



**HAL**  
open science

## Collisions d'ions lourds à haute énergie - Aspects théoriques

J. Cugnon

► **To cite this version:**

J. Cugnon. Collisions d'ions lourds à haute énergie - Aspects théoriques. École thématique. Ecole Joliot Curie "La matière nucléaire dans tout ses états", Bombannes, (France), du 16-20 septembre 1985: 4ème session, 1985. cel-00643896

**HAL Id: cel-00643896**

**<https://cel.hal.science/cel-00643896>**

Submitted on 23 Nov 2011

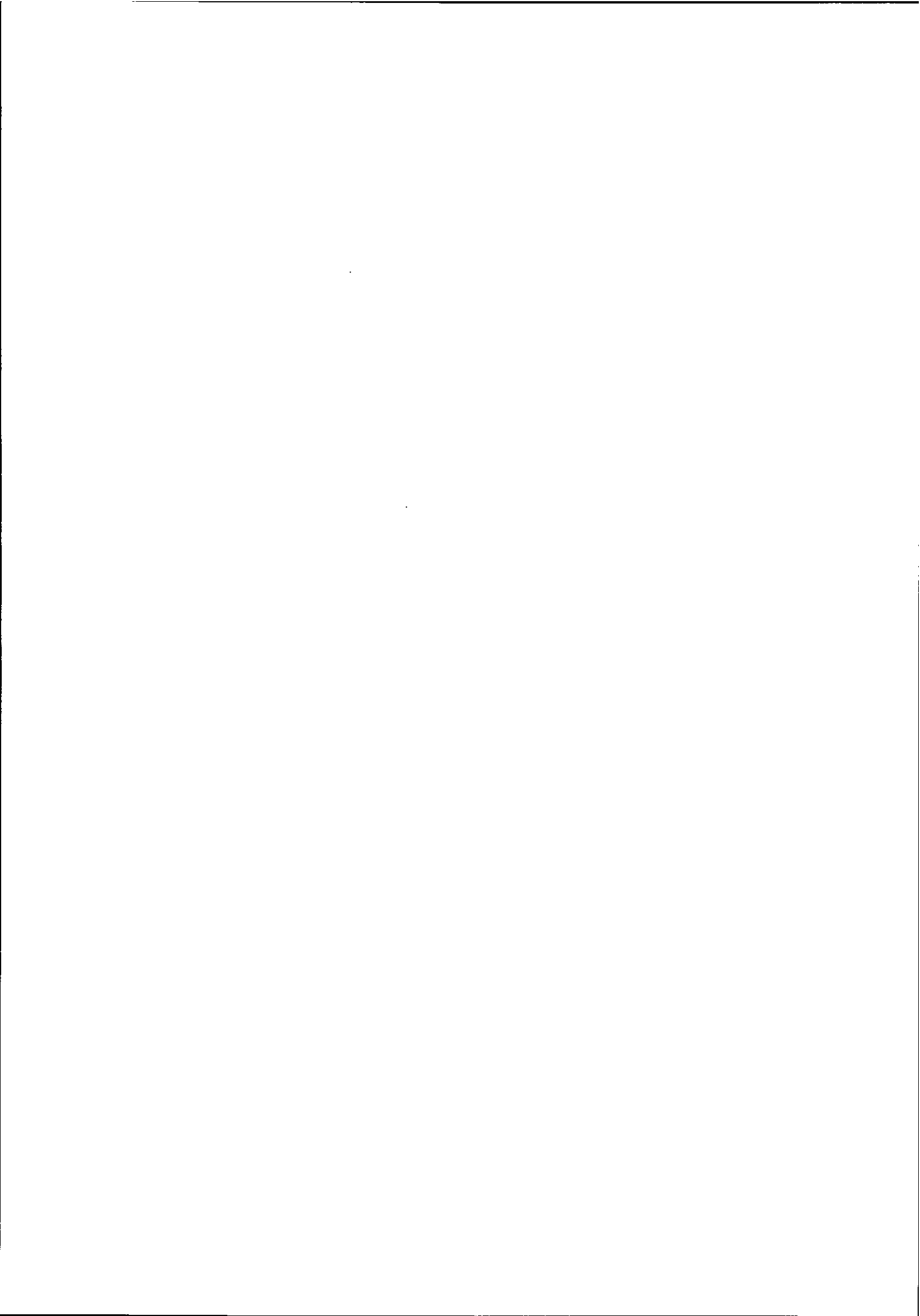
**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

COLLISIONS D'IONS LOURDS À HAUTE ÉNERGIE  
- ASPECTS THÉORIQUES -

J. CUGNON

Institut de Physique, Université de Liège



Résumé : La dynamique des collisions entre ions lourds dans la région 250-2000 MeV/A est étudiée dans la perspective de la formation de matière nucléaire dense et chaude et de l'extraction possible de propriétés statiques de cette matière, notamment de l'énergie de compression. Après un rappel concernant l'équation d'état, on étudie la dynamique de la collision dans le cadre de l'hydrodynamique et de la cascade intranucléaire. Le contexte théorique de l'équation de Landau-Vlassov est largement étudié et permet une comparaison entre les deux modèles, une étude de la thermalisation possible et de l'expansion du système. Enfin, certaines informations sur l'équation d'état sont extraites en analysant la multiplicité de pions, la production de fragments et l'écoulement collectif. A divers endroits, les extensions vers les basses énergies sont discutées.

Abstract : The dynamics of the heavy ion collisions in the 250-2000 MeV/A energy range is studied in relation with the formation of hot, dense nuclear matter and with the possibility of extracting the compressional energy. After a short reminder of the properties of the equation of state, the collision dynamics is studied both in the hydrodynamical and the intranuclear cascade models. The Landau-Vlassov equation is largely studied, which permits a comparison between the two models, an investigation of the possible thermalisation and of the expansion of the system. Finally, information about the equation of state is extracted from the pion multiplicity, the composite yield and the collective flow. On many occasions, extension toward lower energy is discussed.

## 1. INTRODUCTION

Le but avoué ou non de l'étude des collisions entre ions lourds à haute énergie est de déterminer l'équation d'état de la matière nucléaire. En effet, à cause de l'énergie disponible et en admettant une opacité nucléaire raisonnable, le processus de collision conduit inévitablement à la formation d'un système dense et fortement excité<sup>1</sup>. Cette perspective a soulevé au début un grand enthousiasme, car, à part certaines indications astrophysiques, c'était la première fois que l'on avait un moyen d'étudier l'équation d'état. Cependant, très vite, cet enthousiasme a fait place à une certaine déception. On était de plus en plus persuadé que l'expansion et la désagrégation du système, qui suivent la période de compression, effaçaient en quelque sorte les propriétés de la matière dense. De plus, il était évident que le système ne pouvait être en équilibre, ne serait-ce que pendant la période initiale de compression. A l'heure actuelle, l'optimisme

est à nouveau répandu, grâce à divers développements importants pendant les cinq ou six dernières années.

Un premier progrès a d'abord été obtenu grâce à la confection d'un modèle, le modèle de cascade intranucléaire<sup>2-4</sup>, qui peut prendre en compte des effets de non-équilibre de la manière la plus satisfaisante possible.

L'enthousiasme reprit lorsque, avec la référence 5, on a découvert que certaines grandeurs "résistent" à l'expansion, c'est-à-dire conservent leur valeur pendant la phase d'expansion. Ces grandeurs contiennent donc des informations sur l'équation d'état.

Mais il a fallu attendre une démarche originale de R. Stock<sup>6</sup> qui, en dépit de l'existence d'effets hors équilibre, proposa un moyen d'extraire des informations, limitées il est vrai, sur les propriétés de la matière dense. L'idée est de comparer d'une façon adéquate les résultats expérimentaux et les résultats de la cascade intranucléaire. Cette méthode a été appliquée à la multiplicité de pions, la production de composites et l'écoulement collectif.

Ce qui suit est l'exposé de ces développements, où, en plus, on insiste sur les notions d'équation d'état, d'équilibre local, d'effets hors équilibre et de validité des concepts thermodynamiques. A beaucoup d'occasions, nous discutons aussi ces notions dans le contexte des basses énergies. La Section 2 traite de l'équation d'état. La Section 3 est dévolue à la discussion de la dynamique de la réaction. Dans la Section 4, on aborde le problème de la thermalisation et de l'équilibre local. On aborde les propriétés présumées de la matière dense dans la Section 5, ainsi que la notion de grandeurs résistant à l'expansion. Enfin, la Section 6 décrit comment on tente d'extraire l'équation d'état.

## 2. EQUATION D'ETAT

### 2.1. Rappels de thermodynamique

Pour un système thermodynamique, dont le nombre de particules n'est pas fixé, les propriétés sont contenues dans le potentiel thermodynamique (ou grand potentiel)

$$\Omega = \Omega(\mu, V, T) \quad , \quad (2.1)$$

où  $\mu$  est le potentiel chimique,  $V$  le volume et  $T$  la température. Le grand potentiel vaut

$$\Omega = - pV \quad , \quad (2.2)$$

ce qui donne automatiquement la pression. Les variables thermodynamiques extensives (l'entropie et le nombre moyen de particules) sont obtenues par dérivation

$$S = - \frac{\partial \Omega}{\partial T} \quad , \quad A = - \frac{\partial \Omega}{\partial \mu} \quad . \quad (2.3)$$

Les autres grandeurs extensives s'obtiennent alors grâce aux définitions usuelles.

L'énergie interne  $U$  vaut

$$U = \Omega + TS + \mu A \quad (2.4)$$

et l'énergie libre

$$F = \Omega + \mu A \quad (2.5)$$

Pour un système infini, le volume  $V$  perd son statut de variable thermodynamique indépendante et les variables extensives perdent leur sens. On considère plutôt les densités en volume. Dès lors, les équations (2.1)-(2.2) se réduisent à

$$p = p(\mu, T) \quad (2.6)$$

et on peut écrire ( $s = \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{S}{V}$ ,  $\rho = \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{A}{V}$ )

$$s = - \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{\mu} , \quad \rho = - \left( \frac{\partial p}{\partial \mu} \right)_{T} , \quad (2.7)$$

et

$$u = p + Ts + \mu \rho , \quad (2.8)$$

$$f = p + \mu \rho . \quad (2.9)$$

En physique nucléaire, on a pris l'habitude de parler des quantités par nucléon (ce qui revient à considérer les densités massiques). On pourra écrire

$$\frac{\Omega}{A} = - \frac{p}{\rho} ,$$

$$\frac{S}{A} = - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{\mu} , \quad t = - \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial \mu} \right)_{T} , \quad (2.10)$$

$$\frac{U}{A} = - \frac{p}{\rho} + T \frac{S}{A} + \mu \rho . \quad (2.11)$$

Cette dernière relation montre qu'à l'équilibre à  $T$  et  $\mu$  donnés ( $p = 0$ ), on a  $\mu = \frac{F}{A}$ . On a aussi

$$\frac{S}{A} = - \frac{\partial}{\partial T} \left( \frac{F}{A} \right)_{\rho} , \quad p = \rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{F}{A} \right)_{T} , \quad p = \rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{U}{A} \right)_{S/A} . \quad (2.12)$$

## 2.2. Equation d'état

D'une manière générale, l'équation d'état est une relation entre trois variables thermodynamiques intensives. Cela peut être  $p = p(\mu, T)$ , ou  $p = p(\rho, T)$  ou  $u = u(p, \rho)$ . Une forme commode et usuelle est

$$\frac{U}{A} = \frac{U}{A}(\rho, T) \quad . \quad (2.13)$$

En toute généralité, on peut écrire

$$\frac{U}{A}(\rho, T) = \frac{U}{A}(\rho, 0) + \left[ \frac{U}{A}(\rho, T) - \frac{U}{A}(\rho, 0) \right] \quad (2.14)$$

ou

$$\frac{U}{A}(\rho, T) = E_c(\rho) + E_{th}(\rho, T) \quad . \quad (2.15)$$

Les quantités apparaissant dans (2.15) sont habituellement appelées énergie de compression et énergie thermique, respectivement. Elles ne doivent pas être confondues avec le travail et la quantité de chaleur échangés pendant n'importe quelle transformation, ces derniers ne pouvant être des fonctions d'état.

Une autre manière de présenter l'équation d'état est de considérer les isothermes

$$p = p(\rho, T) \quad (2.16)$$

c'est-à-dire les courbes donnant la pression pour une température fixée, ou les isoentropes

$$p = p\left(\rho, \frac{S}{A}\right)$$

ou encore

$$p = p(u, T) \quad . \quad (2.17)$$

Toutes ces relations ne sont pas équivalentes. Celles donnant une variable en fonction de ses variables indépendantes naturelles contiennent l'information totale :  $p = p(u, T)$ ,  $\frac{U}{A} = \frac{U}{A}\left(\frac{S}{A}, T\right)$ ,  $\frac{F}{A} = \frac{F}{A}(\rho, T)$ . Pour s'en convaincre, il suffit de rappeler que pour un gaz parfait non relativiste, (2.16) s'écrit toujours  $p = \rho T$  ( $k = 1$ ), alors que (2.17) s'écrira  $p = 2 u v^{-1}$  où  $v$  est le nombre de degrés de liberté mis en jeu.

### 2.3. Rappels de mécanique statistique

La quantité cruciale est le calcul de la fonction de partition du système

$$Z = \text{Tr} \exp [-\beta(H - \mu N)] \quad (2.18)$$

où  $\beta = \frac{1}{T}$  est l'inverse de la température et  $\mu$  le potentiel chimique.  $H$  est l'hamiltonien du système et  $N$  est l'opérateur nombre de particules.  $Z$  est relié au grand potentiel par

$$\Omega = - T \ln Z(\beta, \mu, V) \quad . \quad (2.19)$$

De (2.3), (2.4) et (2.18) on tire, par exemple

$$U = \text{Tr} \{ H \exp [-\beta(H - \mu N)] \} = \langle H \rangle, \quad (2.20)$$

où les crochets indiquent la même moyenne que celle impliquée par la trace. Le calcul exact de (2.18) est généralement impossible pour des systèmes de particules en interaction. On en est donc réduit à utiliser des approximations.

Une autre manière de décrire un système à l'équilibre est de regarder la fonction densité  $\rho(\vec{r}, \vec{r}')$

$$\rho(\vec{r}, \vec{r}') = \langle \psi^+(\vec{r}) \psi(\vec{r}') \rangle \quad (2.21)$$

ou aussi sa transformée de Wigner

$$f_1(\vec{r}, \vec{p}) = \int \frac{d^3S}{(2\pi)^3} e^{i\vec{p}\cdot\vec{S}} \rho\left(\vec{r} + \frac{\vec{S}}{2}, \vec{r} - \frac{\vec{S}}{2}\right) \quad (2.22)$$

Cette fonction intégrée sur  $\vec{p}$  donne la densité en  $\vec{r}$ , et intégrée sur  $\vec{r}$  donne la densité dans l'espace des impulsions. Elle se comporte donc comme la fonction de distribution à un corps classique, qui donne la probabilité de trouver une particule avec l'impulsion  $\vec{p}$  à la position  $\vec{r}$ . Dans un système étendu avec des interactions à courte portée, la densité à l'équilibre est uniforme. D'autres fonctions sont aussi intéressantes. Ainsi, la fonction de distribution à deux corps

$$f_2(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_2) = \int \frac{d^3S_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3S_2}{(2\pi)^3} \langle \psi^+(\vec{r}_1 + \frac{\vec{S}_1}{2}) \psi^+(\vec{r}_2 + \frac{\vec{S}_2}{2}) \psi(\vec{r}_1 - \frac{\vec{S}_1}{2}) \psi(\vec{r}_2 - \frac{\vec{S}_2}{2}) \rangle \quad (2.23)$$

dont l'interprétation est la probabilité de trouver une particule en  $(\vec{r}_1, \vec{p}_1)$  et en même temps une particule en  $(\vec{r}_2, \vec{p}_2)$ . Une grandeur qui en dérive est la fonction de corrélation (classique)

$$v(\vec{r}) = \int d^3p_1 d^3p_2 [f_2(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_2) - f_1(\vec{r}_1, \vec{p}_1) f_1(\vec{r}_2, \vec{p}_2)] \quad (2.24)$$

où nous avons anticipé sur le fait que pour un système infini, il y a invariance par translation et par rotation. la fonction  $v(r)$  représente l'influence de la présence d'une particule sur la probabilité d'en trouver une autre à une distance  $r$  de la première.

Une autre quantité physique importante est la fonction de Green

$$G^+(\vec{r}, \vec{r}', t, t') = \langle \psi^+(\vec{r}, t) \psi(\vec{r}', t') \rangle, \quad (2.25)$$

où le produit doit être ordonné dans le temps. Il est plus utile de considérer sa transformée de Fourier

$$G^+(k, \omega) = \int \frac{d^3S}{(2\pi)^3} e^{i\vec{k}\cdot\vec{S}} \int dt e^{i\omega t} G^+(\vec{r}, \vec{r}-\vec{S}, t, t-\tau), \quad (2.26)$$

où, encore une fois, nous avons fait usage des propriétés d'invariance d'un système étendu. On a bien sûr



$$r_1(\vec{r}, \vec{p}) = \int \frac{d\omega}{2\pi} G^+(\vec{k}, \omega) \quad (2.27)$$

et

$$\rho = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \int \frac{d\omega}{2\pi} G^+(k, \omega) \quad (2.28)$$

La fonction de Green exprime les propriétés à un corps du système. D'une manière générale, elle s'écrit

$$G^+(k, \omega) = \frac{1}{\omega - \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \Sigma(k, \omega)} \quad (2.29)$$

où  $\Sigma$  est la self-énergie. Si l'on appelle  $e(k)$  la valeur de  $\omega$  qui annule le dénominateur pour un  $k$  donné, on pourra écrire

$$G^+(k, \omega) \approx \frac{1 + \left(\frac{\partial \Sigma}{\partial \omega}\right)_{\omega=e(k)}}{\omega - e(k)} \quad (2.30)$$

Nous allons revenir bientôt sur l'interprétation de cette formule.

