{n, P \rightarrow C}^2$ .  
Le coefficient de diffusion est égal à la variation de cette variance par unité de temps :

$$D = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_n^2}{dt} = \int \frac{d\vec{p}d\vec{r}}{(2\pi\hbar)^3} \left\{ \pi(C \rightarrow P) [1 - \pi(C \rightarrow P)] + \pi(P \rightarrow C) [1 - \pi(P \rightarrow C)] \right\} \quad (V-19)$$

d) Probabilité de transfert d'un nucléon.

Il reste à déterminer les probabilités de transfert  $\pi(C \rightarrow P)$  et  $\pi(P \rightarrow C)$ . Les nucléons sont supposés se déplacer indépendamment les uns des autres dans un potentiel commun au système cible-projectile. La géométrie du système est montrée dans la figure 17 (dans un système de coordonnées cylindriques  $\{r, \rho\}$ ) et la dynamique dans la figure 18. Un nucléon d'impulsion  $\vec{p}$  faisant un angle  $\theta_p$  avec l'axe du système et situé à une distance  $\rho$  de cet axe peut être transféré de

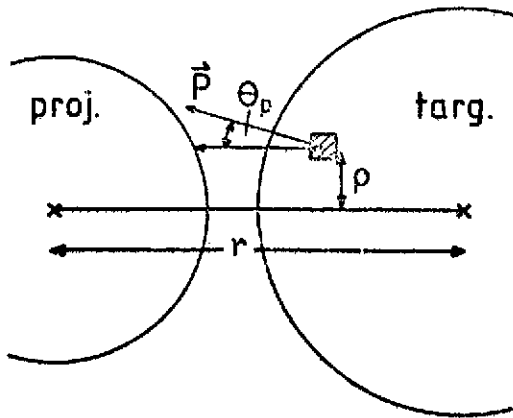


Figure 17 : Géométrie du système cible-projectile<sup>45</sup>, (fig.2).  $r$  est la distance entre les centres des ions.

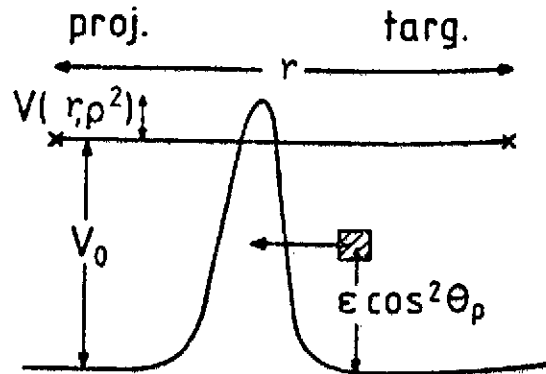


Figure 18 : Dynamique du système cible-projectile<sup>45</sup>, (fig. 2).

la cible dans le projectile et vice versa. Il est situé dans un puits de potentiel de profondeur  $V_0$  et soumis à la barrière  $V(r, \rho^2)$  entre les ions au-dessus ou en-dessous du zéro d'énergie.

La probabilité de transfert  $\pi(C \rightarrow P)$  est le produit de trois contributions :

- la probabilité pour que la cellule de l'espace de phase  $(\vec{p}, \vec{r})$  d'énergie  $\epsilon$  soit occupée par un proton (ou un neutron) dans la cible. Elle est donnée par la distribution de Fermi isotrope :

$$n_C(\epsilon) = \{1 + \exp[(\epsilon - \mu_C)/\tau]\}^{-1} \quad (V-20)$$

où  $\mu_C$  est l'énergie de Fermi du proton (ou neutron) du noyau cible et  $\tau$  la température du sous-système intrinsèque calculée dans le modèle du gaz de Fermi (cf. plus loin).

- La probabilité pour que la cellule correspondante dans le projectile soit inoccupée :

$$1 = n_P(\epsilon, \dot{r}) = \{1 + \exp[(\mu_P + p_F \dot{r} - \epsilon)/\tau]\}^{-1} \quad (V-21)$$

où  $\mu_P$  est l'énergie de Fermi,  $p_F$  le moment de Fermi dans le projectile et  $\dot{r}$  la vitesse relative du projectile et de la cible. En pratique l'énergie à la surface de Fermi de la particule dans la cible est donnée par :

$$\frac{1}{2} m(\vec{v}_F + \dot{r})^2 - \frac{1}{2} m \dot{r}^2 = \mu_P + p_F \cdot \dot{r}$$

En se restreignant aux particules proches de la surface de Fermi, supposant que le déplacement



$\frac{1}{2}$  se fait uniquement dans la direction radiale et en moyennant sur toutes les directions de  $p_F$  pour  $0 < |\theta_p| < \frac{\pi}{2}$  (cf. figure 17) on obtient (V-21). Le terme  $p_F \cdot \hat{r}$  abaisse le niveau de Fermi vu par le nucléon dans la cible dans la voie d'entrée ( $\hat{r} < 0$ ) et l'élève dans la voie de sortie ( $\hat{r} > 0$ ).

- La probabilité de transfert de la cellule de l'espace de phase de la cible dans le projectile. Cette probabilité de transfert ou de passage par effet tunnel (cf. figure 18) est donnée, dans l'approximation parabolique de la barrière  $V(r, \rho^2)$  entre les ions par :

$$f(\epsilon, r) = \left[ 1 + \exp\left\{ \frac{V(r, \rho^2) + V_0 - \epsilon \cos^2 \theta_p}{\omega(r, \rho^2)} \right\} \right]^{-1} \quad (V-22)$$

où  $\omega$  est relié à la courbure de la barrière :

$$\omega(r, \rho^2) = \frac{\hbar}{2\pi} \left( \frac{1}{m} \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} \right)^{1/2}$$

En résumé, la probabilité de transfert d'un nucléon de la cible dans le projectile est donnée en regroupant (V-20), (V-21) et (V-22) :

$$\pi(C \rightarrow P) = n_C(\epsilon) [1 - n_P(\epsilon, \hat{r})] f(\epsilon, r) \quad (V-23)$$

qui est différente pour les protons et les neutrons puisque ces particules sont placées dans des potentiels différents. Une expression semblable peut être dérivée pour  $\pi(P \rightarrow C)$ .

e) Expression des coefficients de transport.

La combinaison de (V-18), (V-19) et (V-23) donne l'expression des coefficients de transport  $v(r)$  et  $D(r)$  pour les protons et les neutrons, dans le cadre des approximations discutées ci-dessus. En négligeant les effets du mouvement relatif entre le projectile et la cible ( $p_F \cdot \hat{r} \approx 0$ ), on peut montrer que pour  $\omega \gg \tau$  :

$$v(r) \approx -N(\bar{\mu}, r) F$$

$$D(r) \approx \begin{cases} \frac{1}{2} [N(\bar{\mu}, r) - M(\bar{\mu}, r)] |F| & \tau \ll |F| \\ \frac{1}{2} [N(\bar{\mu}, r) - M(\bar{\mu}, r)/3] \tau & \tau \gg |F| \end{cases} \quad (V-24)$$

avec

$$N(\bar{\mu}, r) = \frac{m}{2\pi\hbar^3} \int_0^{\bar{\rho}} d\rho^2 \omega(r, \rho^2) \ln \left\{ 1 + \exp \left[ - \frac{V(r, \rho^2) + V_0 - \bar{\mu}}{\omega(r, \rho^2)} \right] \right\} \quad (V-25)$$

$$M(\bar{\mu}, r) = N(\bar{\mu}, r) - \frac{m}{2\pi\hbar^3} \int_0^{\bar{\rho}} d\rho^2 \frac{\omega(r, \rho^2)}{1 + \exp \left[ \frac{V(r, \rho^2) + V_0 - \bar{\mu}}{\omega(r, \rho^2)} \right]}$$

qui décrivent le passage par effet tunnel des protons et des neutrons à travers une fenêtre d'ouverture maximum  $\bar{\rho}$  (figure 17),  $\bar{\mu} = 1/2(\mu_C + \mu_P)$  est l'énergie moyenne de Fermi pour un type de nucléons donné et  $F = \mu_P - \mu_C$  la force de dérive (cf. plus loin).

Il est intéressant d'étudier la forme des coefficients pour différents cas limites. Ainsi, pour

une probabilité de passage par effet tunnel petite,  $N \gg M$  (cf. (V-25)) et une température  $\tau$  très petite  $2D(r) \approx |v(r)|$ , soit par (V-18) et (V-19) :  $d\sigma_n^2 \approx |d\langle n \rangle|$ , la variance est égale au nombre de particules transférées, ce qui correspond au résultat donné par le problème de la marche aléatoire classique. Pour  $\tau$  grand, par contre,  $v(r) = D(r)F/\tau$ , la relation d'Einstein (cf. chapitre III) est vérifiée.

Dans le cas d'une probabilité de passage grande et une température faible :

$$D(r) \sim \frac{m}{4\pi\hbar^3} |F| \int_0^{\rho^2} d\rho^2 \omega(r, \rho^2)$$

le coefficient de diffusion est proportionnel à la courbure de la barrière, un résultat typique de la présence de fluctuations quantiques.

En résumé, les équations (V-24) donnent les expressions des coefficients de transport associés à la description du transfert de nucléons indépendants entre le projectile et la cible. Le modèle tient compte approximativement des effets quantiques associés à la traversée de la barrière de potentiel qui existe entre les ions en interaction. Cette barrière est différente pour les protons et les neutrons, les premiers sentant les effets de l'interaction coulombienne relative qui agit entre les noyaux. Les approximations introduites dans la dérivation sont essentiellement d'ordre géométrique (voir paragraphe 1d.)

f) Applications du modèle.

La force de dérive  $F_Z$  agissant sur les protons et introduite dans (V-24) est donnée par :

$$F_Z = S_{Z_1}(N_1, Z_1) - S_{Z_2}(N_2, Z_2) + \Delta V_{c\ell b} + \Delta V_\ell + \Delta V_n \quad (V-26)$$

où  $S_{Z_1}$  ( $S_{Z_2}$ ) sont les énergies de séparation d'un neutron dans le projectile (la cible) calculées à l'aide du modèle de la goutte liquide sans et avec effets de couches et  $\Delta V_{c\ell b}$ ,  $\Delta V_\ell$ ,  $\Delta V_n$  l'action du champ moyen créée par la cible sur les nucléons du projectile. Une expression semblable est obtenue pour  $F_N$  ( $\Delta V_{c\ell b} = 0$  dans ce cas).

L'énergie  $V_0 - \bar{\mu}$  est calculée comme l'énergie de séparation moyenne dans les deux ions. Comme elle varie lentement pour les différentes combinaisons projectile-noyau, elle est prise constante. Pour des distances de séparation finies entre les noyaux, des corrections semblables à celles utilisées dans (V-26) sont introduites.

La température (la même pour les deux fragments) est calculée dans le modèle du gaz de Fermi :

$$\tau = \sqrt{E^*/a} \quad a \approx A/8$$

La barrière de potentiel  $V(r, \rho^2 = 0)$ , et  $\omega(h, \rho^2 = 0)$  est obtenue en ajustant des fonctions paraboliques sur les barrières en  $N$  et  $Z$  entre le projectile et la cible. Pour  $\rho > 0$ , une procédure empirique permet de déterminer  $\bar{\rho}_N$  et  $\bar{\rho}_Z$  <sup>45</sup>.

La figure 19 montre l'évolution des énergies de séparation  $S_N, S_Z$  des forces de dérive  $F_N$  et  $F_Z$ , des probabilités de pénétrations de barrière  $f_N$  et  $f_Z$ , des rayons d'ouverture de la fenêtre

dans laquelle se fait l'échange de nucléons  $\bar{\rho}_N$  et  $\bar{\rho}_Z$  et des coefficients de diffusion  $D_{NN}$  et  $D_{ZZ}$  en fonction du temps pour le système Xe sur Fe à  $E_{lab} = 800$  MeV,  $\ell = 150 \hbar$  et  $\ell = 120 \hbar$ .

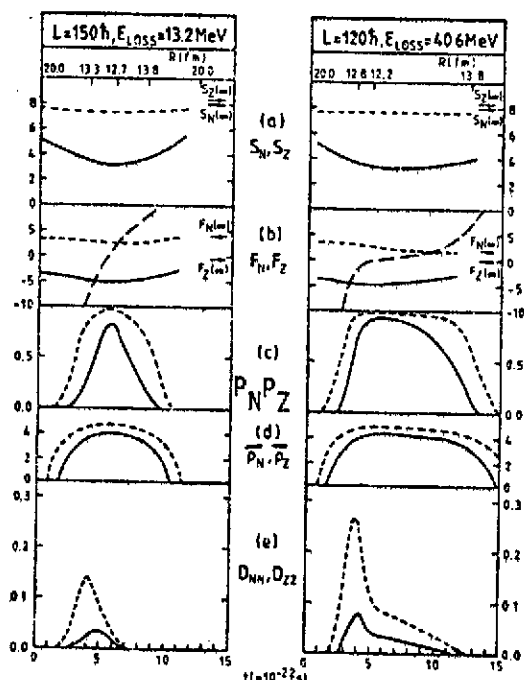


Figure 19 : Evolution dans le temps des quantités caractérisant le modèle pour Xe sur Fe <sup>45</sup>, (fig. 4) (cf. texte). Les courbes en petits pointillés correspondent aux neutrons, les courbes en trait plein aux protons,  $S_N, S_Z$  : énergies de séparation  $F_N, F_Z$  : forces de dérive  $P_N, P_Z$  : pénétration de barrière au centre de la fenêtre de transfert ( $f_N, f_Z$  dans le texte)  $\bar{\rho}_N, \bar{\rho}_Z$  : dimensions de la fenêtre de transfert  $D_{NN}, D_{ZZ}$  : coefficients de diffusion. Les courbes en grands traits discontinus correspondent au cas où  $p_F \dot{r} \neq 0$  (cf. texte)

Ces courbes sont obtenues par intégration simultanée dans le temps des équations (V-1), (V-2) et (V-5) - (V-9). On remarque que les probabilités de pénétration de barrière sont plus importantes pour les neutrons que pour les protons, quelle que soit l'énergie dissipée par friction et qu'il en va de même pour les coefficients de diffusion. Pour  $\ell = 120 \hbar$  le temps d'interaction des deux ions est plus long que pour  $\ell = 150 \hbar$ .

La figure 20 montre les distributions expérimentales et théoriques  $P(N_1, Z_1; t = \infty)$  pour différentes réactions à différents angles, dans le plan  $(N_1, Z_1)$ . Le point d'injection  $(N_1, Z_1)$  pour  $t = 0$  est marqué par une croix. On observe un déplacement du centroïde de la distribution dans certains cas. Les effets de la dérive ont été montrés dans la figure 19 (cf. plus haut :  $F_N$  et  $F_Z$ ) pour Xe sur Fe. On voit que la théorie reproduit assez bien les observations expérimentales.

La figure 21 montre l'évolution du rapport des variances  $\sigma_N^2 / \sigma_Z^2$  pour différentes énergies d'excitation et différents systèmes. Les rapports expérimentaux tendent vers la valeur 2.5 pour des énergies d'excitation croissantes, les calculs reproduisent plus ou moins bien ce résultat. On remarquera que pour des systèmes riches en neutrons (Xe sur Sn), les rapports à basse énergie d'excitation sont beaucoup plus forts ( $\approx 10$ ) que pour les systèmes plus pauvres en neutrons (Xe sur Fe). Ceci se comprend aisément : pour de faibles énergies d'excitation, le flux de neutrons qui mène le système dans la vallée de stabilité est beaucoup plus important que le flux de protons, les distributions s'élargissent plus vite dans la direction des neutrons que dans la direction des protons.