A titre d'exemple, nous donnons rapidement la forme des grandeurs considérées pour un gaz de Boltzmann (\*) et pour un gaz de fermions (\*). Nous encourageons les étudiants à écrire la même chose pour un gaz de bosons. L'hamiltonien est

$$H = \sum_k e(k) a_k^+ a_k \quad (2.31)$$

et l'opérateur  $N$  s'écrit

$$N = \sum_k a_k^+ a_k \quad (2.32)$$

La fonction de partition s'écrit

$$Z = \prod_k [\exp[-\beta(e(k) - \mu)] + 1] \quad (2.33)$$

si ce sont des fermions,

$$Z = \exp\left\{\sum_k \exp[-\beta(e(k) - \mu)]\right\} \quad (2.34)$$

si ce sont des Boltzmannions et

$$Z = \prod_k [1 - \exp(-\beta(e(k) - \mu))] \quad (2.35)$$

si ce sont des bosons. La pression s'écrit

$$p = \frac{1}{V} \sum_k \ln \{1 + \exp[\beta(\mu - e(k))]\} \quad (2.36)$$

Le passage à la limite infinie (limite thermodynamique) se fait en remplaçant  $V^{-1} \sum_k \rightarrow g \frac{d^3k}{(2\pi)^3}$ , où  $g$  est la dégénérescence des états  $\vec{k}$ . D'où :

$$p = g T \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \ln \{1 + \exp [\beta(\mu - e(k))]\} \quad (2.37)$$

pour les fermions et

$$p = g T \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \exp [-\beta(e(k) - \mu)] \quad (2.38)$$

La densité (moyenne) de particules est

$$\rho = \frac{A}{V} \equiv \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{g}{1 + \exp [\beta(e(k) - \mu)]} \quad (2.39)$$

pour les fermions et

$$\rho = g \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} e^{-\beta(e(k) - \mu)} \quad (2.40)$$

pour les particules de Boltzmann. La densité d'énergie est

$$u = g \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{e(k)}{1 + \exp [\beta(e(k) - \mu)]} \quad (2.41)$$

et

$$u = g \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} e(k) \exp [-\beta(e(k) - \mu)] \quad (2.42)$$

respectivement. La relation  $u = \frac{3}{2} p$  n'est valable que si  $e(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ .  
La densité d'entropie peut s'écrire (\*)

$$s = - g \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \{n(k) \ln n(k) - (1 - n(k)) \ln(1 - n(k))\} \quad (2.43)$$

pour les fermions. Pour les Boltzmannions, le second terme tombe.

La fonction de distribution à un corps s'écrit bien sûr

$$f_1(\vec{r}, \vec{p}) = g \exp(-\beta(e(k) - \mu)) \quad (2.44)$$

pour les Boltzmannions. La fonction de Green s'écrit

$$G^+(\vec{k}, \omega) = \frac{1}{\omega - e(k)} \quad (2.45)$$

La fonction de corrélation  $v(r)$  vaut 0 pour un gaz de Boltzmannions. Elle est différente de zéro pour les fermions parce que la statistique ne leur permet pas d'être au même endroit. Pour  $T = 0$ , elle est donnée par

$$1 + v(r) = g(r) = - \delta_{\sigma\sigma'} \frac{1}{8\pi^4} \left( \frac{\sin k_F r}{r^3} - \frac{k_F \cos k_F r}{r^2} \right)^2 \quad (2.46)$$

où  $k_F$  est le moment de Fermi. Elle tend vers -1 quand  $r \rightarrow 0$ .

Revenons à l'équation (2.30). Si la fonction de Green a à peu près cette forme, cela veut dire que les particules en interaction se comportent à peu près comme des particules libres (quasi-particules) avec une énergie  $e(k)$ . Une grandeur

importante est la masse effective  $m^*$  définie par

$$m^* = \hbar^2 \left( \frac{\partial^2 e(k)}{\partial k^2} \right)^{-1}, \quad (2.47)$$

qui représente l'inertie que cette quasi-particule a effectivement.

#### 2.4. Connaissances sur l'équation d'état

La connaissance expérimentale de l'équation d'état se résume à peu de chose. En fait, on sait juste avec certitude que la fonction  $E_c(\rho)$  a un minimum pour  $\rho = \rho_0 \approx 0.156 \pm 0.015 \text{ fm}^{-3}$ , qui vaut  $B = 16 \pm 1 \text{ MeV}$ . On sait aussi que le module de compressibilité

$$K = 9 \frac{d}{d\rho} \left( \rho^2 \frac{d E_c}{d\rho} \right)_{\rho=\rho_0} \quad (2.48)$$

vaut  $220 \text{ MeV} \pm 20 \text{ MeV}$ .

Du point de vue théorique, la situation est particulièrement décevante, ainsi qu'en témoigne la Figure 2.1, eu égard à l'énorme effort consenti dans les trente dernières années. Le calcul qui a été poussé le plus loin est dû à Friedman et Pandharipande<sup>7</sup> et est indiqué en trait plein sur la Figure 2.1.

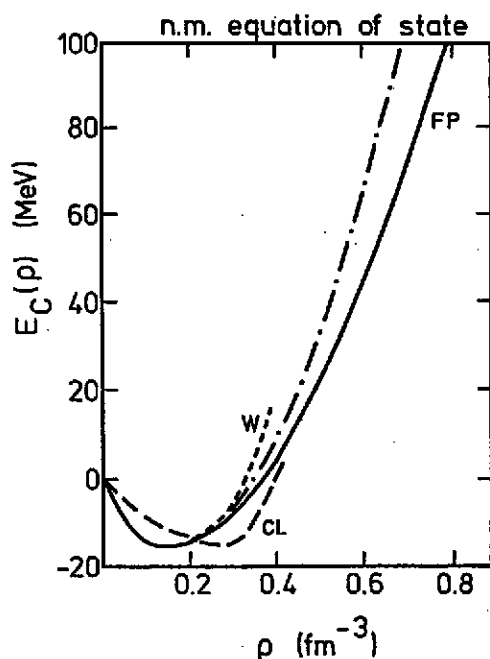


Figure 2.1

Prédictions théoriques pour l'énergie de compression. La courbe en trait plein est tirée d'un calcul variationnel<sup>7</sup>. La courbe en traits discontinus est un calcul perturbatif à la Brueckner<sup>8</sup> et la courbe pointillée est un calcul basé sur un modèle de champ moyen relativiste<sup>9</sup>. La courbe en trait/point représente l'équation (2.48) avec les valeurs expérimentales des paramètres.

Il contient cependant un paramètre. C'est un calcul variationnel basé sur un hamiltonien de forces à deux corps réaliste et de forces à trois corps. La courbe marquée CL<sup>8</sup> est basée sur un calcul perturbatif utilisant des forces à deux et à trois corps sans aucun paramètre. La courbe en trait pointillé est basée sur un modèle de théorie des champs, dû à Walecka<sup>9</sup>. Deux paramètres sont fixés pour obtenir la bonne saturation, mais il reste deux paramètres libres.

La diversité des résultats théoriques est une source même de l'intérêt porté

à l'équation d'état. En effet, la courbe marquée W dans la figure 2.1 provient de l'un des nouveaux modèles du noyau atomique. La connaissance expérimentale de l'équation d'état permettrait de choisir parmi ces images physiques.

En plus de  $E_c$ , il serait intéressant de connaître les isothermes sous la forme  $p = p(\rho, T)$ . Les théories existantes s'accordent ici sur un point : près de  $\rho_0$ , les isothermes sont du type de Vanderwaals, c'est-à-dire sont celles d'une phase de coexistence gaz-liquide. Nous renvoyons à ce sujet à l'exposé de P. Bonche<sup>10</sup>. Il serait aussi intéressant de connaître les isoentropes  $p = p(\rho, \frac{S}{A})$ , ou encore sous la forme  $p = p(u, \frac{S}{A})$ . Dans la Figure 2.2, nous montrons les isothermes sous la forme  $p = p(u, T)$  pour la matière neutronique, soulignant par la même occasion l'intérêt astrophysique de l'équation d'état en général.

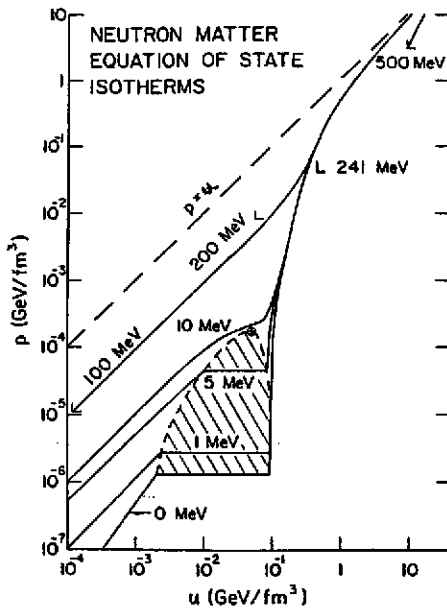


Figure 2.2

Fonctions  $p = p(u, T)$  pour la matière de neutrons, calculées suivant un modèle de champ moyen relativiste<sup>9</sup>.

Une équation d'état est dite dure si pour une énergie donnée et une température donnée la pression est grande. A ce sujet, il n'y a pas de point de référence bien spécifié. Souvent, on prend la forme la plus simple qui satisfait à l'observation, c'est-à-dire (pour  $T = 0$ )

$$E_c = B + \frac{K}{18} \frac{(\rho - \rho_0)^2}{\rho_0^2} \quad (2.49)$$

Puisqu'elles doivent toutes passer par le point de saturation, on peut considérer la dureté d'une équation d'état par la dérivée seconde

$$K' = \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \rho^2 \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{U}{A} \right) \right] \quad (2.50)$$

qui est liée à la vitesse du son  $c_0$

$$c_0 = \sqrt{\frac{1}{M} \frac{\partial p}{\partial \rho}} = \sqrt{\frac{K'}{M}} \quad (2.51)$$

à condition que toutes les dérivées partielles soient prises à  $\frac{S}{A}$  constant.

Dans le cas relativiste, cette relation devient ( $c = 1$ )

$$c_0 = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial u}} \quad (2.52)$$

et montre que la dureté est liée à la croissance de  $p$  avec  $u$ . En particulier, on voit que l'on ne peut avoir  $p \geq u$  (si l'on a  $p = 0$  pour une valeur de  $u$ ). Dans un diagramme tel que la Figure 2.2, la dureté est liée grosso-modo à la position de l'isotherme. On peut avoir différentes équations d'état ayant des fonctions  $K'$  différentes pour un même paramètre  $K$ .

On peut voir facilement que l'équation (2.49) est inappropriée à haute densité. En effet, si  $\rho \gg \rho_0$ , on peut voir que (2.12) peut s'écrire  $p \approx 2(u - B\rho)$ , ce qui conduit à  $c_0 > 1$ . Ceci illustre qu'il est illusoire de décrire l'équation d'état à quelques  $\rho_0$  à partir d'une équation telle que (2.49) (ou des semblables) qui ramènent la variation de la courbe à un seul paramètre,  $K$  en l'occurrence.

Dans la Figure 2.3, nous montrons, à titre illustratif, certaines prédictions pour la masse effective. Les courbes résultent d'un modèle de champ moyen relativiste<sup>9</sup>, tandis que les croix résultent du calcul de la référence 8. Dans ce dernier cas, la masse effective varie avec l'énergie. La valeur indiquée correspond à l'énergie du niveau de Fermi.

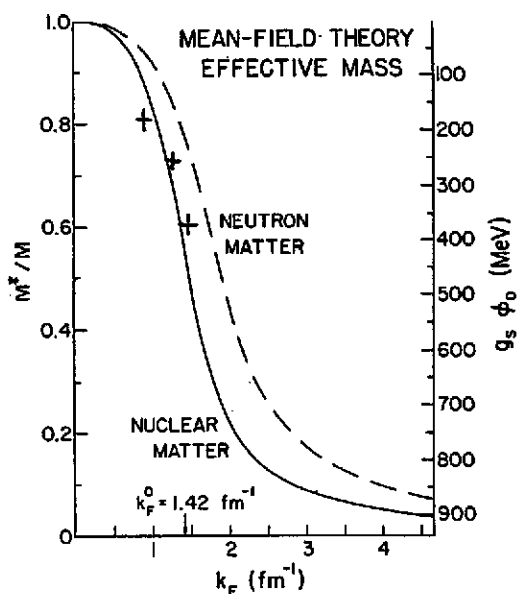


Figure 2.3

Prédictions théoriques de la masse effective.  
Voir texte.

### 3. DYNAMIQUE DES COLLISIONS

#### 3.1. Introduction

Il est de plus en plus clair que la collision entre deux ions lourds dans la région du GeV par nucléon est un phénomène violent et rapide. Les résultats expérimentaux (voir la revue de R. Babinet<sup>11</sup>) abondent en ce sens. Nous rappellerons

ici les plus significatifs :

1) Il y a une séparation plus ou moins nette entre participants et spectateurs, ces derniers étant peu perturbés.

2) Les participants sont émis à tous les angles, mais non isotropiquement, dans le centre de masse avec des spectres plus ou moins exponentiels. Les "températures" extraites sont reprises dans la Figure 3.1.

3) Des pions sont émis abondamment. Leur "température" est plus basse que celle des protons.

4) La zone participante émet également des particules composites : d, t,  $^3\text{He}$ ,  $\alpha$ , ...

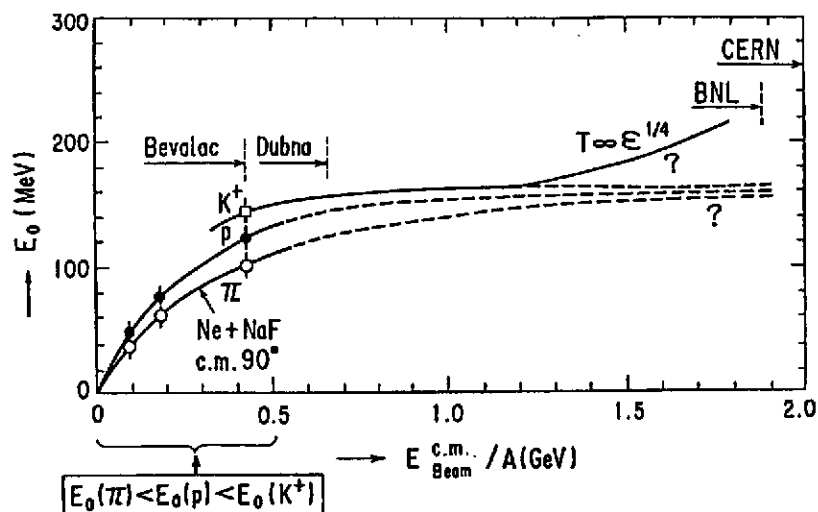


Figure 3.1. "Températures" extraites des queues des spectres de production à  $90^\circ$  c.m., présentées en fonction de l'énergie par nucléon dans le c.m. Tiré de la Référence 12.

L'émission très abondante de particules de la zone participante et les hautes "températures" observées indiquent, s'il le fallait, que la collision est un processus extrêmement violent, siège de phénomènes transients. Il semble dès lors hasardeux de vouloir extraire de l'observation de tels phénomènes des renseignements sur l'équation d'état, une propriété d'équilibre de la matière.

Afin d'étudier ces phénomènes, nous avons besoin d'une théorie dynamique (à l'opposé de statique) pour le problème à plusieurs corps. Dans la Figure 3.2, nous avons repris un certain nombre de telles théories. De gauche à droite, on progresse du plus fondamental vers le plus "ordinaire". Du haut vers le bas, la description du système se simplifie, généralement par élimination des degrés de liberté, restreignant ainsi la complexité de la description du système (l'information). Il est inutile de dire que beaucoup de ces théories ne sont pas pratiques dans le sens que l'on ne peut générer des solutions, même au prix d'approximations numériques. De plus, il n'est pas nécessairement requis de choisir la théorie la plus fondamentale. En effet, le phénomène que l'on étudie réunit peut-être les conditions nécessaires pour qu'une des "réductions" de la théorie fondamentale soit suffisante. De plus, ainsi que nous en donnerons un exemple, la réduction théorique adéquate peut dépendre de l'observable que l'on veut étudier.

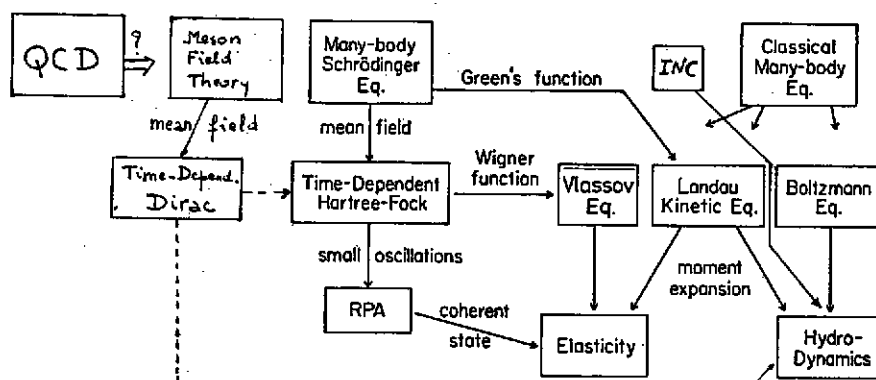


Figure 3.2. Comparaison de diverses théories dynamiques du problème à N corps. Adapté de la Référence 13.

Essayons de dégager les conditions régnant pendant les collisions dans la région 250 MeV - 2000 MeV/A. Le mouvement relatif des deux noyaux peut être traité classiquement. Dès lors, les sommes sur les paramètres d'impact sont parfaitement justifiées. Déjà, le mouvement relatif de deux nucléons ne peut pas se traiter entièrement classiquement, car même à 1 GeV/c, le moment angulaire maximum est seulement  $l_{\max} \approx 3$ . Le point le plus délicat est le problème des interférences possibles entre les collisions nucléon-nucléon. Pour que celles-ci soient négligeables, il faudrait (au moins) que la portée des forces nucléaires  $r_g$  soit petite vis-à-vis du libre parcours moyen  $\lambda = (\rho\sigma_{NN})^{-1}$ , une condition qui n'est remplie que marginalement. En plus, il faut que le moment de transfert typique  $\vec{q}$  soit plus grand que l'énergie de liaison d'un nucléon, ce qui aussi n'est pas très nettement vérifié. Ces deux conditions montrent que l'hypothèse de collisions nucléon-nucléon successives et indépendantes n'est pas amplement justifiée et qu'à tout le moins les interactions à plusieurs corps sont présentes. La façon la plus simple d'en tenir compte est d'introduire également un champ moyen. De ceci, il résulte que l'équation de Landau-Vlasov semble un bon point de départ pour décrire les collisions, encore qu'il serait souhaitable d'avoir une théorie qui traite un peu mieux le point de vue quantique du mouvement des nucléons, surtout dans la zone des énergies intermédiaires. Elle se révèle trop simpliste pour certaines observables, ainsi que nous le verrons. Néanmoins, cette approche jouera un rôle essentiel dans notre analyse.

Le domaine des collisions relativistes est caractérisé par deux aspects particuliers : les vitesses relativistes et la production de particules, de pions notamment. Le premier impose bien évidemment la cinématique relativiste. Les aspects dynamiques relativistes (avec l'introduction de spineurs) n'ont pas encore été étudiés dans le cadre des ions lourds. Nous nous limiterons, ainsi que généralement, à une production de pions prenant place lors de collisions entre baryons. Il est très difficile de voir quels paramètres demanderaient une description plus détaillée, telle qu'une théorie utilisant des champs classiques de pions couplés à une densité de baryons, ce qui n'a pas encore été vraiment fait. A un degré supérieur, on devrait tenir compte des fluctuations du champ, dans le cadre d'une théorie quantique des champs.

### 3.2. Hydrodynamique

#### 3.2.1. Equations de base

Dans cette approche<sup>14-16</sup>, on suppose que les noyaux se comportent comme des systèmes fluides. Les équations hydrodynamiques donnent la variation de grandeurs locales, macroscopiques, c'est-à-dire qui ne font pas référence aux degrés de liberté microscopiques. De plus, on supposera qu'il y a équilibre thermodynamique local, c'est-à-dire que l'état du système est donné par les grandeurs thermodynamiques habituelles. Nous reviendrons sur tous ces aspects plus tard.

Les équations de base de l'hydrodynamique sont l'équation de continuité

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (3.1)$$

où  $\rho$  est la densité de masse et  $\vec{u}$  le champ de vitesse, et l'équation d'Euler, ou plus exactement de Navier-Stokes pour un fluide visqueux

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} \right] = - \vec{\nabla} p + \left[ \eta (\Delta \vec{u} + \frac{1}{3} \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{u}) + \zeta \vec{\nabla} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right] \quad (3.2)$$

Cette équation n'exprime rien d'autre que la loi de Newton appliquée à un élément du fluide. Elle traduit également la façon dont l'impulsion est transférée des degrés de liberté macroscopiques ( $\vec{u}$ ) vers des degrés de liberté internes. Les équations (3.1) et (3.2) doivent être complétées par une équation qui décrit la façon dont l'énergie est transférée des degrés de liberté internes vers les degrés de liberté macroscopiques. On l'écrit généralement sous la forme d'une équation pour le champ de température (pour  $\eta = \zeta = 0$ )

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \right) T = - \frac{T}{\rho C_V} \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right) \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{u} + \frac{\kappa}{\rho C_V} \Delta T \quad (3.3)$$

Le système d'équations devient complet (six équations pour six inconnues,  $\rho$ ,  $\vec{u}$ ,  $T, p$ ) si l'on y adjoint l'équation d'état

$$p = p(\rho, T) \quad (3.4)$$

Ceci rend cette approche particulièrement intéressante, puisqu'elle inclut l'équation d'état explicitement.

#### 3.2.2. Aspects numériques

Résoudre les équations (3.1)-(3.4) dans leur totale complexité à trois dimensions n'a pu être réalisé à ce jour. Ce qui peut être fait, et a été fait, est de résoudre sans terme de viscosité. On utilise généralement une technique de différences finies. Une conséquence curieuse de cette méthode est l'apparition d'effets de viscosité dus au procédé numérique, et donc sans véritable contrôle. Cette viscosité semble assez faible cependant.

Expérimentalement, on ne mesure pas des quantités macroscopiques, mais plutôt des particules individuelles. A un moment ou à un autre, il faut donc ré-



introduire les degrés de liberté individuels. Ceci se fait en général en introduisant la notion de freeze-out. On admet que quand un élément de fluide atteint une densité de freeze-out  $\rho_{f0}$  (utilisée comme un paramètre libre), cet élément est "gelé" en un certain nombre moyen de particules, qui peuvent être de différentes espèces ( $n, p, \pi, \dots$ ). L'abondance relative de ces particules est supposée découler d'un équilibre chimique. Si l'on considère une seule espèce, la fonction de distribution à un corps devient donc

$$f_1(\vec{r}, \vec{p}, t_{f0}) = \rho_{f0}(\vec{r}) (2\pi m T(\vec{r}))^{-\frac{3}{2}} \exp\left[-\frac{(\vec{p} - m \mathbf{u}(\vec{r}))^2}{2mT(\vec{r})}\right] \quad (3.5)$$

La densité de freeze-out est choisie généralement entre  $\rho_0/3$  et  $2\rho_0/3$ .

### 3.2.3. Dynamique de la collision

La Figure 3.3 montre l'évolution de la densité du système Ar + Ca à 400 MeV par nucléon. Pour  $b = 0$ , on peut distinguer une phase de compression, qui dure jusqu'à  $\sim 14$  fm/c, suivie d'une phase d'expansion. La caractéristique importante ici est l'émission de matière à  $90^\circ$  c.m.. Pour  $b = 4$  fm, la région centrale est aussi le siège d'une compression importante. Cette matière se décomprime en poussant les "spectateurs" sur le côté, étant entendu que le terme "spectateurs" est plutôt mal utilisé ici, car en hydrodynamique toute la matière participe au processus. Pour les grands paramètres d'impact, la région centrale est très réduite et n'apparaît pas dans la distribution finale du courant (de masse).

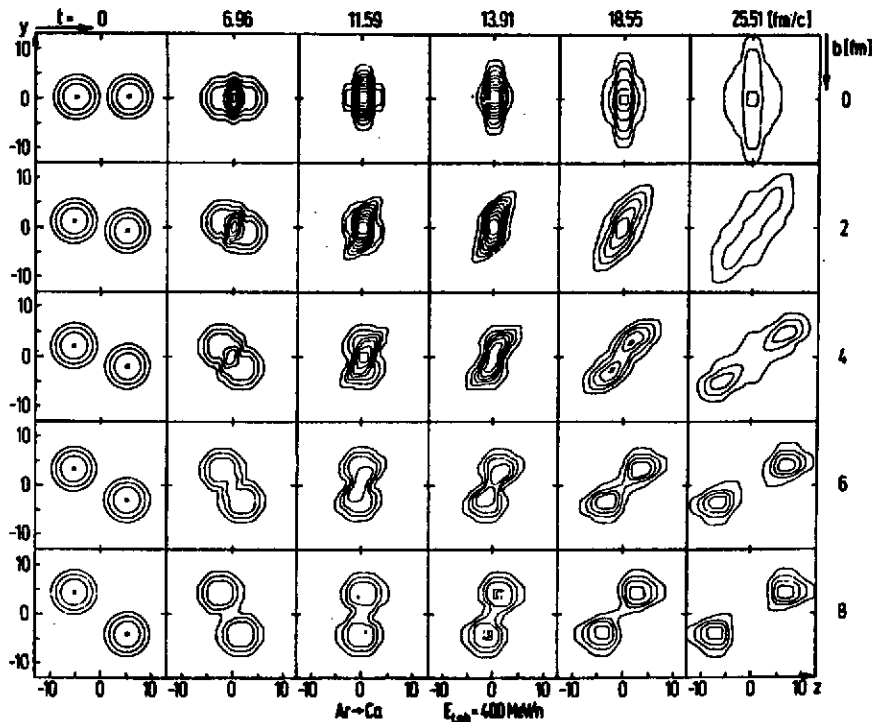


Figure 3.3. Evolution de la densité dans un calcul hydrodynamique<sup>15</sup>.

En première approche, on peut dire que la collision conduit à un état où la matière est dense et chaude, qui se désintègre en émettant beaucoup de particules.

On peut se demander si les propriétés de l'état final dépendent de l'équation d'état, ou plus important encore, si les propriétés de l'état final dépendent de l'équation d'état. La seconde question a été étudiée dans la Référence 18. Ainsi que le montre la Figure 3.4, les résultats sont très décevants. Dans la Référence 15, il est indiqué que le nombre de pions pourrait dépendre de l'équation d'état d'une façon notable. Nous reviendrons sur la première question dans la Section 5.

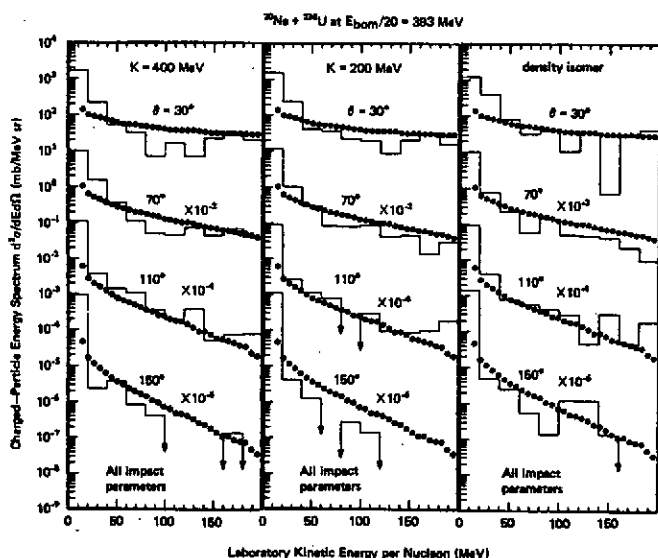


Figure 3.4

Comparaison entre la section efficace de production de charge<sup>17</sup> et les calculs hydrodynamiques de la Référence 18. Trois équations d'état sont étudiées.

### 3.3. Cascade intranucléaire

#### 3.3.1. Description

La cascade intranucléaire (C.I.) est basée sur une simulation des collisions. Elle présente l'avantage (entre autres) de pouvoir traiter des problèmes avec un grand nombre de degrés de liberté (jusqu'à des milliers) à un niveau microscopique<sup>19</sup>.

La C.I. décrit le processus de collision comme une suite de collisions binaires entre des particules sur couche et se produisant comme dans l'espace libre. En bref, les nucléons sont pourvus au début de positions et d'impulsions en accord avec la distribution de masse des noyaux, le mouvement de Fermi et l'énergie incidente du faisceau. Les particules se propagent en ligne droite, jusqu'à ce que pour une paire de particules la distance minimum d'approche  $d_{\min}$  soit réalisée. Si celle-ci est trop grande, le mouvement n'est pas perturbé. Si, par contre,

$$\pi d_{\min}^2 \leq \sigma_{\text{tot}}(E_{\text{cm}}) \quad , \quad (3.6)$$

où  $\sigma_{\text{tot}}$  est la section efficace totale pour l'énergie  $E_{\text{cm}}$  de la paire en question, alors les particules seront déviées. Les impulsions des particules après la

collision sont en accord, bien sûr, avec les lois de conservation d'énergie-impulsion, choisies pour simuler la distribution angulaire de collision. Si plusieurs voies sont ouvertes, la voie finale sera choisie en accord avec le poids des différentes sections efficaces de réaction. Le mouvement rectilinéaire des particules reprend jusqu'à ce qu'une nouvelle paire de particules réalise sa distance minimum d'approche, et ainsi de suite jusqu'à ce que le taux de collisions binaires devienne négligeable. Le calcul est renouvelé plusieurs fois et les observables sont calculées par moyenne d'ensemble. D'autres aspects sont souvent introduits : la production de pions, la cinématique relativiste, le principe de Pauli,...

Dans la C.I., on suit toutes les particules dans l'espace de phase. Dès lors, on peut accéder à toutes les fonctions de distribution : un corps, deux corps, ... On n'est limité que par la statistique et donc par le coût des calculs.

Les conditions de validité de la C.I. correspondent au régime des collisions : il faut que les collisions binaires soient suffisamment distinctes dans le temps et dans l'espace, ce qui grosso modo ne requiert que

$$r_s^2 \rho \ll 1 \quad . \quad (3.7)$$

Cette condition n'est que marginalement vérifiée encore une fois. De plus, les effets de cohérence ou de champ moyen sont négligés, ce qui à nouveau requiert

$$\frac{\hbar^2 \langle q \rangle^2}{2m} \ll \frac{B}{A} \quad , \quad (3.8)$$

une condition qui n'est certainement pas vérifiée dans la région des spectateurs.

### 3.3.2. Dynamique

Dans la Figure 3.5, nous montrons l'évolution de la densité baryonique dans le plan de la réaction pour le système Au + Au à 400 MeV/A. Les propriétés principales de la réaction sont sensiblement les mêmes que pour le cas hydrodynamique : il y a une phase de compression dans la région centrale suivie d'une décompression très rapide. Il y a cependant des différences. D'abord, la matière semble déviée moins fort dans la cascade. Ensuite, la C.I. prédit la présence, clairement visible dans la Figure 3.5, de véritables spectateurs, c'est-à-dire de nucléons ne faisant aucune collision. Cet aspect de la cascade est reflété dans la Figure 3.6, qui montre la fréquence des collisions subies par un nucléon. On voit que quel que soit le système, et même pour les paramètres d'impact nuls, il y a toujours des nucléons qui interagissent peu. Les nucléons  $n = 0$  et  $n = 1$  sont responsables de l'anisotropie dans le c.m. de l'émission de nucléons dans les collisions des systèmes symétriques<sup>11</sup>.

La Figure 3.7 donne l'évolution du système de la Figure 3.5 dans l'espace des impulsions. On peut distinguer à la fin l'effet de l'émission latérale.

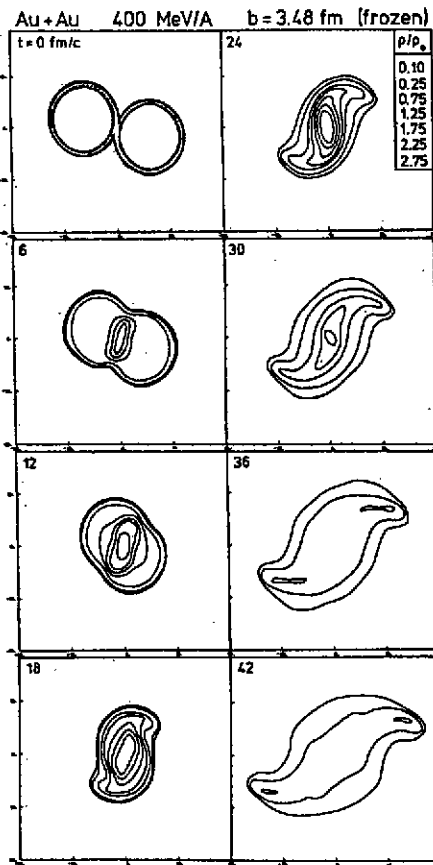


Figure 3.5. Evolution de la densité dans un calcul de E.I.<sup>20</sup>.

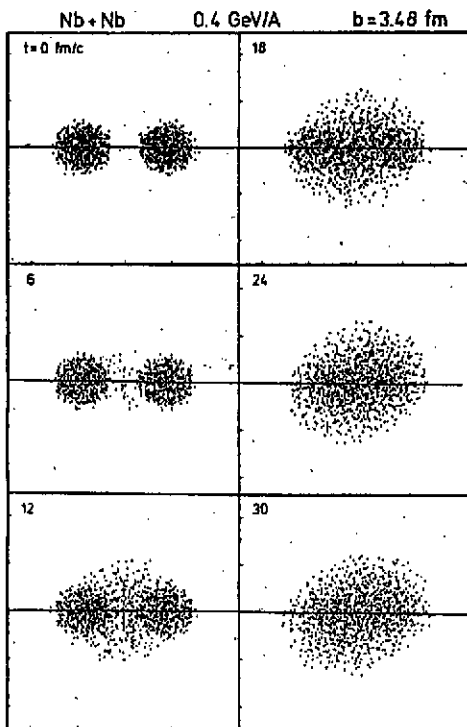


Figure 3.7.

Evolution de la densité dans l'espace des impulsions, d'après un calcul de E.I.<sup>20</sup>.

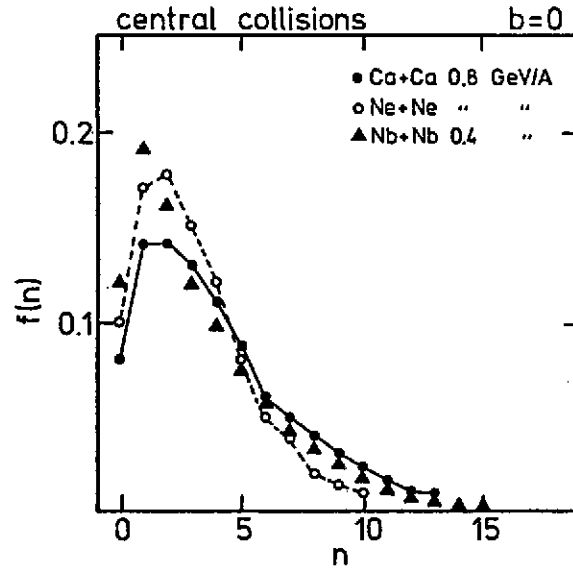


Figure 3.6.

Fréquence du nombre de collisions effectuées par un nucléon.

### 3.4. Equation de Landau-Vlassov

#### 3.4.1. Dérivation

L'équation de Landau-Vlassov a été déduite intuitivement par Landau. Néanmoins, et c'est très utile pédagogiquement, on peut la dériver rapidement de l'équation de Schrödinger. Du point de vue de la mécanique quantique non relativiste, la description du système est fournie par la matrice densité à A corps

$$\tilde{\rho}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A, \vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_A, t) = \psi^*(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A, t) \psi(\vec{r}'_1, \dots, \vec{r}'_A, t) \quad , \quad (3.9)$$

qui obéit à l'équation de Von Neumann

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} = \frac{i}{\hbar} [H, \tilde{\rho}] \quad . \quad (3.10)$$

Par intégration sur les coordonnées de A-1, A-2, ... particules, on peut construire la matrice densité à un corps, à deux corps, ...

$$\rho^{(1)}(\vec{r}, \vec{r}', t) = A \int d^3 r_2 \dots d^3 r_A \tilde{\rho}(\vec{r}, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A, \vec{r}', \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A, t) \quad , \quad (3.11)$$

$$\rho^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}'_1, \vec{r}'_2, t) = A(A-1) \int d^3 r_3 \dots d^3 r_A \tilde{\rho}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_A, \vec{r}'_1, \vec{r}'_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_A, t) \dots \quad (3.12)$$

En faisant les mêmes intégrations sur (3.10), on peut obtenir des équations de mouvement pour  $\rho^{(1)}$ ,  $\rho^{(2)}$ , ... Ainsi, pour  $\rho^{(1)}$ , on obtient

$$\frac{\partial \rho^{(1)}}{\partial t} = -i \frac{\nabla^2 - \nabla'^2}{2m} \rho^{(1)} + i \int d^3 r_2 (v(\vec{r}, \vec{r}_2) - v(\vec{r}', \vec{r}_2)) \rho^{(2)}(\vec{r}, \vec{r}_2, \vec{r}', \vec{r}_2, t) \quad . \quad (3.13)$$

Il est intéressant à ce stade d'introduire la transformée de Wigner de la densité à un corps

$$f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) = \int \frac{d^3 S}{(2\pi\hbar)^3} e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{S}} \rho^{(1)}(\vec{r} + \frac{\vec{S}}{2}, \vec{r} - \frac{\vec{S}}{2}, t) \quad . \quad (3.14)$$

Cette fonction se comporte à bien des égards comme la fonction de distribution à un corps (nous utiliserons le même symbole pour les deux quantités). En particulier, pour les deux quantités, la densité de particules  $\rho$ , le courant de particules  $\vec{j}$  et le tenseur d'impulsion sont donnés par les mêmes intégrales

$$\rho(\vec{r}, t) = \int d^3 p f_1(\vec{r}, \vec{p}, t)$$

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \int d^3 p \vec{p} f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) = \rho(\vec{r}, t) \vec{u}(\vec{r}, t) \quad (3.16)$$

$$\tau_{ij} = \int d^3 p p_i p_j f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) \quad . \quad (3.17)$$

La différence est que la fonction de Wigner n'est pas nécessairement définie positive et ne peut être strictement considérée comme une densité de probabilité d'occupation dans l'espace de phase.