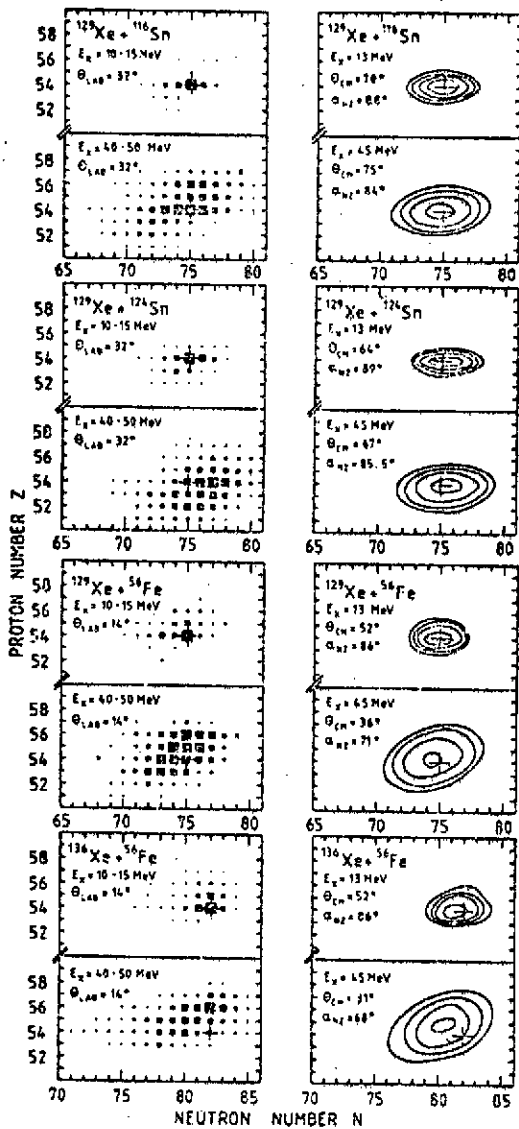


Figure 20 : Distributions expérimentales et théoriques<sup>45</sup>, (fig. 6) (cf. texte).

Figure 22 : Coefficient de corrélation pour différents systèmes en fonction de l'énergie d'excitation intrinsèque<sup>45</sup>, (fig. 9).

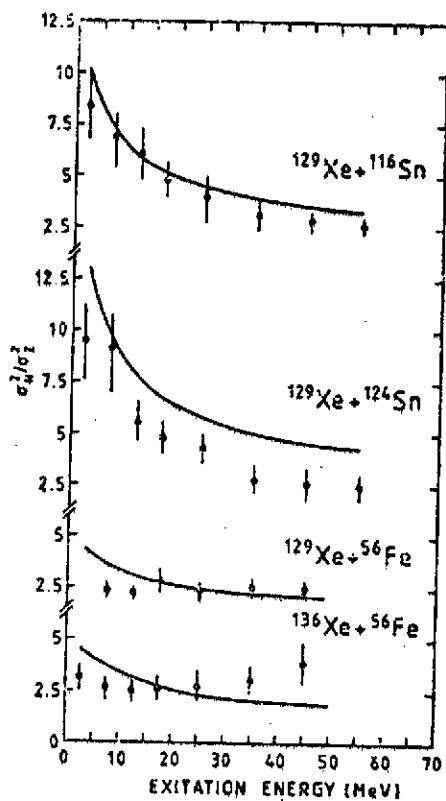
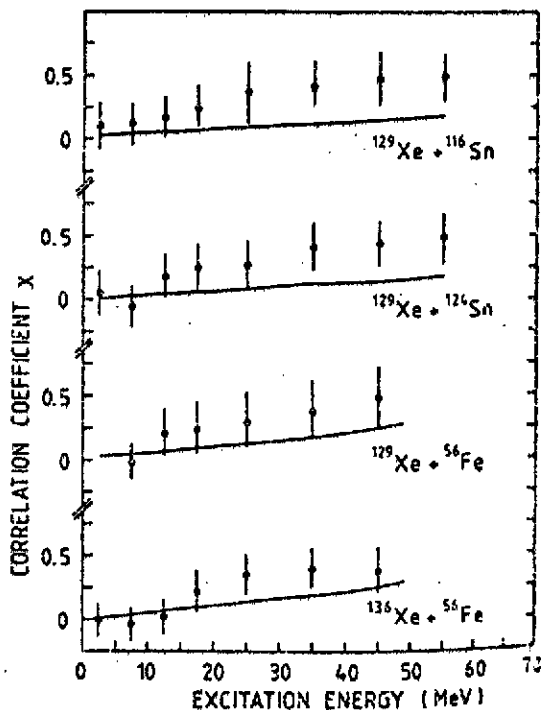


Figure 21 : Rapport de variances en protons et neutrons pour différentes énergies d'excitation intrinsèques<sup>45</sup>, (fig. 8)



La mesure des distributions de masse (cf. paragraphe 1b.) permet de déterminer  $\chi$ . La comparaison avec le calcul est montrée dans la figure 22. On voit que l'accord est généralement bon, le calcul sous-estime cependant l'importance des corrélations proton-neutron.

Les valeurs absolues des variances  $\sigma_{N_1}^2$  et  $\sigma_{Z_1}^2$  sont difficiles à reproduire. On voit qu'elles sont généralement trop petites (cf. figure 23).

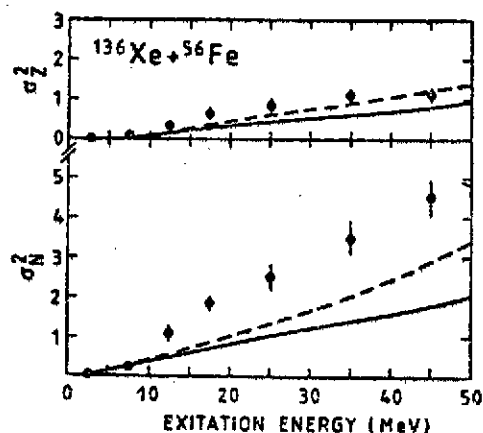


Figure 23 : Variances en protons et neutrons pour Xe sur  $Fe^{45}$ , (fig. 10). Les courbes en traits pointillés correspondent à l'inclusion d'une interaction à deux corps (effets de pairing, par exemple).

Dans certains cas (cf. figure 24) les calculs théoriques sont très éloignés des résultats expérimentaux à basse énergie d'excitation.

La figure 25 montre le coefficient de corrélation  $\chi$  pour le système Fe sur U. Pour des énergies d'excitation intrinsèque inférieures à 20 MeV  $\chi$  devient négatif, un résultat que la théorie ne peut pas expliquer car ceci impliquerait que la diffusion se ferait dans la direction perpendiculaire à la vallée de stabilité. Ce mécanisme est en fait fortement empêché par la pente des surfaces d'énergie potentielles qui est très grande. (cf. paragraphe 1a.)

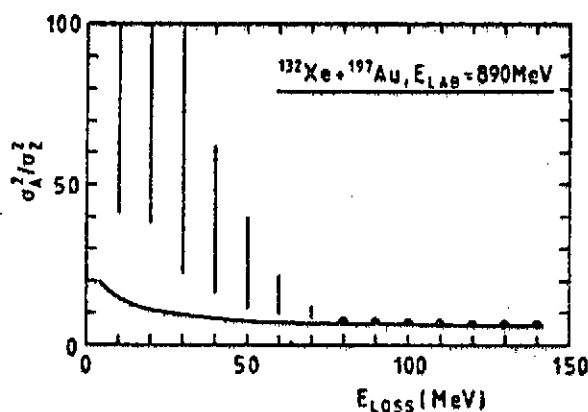


Figure 24 : Rapport de variances  $\sigma_{A_1}^2 / \sigma_{Z_1}^2$  pour Xe sur  $Au^{45}$ , (fig. 13)

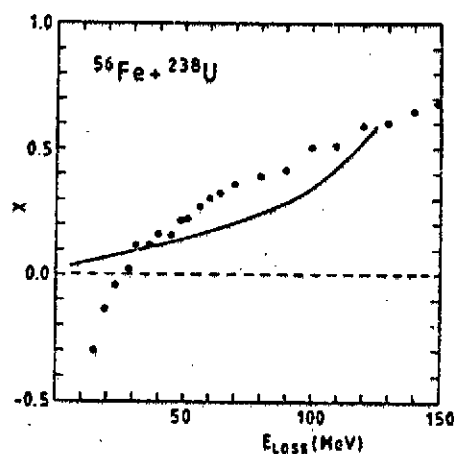


Figure 25 : Fonction de corrélation pour Fe sur  $U^{45}$ , (fig. 16)

g) Conclusions.

Le modèle qui a été discuté est intéressant dans la mesure où il tente d'introduire dans la description certains aspects quantiques du transfert de nucléons (effets de barrière). L'introduction des variables collectives  $(r, \theta)$  se fait dans le cadre de la mécanique classique et le transfert de protons et de neutrons dans celui de la mécanique statistique. Il reproduit qualitativement la plupart des résultats expérimentaux, en particulier le processus rapide d'équilibration dans la répartition des neutrons et des protons dans les noyaux (figure 21). Par contre, les variances de la distribution finale sont en général, trop petites et la corrélation entre protons et neutrons est sous-estimée. Elle semble même être en désaccord avec l'expérience dans le cas précis Fe sur U.

Il est clair que les désaccords avec l'expérience sont liés aux hypothèses et approximations introduites. Celles-ci sont de différents types : approximations géométriques (transfert des nucléons suivant une direction parallèle à l'axe des centres des noyaux, absence des effets dus à la déformabilité, absence de col entre les ions), approximation des particules indépendantes dans le cadre du modèle du gaz de Fermi, traitement différent pour les variables collectives  $(r, \theta)$  d'une part,  $(N_1, Z_1)$  d'autre part, approximation gaussienne pour la fonction de distribution des protons et des neutrons, utilisation d'une équation de transport pour les énergies d'excitation intrinsèques petites. Il est difficile de déterminer la part d'importance exacte de chaque point de cette liste. Ceci demande une amélioration point par point du modèle. Plus intéressantes, de l'avis de l'auteur, sont les contradictions flagrantes qui peuvent apparaître dans certains cas entre la théorie et l'expérience. On reviendra sur cette question dans le chapitre suivant.

2. Corrélations des moments angulaires de rotation dans les collisions d'ions lourds.

Dans la voie de sortie d'une réaction à une énergie de quelques MeV par nucléon, les fragments excités peuvent atteindre des moments angulaires élevés, de quelques dizaines d'unités  $\hbar$ . L'étude de l'état rotationnel des noyaux<sup>94</sup> peut apporter des renseignements intéressants sur leur structure, en particulier sur leurs moments d'inertie. La mesure des moments angulaires est délicate et se fait de manière indirecte : étude de la décroissance  $\gamma$  des fragments (multiplicité  $\gamma^{47-49}$ ), de la production de particules légères<sup>50</sup> et des fragments de fission<sup>51, 52, 94</sup>. Cette étude en est encore à ses débuts. Le développement des techniques expérimentales ("château de cristal", "boule de cristal", ...) dans un proche avenir devrait permettre d'accumuler des données de type exclusif qui améliore la détermination des moments d'inertie des ions excités.

On se propose de montrer sur un modèle simple comment on peut accéder à ces quantités<sup>53</sup>.

Au cours de la réaction, la friction tangentielle qui s'exerce entre les ions transforme une partie du moment angulaire relatif initial  $\vec{L}$  en moments de rotation intrinsèque des ions  $\vec{L}_1$  et  $\vec{L}_2$ . On suppose ici que  $\vec{L}, \vec{L}_1$  et  $\vec{L}_2$  restent alignés dans la même direction. On néglige donc les effets de désalignement des noyaux qui sont induits par des fluctuations d'ordre statistique générés par des modes particuliers de rotation ("bending", "tilting", "wiggling", "twisting"...) des ions<sup>54</sup>.

a) Le modèle<sup>53</sup>.

On se place dans le cadre d'un modèle de transport en supposant que la distribution des moments

intrinsèques  $l_1$  et  $l_2$  obéit à une équation de Fokker-Planck :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} P(l_1, l_2; t) = & - \frac{\partial}{\partial l_1} (v_1 P) - \frac{\partial}{\partial l_2} (v_2 P) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial l_1^2} (D_1 P) \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial l_2^2} (D_2 P) + \frac{\partial^2}{\partial l_1 \partial l_2} (D_{12} P) \end{aligned} \quad (V-27)$$

Les coefficients de dérive  $v_{l_1}$ ,  $v_{l_2}$  sont reliés à l'énergie de rotation du système  $U_l$  pour  $l, l_1, l_2$  fixés par les relations d'Einstein :

$$v_1 = \frac{D_1}{T} \frac{\partial U_l}{\partial l_1} \quad ; \quad v_2 = \frac{D_2}{T} \frac{\partial U_l}{\partial l_2} \quad (V-28)$$

où 
$$U_l \cong \frac{l_1^2}{2J_1} + \frac{l_2^2}{2J_2} + \frac{(l - l_1 - l_2)^2}{2J_{rel}}$$

$J_1, J_2, J_{rel}$  étant les moments d'inertie intrinsèques des ions et le moment relatif,  $D_1$  et  $D_2$  les coefficients de diffusion ( $D_{12}$  est choisi nul),  $T$  la température du complexe di-nucléaire.

Le potentiel  $U_l$  (V-28) étant quadratique en  $l_1$  et  $l_2$ , l'équation (V-27) possède une solution analytique exacte de type gaussien<sup>55</sup> si  $D_1, D_2$  et  $T$  sont supposés constants. On peut calculer explicitement les premiers et seconds moments  $\langle l_k \rangle$  ( $k = 1, 2$ ),  $\sigma_k^2 = \langle l_k^2 \rangle - \langle l_k \rangle^2$  et  $\sigma_{12}^2 = \langle l_1 l_2 \rangle - \langle l_1 \rangle \langle l_2 \rangle$  qui déterminent complètement la distribution  $P$ .

Ainsi :

$$\begin{aligned} \langle l_k(t) \rangle &= \frac{J_k}{J_{tot}} l - A_k e^{-\frac{t}{\tau_1}} - B_k e^{-\frac{t}{\tau_2}} \\ \sigma_1^2 &= \frac{J_1 (J_{rel} + J_2)}{J_{tot}} T + E_1 e^{-\frac{2t}{\tau_1}} - F_1 e^{-\frac{2t}{\tau_2}} \\ \sigma_2^2 &= \frac{J_2 (J_{rel} + J_1)}{J_{tot}} T + E_2 e^{-\frac{2t}{\tau_1}} - F_2 e^{-\frac{2t}{\tau_2}} \\ \sigma_{12}^2 &= - \frac{J_1 J_2}{J_{tot}} T - \frac{D_1 D_2}{\lambda_1 (\lambda_1 - \lambda_2) J_{rel} T} e^{-\frac{2t}{\tau_1}} + \frac{D_1 D_2}{\lambda_2 (\lambda_1 - \lambda_2) J_{rel} T} e^{-\frac{2t}{\tau_2}} \end{aligned} \quad (V-29)$$

où  $J_{tot} = J_1 + J_2 + J_{rel}$ ,  $A_k, B_k, E_1, F_1, E_2, F_2$  sont des coefficients,  $\tau_1$  et  $\tau_2$  des temps de relaxation qui s'expriment en fonction des moments d'inertie, des coefficients  $D_1, D_2$  et de la température,  $\lambda_{1,2} = -\tau_{1,2}^{-1}$ .

Lorsque  $t \rightarrow \infty$ , les moments atteignent des valeurs d'équilibre. Ainsi

$$\langle l_k \rangle_{eq} = \frac{J_k}{J_{tot}} l \quad \text{et} \quad (\sigma_1^2)_{eq} = \frac{J_1 (J_{rel} + J_2)}{J_{tot}}$$

et des relations semblables pour  $(\sigma_2^2)_{eq}$  et  $(\sigma_{12}^2)_{eq}$ .

Si on définit

$$\sigma^2 \equiv \langle (\ell_1 + \ell_2)^2 \rangle - \langle \ell_1 + \ell_2 \rangle^2 \quad (V-30)$$

$$\text{alors } \sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\sigma_{12}^2$$

où la variance  $\sigma_{12}^2$  mesure la corrélation entre les moments intrinsèques des noyaux. A l'équilibre ce terme vaut :

$$(\sigma_{12}^2)_{\text{eq}} = - \frac{\mathcal{J}_1 \mathcal{J}_2}{\mathcal{J}_{\text{tot}}} T$$

et il est maximum pour la fragmentation symétrique en masse, c'est-à-dire  $\mathcal{J}_1 = \mathcal{J}_2$  (étant entendu que, s'il existe, le degré de déformation est le même pour les deux ions).