En utilisant (3.14), on peut écrire (3.13) sous la forme

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla}\right) f_1 = i \int \frac{d^3x}{(2\pi\hbar)^3} e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{x}} \int d^3r'' [v(\vec{r} + \frac{\vec{x}}{2}, \vec{r}'') - v(\vec{r} - \frac{\vec{x}}{2}, \vec{r}'')] \\ \times \int d^3p_1 e^{-\frac{i}{\hbar} \vec{p}_1 \cdot \vec{x}} \int d^3p_2 f_2(\vec{r}, \vec{r}'', \vec{p}_1, \vec{p}_2, t) \quad . \end{aligned} \quad (3.18)$$

On peut considérer les approximations successives de cette équation. La plus simple consiste en la factorisation de  $f_2$  en un produit de deux  $f_1$ . On obtient ainsi

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla}\right) f_1 = i \int \frac{d^3x}{(2\pi\hbar)^3} \int d^3p_1 e^{\frac{i}{\hbar} (\vec{p} - \vec{p}_1) \cdot \vec{x}} [U(\vec{r} + \frac{\vec{x}}{2}) - U(\vec{r} - \frac{\vec{x}}{2})] f_1(\vec{r}, \vec{p}_1, t) \quad (3.19)$$

$$U(\vec{r}) = \int d^3r' d^3p' v(\vec{r}, \vec{r}') f_1(\vec{r}', \vec{p}', t) \quad . \quad (3.20)$$

Si l'on suppose que  $U$  ne varie pas beaucoup, on peut développer  $U$  en série de puissance de  $\vec{x}$  dans (3.19). En retenant le premier terme seulement, on a l'équation de Vlasov

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla} - (\vec{\nabla}U) \cdot \frac{\vec{\nabla}}{\vec{p}}\right) f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) = 0 \quad . \quad (3.21)$$

Cette équation a la même forme que l'équation de Liouville pour des particules indépendantes dans un champ de force  $U(\vec{r}, t)$ . La différence est qu'ici le champ est self-consistent. De (3.18) à (3.21), on a considéré deux approximations : l'une de champ moyen local, l'autre (coupant les dérivées d'ordre supérieur de  $U$ ) de mouvement classique. On pourrait parfaitement s'en affranchir, mais cela laisserait l'équation (3.21) dans la même forme. L'approximation de champ moyen est ici une approximation d'Hartree, car on a négligé la statistique en factorisant. On peut tout systématiser. L'équation d'Hartree-Fock dépendant du temps s'obtient plus facilement sur la matrice densité, en faisant

$$\rho^{(2)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}'_1, \vec{r}'_2, t) = \rho^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}'_1, t) \rho^{(1)}(\vec{r}_2, \vec{r}'_2, t) - \rho^{(1)}(\vec{r}_1, \vec{r}'_2, t) \rho^{(1)}(\vec{r}_2, \vec{r}'_1, t) \quad . \quad (3.22)$$

Dans la représentation de Wigner, l'équation correspondant à (3.21) s'écrit alors

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla} + \frac{2}{\hbar} \sin \left[ \frac{\hbar}{2} [(\vec{\nabla}_{\vec{p}} W) \cdot \vec{\nabla} - (\vec{\nabla} W) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{p}}] \right] \right\} f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) = 0 \quad , \quad (3.23)$$

avec

$$\begin{aligned} W(\vec{r}, \vec{p}) = \int d^3r' d^3p' v(\vec{r}, \vec{r}') f(\vec{r}', \vec{p}', t) - \int d^3s e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{s}} v(\vec{r} + \frac{\vec{s}}{2}, \vec{r} - \frac{\vec{s}}{2}) \\ \times \int d^3p' e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{s}} f_1(\vec{r}, \vec{p}', t) \quad . \end{aligned} \quad (3.24)$$

L'approximation d' Hartree consiste à négliger le second terme de (3.24) et

l'approximation classique revient à prendre la limite  $\hbar \rightarrow 0$ . Pour l'instant, nous utiliserons seulement l'approximation (3.21).

L'approximation au-delà du champ moyen s'obtient en utilisant dans (3.18) la première approximation de l'équation similaire pour  $f_2$ . Bien sûr, celle-ci fera apparaître un  $f_1$  en plus et donc deviendra non-linéaire et contiendra un ordre en plus dans l'interaction. Nous donnons ici seulement le résultat, qui a été dérivé à l'aide d'un formalisme différent, celui des fonctions de Green<sup>21</sup> :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla} - (\vec{\nabla} U) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{p}}\right) f_1 = \int \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_3}{(2\pi)^3} \frac{d^3 p_4}{(2\pi)^3} W(\vec{p}_3 \vec{p}_4 \rightarrow \vec{p} \vec{p}_2) \times \delta^3(\vec{p}) \delta(E) [\tilde{f}_3 \tilde{f}_4 (1-\tilde{f})(1-\tilde{f}_2) - \tilde{f} \tilde{f}_2 (1-\tilde{f}_3)(1-\tilde{f}_4)] \quad (3.25)$$

avec

$$\tilde{f}_i = f_1(\vec{r}, \vec{p}_i, t) (2\pi\hbar)^3 \quad (3.26)$$

Dans cette équation, connue sous le nom de Landau-Vlasov (LV),  $W$  est le taux de collisions conduisant deux particules d'impulsion  $\vec{p}_3, \vec{p}_4$  vers des états d'impulsion  $\vec{p}_1, \vec{p}_2$ . Les fonctions delta expriment les lois de conservation. Enfin, les facteurs  $1-\tilde{f}$  tiennent compte de la statistique de Fermi.

Dans une théorie perturbative,  $U$  est donné comme ci-dessus et  $W$  devient

$$W(p_3 p_4 \rightarrow p p_2) = \frac{1}{2} [v(\vec{p}, \vec{p}_3) - v(\vec{p}_2, \vec{p}_4)]^2 \quad (3.27)$$

où l'on a introduit le potentiel d'interaction en représentation  $\vec{p}$ .

Dans le cas nucléaire (à haute énergie), le potentiel est singulier, et un développement en série de puissances de  $v$  n'est pas très utile. L'argument habituel est qu'une paire de nucléons sont diffusés un grand nombre de fois avant que l'un d'entre eux interagisse avec un troisième. Dans cette limite, il est plus indiqué de prendre  $U = 0$  et

$$W(p_3 p_4 \rightarrow p p_2) \delta(E) = |\langle \vec{p}_3 \vec{p}_4 | T | \vec{p} \vec{p}_2 \rangle|^2 \delta(E) = 8\pi^2 \sigma v_{12} \delta(p_{12} - p_{34}), \quad (3.28)$$

où  $T$  est la matrice de transition (libre) habituelle et où  $v_{12}$  est la vitesse relative. Cependant, on ne peut négliger les effets de champ moyen, ainsi que nous l'avons vu. Par conséquent, nous postulons sans plus de justification, une équation du type (3.25) avec (3.28), laissant en suspens la définition exacte de  $U(\vec{r})$ .

L'équation de LV contient un terme de collision binaire. On pourrait être tenté de dire que la C.I. revient à négliger  $U$  dans LV. Cependant, il convient de remarquer que la C.I. correspond à un terme de collision plus général que l'équation de LV. Dans ce cas, aucune hypothèse sur la forme de  $f_2$  n'est requise. De plus, la C.I. peut faire des prédictions sur les fonctions de distribution d'ordre plus élevé.

L'équation de LV ne fait aucune hypothèse sur l'équilibre local. De plus, elle introduit l'énergie d'interaction, sous une forme simplifiée sans doute, d'un champ self-consistent. Il est donc permis de penser que l'équation de LV contient l'hydrodynamique sous certaines limites (ce que nous verrons plus loin). A part

les restrictions émises, l'équation de LV constitue donc un cadre tout indiqué pour comparer les deux théories.

### 3.4.2. Moments

Il est très intéressant de regarder les premiers moments en  $\vec{p}$  de l'équation de LV. Le moment d'ordre zéro donne l'équation de continuité (grâce à (3.15)-(3.16))

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad . \quad (3.29)$$

Le premier moment donne (grâce à (3.15)-(3.17) et (3.29))

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \vec{u} \right] + \vec{\nabla} \cdot \underline{\underline{\Pi}} = 0 \quad , \quad (3.30)$$

avec

$$\Pi_{ij} = S_{ij} + \delta_{ij} (\rho U - V) \quad (3.31)$$

et

$$V(\rho) = \int_0^\rho U(\rho') dp' \quad . \quad (3.32)$$

Le tenseur  $S_{ij}$ , appelé tenseur des tensions, est obtenu en faisant la décomposition

$$\vec{p} = m \vec{u} + \delta \vec{p} \quad (3.33)$$

dans l'expression (3.17) du tenseur des impulsions  $\tau_{ij}$ . On a

$$\tau_{ij} = R_{ij} + S_{ij} \quad (3.34)$$

avec

$$R_{ij} = \rho u_i u_j \quad (3.35)$$

et

$$S_{ij} = \int d^3p (\delta \vec{p})_i (\delta \vec{p})_j f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) \quad . \quad (3.36)$$

Arrêtons-nous un instant sur la signification physique de l'équation (3.30). Elle indique comment l'impulsion est transférée du mouvement macroscopique vers les degrés de liberté microscopiques et inversement. S'il y a des tensions dans le fluide ( $\Pi_{ij} \neq 0$ ), cela générera un écoulement. Les tensions sont de deux types : elles proviennent de l'agitation autour du mouvement macroscopique ( $S_{ij}$ ) et de l'énergie accumulée par la compression (second terme de (3.31)).

Pour écrire l'équation pour le second moment, nous introduisons la décomposition suivante :



$$S_{ij} = \frac{1}{3} \text{tr } S \delta_{ij} + S_{ij}^0 = \bar{p} \delta_{ij} + S_{ij}^0, \quad (3.37)$$

où le tenseur de trace nulle  $S^0$  est appelé le déviateur. On peut alors dériver les équations suivantes :

$$\frac{\partial R_{ij}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{u} R_{ij}) = -u_i \nabla_j \tilde{p} - u_j \nabla_i \tilde{p} - u_i \sum_k \nabla_k S_{kj}^0 - u_j \sum_k \nabla_k S_{ki}^0 \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\bar{p} \vec{u}) = -\frac{2}{3} \bar{p} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) - \frac{1}{3} \sum_i \sum_k S_{ik}^0 (\vec{\nabla} \cdot \vec{u})_{ki}^S - \frac{2}{3} \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} S_{ij}^0 + \vec{\nabla} \cdot (S_{ij}^0 \vec{u}) &= -\frac{2}{3} S_{ij}^0 \vec{\nabla} \cdot \vec{u} - \vec{\nabla} \cdot \int d^3\vec{p} [\delta p_i \delta p_j - \frac{1}{3} (\delta p)^2 \delta_{ij}] \vec{p} f_1 \\ &+ \bar{p} (\vec{\nabla} \cdot \vec{u})_{ij}^S - \frac{1}{2} [S^0 : (\vec{\nabla} \vec{u})^S]_{ij}^S - \frac{1}{2} \sum_k [S_{jk}^0 (\vec{\nabla} \vec{u})_{ki}^A = S_{ik}^0 (\vec{\nabla} \vec{u})_{kj}^A] \\ &+ \int [\delta p_i \delta p_j - \frac{1}{3} (\delta \vec{p})^2 \delta_{ij}] I \quad . \end{aligned} \quad (3.40)$$

Dans ces équations,  $I$  représente le terme de collision dans (3.25),  $\tilde{p}$  vaut

$$\tilde{p} = \bar{p} + (\rho U - v), \quad (3.41)$$

$(\vec{\nabla} \vec{u})^S$  est le tenseur symétrique de trace nulle

$$(\vec{\nabla} \vec{u})_{ij}^S = \nabla_i u_j + \nabla_j u_i - \frac{2}{3} \delta_{ij} \vec{\nabla} \cdot \vec{u}, \quad (3.42)$$

$(\vec{\nabla} \vec{u})^A$  est le tenseur antisymétrique

$$(\vec{\nabla} \vec{u})_{ij}^A = \nabla_i u_j - \nabla_j u_i, \quad (3.43)$$

$\vec{J}$  est le courant d'énergie (cinétique interne)

$$\vec{J} = \frac{1}{2} \int d^3p \vec{p} p^2 f_1(\vec{r}, \vec{p}, t), \quad (3.44)$$

et  $[A:B]^S$  est le tenseur symétrique construit à partir de la contraction de  $A$  et de  $B$ .

L'équation (3.38) est strictement équivalente à l'équation du premier moment (3.30). L'équation (3.39) peut être modifiée en utilisant (3.41) et le fait que  $\vec{\nabla} v = \frac{\partial v}{\partial \rho} \cdot \vec{\nabla} \rho$ . On obtient, en utilisant

$$u = \frac{3}{2} \bar{p} + v \quad (3.45)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (u \vec{u}) = -\tilde{p} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} - \frac{1}{2} \sum_i \sum_k S_{ik}^0 (\vec{\nabla} \vec{u})_{ki}^S - \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \quad (3.46)$$

Ici,  $u$  joue le rôle d'une densité d'énergie (voir (2.8)). Nous y reviendrons plus loin.

Pour toutes rébarbatives que les équations (3.38)-(3.40) puissent paraître, elles n'en ont pas moins une interprétation physique toute simple, si nous

anticipons sur le fait qu'à l'équilibre  $\tilde{p}$  représente la pression et que le déviateur indique justement les tensions hors équilibre. Ainsi, l'équation (3.38) indique que l'évolution de l'écoulement résulte du travail des pressions et de celui des tensions hors équilibre. L'équation (3.39) traduit l'influence de la divergence des vitesses (reliée en quelque sorte à la variation de densité), des tensions hors équilibre et du flux de tension ( $\vec{J}$ ) sur l'évolution de la pression. Enfin, l'équation (3.40) donne la variation des tensions hors équilibre. On peut distinguer des formes de "self-interaction", un terme venant du courant des tensions (intégrale sur  $f_1$ ) et le terme de collisions. On peut s'attendre à ce que celui-ci ait tendance à diminuer les tensions. Enfin, il y a une "rétroaction" de la pression sur la variation du déviateur.

L'équation (3.46) a une interprétation plus simple encore. La variation d'énergie interne vient du travail lié à la compression ou la dilatation du système ( $\vec{v} \cdot \vec{u}$ ), des tensions hors équilibre et du transport de l'énergie thermique :  $\vec{J}$  représente le flux de chaleur.

Les équations (3.29), (3.30), (3.39) et (3.40) ne sont pas équivalentes à l'équation de LV. Les premiers moments d'une fonction constituent une description très restreinte de la fonction. En fait, ces équations ne peuvent être résolues en tant que telles. Cela nécessiterait la connaissance du terme de collision dans (3.40). Néanmoins, elles sont très utiles pour étudier certaines limites et pour discuter les problèmes d'équilibre thermodynamique.

Si dans le premier membre de l'équation de LV on avait gardé les termes de Hartree-Fock généraux (Equation (3.21)), les équations des moments contiendraient des termes supplémentaires dont l'interprétation n'est pas aisée<sup>22</sup>.

#### 4. THERMALISATION ET THERMODYNAMIQUE

##### 4.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous tenterons de répondre à deux questions que bien des expérimentateurs se posent tous les jours. Peut-on parler de température lorsque l'on observe un spectre expérimental exponentiel ? Peut-on utiliser des concepts thermodynamiques pour discuter la dynamique d'une réaction ? Une autre question vient en corollaire : l'observation d'un spectre exponentiel est-il indicatif d'un système thermalisé ?

Pour montrer que la prudence doit être de rigueur lorsque l'on analyse un spectre expérimental exponentiel, nous reproduisons la Figure 4.1. Celle-ci montre qu'un spectre exponentiel peut provenir de la superposition de différentes sources ayant des caractères différents. Cet exemple est tiré d'un modèle théorique, extrême il est vrai, mais néanmoins indique le genre d'interprétations fausses qui peuvent arriver. Il faut ajouter à cela que, en général, on somme sur beaucoup de paramètres d'impact, ce qui à nouveau peut correspondre à autant de sources différentes.

Ici cependant, nous voudrions réfléchir sur plusieurs cas concrets qui se prêtent à des réflexions théoriques et en tirer des indications pour l'analyse expérimentale. On peut d'abord se demander ce qui caractérise un système à

l'équilibre. C'est ce que nous allons discuter dans la section suivante, en distinguant équilibre global et équilibre local.

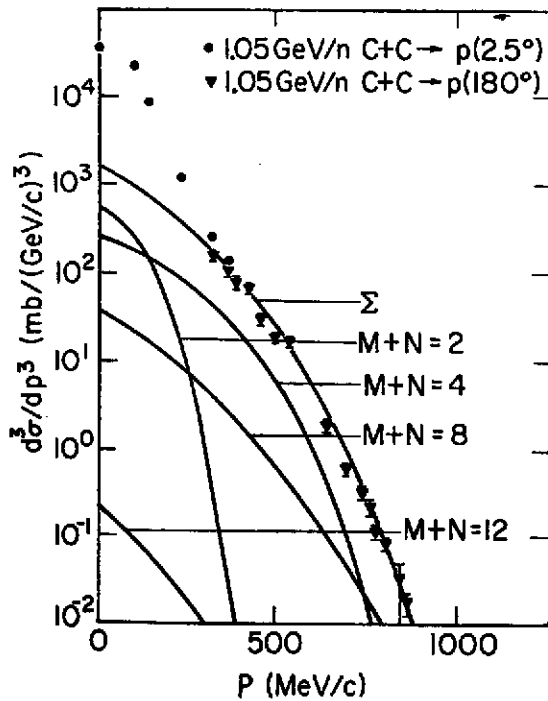


Figure 4.1

Spectre des protons émis dans la réaction indiquée, décomposée sur le modèle des clusters interagissant<sup>23</sup>.

#### 4.2. Equilibre global. Equilibre local

Nous sommes familiarisés avec l'équilibre d'un système fluide macroscopique confiné dans un volume fini. S'il n'y a pas de forces à longue portée, l'équilibre est caractérisé par l'uniformité des variables thermodynamiques  $\rho$ ,  $T$  (et les autres par voie de conséquence). Si l'on se tourne vers une description microscopique, un système (de particules de Boltzmann) à l'équilibre se caractérise par une distribution à un corps du type

$$f(\vec{r}, \vec{p}) = \rho g(\epsilon) e^{-\frac{\epsilon(p)}{kT}}, \quad (4.1)$$

où  $\epsilon(p)$  est l'énergie à une particule pour l'impulsion  $p$  et où  $g(\epsilon)$  est la densité d'états d'énergie  $\epsilon$ . L'équilibre est également caractérisé (pour des interactions isotropes et statiques) par l'absence de corrélations dans l'espace des impulsions

$$f_2(\vec{r}, \vec{p}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_2) = g(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) F(p_1) F(p_2), \quad (4.2)$$

où  $F$  est la distribution dans l'espace des impulsions. La fonction de corrélation  $g(r)$  représente la probabilité pour qu'une particule se trouve à une distance  $r$  d'une autre. Pour un gaz dilué (gaz parfait), on a  $\epsilon(p) = p^2/2m$  et  $g(r) = 1$ , ce qui dit que l'on peut trouver une particule à n'importe quelle distance d'une autre. Les déviations vis-à-vis de cela indiquent les effets des interactions. Dans un liquide, par exemple,  $g(r)$  présente généralement un maximum à une certaine

valeur de  $r$ . La fonction  $g(r) \rightarrow 1$  très rapidement, après une distance qui est typiquement de l'ordre de la portée des forces. L'équilibre est également caractérisé par d'autres grandeurs, que nous ne considérerons pas ici. Attirons cependant l'attention sur le fait qu'un système à l'équilibre ne contient aucune corrélation dans l'espace de phase. C'est-à-dire que l'on doit avoir ( $i, j = 1, 3$ )

$$\int r_i p_j f_1(\vec{r}, \vec{p}) d^3r d^3p = 0 \quad , \quad (4.3)$$

si  $\vec{r}_i$  représente la position à partir du centre de masse. L'équation (4.1) vérifie automatiquement (4.3).

Dans les collisions entre ions lourds, le système n'a pas une densité homogène et (4.1) n'est certainement pas valable. On ménage alors la possibilité d'avoir un équilibre local (dans l'espace et dans le temps). Cet équilibre est caractérisé par une fonction de distribution à un corps

$$f_1(\vec{r}, \vec{p}, t) = \rho(\vec{r}, t) g(\epsilon) e^{-\frac{\epsilon[\vec{p} - m\vec{u}(\vec{r}, t)]}{kT(\vec{r}, t)}} \quad (4.4)$$

et par une fonction de distribution à deux corps exprimé dans le référentiel où la matière est au repos du type (4.2), avec cette fois des grandeurs qui varient dans l'espace-temps. Si nous considérons le formalisme de la Section 3.4, un équilibre local est caractérisé par

$$I = 0 \quad , \quad S_{ij}^0 = 0 \quad , \quad (4.5)$$

c'est-à-dire par l'annulation du terme de collision et par l'annulation du déviateur ( $\dagger$ ). Remarquons qu'en principe l'annulation du déviateur est beaucoup moins restrictive que la condition (4.4).

Il apparaît opportun de discuter ici une objection souvent entendue. Supposons que (4.5) soit réalisée. Souvent, la question suivante est soulevée : comment peut-on appliquer les concepts thermodynamiques à une petite cellule d'un noyau, qui ne contient que deux ou trois nucléons, par exemple ? Tant que les conditions (4.5) sont réalisées, on peut considérer que cette petite cellule est en équilibre avec le reste du système. Elle peut donc être décrite par l'ensemble (grand) canonique dont les prédictions moyennes ne dépendent absolument pas du nombre de particules présentes. Donc, tant qu'on se limitera aux propriétés à un corps, nécessairement sommées sur un grand nombre d'événements, on peut appliquer des considérations thermodynamiques. Si, maintenant, on veut aller au-delà, en étudiant corrélations ou fluctuations, il faut s'attendre à ce que la thermodynamique appliquée à la lettre conduise à des aberrations.

Une restriction cependant : comme un noyau est un système fini, il est sujet à des contraintes de conservation de nombres quantiques, en particulier de l'énergie. Si l'énergie d'un système d'un petit nombre de particules est fixée, la distribution (même dans un gaz parfait) ne sera pas une loi de Boltzmann, telle (4.3), ainsi que l'indique la Figure 4.2.

( $\dagger$ ) Nous verrons cependant, un peu plus tard, une condition un peu moins forte.

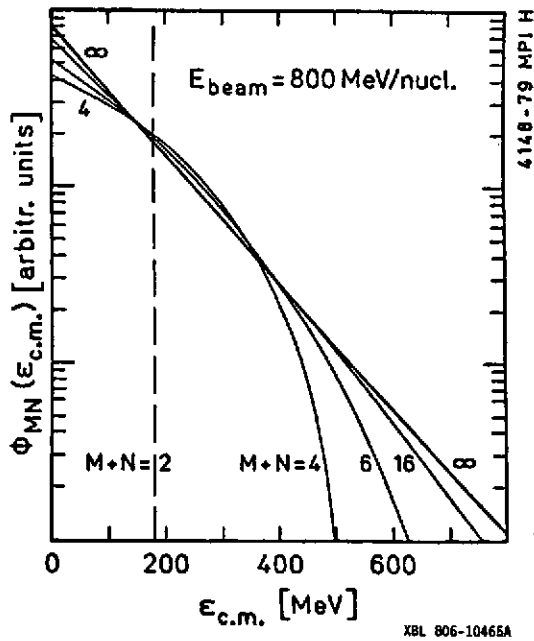


Figure 4.2

Distribution de l'énergie à une particule pour un système de  $M+N$  nucléons dont l'énergie par particule est fixée. Tirée de la Référence 24.

En conclusion, si la condition (4.5) est remplie, on pourra utiliser les concepts thermodynamiques, en n'oubliant pas que l'on fait une thermodynamique simplifiée négligeant les effets liés aux moments élevés de la distribution  $f_1$ . Nous verrons cependant que (4.5) n'est pas facilement satisfaite.

#### 4.3. Equilibre local et hydrodynamique

Si l'on a un équilibre local, les conditions (4.5), auxquelles il faut adjoindre  $\vec{J} = 0$ , sont vérifiées. Les équations (3.30), (3.38) et (3.46) deviennent

$$\partial \left[ \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \right] \vec{u} = - \vec{\nabla} \tilde{p} \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial R_{ij}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (R_{ij} \vec{u}) = - u_i \nabla_j \tilde{p} - u_j \nabla_i \tilde{p} \quad , \quad (4.7)$$

qui, rappelons-le, est équivalente à la précédente, et

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (u \vec{u}) = - \tilde{p} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \quad . \quad (4.8)$$

On remarquera que les équations (4.6) et (4.8) sont semblables aux équations (3.2), (3.3) de l'hydrodynamique non-visqueuse ( $\eta = 0$ ), sauf que (4.8) est écrite pour la densité d'énergie plutôt que pour la température. Cependant, à ce stade, rien ne dit que  $\tilde{p}$  est assimilé à la pression ordinaire. En hydrodynamique, on fait donc une hypothèse supplémentaire qui consiste à supposer que la relation qui relie  $u$ ,  $\tilde{p}$  et  $\rho$  est la même que pour un système macroscopique à l'équilibre.

L'hydrodynamique visqueuse s'obtient en gardant les mêmes hypothèses, mais en introduisant des corrections, qui bien sûr demanderont que  $S_{ij}^0$  et  $\vec{J}$  soient maintenant différents de zéro. La déviation "minimale" veut que ces quantités soient des fonctions linéaires des gradients des grandeurs intensives décrivant

l'état thermodynamique du système (en général, on choisit  $\rho$ ,  $\vec{u}$  et  $T$ ). Dès lors, la forme de  $S_{ij}^0$  et  $\vec{J}$  est fixée par leur caractère tensoriel :

$$S_{ij}^0 = -\eta (\vec{\nabla} \vec{u})_{ij}^S - \zeta \delta_{ij} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \quad , \quad (4.9)$$

où la partie antisymétrique n'a pas été retenue, parce qu'elle violerait l'invariance par réflexion autour d'un centre. Les coefficients  $\eta$  et  $\zeta$  sont appelés coefficients de viscosité de cisaillement et de volume (bulk), respectivement. Le vecteur  $\vec{J}$  s'écrit

$$\vec{J} = -\lambda \vec{\nabla} \rho - \kappa \vec{\nabla} T \quad , \quad (4.10)$$

où  $\kappa$  est le coefficient de conductibilité thermique.

On a introduit à dessein des signes négatifs dans les équations (4.9) et ((4.10), car le second principe de thermodynamique, qui veut que l'entropie d'un système isolé ne peut aller qu'en augmentant, demande  $\eta, \zeta, \kappa \geq 0$  et  $\lambda = 0$ . Ces coefficients sont appelés coefficients de transport, et caractérisent les propriétés du fluide dans des situations de déviations faibles vis-à-vis de l'équilibre. En introduisant (4.9) et (4.10) dans les équations (3.38)-(3.46), on retrouve les équations de l'hydrodynamique visqueuse. En général,  $\zeta$  est très petit.

#### 4.4. Expansion et break-up

Supposons que l'on ait créé un système nucléaire caractérisé par (4.3), c'est-à-dire un équilibre local, ou même pour simplifier la discussion par

$$f_1(\vec{r}, \vec{p}) = \rho(\vec{r}) e^{-\frac{e(\vec{p})}{kT}} \quad . \quad (4.11)$$

Il va de soi qu'un tel système ne restera pas tel quel. Il va se dilater ou se contracter suivant la valeur de la pression. Aux énergies relativistes, la pression est positive et le système se décomprime rapidement.

Il est intéressant d'étudier ce qui va se passer dans ce cas. Tout en se dilatant, le système est le siège de collisions nucléon-nucléon. A partir d'un certain moment, le système sera suffisamment dilué pour que les particules n'entrent plus en collision : c'est le freeze-out. Au delà, c'est une expansion libre : les nucléons s'écartent les uns des autres sans modification de leur mouvement rectiligne.

Supposons maintenant que l'expansion avant le freeze-out soit telle que l'équilibre local soit préservé. Dès lors, l'expansion du système est régie par les équations (3.1), (4.6)-(4.8), où nous pouvons remplacer  $\tilde{p}$  par  $p$  et par l'équation d'état. Ce problème a été résolu pour l'expansion radiale d'une boule de gaz parfait<sup>25</sup>. Les résultats sont assez compliqués, mais on peut se rabattre sur un modèle approché<sup>26</sup>, qui suppose que la densité est uniforme à tout moment. Dans ce cas, à cause de (3.1), le champ des vitesses est

$$\vec{u}(\vec{r}) = -\frac{1}{3} \frac{\dot{p}}{\rho} \vec{r} = a \vec{r} \quad (4.12)$$

et le spectre d'énergie des nucléons est

$$f(\epsilon) \sim \int_0^1 x^3 e^{-\left(\epsilon + \frac{1}{2}m \frac{a^2 x^2}{R^2}\right)/kT} \sinh\left(\frac{2\sqrt{\epsilon m a^2 x^2/2}}{R k T}\right) dx, \quad (4.13)$$

où  $R$  et  $T$  sont le rayon et la température instantanée. Pour faire ressortir les faits essentiels, nous supposons comme dans la Référence 27 que la vitesse d'expansion est la même  $u_e$  partout. Dans ce cas

$$f(\epsilon) \sim e^{-\left(\epsilon + \frac{1}{2}m u_e^2\right)/kT_{f0}} \sinh\left(\frac{2\sqrt{\epsilon m u_e^2/2}}{k T_{f0}}\right), \quad (4.14)$$

où  $T_{f0}$  est la température au moment du freeze-out. Il faut d'abord remarquer que la distribution d'énergie est distordue à cause de l'expansion, ainsi que l'indique la courbe pour les protons de la Figure 4.3.

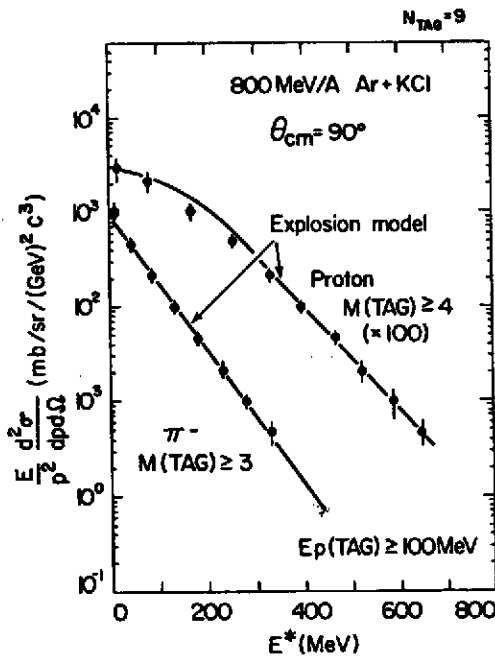


Figure 4.3

Analyse du spectre des pions et des protons à l'aide de l'équation (4.14). Tiré de la Référence 27.

La température apparente  $T^*$  tirée de la queue du spectre est différente de  $T_{f0}$ . On peut le voir facilement, car si  $\epsilon$  est suffisamment grand, on aura

$$f(\epsilon) \sim e^{-\frac{\epsilon}{k T_{f0}}} e^{-\frac{2\sqrt{\epsilon m u_e^2/2}}{k T}}, \quad (4.15)$$

et en faisant un développement des exposants au premier ordre autour de  $\epsilon_0$ , valeur typique de la région que l'on explore;

$$f(\epsilon) \sim e^{-\frac{(\epsilon - \epsilon_0)}{k T^*}} \quad (4.16)$$

avec

$$T^* = T \left( 1 - \sqrt{\frac{m u_e^2}{2 \epsilon_0}} \right)^{-1} \quad (4.17)$$

Dans le cas de la Figure 4.3,  $T$  vaut 60 MeV,  $u_e \approx 0.3 c$  et  $T^* \approx 80$  MeV.

On peut d'autre part estimer, dans le même cas, la température  $T$  de la boule de feu initiale. Si l'on néglige la production de particules, et si l'on fait l'approximation du gaz parfait, la conservation de l'énergie impose

$$\frac{1}{2} m u_e^2 + \frac{3}{2} k T_{fo} = \frac{3}{2} k T \quad (4.18)$$

ce qui, dans le cas concret ci-dessus donne  $T = 88$  MeV. La proximité est sans doute ici accidentelle. Il n'en reste pas moins vrai que la température apparente est une fonction monotone de l'énergie d'excitation.

L'expansion gouvernée par les équations (3.1), (4.6), (4.8) est une expansion isoentropique : elle conserve l'entropie. Au freeze-out, ces équations cessent d'être valables, car le terme de collision disparaît. On peut plus ou moins estimer la densité de freeze-out comme étant le moment où la distance caractéristique entre les nucléons est de l'ordre de la racine carrée de la section efficace divisée par  $\pi$

$$d = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}}{\pi}} \quad (4.19)$$

où  $\bar{\sigma}$  est la section efficace moyenne entrant dans le terme de collision (voir plus loin). On trouve grosso modo  $\rho_{fo} \sim 0.5 - 1 \rho_0$ .

Bien sûr, il faut s'attendre à ce que le freeze-out ne soit pas instantané. Après le freeze-out, les corrélations  $\vec{r} \cdot \vec{p}$  croissent continument. Ceci peut se comprendre si l'on considère un système uniforme et les corrélations  $\vec{r} \cdot \vec{p}$  qui peuvent s'y produire. La situation est schématisée dans la Figure 4.4.

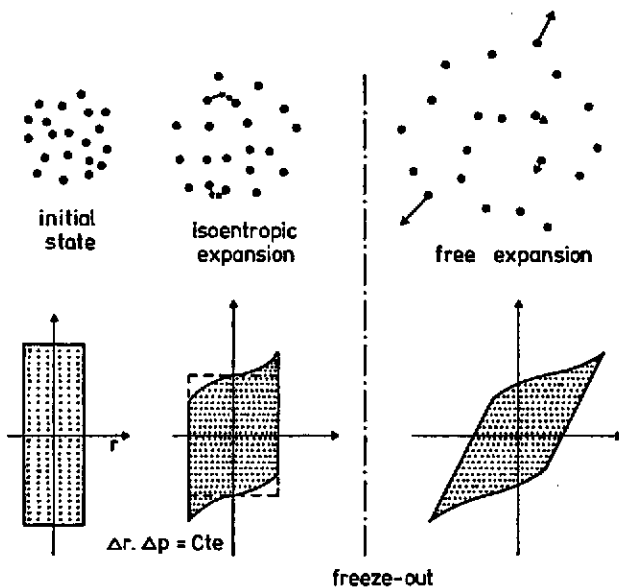


Figure 4.4

Représentation schématique d'une expansion adiabatique, suivie d'une expansion libre.

A gauche, on a représenté l'expansion adiabatique, qui conserve l'entropie, c'est-



à-dire l'extension du système dans l'espace de phase. Si l'expansion se faisait infiniment lentement, le rectangle du bas resterait un rectangle de surface constante. La vitesse d'expansion doit s'ajouter à la vitesse des particules et déforme ce rectangle. Après le freeze-out, la vitesse des particules ne change plus, ce qui provoque une homothétie de la figure du bas. Les corrélations  $r.p$  vont croître indéfiniment, ce qui a pour effet que la position et la vitesse de chacune des particules seront alignées.

#### 4.5. Y a-t-il équilibre local ?

Pouvons-nous déterminer l'évolution du déviateur  $S_{ij}^0$  à partir de l'équation (3.40) ? Une façon d'étudier le problème est de faire une approximation du temps de relaxation pour le terme de collision

$$\int [\delta p_i \delta p_j - \frac{1}{3} (\delta p)^3 \delta_{ij}] I = -\frac{S_{ij}^0}{\tau} \quad , \quad (4.20)$$

ce qui, par parenthèse, ferme la hiérarchie des équations de moments sur elles-mêmes. Bien sûr, (4.20) ne peut être qu'indicatif, car si l'on a un mouvement le long de l'axe  $z$  seulement, comme au début de la collision,  $S_{zz}^0$  va décroître, tandis que  $S_{xx}^0$  va croître. Le temps de relaxation peut donc se définir par (4.20). On peut l'estimer en utilisant les conditions qui règnent au début de la collision. Ainsi, on a

$$\tau = \frac{1}{\rho \bar{\sigma}} \frac{\langle \Delta p_z^2 \rangle}{\langle p_z^2 \rangle} = \frac{\lambda}{\bar{v}} f \quad , \quad (4.21)$$

où  $\sigma$  est la section efficace moyenne apparaissant dans le terme de collision, où  $\bar{v}$  est la vitesse relative moyenne et où  $\lambda$  est le libre parcours moyen pour faire une collision. Enfin,  $f$  représente l'efficacité d'une collision. Il dépend de la section efficace différentielle, qui fait que les particules sont plus ou moins déviées. De l'expérience, on déduit que  $f$  décroît quand l'énergie augmente.

A haute énergie,  $\tau$  est de l'ordre de 3 à 5 fm/c, alors que le temps de collision est typiquement de 10 à 30 fm/c. Parallèlement,  $\lambda_{th} = \lambda f$  est de l'ordre de 2 à 5 fm, ce qui doit être comparé à la taille du système,  $\sim 10$  fm. A basse énergie, les estimations ne sont pas triviales, car il faut tenir compte du principe de Pauli d'une façon adéquate. Celui-ci a pour effet d'inhiber les collisions. Les courbes en traits pleins de la Figure 4.5 se réfèrent au temps de vie pour une particule traversant un noyau froid. La courbe en trait discontinu correspond à un noyau chaud. On peut voir que cela ne change pas sensiblement les choses. Pour une énergie supérieure à 50 MeV,  $\tau$  est plus petit que le temps de collision. Le libre parcours moyen  $\lambda$  à 50 MeV par nucléon (calculé avec le principe de Pauli) est de l'ordre de 5 fm.

On peut ne pas se soucier, dans une large mesure, du temps de collision si l'on considère seulement des moyennes sur l'espace et le temps, avec des intervalles de moyenne de l'ordre de  $\lambda$  et  $\tau$ , respectivement. En effet, toute fluctuation dans  $S_{ij}^0$  disparaîtra endéans ces intervalles de temps et d'espace. En se reportant aux chiffres ci-dessus, il semble bien que l'équilibre local ne peut être envisagé qu'avec circonspection, à haute aussi bien qu'à basse énergie.