L'existence de la corrélation  $\sigma_{12}^2$  est particulièrement intéressante. Elle est en effet reliée à l'angle de corrélation

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctg \left[ \frac{2\sigma_{12}^2}{\sigma_2^2 - \sigma_1^2} \right] \quad (V-31)$$

dont ont tourné les axes de symétrie de la distribution P dans le plan  $(\ell_1, \ell_2)$  si, pour  $t = 0$  les axes de symétrie étaient parallèles aux axes de coordonnées ( $\sigma_{12}^2(0) = 0$ ) (cf. définition semblable dans le paragraphe 1 du chapitre V ci-dessus qui traite du transfert de masse et de charge).

A l'équilibre :

$$\alpha_{\text{eq}} = \frac{1}{2} \arctg \left[ - \frac{2\mathcal{J}_1 \mathcal{J}_2}{\mathcal{J}_{\text{rel}} (\mathcal{J}_2 - \mathcal{J}_1)} \right] \quad (V-32)$$

et  $\alpha_{\text{eq}} \geq -45^\circ$ , la valeur limite étant atteinte pour  $\mathcal{J}_1 = \mathcal{J}_2$ .

b) Calculs explicites.

L'utilisation des expressions (V-29) pour la détermination de l'angle de corrélation  $\alpha$  dans une réaction donnée nécessite la connaissance de temps d'interaction  $\tau_{\text{int}}(\ell)$  des ions pour une énergie de bombardement  $E_1$  et un moment angulaire initial  $\ell$  fixés ainsi que la dissipation d'énergie  $\langle \Delta E \rangle = \langle \Delta E_1 \rangle + \langle \Delta E_2 \rangle$  dans l'excitation des fragments qui donne la température  $T \approx (\langle \Delta E \rangle / a)^{1/2}$  à la fin de la réaction. Pour ce faire, on peut utiliser un modèle phénoménologique<sup>36,56, 57</sup>, dans lequel on tient compte de la déformation des ions à l'aide d'un coefficient de déformation  $\epsilon(t)$  commun aux deux fragments. Les coefficients de diffusion  $D_1$  et  $D_2$  sont fixés à partir de l'expérience. La figure 26 montre l'évolution des quantités caractéristiques en fonction de  $\ell$  en fin de réaction pour le système Kr + Sm à 7 MeV par nucléon. L'évolution des fonctions de distribution pour Kr + Sm et Ho + Ho est donnée dans la figure 27. Les courbes fermées correspondent à  $P(\ell_1, \ell_2)$  constant. Les fluctuations dans le transfert de moment angulaire augmentent avec  $\langle \Delta E \rangle$  ainsi que les effets d'anticorrélation caractérisés par  $\alpha$ .



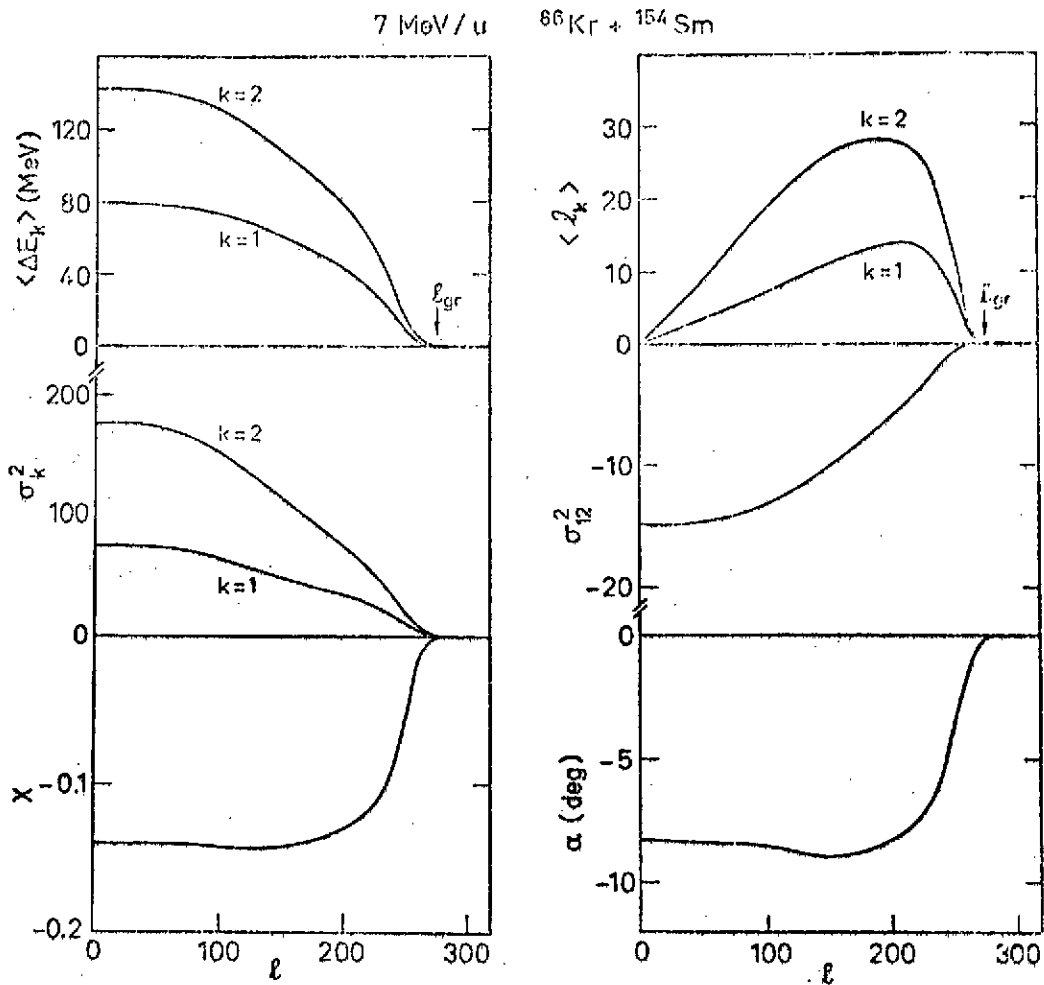


Figure 26 : Evolution des quantités caractéristiques dans la réaction Kr + Sm en fonction de  $l^{53}$ , (fig. 1) ;  $\chi = \sigma_{l2}^2 / \sigma_1 \cdot \sigma_2$ .

La mesure expérimentale des effets de corrélation devrait permettre de confirmer ou d'infirmier l'applicabilité de modèles de transport au transfert de moment angulaire et d'obtenir des renseignements sur la structure des ions excités par l'intermédiaire de leurs moments d'inertie ((V-29), (V-31)). Il reste à savoir si les techniques expérimentales permettent de déceler ces effets qui peuvent être faibles.

Le modèle qui a été présenté ci-dessus contient des simplifications assez fortes : les effets de désalignement sont négligés, le mouvement relatif est traité de façon approximative (pas d'interprétation explicite au cours du temps), les ingrédients de l'équation de transport sont supposés constants (coefficients de diffusion, température), les moments d'inertie calculés pour des corps rigides avec une même déformation pour les deux ions. Ces divers points peuvent

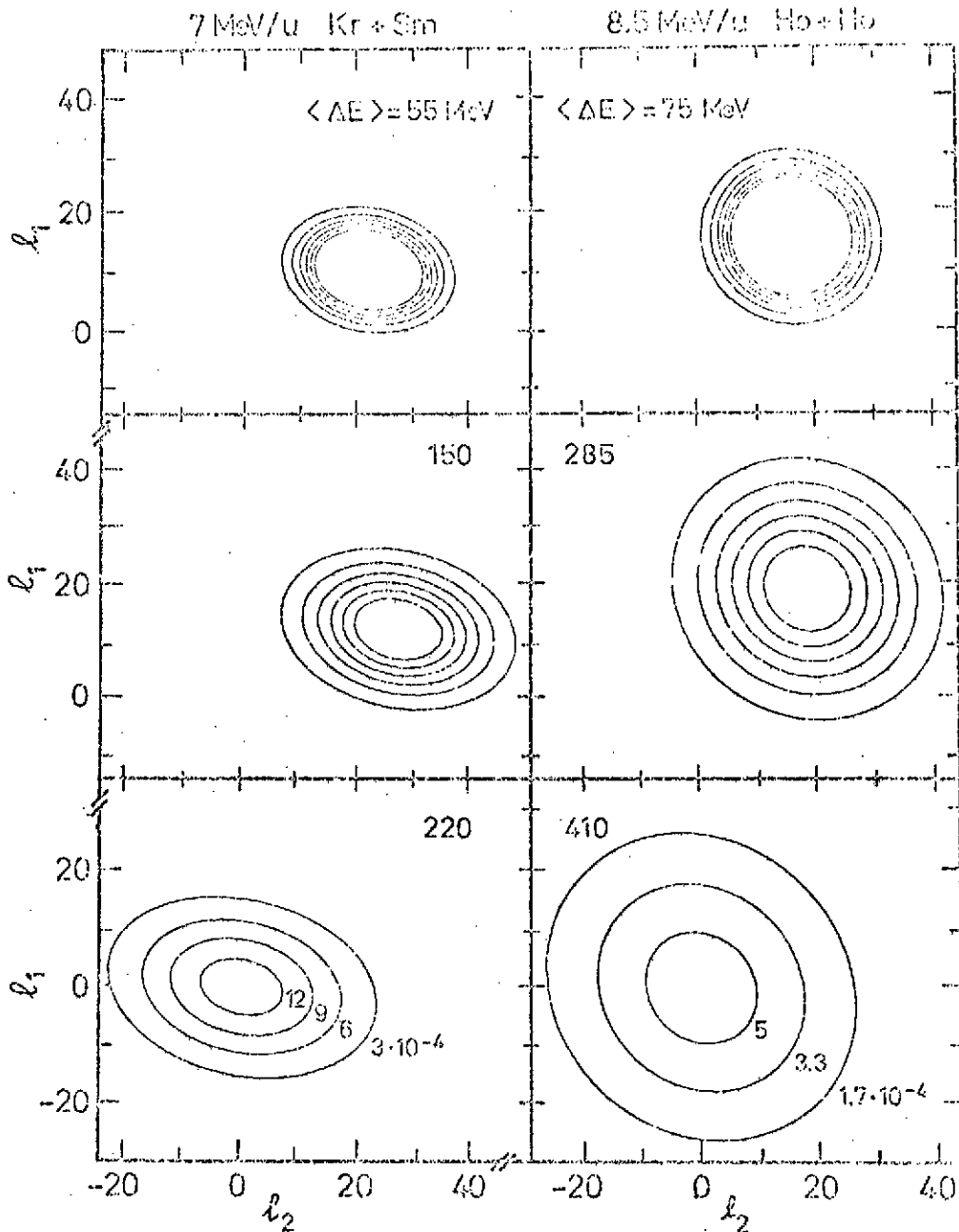


Figure 27 : Evolution des distributions de moments angulaires  $P(l_1, l_2; t_{int})$  en fonction de l'énergie d'excitation  $\langle \Delta E \rangle$  pour Kr + Sm et Ho + Ho<sup>53</sup>, (fig. 3). L'angle de corrélation  $\alpha$  augmente avec  $\langle \Delta E \rangle$ .

cependant être améliorés en principe, en utilisant des modèles plus réalistes pour la description du mouvement relatif ainsi que les quantités entrant dans l'équation de transport (V-27).

### 3. Description du transfert de masse ; exemples de collisions entre ions lourds de masse moyenne.

Le modèle présenté et discuté au paragraphe 1 du présent chapitre décrit le transfert de nucléons entre ions en termes de particules individuelles dans un potentiel moyen et soumises à l'action d'une force de dérive. Ce modèle utilise des ingrédients microscopiques.

Le transfert peut ainsi être considéré comme un processus de nature collective en introduisant la variable d'asymétrie de masse  $y = (A_2 - A_1)/A$  où  $A_1$  et  $A_2$  sont le nombre de nucléons dans les ions,  $A = A_1 + A_2$ . On suppose ici que le transfert se fait dans les conditions correspondant à l'équilibre de charges,  $Z_1/A_1 = Z_2/A_2 = Z/A$  ( $Z_i$  = nombre de protons dans chaque ion). Cette hypothèse est valable si l'équilibration se fait rapidement au cours de la réaction. Elle est généralement assez bien vérifiée expérimentalement<sup>58</sup>.

Dans la suite on se propose de présenter un modèle qui décrit le transfert de masse en termes de la variable collective  $y$  et de l'appliquer à l'étude de la collision de  $^{32}\text{S}$  sur des noyaux de masse moyenne à des énergies de quelques MeV par nucléon qui a été étudiée de façon détaillée du point de vue expérimental<sup>59,60</sup> et théorique<sup>61-64</sup>.

a) Le modèle.

Les variables  $\{Q_i(t)\}$  introduites pour la description des mouvements collectifs sont la distance relative  $r$ , le moment angulaire relatif  $l$ , les moments angulaires intrinsèques des ions  $l_1$  et  $l_2$  ainsi que l'asymétrie de masse  $y$  traitée comme une variable continue. L'évolution du sous-système collectif est en principe donnée par une équation de transport pour la distribution multidimensionnelle  $P(r; l; l_1; l_2; y; t)$ . Comme l'intégration d'une telle fonction est en dehors des possibilités de calcul actuels, on suppose que cette distribution se factorise dans la variable  $y$  d'une part et les autres variables d'autre part. On se borne à décrire l'évolution de ces dernières en termes de leur premier moment

$$\langle Q_i(t) \rangle = \int \prod_j dQ_j P(\{Q_j\}; t) Q_i$$

En pratique, on suppose que les  $\langle Q_i(t) \rangle$  sont régies par les équations du mouvement données par un modèle phénoménologique classique<sup>65</sup> :

$$\mu \frac{dr}{dt} = P_r \quad (V-33)$$

$$\frac{dp_r}{dt} = F_{\text{coul}}(r) + F_{\text{cent}}(r, l) + F_{\text{nuc}}(r) + F_{\text{rad}}(r) \quad (V-34a)$$

$$\frac{dl_1}{dt} = F_{\text{tg}}^{(1)}(r; l_1; l_2) \quad (V-34b)$$

$$\frac{dl_2}{dt} = F_{\text{tg}}^{(2)}(r; l_1; l_2) \quad (V-34c)$$

$$\frac{dl_1}{dt} + \frac{dl_2}{dt} + \frac{dl}{dt} = 0 \quad (V-34d)$$

où  $\mu$  est la masse réduite, les trois premiers termes du membre de droite de (V-34a) sont les

forces conservatives agissant entre les ions,  $F_{\text{rad}}$  et  $F_{\text{tg}}^{(i=1,2)}$  des forces dissipatives radiale et tangentielle proportionnelles à la vitesse radiale et aux vitesses angulaires relative et intrinsèques des ions ainsi qu'au volume de recouvrement de matière lors de la collision. Les forces traduisent phénoménologiquement le couplage entre les variables intrinsèques et collectives en permettant le transfert irréversible d'énergie et de moment angulaire entre les sous-systèmes correspondants. L'équation (V-34d) exprime la conservation du moment angulaire total.

L'évolution de l'asymétrie de masse est régie par l'équation de transfert<sup>14,32</sup>

$$\frac{\partial P}{\partial t}(y; \ell; t) = - \frac{\partial}{\partial y} [v(y; \ell; t)P(y; \ell; t)] + \frac{\partial^2}{\partial y^2} [D(y; \ell; t)P(y; \ell; t)] \quad (\text{V-35})$$

où la dérive  $v$  est responsable du déplacement global de la distribution en fonction de  $y$  et  $D$  la fonction de diffusion reliée à la largeur de  $P$ .

Leurs expressions sont données par

$$v = \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{E_{\ell}^*} \right) D \frac{\partial E_{\ell}^*}{\partial y} + \frac{1}{6} D \left[ \frac{A_2 - A_1}{A_1 A_2} - 4 \frac{A_1^{-2/3} - A_2^{-2/3}}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \right] \quad (\text{V-36})$$

$$D = c \left[ \frac{E_{\ell}^*}{A} \right]^{1/4} \left[ \frac{(A_1 A_2)^{1/3}}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \right]^2 F(\ell, r) \quad (A = A_1 + A_2) \quad (\text{V-37})$$

$$E_{\ell}^*(y) = E_{\text{CM}} - T_{\text{rel}} - U_{\ell}(y) \quad (\text{V-38})$$

où  $E_{\text{CM}}$  est l'énergie relative initiale,  $T_{\text{rel}}$  l'énergie cinétique relative et

$$U_{\ell}(y) = V_{\ell}(y) + E_{\text{rot}}(A_1) + E_{\text{rot}}(A_2) + \Delta B \quad (\text{V-39})$$

$$\Delta B = B(A_1 + A_2) - B(A_1^i) - B(A_2^i) \quad (\text{V-40})$$

l'ensemble des potentiels relatifs centrifuge, coulombien, nucléaire<sup>66</sup>, les énergies de rotation des ions qui sont supposés être des sphères rigides et la différence  $\Delta B$  des énergies de liaison des noyaux dans leur état fondamental avant ( $A_1^i$ ,  $A_2^i$ ) et au cours de la réaction. Le coefficient  $c$  dans (V-37) contient des informations sur la structure microscopique<sup>14</sup>,  $T$  est la température nucléaire uniforme pour l'ensemble des deux ions proportionnelle à  $(E_{\ell}^*)^{1/2}$  (modèle du gaz de Fermi).