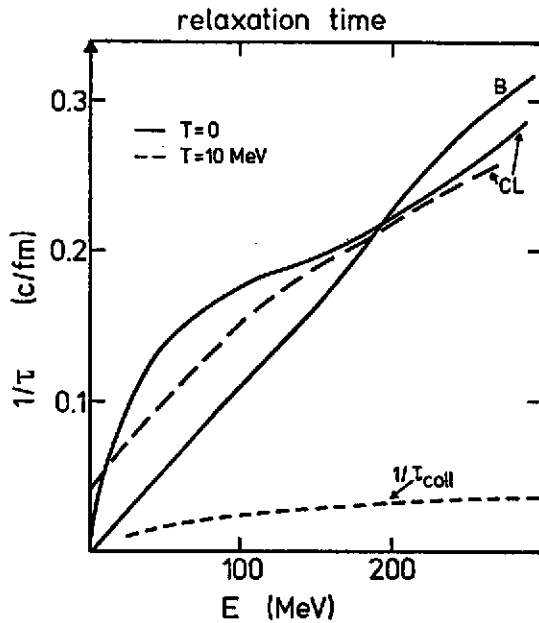


Figure 4.5

Temps de relaxation en fonction de l'énergie. La courbe B correspond à un calcul simplifié de la Référence 16, tandis que les courbes CL proviennent d'un calcul de Brueckner<sup>8</sup>.

A titre d'illustration, nous donnons dans les Figures 4.6-4.8 différentes grandeurs intervenant dans la Section 3.4, pour la réaction Au + Au à 400 MeV/A, et ce pour un temps qui correspond grosso modo au temps de compression maximale. La Figure 4.6 donne le profil de densité et la distribution du courant de particules. On distingue d'ailleurs très nettement un "side-splash". La Figure 4.7 donne les contours d'égale pression en MeV fm<sup>-3</sup>, c'est-à-dire un tiers de la trace du tenseur des tensions  $S_{ij}$ . La Figure 4.8 décrit schématiquement la distribution du déviateur. En fait, ce qui est porté est la quantité

$$x = \frac{\sum_i |S_{ii}^*|}{3 p} \quad (4.22)$$

S'il y a équilibre local,  $x = 0$  et si le mouvement est, dans le référentiel de la matière, uniquement suivant une direction,  $x = 4/3$ . En d'autres termes, les grandes valeurs de  $x$  représentent une matière non équilibrée. Il faut remarquer que, sauf pour les régions indiquées par les gros points, le tenseur  $S_{ij}$  est toujours caractérisé par  $S_{zz} > S_{xx}$ , ce qui indique une survivance non négligeable du mouvement initial. De plus, on observe que les éléments non diagonaux de  $S_{ij}$  sont un ordre de grandeur plus petits que les éléments diagonaux. D'après la Référence 19, ceci signifie que la matière nucléaire (dans ce calcul, tout au moins) se comporte plus comme un fluide ordinaire, où l'élément dynamique essentiel est la pression, plutôt que comme un solide, où l'élément dynamique est le gradient des vitesses.

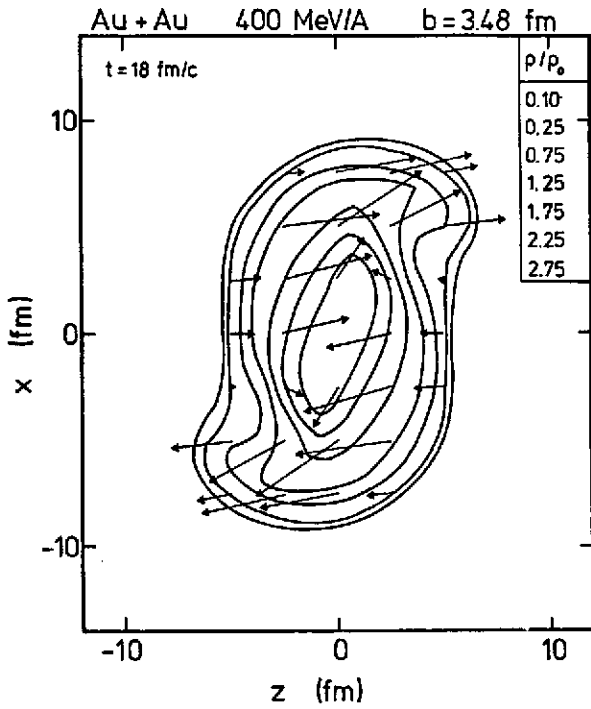


Figure 4.6. Distribution de la densité (courbes) et du courant ( $\vec{j}$  dans l'équation (3.16)) dans le plan de la réaction Nb + Nb. La grandeur des flèches est proportionnelle à l'intensité du vecteur  $\vec{j}$ . Tiré de la Référence 20.

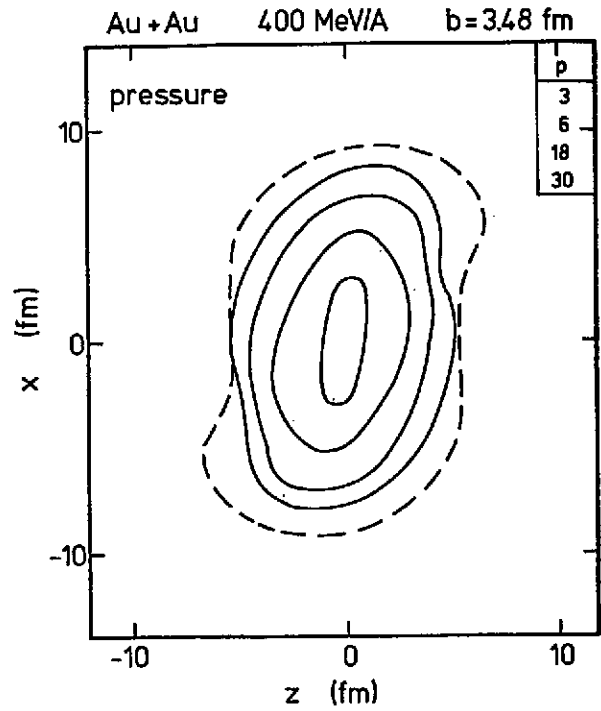


Figure 4.7. Contour d'égalité pression pour la même réaction que dans (4.6). La courbe en traits discontinus donne la courbe d'isodensité dans la figure précédente. Tiré de la Référence 20.

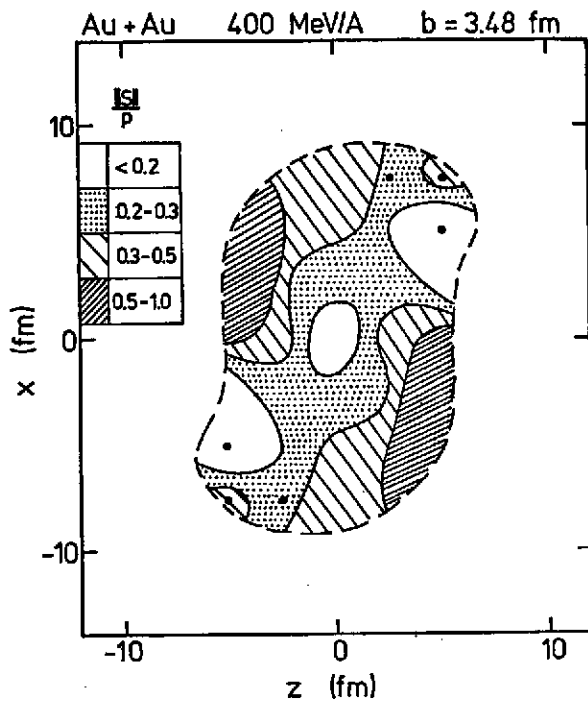


Figure 4.8

Même chose que la Figure 4.7 pour la quantité (4.22). Voir texte. Tiré de la Référence 20.

## 5. PROPRIETES DE LA MATIERE DENSE

### 5.1. Considérations théoriques

Nous allons ici discuter les propriétés de la matière dense formée au cours de la réaction. A ce propos, il est utile d'avoir une sorte de guide, qui nous indique de quelle manière les propriétés de l'état dense dépendent de l'équation d'état et du mécanisme de production.

Pour le premier des points, nous pouvons utiliser l'équation de Rankine-Hugoniot (RH) pour les ondes de choc. Si l'on regarde le haut de la Figure 3.3, on voit que dans le cadre de ce calcul on n'est pas loin d'une configuration plane. En idéalisant les noyaux par des tranches de matière, on peut utiliser l'équation de RH dans la configuration indiquée par la Figure 5.1.

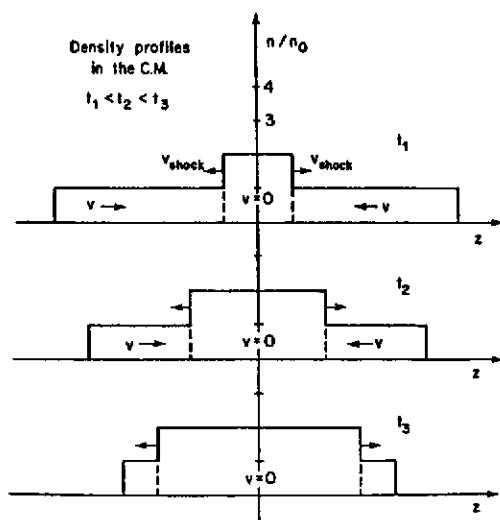


Figure 5.1

Profil de densité correspondant à l'apparition d'une onde de choc pendant la collision de deux tranches de matière.

Si on désigne par un indice zéro les quantités avant le choc et sans indice les quantités après le choc, l'équation de RH s'écrit dans un formalisme non-relativiste

$$\frac{u}{\rho} - \frac{u_0}{\rho_0} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) (p + p_0) = 0 \quad (5.1)$$

L'équation d'état peut toujours s'écrire comme

$$u = u(p, \rho) \quad (5.2)$$

Enfin, nous devons tenir compte de la conservation de l'énergie, c'est-à-dire

$$\frac{u}{\rho} = \frac{u_0}{\rho_0} + T_{cm} \quad (5.3)$$

où  $T_{cm}$  est l'énergie cinétique par nucléon dans le c.m.,  $u_0/\rho_0 = -16$  MeV et  $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$ . On a trois équations pour trois inconnues. On peut donc déterminer les conditions après le choc. Ainsi, pour un gaz parfait, on peut montrer que (\*)

$$\lim_{E \rightarrow \infty} \frac{\rho}{\rho_0} = 4 \quad . \quad (5.4)$$

La Figure 5.2 donne les résultats d'un tel calcul (relativiste). On peut voir que la pression n'est pas tellement dépendante de l'équation d'état, alors que la densité (et donc la température) et, dans une moindre mesure, l'entropie y sont plus sensibles. Il faut cependant remarquer que, de toute manière, une quantité importante d'entropie est produite.

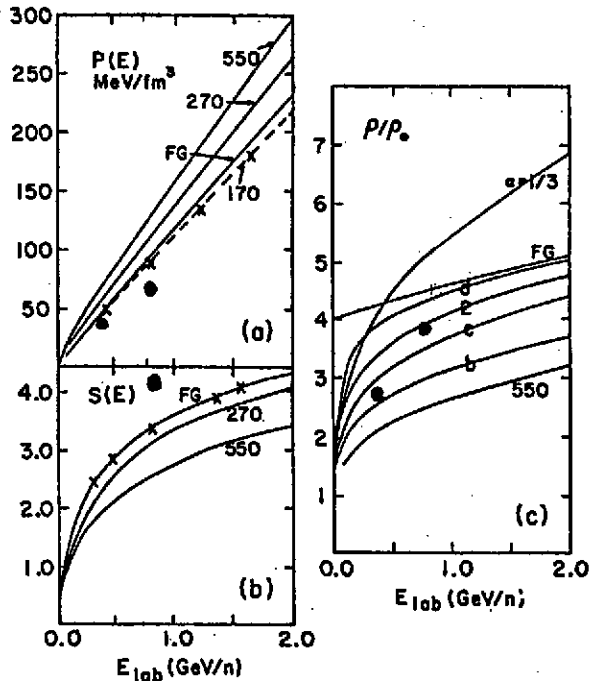


Figure 5.2

Les courbes donnent les conditions après le choc calculées par l'équation de Rankine-Hugoniot pour différentes équations d'état. La courbe FG correspond au gaz de Fermi. Les gros points donnent le résultat de la C.I. à la compression maximum.

Bien sûr, on doit s'attendre à ce que le phénomène de compression ne suive pas l'image simpliste de l'onde de choc. Dans la Figure 5.2, on a indiqué quelques résultats obtenus avec un modèle de C.I. L'effet le plus spectaculaire est le fait que la densité  $\rho$  est assez basse et que l'entropie est assez grande. Ce dernier résultat peut provenir de la géométrie qui, contrairement à RH, introduit des noyaux finis dans les trois dimensions et aussi à cause de la possibilité de produire des particules  $\Lambda$ . Ceci touche à un autre aspect, qui est la composition "chimique" de la matière dense, que nous ne discuterons cependant pas ici.

## 5.2. Expansion et quantités conservées

Lontemps, on a pensé que la désagrégation du système comprimé formé transitoirement ferait disparaître les propriétés de cet état dense. Pour prendre une image très prosaïque, si l'on observe un ressort détendu, on ne peut dire jusqu'à quelle pression il a été comprimé une heure auparavant, par exemple. Petit à petit, cependant, est apparue l'idée qu'il pourrait y avoir des quantités observables qui résistent à l'expansion, c'est-à-dire des quantités dont la valeur est fixée dès le moment de compression maximale. Ainsi, dans la Référence 3, il est déjà fait mention du fait que le nombre de pions pourrait être une telle grandeur. En fait,

ainsi que le montre la Figure 5.3, ce qui est conservé par l'expansion est le nombre cumulé de pions et de particules  $\Delta$ . Cela semble dû à une balance délicate entre le temps de vie du  $\Delta$  et la vitesse d'expansion.

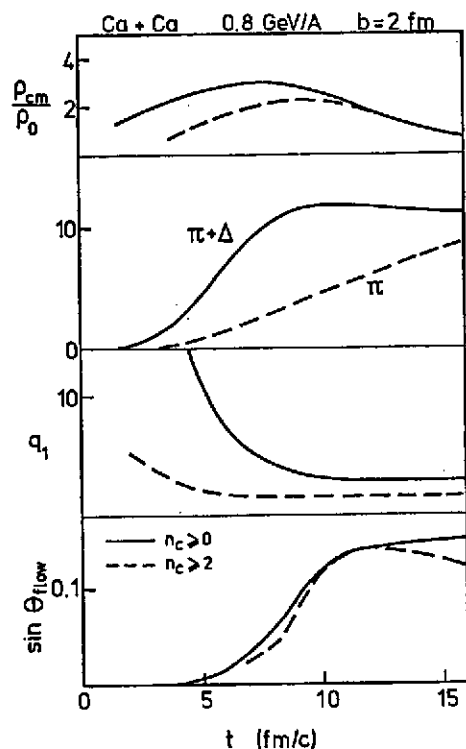


Figure 5.3

Evolution dans un modèle de C.I. de diverses quantités lors de la collision Ar + Ca. Pour les 1er, 3ème et 4ème cadres, les courbes en traits pleins se réfèrent à tous les nucléons, tandis que pour les courbes en traits discontinus, on n'a pris en compte que les nucléons faisant deux collisions au moins.

Une autre quantité qui est conservée (en grande partie) par l'expansion est l'entropie (Figure 5.4), ainsi qu'il a été démontré pour la première fois dans la Référence 5.

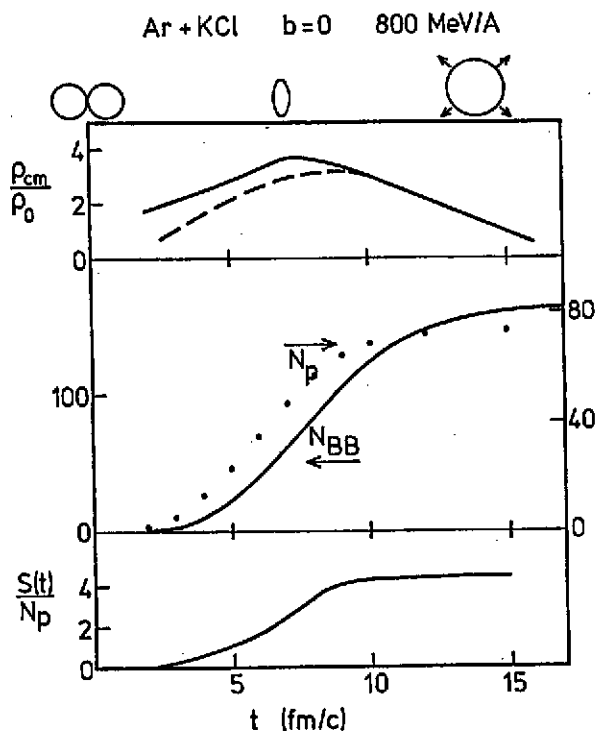


Figure 5.4

Evolution dans un modèle de C.I., de la densité baryonique au c.m. du système (trait plein : tous les nucléons ; traits discontinus : les participants seulement), du nombre de participants  $N_p$ , du nombre cumulé de collisions baryon-baryon et de l'entropie des nucléons (divisée par le nombre final de participants).

Enfin, plus récemment, on s'est aperçu que l'angle d'écoulement<sup>20,28</sup> et peut-être aussi la forme du tenseur de sphéricité<sup>29</sup> sont des quantités conservées lors de l'expansion.

Nous reviendrons dans la Section 6 sur les moyens de tirer profit de ces constatations pour retirer des informations sur l'équation d'état.

### 5.3. Image physique de l'expansion

Nous avons déjà discuté dans la Section 4.4 un modèle pour l'expansion, supposant qu'il s'agit en quelque sorte d'un milieu continu et que plus ou moins abruptement ce milieu se dissout en particules d'une seule espèce. On peut se demander ce qui se passe si l'on va au-delà de ce point de vue. Deux questions peuvent se poser : Y a-t-il des inhomogénéités dans le système ? Comment et quand se forment les particules composées que l'on observe expérimentalement ?

Il va de soi que la grandeur théorique qui contient les informations nécessaires est la fonction de distribution à deux corps  $f_2(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_2, t)$ . La connaissance de cette fonction peut dire si à l'instant  $t$  deux particules sont dans un état qui est celui du deutéron, par exemple. Notons que cela ne signifie pas nécessairement que les nucléons ne sont pas corrélés avec un troisième. Pour savoir cela, il faudrait connaître  $f_3$ . On voit donc qu'une théorie complète est très compliquée. Néanmoins, il est intéressant de faire des considérations sur  $f_2$ . En premier lieu,  $f_2$  obéit une équation d'évolution du type de celle vérifiée par  $f_1$  (LV). Dans le même genre d'approximation, elle pourrait s'écrire

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + p_1 \cdot \frac{\nabla_1}{m} - \vec{\nabla}U(r_1) \cdot \vec{\nabla}_{p_1} + p_2 \cdot \frac{\nabla_2}{m} - \vec{\nabla}U(r_2) \cdot \vec{\nabla}_{p_2} \right) f_2(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_2, t) =$$

$$\int d^3p_1' d^3p_2' d^3p_3' \int d^3p_3 \delta(\vec{p}) \delta(E) W(p_1 p_2 p_3 \rightarrow p_1' p_2' p_3') \{ f_2(\vec{r}_1, \vec{p}_1, \vec{r}_2, \vec{p}_2, t) f_1(\vec{r}_3, \vec{p}_3, t) - f_2(\vec{r}_1, \vec{p}_1', \vec{r}_2, \vec{p}_2', t) f_3(\vec{r}_3, \vec{p}_3', t) \} + \text{perm. cycliques}$$

+ un terme en  $f_3$  . (5.5)

On voit donc que l'évolution des corrélations du type "cluster" est due à deux choses : d'une part au champ moyen et d'autre part aux collisions. La seconde est facile à comprendre. Pour qu'un deutéron existe en tant que tel, il faut qu'il n'y ait pas trop de nucléons dans le volume compris entre le neutron et le proton. Il va de soit que cela requière d'être en-dessous d'une densité critique. A température nulle, cette densité est inférieure à la densité normale. A haute température, la restriction est sans doute moindre. Pour se fixer un guide, on peut admettre que la densité doit rester la même si l'on remplace des nucléons par des deutérons, ce qui donne  $\rho \sim 0.2 \text{ fm}^{-3}$ . On peut donc admettre que les deutérons et autre clusters apparaissent dans les derniers moments de la réaction.

On peut rapprocher le second facteur d'évolution de  $f_2$  de ce que l'on connaît sur  $v(r)$  (Eq. (2.24)), qui lui est intimement relié. En effet, une relation thermodynamique (donc valable à l'équilibre) bien connue dit que

$$4 \pi \int_0^{\infty} v(r) r^2 dr = kT \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T - 1 \quad , \quad (5.6)$$

ce qui signifie que les corrélations sont conditionnées par le module de compressibilité. La relation (5.6) dit aussi que  $v(r)$  doit tendre vers zéro tant que l'on est dans des conditions normales de stabilité. Mais, si l'on est près d'un point critique,  $\frac{\partial \rho}{\partial p} = 0$ , et les corrélations s'étendent à grande distance. Cela est en accord avec l'attente d'une clusterisation importante près du point critique.

On a donc beaucoup de peine de créer une théorie pratique de la clusterisation pendant l'expansion. On s'est donc rabattu sur des approximations plutôt drastiques, à savoir le modèle de coalescence sur lequel nous reviendrons plus loin, le modèle d'équilibre chimique, le modèle des équations aux taux de réaction et enfin, récemment, une méthode du champ moyen agissant sur des corrélations de départ.

Nous nous arrêterons ici sur les équations aux réactions chimiques. Supposons que nous ayons deux espèces a et b. Les équations chimiques s'obtiennent en intégrant deux équations de LV couplées sur l'espace et les impulsions. On peut les réécrire sous la forme

$$\frac{d \rho_i}{d t} = -\frac{1}{V} \frac{dV}{d t} \rho_i - L_i + G_i, \quad (5.7)$$

où  $L_i$  est un terme de perte et  $G_i$  un terme de gain pour l'espèce i. Supposons que l'on a la réaction  $a + b \rightleftharpoons cd$ . Pour  $i = a$ , on aura donc

$$L_a = \int d^3 p_a \int d^3 p_b \sigma(v_{ab}) v_{ab} f_a(\vec{r}, \vec{p}_a, t) f_b(\vec{r}, \vec{p}_b, t) \quad (5.8)$$

où  $v_{ab}$  est la vitesse relative des particules. Comme  $v_{ab}$  apparaît dans (5.8), on peut utiliser pour  $f_a$  et  $f_b$  leur représentation dans le référentiel où la matrice est au repos. Dans cette transformation  $d^3 p_a d^3 p_b$  ne change pas. Dès lors, on peut écrire pour  $L_i$  et pour  $G_i$

$$\frac{d \rho_a}{d t} = -\frac{1}{V} \frac{dV}{d t} \rho_a - \rho_a \rho_b \langle \sigma v \rangle, \quad (5.9)$$

où  $\langle \sigma v \rangle$  est la moyenne de  $\sigma v$  sur la distribution des vitesses relatives, c'est-à-dire caractérisée par la température instantanée. A l'équilibre, on aura ( $d\rho_a/dt = 0$ )

$$\frac{\rho_a \rho_b}{\rho_c \rho_d} = \frac{\langle \sigma(v_{cd}) v_{cd} \rangle}{\langle \sigma(v_{ab}) v_{ab} \rangle}, \quad (5.10)$$

où  $\sigma(v_{cd})$  est la section efficace qui détruit l'espèce c. Le rapport (5.10) est une fonction de la température locale (et aussi, peut-être, de la densité). Sur la base de ce modèle, il va de soi que la température extraite du rapport des concentrations sera différente et plus basse que la température extraite des spectres inclusifs.



## 6. EXTRACTION DE L'EQUATION D'ETAT

### 6.1. Introduction

En dépit du caractère transient de la réaction entre deux ions lourds, on peut tenter d'extraire l'équation d'état. L'idée est la suivante. On peut supposer sur la base de la Figure 6.1 que l'état de compression maximale n'est pas trop

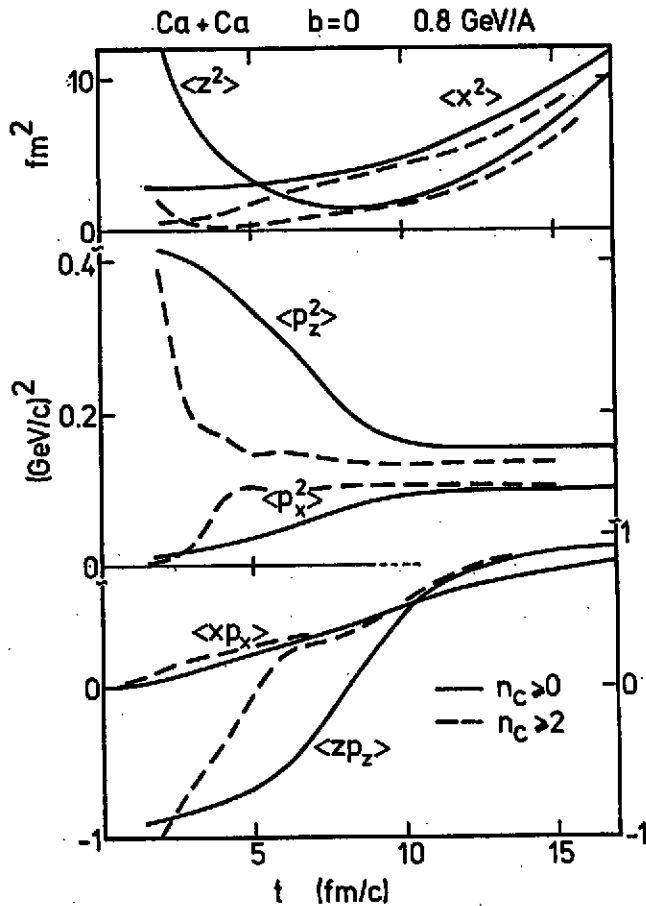


Figure 6.1

Evolution temporelle dans un modèle de cascade de divers moments de la distribution à un corps  $f_1(\vec{r}, \vec{p}, t)$ . Les éléments non diagonaux  $\langle xp_x \rangle$  et  $\langle zp_z \rangle$  ont été normalisés en divisant par  $(\langle x^2 \rangle \langle p_x^2 \rangle)^{\frac{1}{2}}$  et  $(\langle z^2 \rangle \langle p_z^2 \rangle)^{\frac{1}{2}}$  respectivement. Les traits pleins se réfèrent à tous les nucléons tandis que les traits discontinus ne prennent en compte que les nucléons ayant fait deux collisions au moins. Adapté de la référence 29.

éloigné d'un état d'équilibre global (on s'aperçoit déjà que les résultats ne pourront être que semi-quantitatifs). On étudie les prédictions pour les variables résistant à l'expansion d'une théorie qui décrit bien, croit-on, les effets hors équilibre. La C.I. semble la plus appropriée. Les différences entre observations et théorie doivent résulter, en partie au moins, des effets d'interaction. La manière de les extraire et de les quantifier n'est pas triviale et sera discutée plus ou moins en détail.

### 6.2. Multiplicité de pions et énergie de compression

La Figure 6.2 donne la comparaison théorie - expérience pour la multiplicité de pions. La C.I. prédit trop de pions. L'interprétation physique de cette discordance a été avancée par Stock. Si l'on admet que l'abondance des pions et des  $\Delta$  est fonction directe de l'énergie cinétique disponible, on peut attribuer les prédictions de la C.I. comme étant dues à une trop grande quantité d'énergie

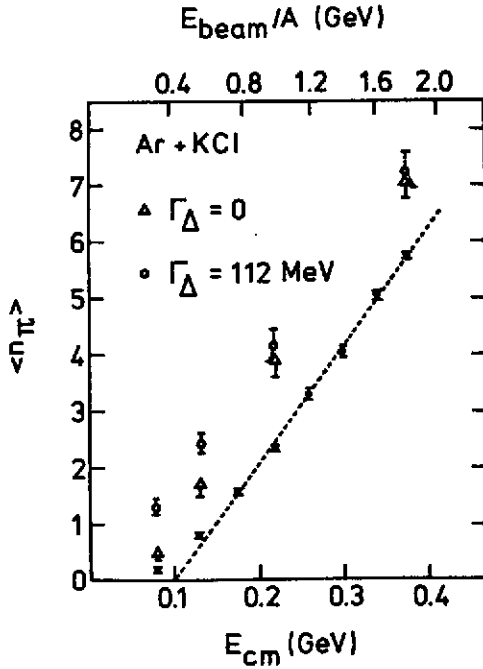


Figure 6.2

Multiplicité des pions négatifs dans les collisions centrales d'Ar + KCl. Les points sont les résultats expérimentaux. Ils sont comparés aux prédictions d'un modèle de cascade intranucléaire où la résonance  $\Delta$  a, soit son temps de vie normal (cercles), soit un temps de vie infini (triangles).

cinétique au moment de la compression maximale et donc à un manque d'énergie de compression.

On peut quantifier ceci. Pour un équilibre thermique et chimique dans un volume  $V$  à température  $T$ , l'énergie disponible  $E$  dans le système peut s'écrire

$$E = \frac{4}{2\pi^2} N_N (m_N + \frac{3}{2} T) + \frac{16}{2\pi^2} N_{\Delta} (m_{\Delta} + \frac{3}{2} T) + \frac{3}{2\pi^2} m_{\pi}^2 T^2 \{ 3K_2(\frac{m_{\pi}}{T}) + \frac{m_{\pi}}{T} K_1(\frac{m_{\pi}}{T}) \} \quad (6.1)$$

et bien sûr

$$\frac{N_{\Delta}}{N_N} = 4 \left( \frac{m_{\Delta}}{m_N} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_{\Delta} - m_N}{T}} \quad (6.2)$$

$$N_{\pi} = \frac{3V}{2\pi^2} m_{\pi}^2 T K_2(\frac{m_{\pi}}{T}) \quad (6.3)$$

où l'on a fait  $\hbar = m = c = 1$ , et où  $K_2$  est la fonction de Bessel modifiée habituelle. Le nombre de baryons est fixé par

$$N_N + N_{\Delta} = A \quad (6.4)$$

On peut déterminer  $N_N, N_{\Delta}, N_{\pi}$  et  $T$  si  $A, E$  et  $V$  sont connus. On peut en éliminant  $N_N, N_{\Delta}, T$  (ce qui n'est pas nécessairement facile) écrire ( $\rho = A/V$ )

$$N_{\pi} = f_{EC}(E/A, \rho) \quad (6.5)$$

Si l'on écrit l'équation d'état comme (2.15), (6.5) devient

$$N_{\pi} = f_{EC}(U/A - E_c(\rho), \rho) \quad . \quad (6.6)$$

Ici, on a fait l'hypothèse implicite que les propriétés d'équilibre entre les espèces ne sont pas modifiées par la compression. En d'autres termes, on suppose qu'il n'y a pas d'effets du milieu.

On peut penser que dans la réalité l'équilibre chimique n'est pas réalisé, à cause d'effets dynamiques. Si ceux-ci sont pris en compte par la cascade intranucléaire, on pourra néanmoins écrire

$$N_{\pi} = f_{CI}(U/A - E_c(\rho), \rho) \quad , \quad (6.7)$$

où  $f_{CI}$  est une fonction inconnue, mais qui est décrite numériquement par la C.I. Bien sûr, comme il n'y a pas d'interaction dans la C.I., on peut représenter les prédictions de celle-ci par

$$N_{\pi}^{CI} = f_{CI}(U/A, \rho) \quad , \quad (6.8)$$

où  $U$  est l'énergie disponible dans le c.m. du système, ce qui est aussi une approximation. Dès lors, on tire  $E_c(\rho)$  par comparaison entre théorie et expérience. En adoptant cette procédure, on n'évite pas un certain arbitraire. En effet, on doit tirer  $\rho$  de la cascade, et rien ne dit que la prédiction de la C.I. ne devrait pas être affectée par la présence d'énergie de compression. Il existe une controverse sur ce qu'il faut retirer dans (6.7) pour tenir compte du manque d'énergie de liaison dans la cascade, mais de toute manière, il en résulte (voir Figure 6.3) une fonction  $E_c(\rho)$  qui est du genre "équation d'état" dure. Les points ouverts indiquent les résultats lorsque l'on utilise (6.6) et que l'on détermine  $\rho$  par un calcul de RH.

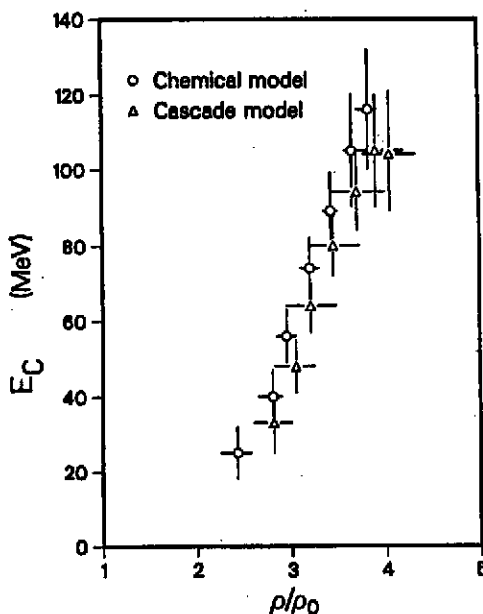


Figure 6.3

Energie de compression extraite de la comparaison entre l'expérience et la prédiction de la C.I. (triangle) et celles d'un modèle d'équilibre chimique (points). Voir texte. Les données se réfèrent essentiellement au système Ar + KCl. Adapté de la référence 30.

Il n'y a guère de doute qu'il manque de l'énergie de compression dans la C.I. ; néanmoins il sied de rappeler ici que le résultat de la Figure 6.3 est obtenu au prix de trois hypothèses majeures :

(1) le taux de pions est donné par un processus, réactif pourrait-on dire, de cascade intranucléaire ;

(2) le taux de pions dépend de la quantité  $E_{th}(\rho, T)$  , ce qui peut paraître un peu étonnant, car à l'équilibre, le taux de pions ne devrait dépendre que des grandeurs décrivant l'équilibre ;

(3) les propriétés à une particule ne sont pas changées. Ceci peut paraître suspect en ce qui concerne le pion.

Il faut remarquer que, en quelque sorte, et moyennant une hypothèse supplémentaire sur la teneur de la fonction  $E_{th}$  , la multiplicité de pions sert de thermomètre de la matière chaude. On peut d'ailleurs utiliser (6.2) pour déterminer la température de la boule de feu, puisqu'à ce moment, les pions finaux existent surtout sous la forme de résonances  $\Delta$  .

### 6.3. Formation de composites et entropie

Siemens et Kapusta<sup>31</sup> ont été les premiers à suggérer que la multiplicité des composites pourrait donner une mesure de l'entropie. Ainsi que nous l'avons dit, la quantité cruciale ici est la fonction de distribution à deux (ou trois,...) corps. Si l'on s'intéresse aux deutérons, par exemple, on peut écrire<sup>5,32</sup>

$$N_{"d"} = \frac{3}{4} \int d^3R \int d^3p \int d^3r d^3p f_2^{np} \left( \vec{R} + \frac{\vec{r}}{2}, \vec{R} - \frac{\vec{r}}{2}, \frac{\vec{p}}{2} + \vec{p}, \frac{\vec{p}}{2} - \vec{p} \right) g_d(\vec{r}, \vec{p}) \quad (6.9)$$

où  $g_d$  est la représentation de Wigner de la fonction d'onde du deutéron. Le facteur 3/4 tient compte des spins. L'équation (6.9) compte tout simplement toutes les corrélations du type deutéron qui existent dans le système à la fin de la collision. Encore une fois, ces corrélations peuvent exister dans un "cluster" plus grand, d'où les guillemets introduits dans (6.9). Pour des "clusters" jusque la particule alpha<sup>5</sup>

$$N_{"d"} = N_d + \frac{3}{2} (N_t + N_{3He}) + 3 N_\alpha \quad (6.10)$$

Si l'on suppose, comme dans le modèle de coalescence, que les deutérons apparaissent au hasard, c'est-à-dire si  $f_2^{np} \approx f_1^n f_1^p$  , , on peut écrire, en admettant que  $g_d$  est une fonction très piquée

$$R_{dp} = \frac{N_{"d"}}{N_{"p"}} = 6 \frac{N}{A} \langle f_1 \rangle \quad (6.11)$$

où  $N_{"p"}$  est la multiplicité de charge

$$N_{"p"} = \int d^3r d^3p f_1^p(\vec{r}, \vec{p}) \quad (6.12)$$

où  $\langle f_1 \rangle$  représente la moyenne de la distribution  $f_1$  sur elle-même. Dans (6.11) nous avons supposé que  $f_1^n \approx f_1^p$  et  $N$  et  $A$  représentent le nombre de neutrons

et le nombre de masse du système, respectivement.