On voit sur l'expression de  $v$  (V-36) que la dérive a tendance à déplacer la distribution dans la direction  $y$  correspondant au maximum de l'énergie  $E_{\ell}^*$ . Le coefficient de diffusion  $D$  augmente avec  $E_{\ell}^*$  et dépend de l'asymétrie de masse. Le facteur de forme phénoménologique  $F(\ell, r)$  est introduit de sorte que  $D$  ne varie que dans la mesure où les ions sont en interaction<sup>62,63</sup>.

Dans la pratique, l'équation (V-35) est difficile à intégrer numériquement. Pour des raisons de facilité, elle est remplacée ultérieurement (sauf pour quelques cas cités plus bas) par l'équation d'évolution de ses deux premiers moments (approximation gaussienne) :

$$\frac{\partial \langle y(t) \rangle}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int dy y P(y; \ell; t) = \int dy P(y; \ell; t) v(y; \ell; t) \quad (V-41)$$

$$\frac{\partial \langle y^2(t) \rangle}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int dy y^2 P(y; \ell; t) = 2 \int dy [v(y; \ell; t) y(t) + D(y; \ell; t)] P(y; \ell; t) \quad (V-42)$$

on choisit les conditions initiales :

$$P(y_i; t = t_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} e^{-\frac{(y-y_i)^2}{2\sigma_i^2}}$$

où  $y_i$  est l'asymétrie de masse initiale, la variance  $\sigma_i^2 = \langle y_i^2 \rangle - \langle y_i \rangle^2$  correspond à une largeur à mi-hauteur de P inférieure à une particule.

Les équations (V-33 - V-34) sont couplées à (V-35) ou (V-42 - V-42) par l'intermédiaire des variables  $y$  et  $\ell$ . La résolution du système se fait en intégrant dans le temps l'ensemble des équations le long des trajectoires classiques pour une énergie de bombardement et un moment initial  $\ell_i$  fixés.

#### b) Situation expérimentale.

L'étude des réactions  $^{32}\text{S}$  sur  $^{59}\text{Co}$ ,  $^{65}\text{Cu}$ ,  $^{74}\text{Ge}$ ,  $^{79}\text{Br}$ ,  $^{85}\text{Rb}$ ,  $^{89}\text{Y}$  à des énergies de 4-5 MeV par nucléon donne des sections efficaces doublement différentielles  $d^2\sigma/d\theta dy$  dont certaines caractéristiques sont montrées sur la figure 28. Pour les noyaux les plus lourds ( $^{74}\text{Ge}, \dots, ^{89}\text{Y}$ ) ces sections efficaces sont centrées en masse sur une répartition égale des nucléons entre les ions alors que la situation est différente pour le cas de  $^{65}\text{Cu}$  et  $^{59}\text{Co}$ . En fait, dans ce dernier cas, la mesure à  $\theta_{\text{lab}} = 20^\circ$  et  $E = 160$  MeV montre que la section efficace reste approximativement centrée autour d'une valeur correspondant à celle de la voie d'entrée. On notera cependant que cette situation n'est pas parfaitement réalisée à tous les angles et à des énergies plus élevées comme semblent le prouver des mesures récentes plus complètes<sup>67</sup>. On reviendra sur ce point plus loin. En tous cas, le système S + Co (et dans une certaine mesure aussi S + Cu) se différencie des autres pour lesquels la section efficace est symétrique en masse pour tous les angles et énergies mesurées. Cette différence et ses causes constituent un problème intéressant que l'on s'efforce d'analyser dans la suite à l'aide du modèle présenté ci-dessus. On note que pour tous les cas étudiés le paramètre de fissilité du système composé se situe entre 0.4 et 0.5 et que  $\ell_{B_f=B_n} \leq \ell_{\text{crit}} \leq \ell_{B_f=0}$  où  $\ell_{B_f=B_n}$  est le moment angulaire pour lequel l'énergie de séparation d'un neutron est égale à la hauteur de la barrière de fission,  $\ell_{\text{crit}}$  le moment angulaire maximum de fission,  $\ell_{B_f=0}$  celui pour lequel la barrière de fission disparaît.

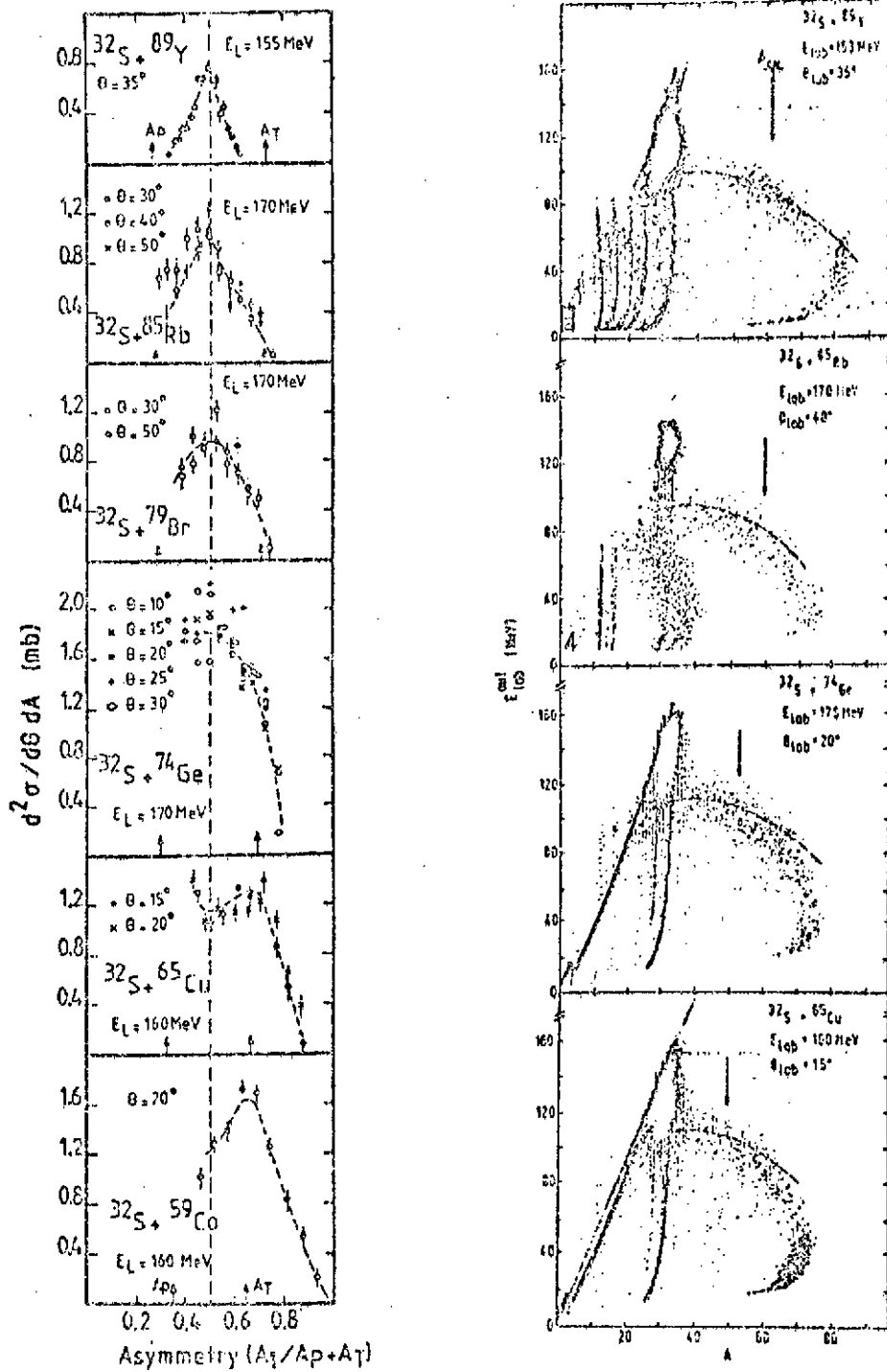


Figure 28 : Sections efficaces différentielles pour divers systèmes (à gauche) ; énergies des fragments dans la voie de sortie en fonction de la masse de l'un des ions (à droite) <sup>59</sup>, fig. 1 et 2 .

## c) Comportement du potentiel de dérive.

L'évolution de la dérive  $v$  est dominée par le premier terme du membre de droite (V-36), c'est-à-dire essentiellement par le comportement de  $\partial U_{\rho} / \partial y$ . Les énergies de liaison des ions (V-40) ont été soit prises dans les tables de défauts de masse expérimentaux<sup>68</sup>, soit calculées en utilisant le modèle de la goutte liquide<sup>69</sup> dans l'hypothèse de l'équilibre de charges. Les énergies  $\Delta B$  ainsi obtenues sont proches les unes des autres et ont le même comportement en fonction de  $y$ . Sur les figures 29 à 31, on montre la variation des énergies de liaison pour certains systèmes étudiés ainsi que  $S + Ti^{50}$  qui présente des caractéristiques expérimentales semblables au cas  $S + Co$ .

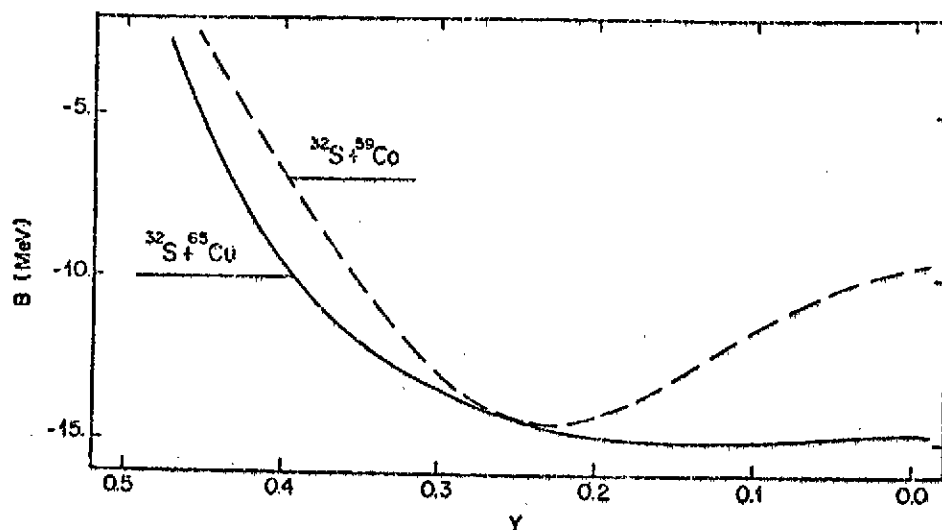


Figure 29 : Variation de  $B = B(A_1) + B(A_2) - B(A_1 + A_2)$  avec l'asymétrie de masse  $y$  pour  $S + Co$  et  $S + Cu^{63}$ , (fig. 3).

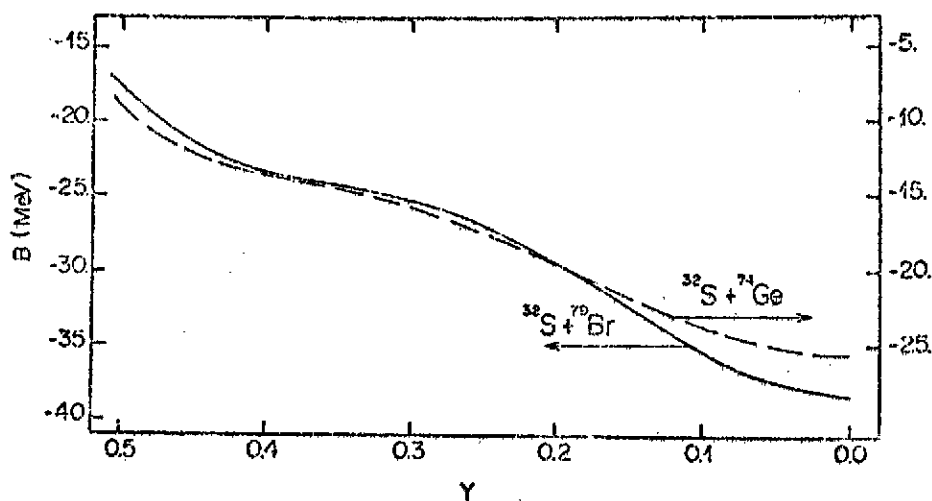


Figure 30 : Même commentaire que pour la figure 29 pour  $S + Ge$  et  $S + Br^{63}$ , (fig. 4).

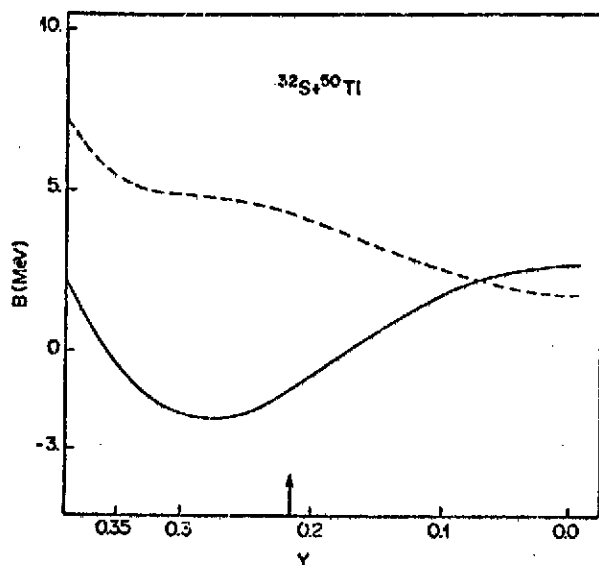


Figure 31 : Même commentaire que pour la figure 29 pour S + Ti. La courbe en pointillés donne le résultat en l'absence des effets de couches<sup>63</sup>, (fig. 6)

autres ions pour lesquels le minimum se situe en  $y = 0$ , les systèmes dérivent vers la symétrie pour un temps d'interaction assez long. Les effets de couches sont sensibles à la température du système. Une estimation à partir d'un modèle simple<sup>70</sup> prévoit leur disparition à des températures  $T \geq 3 \sim 4$  MeV, c'est-à-dire une température largement supérieure à celle observée dans les réactions étudiées ( $T \leq 1.5 \sim 2$  MeV).

d) Calcul dynamique.

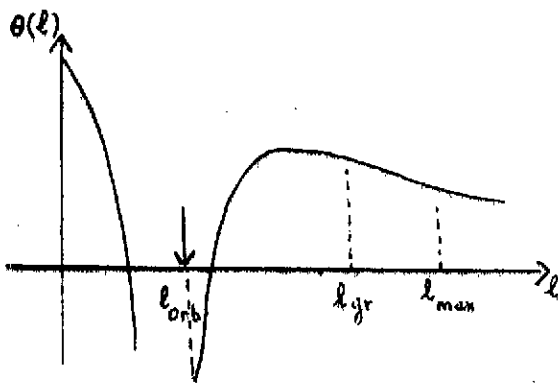
La confirmation des prédictions faites plus haut est obtenue par le calcul dynamique en intégrant les équations d'évolution des variables collectives. La forme générale de l'angle de déflexion  $\theta(\ell)$  en fonction du moment angulaire initial est donnée sur la figure 32.

La figure 33 montre que pour toute valeur  $\ell > \ell_{orb}$  (valeur maximale pour laquelle les ions orbitent classiquement l'un autour de l'autre), le système S + Co possède en fin de réaction une distribution centrée sur l'asymétrie de masse de la voie d'entrée. La largeur de la distribution augmente régulièrement lorsque  $\ell$  décroît et atteint pour  $\ell = 64 (= \ell_{orb} + 1)$  une largeur à mi-hauteur de 8 particules. Pour S + Cu, la distribution reste relativement centrée sur celle de la voie d'entrée et ne tend vers la fragmentation symétrique que pour  $\ell$  proche de  $\ell_{orb}$ . La dérive vers la symétrie est nette pour les autres systèmes, excepté pour  $\ell$  proche de  $\ell_{max}$ , le moment angulaire maximum contribuant à la réaction.

On observe une différence qualitative de comportement entre S + Co, S + Ti d'une part et les autres systèmes d'autre part. Pour ces derniers, la courbe décroît plus ou moins rapidement vers la fragmentation symétrique ( $y = 0$ ), la variation pour Cu est très lente entre  $A_1 = 40$  et  $A_1 = 49$  (symétrie). Pour Co et Ti on observe un minimum pour  $y$  proche de l'asymétrie de masse de la voie d'entrée.

Une analyse détaillée montre que la forme des courbes est due de façon univoque aux effets du terme de corrections de couches dans l'expression de la goutte liquide. Ainsi des effets de structure pourraient être à l'origine du comportement des divers systèmes : pour Co, Ti l'asymétrie de masse initiale est conservée au cours de la réaction car ces systèmes ne peuvent évoluer vers la symétrie à cause de la présence d'un minimum dans les énergies de liaison. Ceci n'est pas le cas pour les





L'approximation gaussienne (V-41) - (V-42) peut être testée par l'intégration numérique directe de l'équation de transport (V-35). La comparaison entre les deux calculs est montrée dans le tableau 1 et un exemple est montré sur la figure 34.

Figure 32 : Fonction de déflexion en fonction de  $l$  ;  $l_{orb}$  correspond à la limite d'orbitation pour les systèmes étudiés.

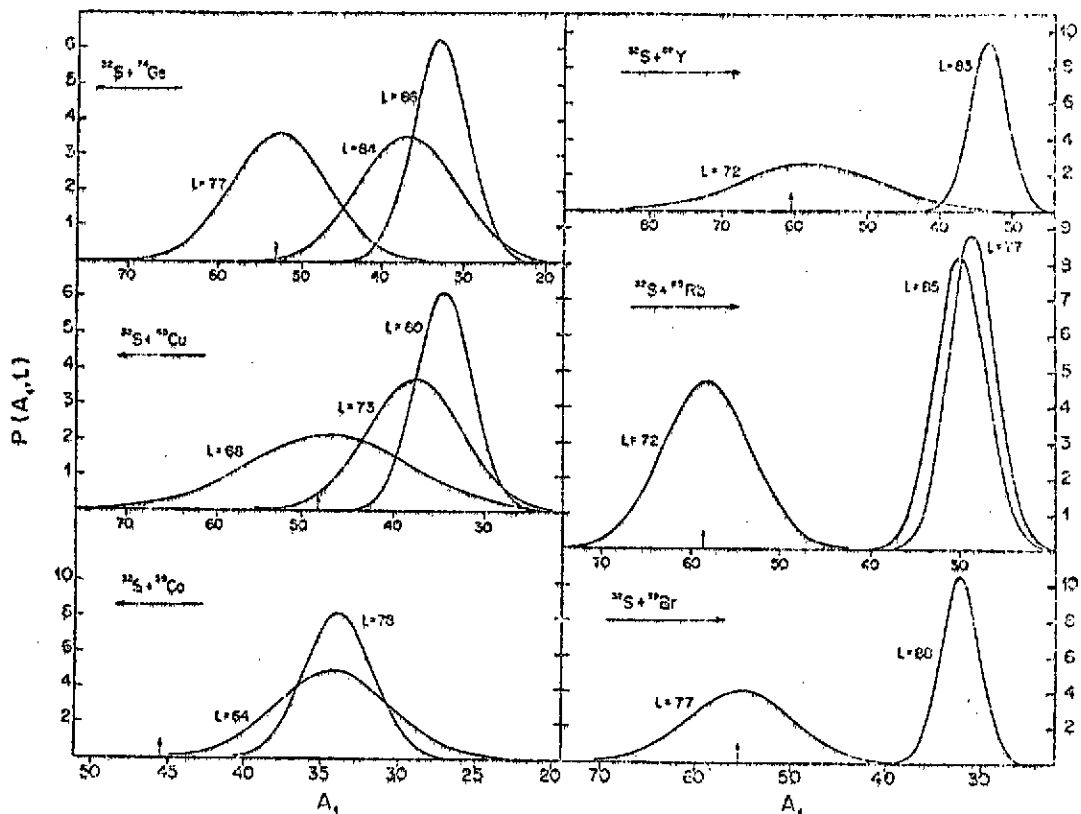


Figure 33 : Distributions de masse en fin de réaction en fonction de la masse  $A_1$  de l'ion restant le plus léger. Les flèches indiquent le point de symétrie correspondant à  $A/2$ .<sup>63</sup> (fig. 9).

Pour  $l$  bien supérieur à  $l_{orb}$ , les déviations entre les deux calculs sont faibles, la différence augmente sensiblement lorsque  $l$  est proche de  $l_{orb}$ . Le calcul exact va dans le sens d'un rapprochement avec l'expérience et la valeur calculée de  $\sigma^2 = \langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2$ , les distributions s'élargissent.

Système	$\ell$	$\langle y \rangle$	$\sigma^2$	$\theta$
S + Co	76	0.259 (0.255)	0.00306 (0.00240)	36.45 (36.55)
	68	0.0527 (0.0273)	0.0589 (0.0343)	-112.7 (-105.7)
	73	0.205 (0.222)	0.0282 (0.0118)	28.93 (28.66)
S + Cu	80	0.280 (0.289)	0.0045 (0.0043)	37.31 (37.30)
	74 (orbitation)	0.0223 (0.0041)	0.0153 (0.0079)	
	77	0.0145 (0.0078)	0.0185 (0.0122)	- 53.49 (- 54.91)
	84	0.314 (0.304)	0.0190 (0.0129)	32.85 (33.0)
S + Ce	86	0.376 (0.376)	0.0050 (0.0041)	33.75 (33.81)
	77	0.0083 (0.0050)	0.0131 (0.0099)	-34.62 (-36.14)
	88	0.418 (0.419)	0.0015 (0.0014)	38.59 (38.59)
S + Br	77	0.451 (0.509)	0.0208 (0.0206)	13.74 (15.37)
	85	0.488 (0.487)	0.0020 (0.0024)	36.39 (36.35)
S + Rb	72 (orbitation)	0.0623 (0.0546)	0.0281 (0.0267)	
	83	0.448 (0.448)	0.0018 (0.0018)	43.97 (43.99)

**Tableau 1** : Comparaison de la position des centroïdes  $\langle y \rangle$  et des variances  $\sigma^2$  des distributions de masse pour les systèmes étudiés et différentes valeurs de  $\ell$ . Les nombres du haut donnent les valeurs calculées par intégration exacte de l'équation de transport. Ceux qui sont donnés entre parenthèses correspondent aux résultats du calcul dans l'approximation gaussienne.  $\theta$  est l'angle de déflexion finale à la fin de la réaction.

e) Sections efficaces.

La comparaison directe avec l'expérience peut se faire en calculant les sections efficaces classiques en fonction de l'angle de déflexion  $\theta$  et le nombre de nucléons  $A_1$  dans l'un des fragments

$$\frac{d^2\sigma}{d\theta dA_1} = \frac{4\pi}{k^2 A} \sum_{n=n_{\max}}^{n_{\text{orb}}+1} \ell n \left| \frac{d\ell}{d\theta} \right| P(y; \ell_n; t = +\infty) \quad (V-43)$$

où  $k$  est le nombre d'onde et la sommation est faite sur toutes les valeurs de  $\ell$  contribuant à la réaction.

Des exemples de calcul sont montrés dans la figure 35. Elles sont généralement du bon ordre de grandeur (à un facteur 1 à 5 près) et en accord qualitatif avec l'expérience. On remarque cependant qu'elles sont trop étroites dans la direction de l'asymétrie de masse. D'autre part, elles dépendent assez sensiblement de l'angle  $\theta$ , ce qui ne semble pas être le cas pour l'expérience.

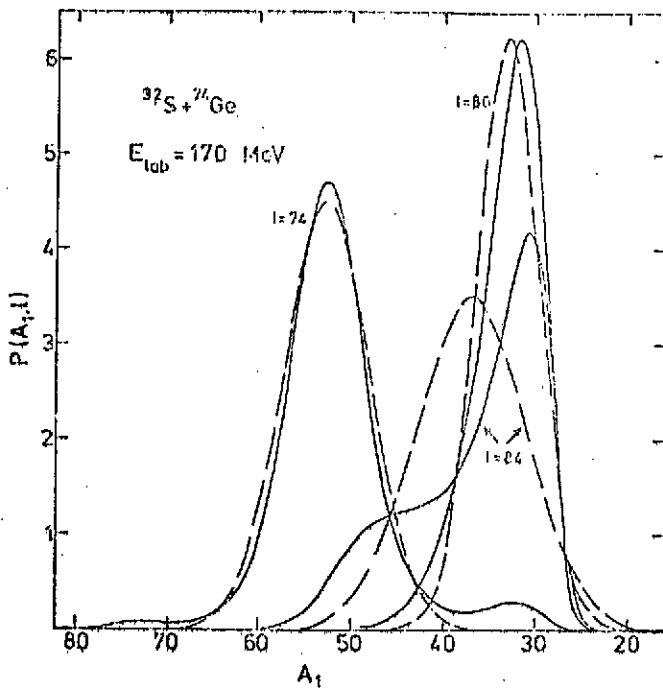


Figure 34 : Comparaison des distributions de masse obtenues par intégration exacte (trait plein) et par approximation gaussienne (trait pointillé) pour  $S + Ge^{63}$ , (fig. 11)

f) Discussion.

Divers points liés au modèle montrent un désaccord avec l'expérience. L'énergie d'excitation  $E^*$  calculée est trop faible, les largeurs des distributions de masses sont généralement trop étroites, Ceci peut être dû aux

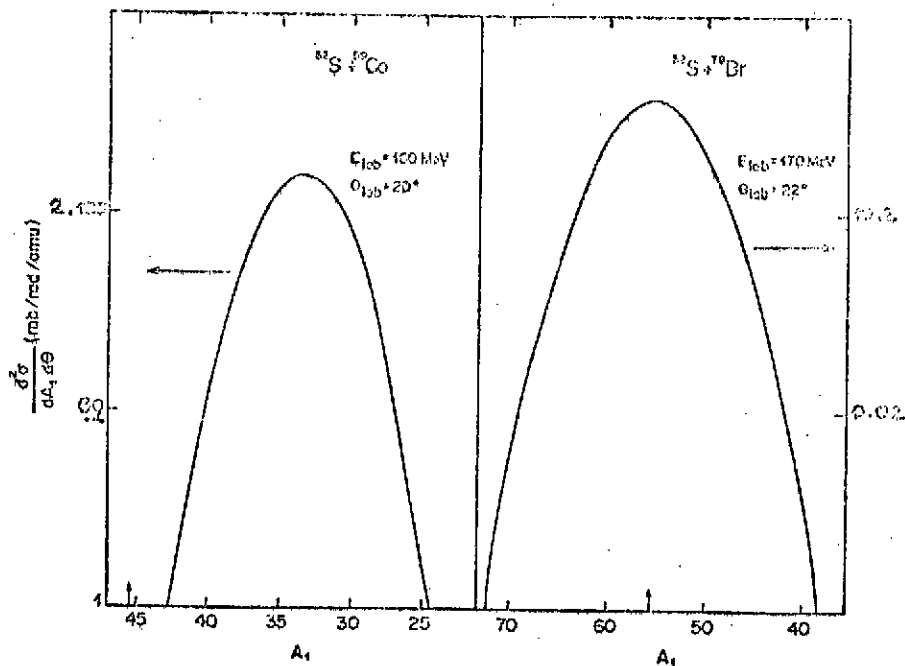


Figure 35 : Sections efficaces classiques  $S + Co$  et  $S + Br$  en fonction de la masse  $A_1$  du fragment léger. La flèche indique la fragmentation symétrique  $^{63}$ , (fig. 14)

paramètres introduits dans le modèle<sup>65</sup>, aux approximations qui y sont utilisées : les ions sont considérés comme des sphères rigides, les effets de déformation des fragments ne sont pas pris en compte.

Il existe aussi des incertitudes liées à l'équation de transport utilisée, les largeurs des distributions sont généralement trop petites. L'équation (V-35) elle-même est de type sur-critique. Elle ne tient pas compte des effets d'inertie induits sur le mouvement de  $y$  par la présence d'une masse collective  $\mu_y$  associée au moment  $p_y$  conjugué de  $y$ . Des études ont été faites à ce sujet<sup>71,72</sup>. Elles montrent que ces effets peuvent être sensibles.

Les sections efficaces  $d\sigma/d\theta$  calculées varient sensiblement avec l'angle alors que celles obtenues expérimentalement sont relativement isotropes, du moins sur un domaine d'angle restreint ( $10^\circ \leq \theta_{lab} \leq 80^\circ$ ). Il est vrai que la comparaison détaillée avec l'expérience n'est pas immédiate : les sections efficaces expérimentales sont mesurées pour les événements correspondant à des pertes d'énergie dans la voie de sortie la plus forte (cf. figure 28, partie droite). On pourrait penser qu'il existe une contribution importante à la section efficace due à la fusion incomplète des ions. Ce mécanisme n'est pas pris en compte dans le modèle. On a néanmoins essayé d'estimer la contribution de ce mécanisme à l'aide d'un modèle statistique classique<sup>64</sup> en calculant la probabilité d'échappement du système trappé dans la poche du potentiel pour  $\ell_{B_f=B_n} \leq \ell \leq \ell_{orb}$ . Cette contribution est sensible mais trop petite pour pouvoir être comparée à l'expérience.

Enfin, comme cela a été évoqué plus haut, des mesures récentes de  $d^2\sigma/d\theta dA_1$  pour  $S + Co$  montrent que ce système ne reste pas accroché à l'asymétrie de masse de la voie d'entrée pour toutes les énergies ( $158 \leq E_{lab} \leq 198$  MeV) et à tous les angles ( $5^\circ \leq \theta_{lab} \leq 80^\circ$ ). On peut constater un glissement plus ou moins net vers la cassure symétrique ( $y = 0$ ) lorsque l'énergie de bombardement augmente et que l'angle de diffusion diminue. Ce phénomène n'est pas reproductible dans le cadre du modèle utilisé ci-dessus. Plusieurs explications sont possibles. La température du complexe croît avec l'énergie de bombardement et le temps d'interaction, les temps d'interaction longs correspondant à des angles  $\theta$  petits ou négatifs. Ceci permettrait de penser que les effets de couches disparaissent avec l'énergie et à certains angles. Cette explication est cependant assez peu vraisemblable dans la mesure où la transition dans le comportement du système en fonction de l'énergie de bombardement nécessiterait une évolution très rapide de la température (de  $T < 2$  MeV à  $T > 3 \sim 4$  MeV) pour une différence d'énergie de 40 MeV. Une explication plus vraisemblable peut être trouvée en imaginant l'existence d'un mécanisme différent. Lorsque  $\ell$  diminue, les ions s'interpénètrent de plus en plus et le potentiel auquel ils sont soumis n'est plus le potentiel "adiabatique" utilisé, mais le potentiel "adiabatique" généré par le complexe unique déformé, formé par les ions tel qu'il a, par exemple, été introduit<sup>73,74</sup> et utilisé pour décrire le mécanisme de fission rapide<sup>75,76</sup> (cf. chapitre VI). Un calcul de la surface d'énergie potentielle correspondante pour le système  $S + Co$  montre effectivement que le système a tendance à dériver très lentement vers la symétrie pour toutes les valeurs de  $\ell$  lorsque la distance relative entre les ions est égale ou inférieure à la somme de leurs rayons<sup>77</sup>.

L'étude détaillée développée ci-dessus montre la richesse et la complexité des processus qui entrent en jeu dans les collisions d'ions lourds. Elle montre aussi que de nombreux points obscurs restent encore à élucider.

VI - PROBLEMES OUVERTS ET PERSPECTIVES.