Les effets de taille finie peuvent être introduits simplement si  $f_1$  et  $g_d$  sont des fonctions gaussiennes

$$f_1(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{A}{(\pi R_p \sqrt{2mT})^3} \exp \left[ -\frac{r^2}{R_p^2} - \frac{p^2}{2mT} \right], \quad (6.13)$$

$$g_d(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{1}{(\pi r_0 p_0)^3} \exp \left[ -\frac{r^2}{r_0^2} - \frac{p^2}{p_0^2} \right], \quad (6.14)$$

où  $r_0 p_0 \approx \hbar$ , ainsi que le demande la quantification. Alors, (6.11) devient

$$\frac{N_{d''}}{N_{p''}} = 6 \frac{N}{A} \langle f_1 \rangle \frac{1}{\left(1 + \frac{r_0^2}{2R_p^2}\right)^{3/2}} \frac{1}{\left(1 + \frac{p_0^2}{mT}\right)^{3/2}}. \quad (6.15)$$

D'un autre côté, l'entropie qui, pour un gaz classique, vaut (généralisation de l'équation (2.43))<sup>33</sup>

$$\frac{S}{A} = 1 - \langle \ln f_1 \rangle \quad (6.16)$$

s'écrit, dans les mêmes conditions que ci-dessus

$$\frac{S}{A} = 1 - \langle \ln f_1 \rangle + \ln 2 - \frac{N}{A} \ln \frac{N}{A} - \frac{Z}{A} \ln \frac{Z}{A}. \quad (6.17)$$

Si  $f_1$  est proche de (6.13), on peut écrire

$$\frac{S}{A} = -3(1 - \ln 2) + \ln \langle f_1 \rangle. \quad (6.18)$$

Finalement, en comparant (6.15) et (6.18), on a

$$\frac{S}{A} = 4 + \ln \frac{3}{2} + \frac{Z}{A} \ln \frac{N}{Z} - \frac{3}{2} \ln \left(1 + \frac{r_0^2}{2R_p^2}\right) - \frac{3}{2} \ln \left(1 + \frac{p_0^2}{mT}\right) - \ln R_{dp}. \quad (6.19)$$

Pour  $N = Z$  et en négligeant les effets de taille finie du deutéron, on retrouve pour un système uniforme, la fameuse formule<sup>31</sup>

$$S/A = 3.95 - \ln R_{dp}. \quad (6.20)$$

En général,  $p_0^2$  est nettement plus petit que  $mT$ , ce qui fait que la correction de taille est la plus importante. Si maintenant, on regarde le rapport  $R_{dp}$  (équation (6.15)) pour un système donné et pour des multiplicités de plus en plus grandes, on s'attend à ce que  $R_{dp}$  croisse, car  $R_p$ , la taille de la zone d'interaction, augmente avec la multiplicité. C'est ce que l'on observe expérimentalement (voir Figure 6.4) sur les systèmes  $Nb + Nb$  et  $Ca + Ca$  qui ont été étudiés systématiquement<sup>34</sup>. La dépendance de  $R_{dp}$  avec la multiplicité ou, ce qui revient au même, avec le paramètre d'impact, est prévue également par la C.I. (Figure 6.5) qui montre aussi que la formule (6.20) n'est valable que pour les

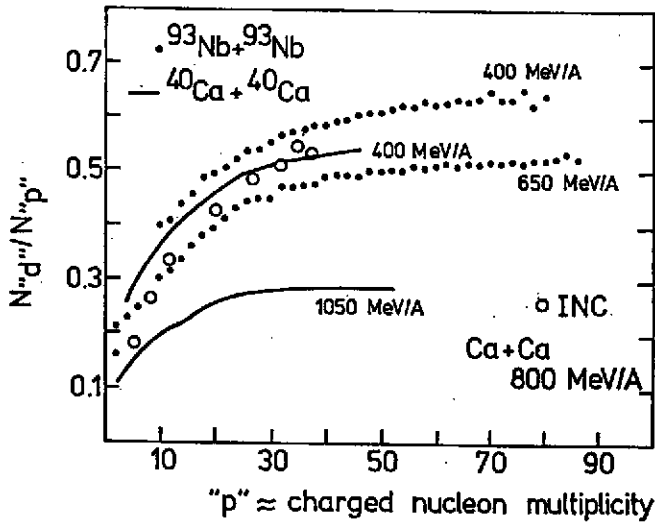


Figure 6.4. Valeurs expérimentales du rapport "d"/"p" en fonction de la multiplicité de charge. Les cercles blancs sont les prédictions théoriques d'un modèle de C.I.<sup>35</sup> pour le système Ca + Ca à 800 MeV/A.

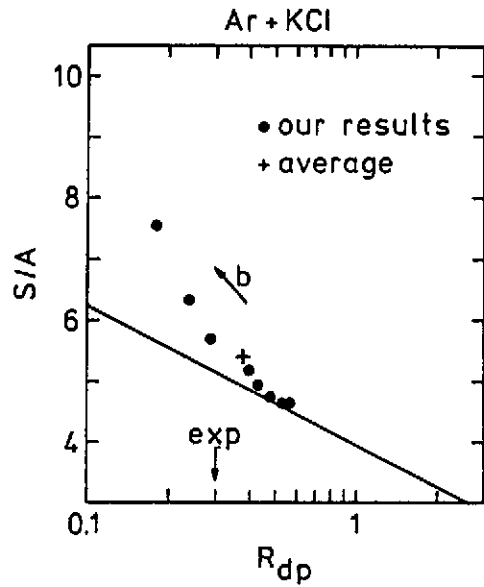


Figure 6.5. Calcul (points) par un modèle de C.I. du rapport  $R_{dp}$  (par la formule (6.9)) et de l'entropie (équation (6.17)) pour divers paramètres d'impact allant de façon régulière de 0 à 7.15 fm selon le sens de la flèche. La droite en traits pleins représente l'équation (6.20)).

grandes multiplicités. Il est donc indiqué de faire des comparaisons pour les grandes multiplicités seulement et non comme dans le passé sur les sections efficaces inclusives. Aussi seules sont valables probablement les valeurs de l'entropie extraites des grandes multiplicités. C'est ce qui est fait dans la Figure 6.6. Elle montre qu'une entropie de 4 à 5 unités par nucléon est produite, à peu près

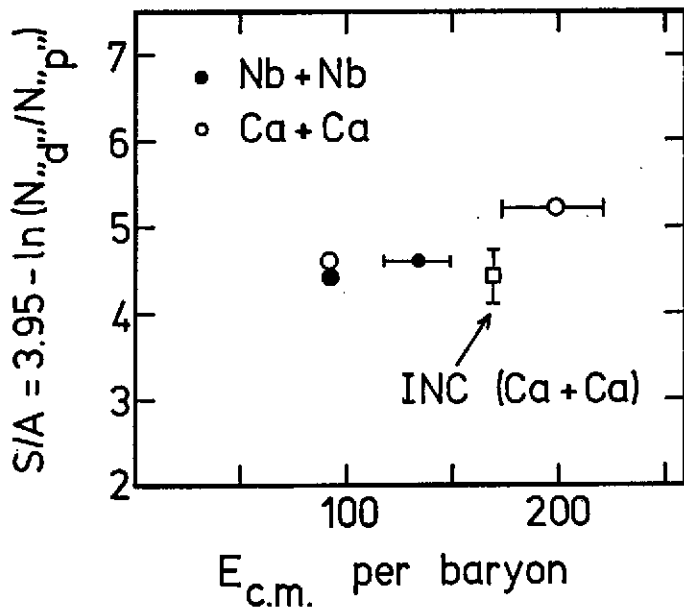


Figure 6.6

Comparaison entre les valeurs expérimentales de  $R_{dp}$  (ou de l'entropie selon (6.19)) tirées des grandes multiplicités et les prédictions de la référence 35.

une demi-unité de plus que la prédiction de la C.I.. Ceci correspondrait à une équation d'état "molle". Ce résultat est très déroutant en regard avec ce que l'on a discuté sur la production de pions.

Cependant, il faut noter que dans la référence 36, les résultats sont analysés grâce à un modèle d'équilibre chimique, mais qui tient compte de la désintégration des espèces instables. Cette dernière propriété est importante, car elle provoque une réduction des taux des particules lourdes (ici, plus lourd que la particule alpha). Grâce à ce modèle, une entropie de l'ordre de deux unités est extraite des résultats expérimentaux, ce qui à nouveau donnerait une équation d'état dure ( $\sim E_c \sim 120 \text{ MeV}$  pour  $\rho/\rho_0 \approx 3$ ).

Une autre considération, très séduisante, a été faite par Kapusta et al.<sup>37</sup> qui considèrent que le système durant l'expansion peut entrer dans la phase de coexistence gaz-liquide et se scinde en une partie liquide de basse entropie et une partie gazeuse de grande entropie. Ils assimilent la partie liquide associée aux gros fragments et la partie gazeuse aux petits fragments. On peut ainsi expliquer les résultats expérimentaux avec une entropie de départ de l'ordre de 2 unités, mais en utilisant une densité de freeze-out de  $0.1 \rho_0$ , ce qui semble vraiment très bas<sup>38</sup>.

En résumé, la situation est assez confuse pour l'instant, bien qu'il ne fait nul doute que la production de fragments est reliée à l'entropie, car celle-ci mesure en quelque sorte le degré de désordre de la matière.

#### 6.4. Ecoulement collectif

Cette question, toujours très débattue actuellement, est vaste et complexe. Nous ne pouvons en donner ici qu'un raccourci. L'écoulement collectif se réfère à la déviation de la matière dans une direction privilégiée, comme on peut le concevoir à l'examen de la Figure 3.3. Cet écoulement résulte, comme le suggère la Figure 3.5, de la pression accumulée dans la région centrale qui pousse sur les parties extérieures du système. Pour toute une série de raisons qui ont trait à la moyenne sur les paramètres d'impact et aux fluctuations (non présentes dans un calcul hydrodynamique), l'écoulement collectif ne peut être décelé aisément dans les sections efficaces inclusives. L'analyse se fait grâce aux variables globales, en général grâce au tenseur de sphéricité

$$Q_{ij} = \sum_v \frac{1}{2m_v} p_i^v p_j^v, \quad (6.21)$$

où  $\vec{p}^v$  est l'impulsion (dans le c.m.) du  $v^{\text{ième}}$  éjectile. Ce tenseur peut être représenté par ses valeurs propres  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$  et trois angles. En général cependant, on se contente de l'aspect

$$q_1 = \lambda_1/\lambda_3 \quad (6.22)$$

et de l'angle  $\theta$  entre le premier vecteur propre  $\vec{e}_1$  et l'axe du faisceau. Ces quantités suffisent en général pour caractériser les événements ordinaires. Ainsi un événement de thermalisation complète correspond à  $q_1 \approx 1$ . De même, un écoulement du type hydrodynamique correspond à  $q_1 > 1$  et un angle  $\theta$  bien

défini.

On regarde généralement la distribution des événements par unité de  $\cos \theta$  ( $dN/d \cos \theta$ ) en fonction de la multiplicité de particules chargées. La comparaison entre les résultats expérimentaux et dans les prédictions de la C.I. est donnée dans la Figure 6.7. On peut voir que la C.I. indique pour Nb + Nb une dévi-

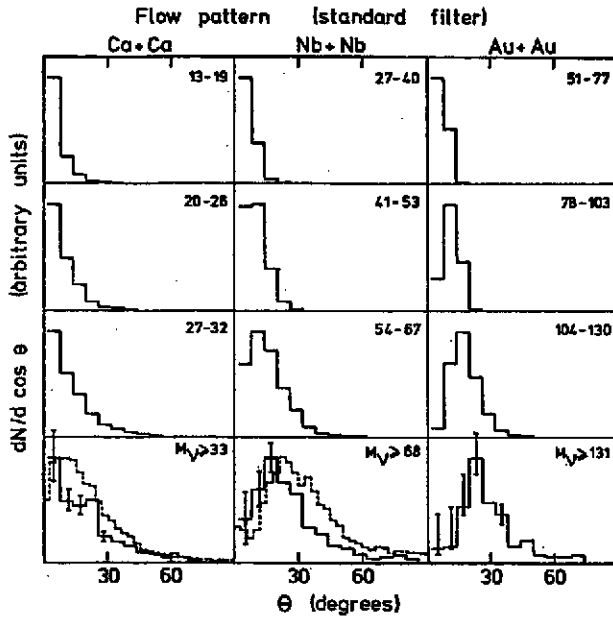


Figure 6.7

Calcul de la distribution de l'angle d'écoulement par un modèle de C.I.<sup>20</sup> (traits pleins). Les pointillés donnent les résultats expérimentaux pour les plus grandes multiplicités de particules chargées<sup>39</sup>.  $M_V$  est le nombre (calculé) de nucléons participants.

ation trop petite vis-à-vis de l'expérience. En première analyse, on peut dire qu'il manque de la pression dans la C.I. et que l'expérience demande une équation d'état "dure". Une analyse faite par Stöcker et al., à l'aide d'une simulation complète de l'équation de LV, indique une valeur de  $E_C$  de 80 MeV pour une densité de  $3\rho_0$ <sup>40</sup>. Une analyse du type de celle effectuée pour la multiplicité de pions donne 80 MeV pour une densité de  $2.75 \rho_0$ <sup>41</sup>.

### 6.5. Synthèse

Avec les trois données expérimentales ci-dessus, nous pouvons estimer la température, l'entropie et la pression de la matière dense. Il faut cependant garder en tête que ces résultats ne sont que semi-quantitatifs et ne peuvent être pris qu'à un facteur 2 près, dans l'état actuel des analyses. Dans la Figure 6.8,

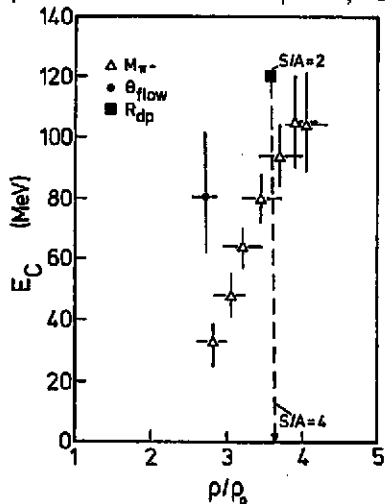


Figure 6.8

Résumé des indications trouvées sur  $E_C$  en utilisant le principe énoncé dans la section 6.1.



nous tentons de donner un résumé de ce qui est obtenu en gardant le principe énoncé au début de cette section. Même en tenant compte d'un facteur 2 et en se souvenant que la question de l'entropie reste entière, on peut avancer que l'on a une forte indication, sinon une évidence, pour une équation d'état "dure".

## 7. CONCLUSION

Nous avons analysé la dynamique des collisions entre ions lourds relativistes dans la perspective de la détermination des propriétés de la matière dense formée transitoirement. L'état actuel de la question fait place à un certain optimisme quant à la possibilité d'une telle détermination et vient récompenser l'effort considérable produit pendant les dix dernières années. Nous en rappelons rapidement les grandes étapes : (1) mise en évidence de collisions violentes avec disposition d'une grande énergie d'excitation ; (2) élaboration d'outils capables d'étudier avec une certaine confiance les effets dynamiques de non-équilibre ; (3) la sélection d'observables résistant à l'expansion ; (4) l'extraction par l'étude de ces observables de renseignements sur l'équation d'état.

Ces renseignements sont obtenus au prix d'hypothèses raisonnables certes, mais dont la justification n'est pas totale. Rappelons que l'une d'entre elles fait jouer un grand rôle à l'énergie de compression à  $T = 0$ , même lorsque le système atteint des températures très élevées. Ainsi que nous l'avons vu, ce travail d'analyse donne de fortes indications pour une équation d'état "dure". Du point de vue quantitatif, cependant, on n'est pas encore très avancé. Les divers travaux récents permettant de résoudre numériquement l'équation de Landau-Vlassov sont très prometteurs.

A plus basse énergie, les conditions de non-équilibre sont vraisemblablement assez proches de ce qu'elles sont à haute énergie. Cependant, les observables ne sont peut-être pas comparables car, à basse énergie, la production de composites est particulièrement abondante. Le problème le plus important dans cette région n'est peut-être pas l'étude de l'équation d'état, mais la compréhension du processus de fragmentation. A ce propos, l'extension des modèles développés à haute énergie devrait être réalisée. L'entropie devrait y jouer également un grand rôle.

## REFERENCES

1. C.F. Chapline, H.H. Johnson, E. Teller and M.S. Weiss, Phys.Rev. D8 (1973) 4302.
2. Y. Yariv and Z. Fraenkel, Phys.Rev. C20 (1979) 2227.
3. J. Cugnon, T. Mizutani and J. Vandermeulen, Nucl.Phys. A352 (1981) 505.
4. M. Sano et al., Phys.Lett. B156 (1985) 27.
5. G. Bertsch and J. Cugnon, Phys.Rev. C24 (1981) 2514.
6. R. Stock et al., Phys.Rev.Lett. 44 (1982) 1243.
7. B. Friedman and V.R. Pandharipande, Nucl.Phys. A361 (1981) 502.
8. J. Cugnon and A. Lejeune, à paraître.
9. B.D. Serot and J.D. Walecka, à paraître dans "Advances in Nuclear Physics".

10. P. Bonche, cette école.
11. R. Babinet, cette école.
12. S. Nagamiya, preprint 1984.
13. G. Bertsch, in "Progress in Particle and Nuclear Physics", vol. 4, D. Wilkinson, ed., Pergamon, Oxford (1980), p. 483.
14. A.A. Amsden, G.F. Bertsch, F.H. Harlow and J.R. Nix, Phys.Rev.Lett. 35 (1975) 905.
15. H. Stöcker, J.A. Maruhn and W. Greiner, Phys.Rev.Lett. 44 (1980) 725.
16. G. Buchwald, L.P. Csernai, J.A. Maruhn and W. Greiner, Phys.Rev. C24 (1981) 135.
17. A. Sandoval et al., Phys.Rev. C21 (1980) 1321.
18. J.R. Nix and D. Strottman, Phys.Rev. C23 (1981) 2548.
19. J. Cugnon, Nucl.Phys. A387 (1982) 191c.
20. J. Cugnon and D. L'Hôte, à paraître.
21. L.P. Kadanoff and G. Baym, "Quantum Statistical Mechanics, Benjamin, New York (1962).
22. S.E. Koonin, thesis.
23. J. Knoll and J. Randrup, Nucl.Phys. A324 (1979) 445.
24. J. Knoll, Phys.Rev. C20 (1979) 773.
25. J.P. Bondorf, S.I.A. Garpman and J. Zimanyi, Nucl.Phys. A296 (1978) 320.
26. J. Cugnon, Phys.Lett. 135B (1984) 374.
27. P.J. Siemens and J.D. Rasmussen, Phys.Rev.Lett. 42 (1979) 844.
28. H. Stöcker, GSI Meeting, Oct. 1984, publ. GSI-85-10.
29. J. Cugnon and J. Vandermeulen, "Winter College on Nuclear Physics", Trieste, March 1984, à publier par W.S.P.C..
30. J.W. Harris et al., Phys.Lett. 153B (1985) 377.
31. P.J. Siemens and J.I. Kapusta, Phys.Rev.Lett. 43 (1979) 1486.
32. M. Gyulassy, K. Frankel and E.A. Remler, Nucl.Phys. A402 (1983) 596.
33. C. Kittel, "Eléments de Physique Statistique", Dunod (1961).
34. K.G.R. Doss et al., preprint GSI-85-4.
35. G. Bertsch and J. Cugnon, non publié.
36. B.V. Jacak, H. Stöcker and G.D. Westfall, Phys.Rev. C29 (1984) 1744.
37. A.L. Goodman, J.I. Kapusta and A.Z. Mekzian, Phys.Rev. C19 (1984) 851.
38. L.P. Csernai, Phys.Rev.Lett. 54 (1985) 639.
39. H.-Å. Gustaffson<sup>et al</sup>, Phys.Rev.Lett. 52 (1984) 1590.
40. J.J. Molitoris, J.B. Hoffer, H. Kruse and H. Stöcker, Phys.Rev.Lett. 53 (1984) 899.
41. J. Cugnon, non publié.