## 1. Limites des modèles phénoménologiques.

On a vu au chapitre V que les modèles spécifiques utilisés ne présentaient généralement qu'un accord qualitatif avec l'expérience. On se propose ici de donner quelques exemples supplémentaires qui illustrent clairement les difficultés rencontrées dans certains cas. On discutera aussi brièvement de l'importance des effets qui ne sont généralement pas pris en compte, à savoir les effets de déformation et de formation d'un col entre les ions en interaction. On abordera enfin le problème de la phase initiale de la réaction pour laquelle les modèles de transport statistiques ne sont pas utilisables en principe.

- a) Antinomie entre dérive et coefficient de diffusion dans le transfert de masse<sup>78</sup>.  
Désaccords entre modèles et expérience.

On postule que le transfert de nucléons entre les ions est décrit par une équation de transport du type de celle introduite au chapitre V, paragraphe 3 :

$$\frac{\partial P(y,t)}{\partial t} = \left[ -\frac{\partial}{\partial y} v(y) + D \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] P(y,t) \quad (\text{VI-1})$$

où  $y$  est la variable collective d'asymétrie de masse  $(A_2 - A_1)/(A_1 + A_2)$ ,  $D$  le coefficient de diffusion indépendant de  $y$  et dépendant linéairement du moment angulaire relatif  $l$ . Sa forme peut être justifiée par comparaison avec l'expérience<sup>19</sup>. La dérive est donnée par :

$$v(y) = -\frac{D}{T} \frac{\partial}{\partial y} U(l;y) \quad (\text{VI-2})$$

où  $T$  est la température du système et  $U$  le potentiel total, somme des potentiels relatifs et des énergies de liaison des ions dans le fondamental (on tient compte des effets de couches dans l'expression de l'énergie de la goutte liquide). L'équilibre de charge est supposé établi ( $A_1/Z_1 = A_2/Z_2 = A/Z$ ). Le temps d'interaction des ions est fixé en intégrant les équations du mouvement relatif<sup>79</sup>.

Contrairement à la plupart des calculs effectués jusqu'ici, l'équation (VI-1) est intégrée exactement<sup>80</sup> pour des conditions initiales  $P(y = y_i; t = 0) = \delta(y - y_i)$  fixées ( $y_i$  est l'asymétrie de masse initiale).

Des calculs ont été effectués pour différents systèmes. Ainsi la figure 36 montre le cas du système symétrique  $^{154}\text{Sm} + ^{154}\text{Sm}$ . La présence des effets de couche décelables sur la figure 37 explique la déviation de la distribution de masse finale par rapport à une distribution gaussienne.

La figure 38 montre l'évolution de la variance en fonction de l'énergie d'excitation. Les calculs (avec effets de couches : les 3 courbes supérieures, sans effets de couches : courbe pointillée) ont été effectués avec un coefficient de diffusion largement surestimé par rapport à la valeur moyenne réaliste que donne la théorie<sup>21</sup>, et reproduisent mal l'allure de la courbe expérimentale. Une valeur réaliste de  $D$  donnerait une variance représentée par la courbe en trait plein inférieure. On observe des déviations semblables pour d'autres systèmes.

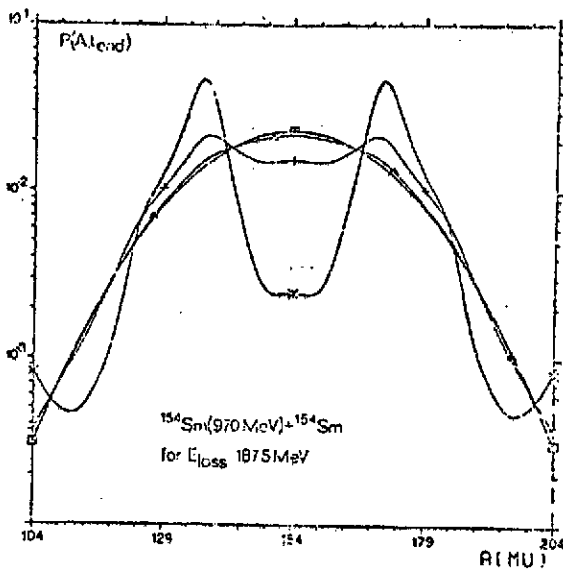


Figure 36 : Distribution de masse finale pour le système  $^{154}\text{Sm} + ^{154}\text{Sm}$ , (fig. 12).

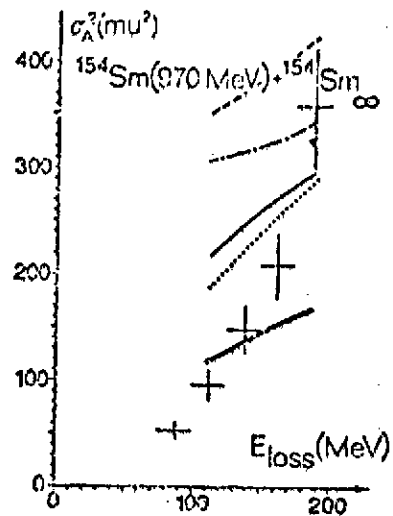


Figure 37 : Potentiel de dérive pour le système  $^{154}\text{Sm} + ^{154}\text{Sm}$ , (fig. 9).

D'une manière générale, et indépendamment des détails du modèle, il est souvent impossible de reproduire à la fois la position du centroïde et la largeur de la distribution de masse finale pour des systèmes asymétriques. Il en est, par exemple, ainsi pour la réaction  $^{136}\text{Xe}$  sur  $^{209}\text{Bi}$  : le centroïde se déplace trop rapidement alors que la largeur est comparable à sa valeur expérimentale<sup>78</sup>.

Il en est semblé-t-il de même pour le système  $\text{Ar} + \text{Mo}^{81}$  pour lequel le modèle prévoit une dérive de la distribution de masse vers la symétrie alors qu'expérimentalement la distribution de masse reste centrée sur celle de la voie d'entrée (figure 39). Il est intéressant de noter ici que le modèle de transfert de neutrons et de protons discuté au chapitre V<sup>45</sup> indique, quant à lui, un bon accord avec l'expérience : les centroïdes des distributions de neutrons et de protons suivent bien les points expérimentaux (figure 40). Il faut noter cependant que le modèle ne permet pas d'atteindre des énergies d'excitation intrinsèques de plus de 100 MeV qui sont observées expérimentalement.

Des problèmes d'interprétation du même type, dans le cadre du modèle des surfaces d'énergie potentielle, ont été observés dans d'autres réactions<sup>82</sup>. Cependant, des difficultés de type expérimental pourraient invalider des conclusions trop hâtives. La confrontation de deux modèles différents avec l'expérience semble donner la faveur à l'un d'entre eux. Si cela est vraiment le cas, il reste à comprendre la raison de cette situation, entre autre pourquoi le

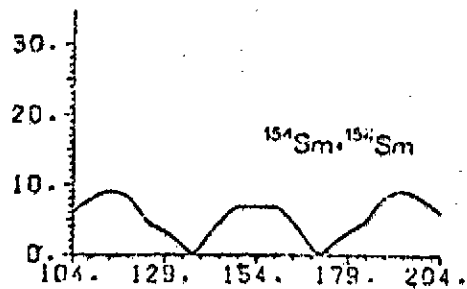


Figure 38 : Variations en masse  $\sigma_A^2$  en fonction de l'énergie d'excitation (cf. texte)<sup>78</sup>, (fig. 11).

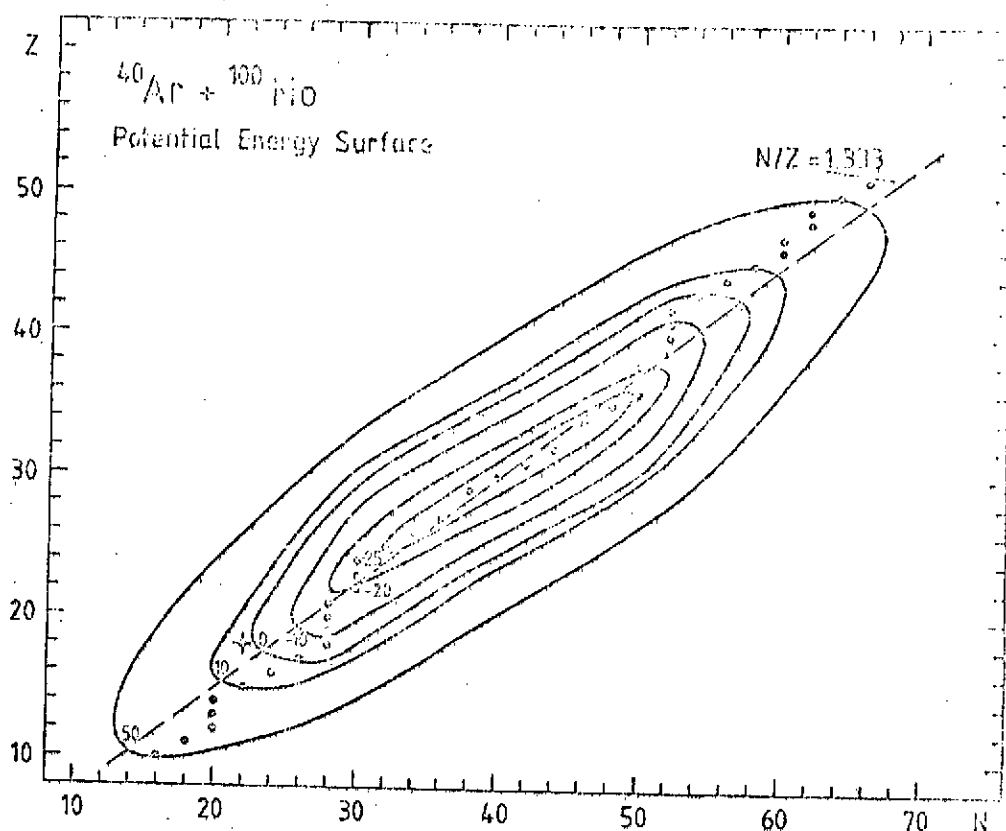


Figure 39 : Surface d'énergie potentielle pour le système Ar + Mo<sup>81</sup>.

transfert de particules peut être décrit tantôt comme un phénomène collectif caractérisé par l'asymétrie de masse, tantôt comme un phénomène de transfert de particules individuelles à travers la barrière de potentiel qui agit entre les ions.

Il pourrait exister des explications plausibles permettant de lever l'antinomie entre dérive et coefficient de diffusion, en particulier la formation d'un col entre les ions en interaction. Ce phénomène pourrait avoir une influence sur les largeurs des distributions de masse<sup>78</sup>. D'autre part, l'équation (VI-1) est de type surcritique, il n'est pas tenu compte des effets d'accélération dus à la présence d'une masse d'inertie  $\mu(y)$  dans l'évolution  $y$ . De fait, la présence d'un tel terme peut freiner l'évolution du transfert de masse et retarder la dérive de la distribution vers la symétrie pour un système asymétrique<sup>71,72</sup>.

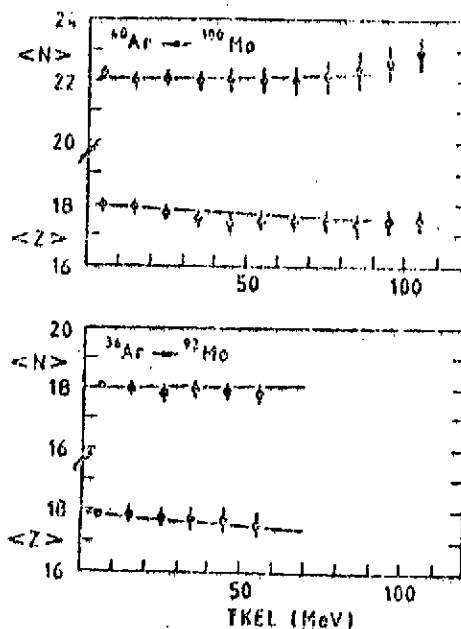


Figure 40 ; Centroïdes des distributions de protons et de neutrons dans le modèle de Gross et Hartmann<sup>83</sup>, (fig. 6)

## b) Effets de déformation.

On imagine que la déformabilité des ions peut jouer un rôle important dans les collisions<sup>84</sup>. C'est pourquoi des modèles classiques qui tiennent compte de l'évolution de la déformation de la surface des ions ont été proposés. Le modèle de Broglia et al<sup>3</sup> a été cité dans l'introduction. D'autres tentatives ont été faites<sup>85,86</sup>.

L'introduction des effets de déformation des ions dans le processus de collision présente des difficultés :

- le choix des degrés de liberté, c'est-à-dire des modes de vibration de surface considérés comme importants ;
- la prise en compte des effets de la déformation sur les potentiels relatifs (Coulombien, nucléaire, centrifuge) et les moments d'inertie des ions ;
- la définition de la géométrie initiale dans la voie d'entrée ;
- la formation possible d'un col lorsque les ions s'interpénètrent substantiellement.

Pour le moment, les modèles classiques sont encore primitifs. C'est pourquoi un travail important reste à faire sur ce point. Mises à part les références citées plus haut, des calculs ont été effectués dans le cadre de l'étude du transfert de nucléon<sup>83</sup>. Les premiers résultats indiquent des effets sensibles, rapprochant les résultats expérimentaux des calculs théoriques.

Le problème de l'introduction d'un col dans la description des collisions a été abordé par Grégoire et al<sup>75,76</sup> dans le cadre de l'étude du mécanisme de fission rapide. Au cours du processus, les ions sont soumis d'abord au potentiel relatif agissant entre des objets séparés puis, progressivement, à un potentiel adiabatique, somme de l'énergie de surface, coulombienne et centrifuge d'un complexe unique possédant une géométrie caractéristique de celle correspondant à la fission<sup>28</sup>. On peut établir une correspondance entre les variables collectives dans la voie d'entrée ( $r, \theta; y =$  asymétrie de masse) et celles qui caractérisent le système di-nucléaire (élongation  $c$  ; asymétrie gauche droite  $\alpha$  ;  $y$ ). Cette correspondance est approximative, les relations entre les deux systèmes de variables sont hautement non linéaires. Les résultats obtenus pour les sections efficaces différentielles  $d^2\sigma/dy dE$ ,  $d^2\sigma/d\theta dy$  montrent que le processus de fission peut être assez bien reproduit qualitativement. Il serait certainement intéressant de perfectionner ce modèle et d'étudier plus systématiquement les effets de la formation d'un véritable complexe di-nucléaire dans les collisions d'ions lourds.

## c) Phase initiale de la réaction.

La validité des théories de transport et l'applicabilité des modèles est restreinte en principe à la phase de la réaction, dans laquelle les excitations intrinsèques permettent l'application des hypothèses statistiques. Le succès rencontré dans leur application à l'ensemble de la réaction peut se comprendre si ce processus est rapide. Nörenberg<sup>74</sup> découpe la réaction en trois étapes : la phase initiale gouvernée par le champ moyen self-consistant à un corps dans lequel se meuvent les nucléons ; la phase intermédiaire au cours de laquelle s'établit un équilibre statistique " local " des degrés de liberté intrinsèques ; la phase finale qui correspond à l'évolution vers l'équilibre du sous-système collectif. Seule la dernière phase est en principe correctement décrite par une théorie de transport.

Le temps d'établissement d'un équilibre local du sous-système intrinsèque est estimé être



atteint au bout de trois collisions successives entre nucléons :

$$\tau_{loc} \approx 3\lambda/v_F$$

où  $v_F$  est la vitesse de Fermi et  $\lambda$  le libre parcours moyen d'une particule. Ce temps peut être assez long dans la phase initiale de la réaction (de l'ordre de quelques unités  $10^{-21}$  s) ; on s'attend ici à la présence d'effets de mémoire dans l'évolution du sous-système collectif (processus non-markovien). La longueur relative de  $\tau_{loc}$  et du temps d'interaction  $\tau_{int}$  permet d'estimer l'évolution d'un système : si  $\tau_{loc} < \tau_{int}$  l'équilibration peut se faire, si  $\tau_{loc} > \tau_{int}$  le sous-système intrinsèque n'atteint pas l'équilibre et les théories de transport sont inapplicables.

Les considérations esquissées ci-dessus ont été développées à l'aide de modèles simples basés sur l'étude de l'évolution des nucléons sur les niveaux d'énergie à une particule<sup>74</sup>. Elles nécessitent certainement des développements plus rigoureux. Elles sont importantes dans la mesure où elles pourraient mener à des estimations sur les limites d'applicabilité des théories de transport lorsque l'énergie de bombardement augmente et que les temps d'interaction diminuent.

## 2. Problèmes théoriques : validité de l'approximation classique ; dérivation de l'Hamiltonien collectif.

L'état actuel des approches théoriques pose encore des questions de fond à différents niveaux. On se propose ici de les relever et de discuter brièvement les efforts qui ont été poursuivis pour les maîtriser.

### a) Importance et traitement des effets quantiques.

Les approches couramment utilisées et citées au chapitre II mènent à la dérivation d'équations de transport de type classique. Les effets quantiques sont négligés. Deux types de travaux se sont attachés à analyser leur importance dans le cadre de la physique des ions lourds.

Le traitement classique du mouvement relatif des ions est une approximation qui peut être améliorée par l'introduction de corrections de type semi-classique<sup>87</sup>. Les corrections prises en compte sont de deux types : celles dues à l'interférence entre des trajectoires voisines menant à un même angle de diffusion, l'angle de diffusion arc-en-ciel, et celles qui apparaissent dans la diffraction par un disque opaque provoquée par l'absorption dans des voies correspondant à la fusion pour des paramètres d'impact petits. L'expression des sections efficaces multi-différentielles obtenues par intégration sur le paramètre d'impact contient la fonction de distribution asymptotique (à la fin de la réaction) classique des variables décrivant l'évolution des observables macroscopiques convoluée avec un terme qui tient compte des effets de diffraction quantique traités dans l'approximation semi-classique. L'application de cette approche à des exemples physiques a été esquissée. Les calculs de sections efficaces pour différents systèmes<sup>88</sup> montrent que la prise en compte des phénomènes diffractifs peut amener des changements sensibles par rapport à un calcul purement classique dans le sens d'un meilleur accord avec l'expérience. Les approximations introduites au cours de la dérivation rendent cependant une conclusion définitive difficile.

Les équations de transport classiques reproduisent généralement assez mal, pour des raisons évidentes, la contribution quasi-élastique aux sections efficaces différentielles expérimentales correspondant à une faible dissipation d'énergie<sup>34</sup>. Cette constatation a suscité une autre série de travaux<sup>89</sup> qui cherche à analyser l'importance des effets quantiques dans la contribution quasi-élastique de réaction. Pour ce faire, on dérive, dans le cadre quantique, l'expression asymptotique ( $\vec{r} \rightarrow \infty$ ) de la transformée de Wigner  $\rho_W(\vec{r}, \vec{p})$ , de la matrice densité, décrivant le mouvement relatif des ions, obtenue à partir de la matrice densité totale en prenant la trace sur les variables intrinsèques. Les équations gouvernant les composantes radiales diagonales en  $\ell$  (moment relatif)  $\rho_W^{\ell\ell}$  provenant d'une décomposition en ondes partielles contiennent des termes de friction. L'amplitude de diffusion est calculée de manière semi-classique, en utilisant les déphasages  $\delta_\ell$  provenant de l'approximation BKW. Elle s'écrit :

$$f(\theta, k) = \frac{1}{2ik_0} \sum_{\ell} (2\ell+1) P_{\ell}(\cos\theta) e^{2i\eta_{\ell}} (e^{2i\delta_{\ell}^{BKW}} - 1) d_{\ell}^{1/2}(k) \quad (\text{VI-2})$$

où  $\eta_{\ell}$  est le déphasage coulombien,  $k_0$  le nombre d'onde et

$$d_{\ell}(k) = \lim_{r \rightarrow \infty} k \rho_W^{\ell\ell}(r, k) / \int dk k \rho_W^{\ell\ell}(r, k) \quad (\text{VI-3})$$

L'expression de l'amplitude de diffusion permet d'obtenir la section efficace différentielle  $d^2\sigma/d\theta dk = |f(\theta, k)|^2$ . Les calculs de sections efficaces pour le système Ar sur Th montrent clairement une amélioration par rapport aux calculs statistiques classiques pour les processus quasi-élastiques qui correspondent à des moments angulaires relatifs proches de celui qui mène à la diffusion arc-en-ciel. Cette observation est un signe de l'importance des effets d'interférence. Cette approche néglige cependant toutes les contributions  $\rho_W^{\ell\ell'}$  non diagonales en  $\ell$ .

En résumé, on peut affirmer que les efforts faits pour obtenir une estimation des effets quantiques dans les collisions d'ions lourds indiquent que ces derniers sont effectivement décelables. Ils apportent des corrections plus ou moins importantes qui vont dans le sens de l'expérience. Les approches reposent cependant sur les approximations dont il est difficile d'estimer l'importance.

b) Variables collectives et intrinsèques. Hamiltonien collectif et potentiel de couplage.

On a soigneusement évité jusqu'ici le problème central dans l'utilisation de théories de transport pour la description de collisions d'ions lourds, à savoir celui de la dérivation effective de l'Hamiltonien sous la forme d'une somme de trois termes (Hamiltonien collectif, Hamiltonien intrinsèque et potentiel de couplage) à partir de l'Hamiltonien microscopique de départ. Cette dérivation, qui n'est pas restreinte à la physique des ions lourds (cf. par exemple la fission) a fait l'objet de travaux importants. Un problème théorique essentiel est celui de la dérivation d'une formulation canonique dans le sens de la mécanique hamiltonienne, c'est-à-dire une formulation qui associe à chaque variable collective choisie  $q$  un moment conjugué  $p$  vérifiant les équations classiques d'Hamilton. Les approches les plus connues sont celles de la théorie Hartree-Fock dépendant du temps (ATDHF)<sup>90</sup> et la méthode de la coordonnée génératrice<sup>91</sup>. Elles permettent de dériver un Hamiltonien collectif classique, dans l'hypothèse d'une évolution adiabatique lente dans le temps des variables collectives. Dans le cas où

plusieurs variables collectives sont introduites, l'une décrivant un mouvement de grande amplitude adiabatique (collectif) lent et les autres des excitations autour de la position d'équilibre instantanée du système (modes RPA), on peut montrer que l'Hamiltonien se décompose effectivement en une somme de trois termes pour les sous-systèmes de la variable collective et celui des variables correspondant aux autres modes<sup>92,93</sup>.

Toutes ces formulations ne sont cependant ni totalement satisfaisantes, ni faciles à manier en pratique. Mise à part l'hypothèse d'adiabaticité (le système se déplace en restant toujours dans son état d'énergie le plus bas) qui n'est pas nécessairement vérifiée dans les collisions d'ions lourds, il reste de sérieux problèmes quant à l'unicité de la définition des variables collectives et de leurs moments conjugués. Un travail difficile et certainement ardu reste à faire dans cette direction. Il reste, en fait, à trouver la clé de la porte qui sépare les approches microscopiques des approches macroscopiques discutées ici.

## VII - CONCLUSIONS

Dans les chapitres qui précèdent on cherche à montrer que les phénomènes observés dans les collisions d'ions lourds à des énergies de quelques MeV par nucléon peuvent s'interpréter comme des phénomènes de transport, dans le cadre de la mécanique statistique classique hors de l'équilibre.

Trois points essentiels sont investigués :

- Les fondements phénoménologiques de cette approche et son applicabilité dans le cadre de la physique des ions lourds (chapitre III, première partie du chapitre IV). On essaie de montrer que la distinction entre sous-systèmes collectif et intrinsèque est justifiée dans la mesure où certaines contraintes sur l'ordre de grandeur relatif des temps caractéristiques d'évolution des différents degrés de liberté sont respectées;
- l'interface microscopie-macroscopie, c'est-à-dire la tentative de dériver des équations de transport classiques du type Fokker-Planck pour l'évolution des variables collectives à partir de l'Hamiltonien total du système (deuxième partie du chapitre IV) ;
- l'applicabilité de modèles de transport à la description et la reproduction des résultats expérimentaux (chapitres III et V). On s'attache plus particulièrement à l'étude du mécanisme de transfert de nucléons entre les ions pour lequel différentes approches ont été proposées,

Le chapitre VI se présente comme un catalogue (largement incomplet et succinct) des divers problèmes qui sont ouverts ou en cours d'investigation et qui dépassent, pour certains, le cadre des théories de transport.

D'une manière générale, les concepts de transport se sont avérés très fructueux pour la physique des ions lourds. Il reste (heureusement ?) des points obscurs qu'indiquent certains désaccords qualitatifs et surtout quantitatifs entre les résultats expérimentaux et les calculs. Une dérivation microscopique plus rigoureuse des coefficients de transport reste à faire. Ce problème est directement relié à la difficulté rencontrée dans l'introduction de variables collectives. Il reste un certain nombre de défis à relever sur le plan de la théorie. Un des rôles essentiels de la physique expérimentale est de rechercher les " anomalies ", c'est-à-dire, les phénomènes qui ne peuvent pas s'expliquer dans le cadre des modèles existants, en augmentant

la quantité et aussi la qualité des informations.

De fait, il faut avouer qu'il n'a pratiquement pas été question ici des limites d'applicabilité des modèles de transport dans un domaine d'énergie supérieur à une dizaine de MeV par nucléon, le sujet central de la présente Ecole. Les discussions du chapitre VI montrent qu'a priori, le schéma développé n'est plus valable, la notion de mouvement collectif lent par rapport au mouvement intrinsèque est mise en défaut si l'on se base sur une analyse en termes de temps caractéristiques. Les " effets de mémoire " induits dans le sous-système collectif par le sous-système intrinsèque peuvent être importants, le processus devient alors non-markovien. L'étude des réactions se produisant à des énergies de quelques MeV par nucléon est actuellement un champ ouvert, la complexité des phénomènes qui semblent s'y produire en fait foi. De nouvelles approches s'imposent. Le lien entre ces approches et celles utilisées à plus basse énergie est objet de travail pour la suite.

Je voudrais remercier ici les personnes qui de près ou de loin et de diverses façons m'ont permis de mener à bien la mise au point de cet exposé : A. Lejeune pour son étroite collaboration dans notre travail commun, C. Grégoire pour les discussions informelles que j'ai eues avec lui et la spontanéité avec laquelle il m'a aidé dans un calcul ponctuel, W. Bohne et K.M. Hartmann pour les renseignements qu'ils m'ont fournis, T. Sami pour ses questions et critiques pertinentes et le temps qu'elle a pris pour relire le texte, H. Weidenmüller, P. Grangé et G. Wolschin pour les discussions que nous avons eues. Je ne voudrais pas oublier Madame Le Guen pour la diligence et le soin qu'elle a investis dans la frappe du texte, enfin, ma femme et mes enfants qui ont subi avec patience et compréhension la période de gestation et d'exécution de ce travail.

## REFERENCES.

- 1.a) V.V. Volkov, Phys. Rep. 44C (1978) 93.
- b) W.U. Schröder, J.R. Huizenga, Ann. Rev. Nucl. Sci. (1977) 465.
2. B. Tamain, Cours de l'Ecole Joliot Curie de Physique Nucléaire, Bombannes (Septembre 1982).
- 3.a) R.A. Broglia, C.H. Dasso, A. Winther, Phys. Lett. 61B (1976) 113.
- b) R.A. Broglia, O. Civitarese, C.H. Dasso, A. Winther, Phys. Rev. Lett. 41 (1978) 405.
- c) R.A. Broglia, C.H. Dasso, H. Esbensen, Progress in Particle and Nuclear Physics, Vol. 4, Sir D. Wilkinson edit. Pergamon Press (1980) p. 345.
- d) R.A. Broglia, C.H. Dasso, A. Winther, Nordita preprint (Avril 1980).
- 4.a) H. Blocki, Y. Boneh, J.R. Nix, J. Randrup, M. Sobel, A.J. Sierk, W.J. Swiatecki, Ann. Phys. (NY) 113 (1978) 330.
5. H.A. Weidenmüller, Progress in Particle and Nuclear Physics, Vol. 3 (1980) 49.
6. W.J. Swiatecki and S. Bjornholm, Phys. Rep. C4 (1972) 325.
7. W.J. Swiatecki, J. Phys. Suppl. 33 C5 (1972) 45.
8. D. Glas, U. Mosel, Nucl. Phys. A264 (1976) 268.
9. W.J. Swiatecki, Progress in Particle and Nuclear Physics, Vol. 4, Sir D. Wilkinson edit., Pergamon Press (1980) p. 383.
10. D.H.E. Gross, H. Kalinowski, J.N. De, Lecture Notes in Physics, Vol. 33, p. 194, Springer Verlag, Berlin (1975).
11. D.H.E. Gross, H. Kalinowski, Phys. Rep. C45 (1978) 177.
12. H. Flocard, Cours de l'Ecole Joliot Curie de Physique Nucléaire, Bombannes (Septembre 1982).
- 13.a) H. Hofmann, P.J. Siemens, Nucl. Phys. A257 (1976) 165.
- b) H. Hofmann, P.J. Siemens, Nucl. Phys. A275 (1977) 464.
- 14.a) S. Ayik, B. Schürmann, W. Nörenberg, Zeit. Phys. A277 (1976) 299.
- b) S. Ayik, B. Schürmann, W. Nörenberg, Zeit. Phys. A279 (1976) 145.
- 15.a) D. Agassi, C.M. Ko, H.A. Weidenmüller, Ann. Phys. (NY) 107 (1977) 140.
- b) D. Agassi, C.M. Ko, H.A. Weidenmüller, Ann. Phys. (NY) 117 (1979) 407.
16. W. Nörenberg, Phys. Lett. 53B (1974) 289.
17. J.R. Huizenga, J.R. Birkelund, W.U. Schröder, K.L. Wolf, V.E. Viola Jr., Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 885.
18. H.J. Wollersheim, W.W. Wilcke, J.R. Birkelund, J.R. Huizenga, Phys. Rev. C25 (1982) 338.
19. W.U. Schröder, J.R. Birkelund, J.R. Huizenga, K.L. Wolf, V.E. Viola Jr., Phys. Rep. 45C (1978) 301.
20. W.E. Frahn, Nucl. Phys. A302 (1978) 267.
21. G. Wolschin, W. Nörenberg, Zeit. Phys. A284 (1978) 209.
22. G. Wolschin, Nucl. Phys. A316 (1979) 146.
23. C. Bloch, Scientific Works, Vol. 2, ed. R. Balian, C. De Dominicis, V. Gillet, A. Messiah, North Holland Publ. Co., Amsterdam (1975).
24. J.P. Jeukenne, A. Lejeune, C. Mahaux, Phys. Lett. 25C (1976) 83.
25. D.M. Brink, J. Neto, H.A. Weidenmüller, Phys. Lett. 80B (1979) 170.
- 26.a) M.C. Nemes, H.A. Weidenmüller, Phys. Rev. C24 (1981) 450.
- b) M.C. Nemes, H.A. Weidenmüller, Phys. Rev. C24 (1981) 944.
27. J. Richert, T. Sami, H.A. Weidenmüller, à paraître dans Phys. Rev. G.
28. M. Brack, J. Damgaard, A.S. Jensen, H.C. Pauli, V.M. Strutinsky, C.Y. Wong, Rev. Mod. Phys. 44 (1972) 320.

29. R.P. Feynman, F.V. Vernon, Ann. Phys. (NY) 24 (1963) 118.
30. P. Pechukas, Phys. Rev. 181 (1969) 174.
31. R.P. Feynman, A.R. Hibbs, Quantum Mechanics and Path Integrals, Mc Graw Hill, New York, 1965, chapitre 12.
32. W. Nörenberg, Physique Nucléaire avec des Ions Lourds, Supplément au Journal de Physique, fasc. 11 C-5, Caen (1976) p. 141.
33. C. Ngô, H. Hofmann, Zeit. Phys. A282 (1977) 83.
34. M. Berlinger, C. Ngô, P. Grangé, J. Richert, H. Hofmann, Zeit. Phys. A284 (1978) 61.
35. C. Riedel, G. Wolschin, Zeit. Phys. A294 (1980) 17.
36. G. Wolschin, Proceedings of the International School of Physics " Enrico Fermi ", Course LXXVII, ed. R.A. Broglia et R.A. Ricci, North Holland Publ. Co. (1981) p. 508.
37. M. Berlinger, P. Grangé, H. Hofmann, C. Ngô, J. Richert, Zeit. Phys. A286 (1978) 207.
38. R. Schmidt, G. Wolschin, Zeit. Phys. A296 (1980) 215.
39. a) J. Randrup, Nucl. Phys. A307 (1978) 319.  
b) J. Randrup, Nucl. Phys. A327 (1979) 490.
40. W.U. Schröder, J.R. Huizenga, J. Randrup, Phys. Lett. 98B (1981) 355.
41. C.M. Ko, G.F. Bertsch, D. Cha, Phys. Lett. 77B (1978) 174.
42. M. Prakash, S. Shlomo, V.S. Ramamurthy, S.S. Kapoor, S.K. Kataria, Phys. Lett. 98B (1981) 413.
43. M. Dakowski, A. Gobbi, W. Nörenberg, Nucl. Phys. A378 (1982) 189.
44. H. Essel, K. Hartel, P. Kienle, H.J. Körner, K.E. Rehm, P. Sperr, W. Wagner, Phys. Lett. 81B (1979) 161.
45. D.H.E. Gross, K.M. Hartmann, Phys. Rev. C24 (1981) 2526.
46. S.K. Samaddar, M.I. Sobel, Phys. Lett. 82B (1979) 191.
47. M. Berlinger, M.A. Deleplanque, C. Gerschel, F. Hanappe, M. Leblanc, J.F. Mayault, C. Ngô, D. Paya, N. Perrin, J. Peter, B. Tamain, L. Valentin, J. Phys. Lett. 37 (1976) 323.
48. A. Olmi, H. Sann, D. Pelte, Y. Eyal, A. Gobbi, W. Kohl, U. Lynen, G. Rudolf, H. Stelzer, R. Bock, Phys. Rev. Lett. 41 (1978) 688.
49. W. Trautmann, J. de Boer, W. Dünnweber, G. Graw, R. Kopp, C. Lauterbach, H. Fuchta, U. Lynen, Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 1062.
50. H. Ho, R. Albrecht, W. Dünnweber, G. Graw, S.G. Steadman, J.P. Wurm, D. Disdier, V. Rauch, F. Scheibling, Zeit. Phys. A283 (1977) 235.
51. G.J. Wozniak, R.P. Schmitt, P. Glässel, R.L. Jared, G. Bizard, L.G. Moretto, Phys. Rev. Lett. 40 (1978) 1436.
52. D. Von Harrach, P. Glässel, Y. Civelekoglu, R. Männer, H.J. Specht, Phys. Rev. Lett. 42 (1979) 1728.
53. J.Q. Li, X.T. Tang, G. Wolschin, preprints MPI-H-1981-V19 ; MPI-H-1982-V8.
54. L.G. Moretto, R.P. Schmitt, Phys. Rev. C21 (1980) 204.
55. M.C. Wang, G.E. Uhlenbeck, Rev. Mod. Phys. 17 (1945) 323.
56. C. Riedel, G. Wolschin, W. Nörenberg, Zeit. Phys. A290 (1979) 47.
57. G. Wolschin, Phys. Lett. 88B (1979) 35.
58. S.K. Samaddar, M.I. Sobel, Phys. Lett. 82B (1979) 191.
59. H. Oeschler, P. Wagner, J.P. Coffin, P. Engelstein, B. Heusch, Phys. Lett. 87B (1979) 193.
60. J. Barrette, P. Braun-Munzinger, C.K. Gelbke, H.E. Wegner, B. Zeidman, A. Camp, H.L. Harney, Th. Walcher, Nucl. Phys. A279 (1977) 125 ; ibid. Nucl. Phys. A289 (1977) 195.
61. A. Lejeune, J. Richert, Zeit. Phys. A296 (1980) 359.

62. A. Lejeune, J. Richert, Zeit. Phys. A299 (1981) 273.
63. J. Richert, 6<sup>e</sup> Rencontre d'Etudes Biennale de Physique Nucléaire d'Aussois, Institut de Physique Nucléaire, Université Claude Bernard, Lyon (Février 1981), C18.
64. C. Barbagallo, J. Richert, A. Lejeune, Zeit. Phys. A301 (1981) 343.
65. K. Siwek-Wilczynska, J. Wilczynski, Nucl. Phys. A264 (1976) 115.
66. C. Ngô, B. Tamain, M. Beiner, R.J. Lombard, D. Mas, H.H. Deubler, Nucl. Phys. A252 (1975) 237.
67. J.P. Coffin, B. Heusch, communication privée.
68. J.H.E. Mattauch, W. Thiele, A.H. Wapstra, Nucl. Phys. 67 (1965) 1.
69. W.D. Myers, W.J. Swiatecki, Nucl. Phys. 81 (1966) 1.
70. A. Bohr, B.R. Mottelson, Nuclear Structure, Vol. II, W.A. Benjamin (1975), p. 607.
71. S. Grossmann, H.J. Krappe, Zeit. Phys. A298 (1980) 41.
72. A. Lejeune, C. Barbagallo, J. Richert, preprint CRN (1982), Nucl. Phys. A389 (1982) 141.
73. W. Nörenberg, C. Riedel, Zeit. Phys. A290 (1979) 335.
74. W. Nörenberg, Cours de l'" International Nuclear Physics Workshop ", Trieste, Octobre 1981.
75. C. Ngô, C. Grégoire, B. Remaud, 3rd Adriatic Europhysics Study Conference on the dynamics of Heavy-Ion Collisions, Hvar, Croatia, Yougoslavie, Mai 1981.
76. C. Grégoire, Exposé de revue : " Fast fission phenomenon ", Conférence de Saclay (Mai 1982), M. Martinot et C. Ngô, à paraître dans Nuclear Physics A.
77. C. Grégoire, communication privée.
78. U. Brosa, S. Grossmann, Exposé de revue, 14th Summer School on Nuclear Physics, 31 Août-12 Septembre 1981, Mikolaji, Pologne.
79. J.R. Birkelund, L.E. Tubbs, J.R. Huizenga, J.N. De, D. Sperber, Phys. Rep. 56 (1979) 107.
80. U. Brosa, Zeit. Phys. A296 (1980) 215.
81. W. Bohne, communication privée.
82. C. Grégoire, R. Lucas, C. Mazur, C. Ngô, J. Poitou, M. Ribrag, U. Lynen, A. Gobbi, J.V. Kratz, A. Olmi, H. Sann, G. Wirth, Rapport annuel, GSI Darmstadt, 1980.
83. D.H.E. Gross, K.M. Hartmann, Contribution présentée à " La Ribada International Summer School on Heavy Ion Collisions ", Espagne, Juin 1982.
84. D.H.E. Gross, L. Satpathy, Phys. Lett. 110B (1982) 31.
85. H.H. Deubler, K. Dietrich, Nucl. Phys. A277 (1977) 493.
86. D.H.E. Gross, R.C. Nayak, L. Satpathy, Zeit. Phys. A299 (1981) 63.
87. K. Dietrich, Ch. Leclercq-Willain, Nucl. Phys. A359 (1981) 201.
88. K. Dietrich, Ch. Leclercq-Willain, Nucl. Phys. A359 (1981) 237.
89. W. Cassing, H. Friedrich, Zeit. Phys. A291 (1979) 339 ; *ibid.* A298 (1980) 129 ; *ibid.* A299 (1981) 359.
90. F. Villars, Nucl. Phys. A285 (1977) 269.
91. K. Goeke, P.G. Reinhard, Ann. Phys. (NY) 124 (1980) 249.
92. E. Moya de Guerra, F. Villars, Nucl. Phys. A285 (1977) 297.
93. A.K. Kerman, S.E. Koonin, Ann. Phys. (NY) 100 (1976) 332.
94. C. Le Brun, J.F. Lecomte, F. Lefebvres, M. L'Haridon, A. Osmont, J.P. Patry, J.C. Steckmeyer, R. Chechik, Phys. Rev. C25 (1982) 3212.
95. J. Randrup, Nucl. Phys. A383 (1982) 468.
96. D. Saloner, H.A. Weidenmüller, Zeit. Phys. A294 (1980) 207.

N.B. : La liste donnée ci-dessus est loin d'être exhaustive. Elle devrait cependant permettre de retrouver la plupart des travaux essentiels.

APPENDICE A : Dérivation d'une équation de Fokker-Planck classique.

En partant de la définition d'un processus de Markov pour un système à une variable, on obtient

$$P(x, 0 | y \text{ t} + \Delta t) = \int dz P(x0 | zt) P(zt | y \text{ t} + \Delta t) \quad (\text{A-1})$$

où  $P(x_1 t_1 | x_2 t_2)$  est la probabilité pour que le système se trouve entre  $x_2$  et  $x_2 + dx_2$  à l'instant  $t_2$  quand il était entre  $x_1$  et  $x_1 + dx_1$  à l'instant  $t_1$ .

On définit les moments de la distribution :

$$a_n(z, \Delta t) \equiv \int dy (y-z)^n P(z, t | y \text{ t} + \Delta t)$$

$$\text{et } A(z) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} a_1(z, \Delta t) \quad (\text{A-2})$$

$$B(z) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} a_2(z, \Delta t) \quad (\text{A-3})$$

Soit  $R(y)$  une fonction qui décroît assez vite lorsque  $y \rightarrow \pm \infty$  pour que l'intégrale

$$I = \int dy R(y) \frac{\partial P(x0 | yt)}{\partial t}$$

ait un sens.

Alors :

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left[ \int dy R(y) \int dz P(x0 | zt) P(zt | y \text{ t} + \Delta t) - \int dz R(z) P(x0 | zt) \right]$$

En développant  $R(y)$  au second ordre en série de Taylor autour de  $z$  :

$$\begin{aligned} \int dy R(y) P(zt | y \text{ t} + \Delta t) &\approx \int dy \left[ R(z) + (z-y)R'(z) + \frac{(z-y)^2}{2} R''(z) \right] P(zt | y \text{ t} + \Delta t) \\ &= R(z) + R'(z) a_1(z, \Delta t) + R''(z) a_2(z, \Delta t) \end{aligned}$$

Soit

$$\begin{aligned} I &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int dz P(x0 | zt) \left[ R(z) + R'(z) a_1(z, \Delta t) + R''(z) a_2(z, \Delta t) - R(z) \right] \\ &= \int dz P(x0 | zt) \left[ R'(z) A(z) + \frac{R''(z)}{2} B(z) \right] \end{aligned}$$

En intégrant par partie et en utilisant le comportement spécifique de  $R(z)$  (cf. plus haut) :

$$I \equiv \int dy R(y) \frac{\partial P(x0 | yt)}{\partial t} = - \int dy R(y) \left[ \frac{\partial}{\partial y} (A(y) P(x0 | yt)) - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} (B(y) P(x0 | yt)) \right]$$

Soit, pour tout  $y$  et  $R(y)$  ( $P(y; t) \equiv P(x0 | yt)$ ) :



$$\frac{\partial P}{\partial t}(y, t) = - \frac{\partial}{\partial y} [A(y)P(y; t)] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} [B(y)P(y; t)] \quad (\text{A-4})$$

Ce résultat se généralise immédiatement à plusieurs variables :

$$\frac{\partial P(\vec{y}; t)}{\partial t} = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial y_i} [A_i(\vec{y})P(\vec{y}; t)] + \frac{1}{2} \sum_{kl} \frac{\partial^2}{\partial y_k \partial y_l} [B_{kl}(\vec{y})P(\vec{y}; t)] \quad (\text{A-5})$$

où  $\vec{y} = (y_1, \dots, y_n)$

APPENDICE B : Détermination des coefficients de transport correspondant au régime sur-critique.

On part de l'équation de Langevin sur-critique ( $\mu = 0$ ) :

$$\gamma \frac{dx}{dt} + \frac{\partial U}{\partial x} = L(t) \quad (\text{B-1})$$

avec  $\langle L(t) \rangle = 0 \quad (\text{B-2})$

$$\langle L(t)L(t') \rangle = 2D \delta(t-t') \quad (\text{B-3})$$

On a montré dans l'appendice A que l'équation de Fokker-Planck s'écrit :

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial x} [A(x)P(x,t)] + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [B(x)P(x,t)]$$

où  $A(x) \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\langle \Delta x \rangle}{\Delta t}$

et  $B(x) \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\langle \Delta x^2 \rangle}{\Delta t}$

où  $\langle \Delta x \rangle$  et  $\langle \Delta x^2 \rangle$  sont, par définition, les premier et second moments de la distribution  $P$  (cf. (A-2) et (A-3))

En partant de l'équation (B-1) :

$$\Delta x = - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial U}{\partial x} \Delta t + \frac{1}{\gamma} \int_t^{t+\Delta t} L(\xi) d\xi$$

Soit :

$$A(x) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\langle \Delta x \rangle}{\Delta t} = - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{1}{\gamma \Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \langle L(\xi) \rangle d\xi = - \frac{1}{\gamma} \frac{\partial U}{\partial x} \quad (\text{B-4})$$

en tenant compte de (B-2). D'autre part :

$$\Delta x^2 = \frac{1}{\gamma^2} \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 \Delta t^2 - \frac{2}{\gamma} \frac{\partial U}{\partial x} \Delta t \cdot \frac{1}{\gamma} \int_t^{t+\Delta t} L(\xi) d\xi + \frac{1}{\gamma^2} \int_t^{t+\Delta t} d\xi \int_t^{t+\Delta t} d\eta L(\xi)L(\eta)$$

Soit :

$$\begin{aligned} B(x) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\langle \Delta x^2 \rangle}{\Delta t} = \frac{1}{\gamma^2} \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} d\xi \int_t^{t+\Delta t} d\eta \langle L(\xi)L(\eta) \rangle \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\gamma^2} \frac{2}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} d\xi D(x) = \frac{2D}{\gamma^2} \end{aligned}$$

Par conséquent, l'équation de transport s'écrit :

$$\frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\gamma} \frac{\partial U}{\partial x} P(x,t) \right] + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ \frac{D}{\gamma^2} P(x,t) \right]$$

qui est de la forme (III-9), avec un coefficient de dérive  $v = -\frac{1}{Y} \frac{\partial U}{\partial x}$  et un coefficient de diffusion  $\frac{D(x)}{2}$ . Pour le cas où  $\mu \neq 0$ , il est facile d'obtenir l'équation de Fokker-Planck.

Pour cela, il suffit de calculer les moments

$$A_1 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\langle \Delta x \rangle}{\Delta t}$$

$$A_2 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\langle \Delta p \rangle}{\Delta t}$$

(où  $p = \mu \dot{x}$ )

$$B_{11} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\langle \Delta x^2 \rangle}{\Delta t}$$

$$B_{12} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\langle \Delta x \Delta p \rangle}{\Delta t}$$

$$B_{22} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\langle \Delta p^2 \rangle}{\Delta t}$$

et remplacer dans (A-5).

APPENDICE C : Dérivation de l'équation de la trajectoire classique du sous-système collectif.

On part de l'équation (IV-13) pour l'amplitude de transition :

$$\overline{|K_a|^2} = \int_{q_0}^{q_1} \mathcal{D}q \int_{\tilde{q}_0}^{\tilde{q}_1} \mathcal{D}\tilde{q} \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} [S(q) - S(\tilde{q})] \right\} \bar{\rho}_a [q, \tilde{q}] \quad (C-1)$$

La trajectoire  $q$  la plus probable est obtenue en cherchant les extrêma de la phase dans l'exponentielle. Soit :

$$\Delta S = S(q) - S(\tilde{q}) = \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}(q, \dot{q}) dt - \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}(\tilde{q}, \dot{\tilde{q}}) dt$$

Introduisant la différence de chemin :

$$\eta = q - \tilde{q}$$

il vient :

$$\begin{aligned} \Delta S &= \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}(q, \dot{q}) dt - \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}(q-\eta, \dot{q}-\dot{\eta}) dt \\ &= \int_{t_0}^{t_1} \left[ \eta \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} + \dot{\eta} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right] dt \end{aligned} \quad (C-2)$$

au premier ordre en  $\eta$  et  $\dot{\eta}$ .

Soit en intégrant par parties le second terme dans (C-2) :

$$\Delta S = \int_{t_0}^{t_1} \eta(t) dt \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right)$$

Si  $\bar{\rho}_a$  est de la forme (IV-12)

$$\bar{\rho}_a \propto e^{i \int_{t_0}^{t_1} dt \eta(t) F(t)} + \theta(\eta^2)$$

la phase sera extrémale pour :

$$F(t) - \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = 0 \quad (C-3)$$

qui est l'expression de la trajectoire classique (IV-14)