



**HAL**  
open science

## Concepts de quasi-particules : aspects relativistes

Jean-Francois Mathiot

► **To cite this version:**

Jean-Francois Mathiot. Concepts de quasi-particules : aspects relativistes. École thématique. Ecole Joliot Curie "Nucléons dans le noyau, mais encore.", Maubuisson, (France), du 11-15 septembre 1989 : 8ème session, 1989. cel-00647428

**HAL Id: cel-00647428**

**<https://cel.hal.science/cel-00647428>**

Submitted on 2 Dec 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

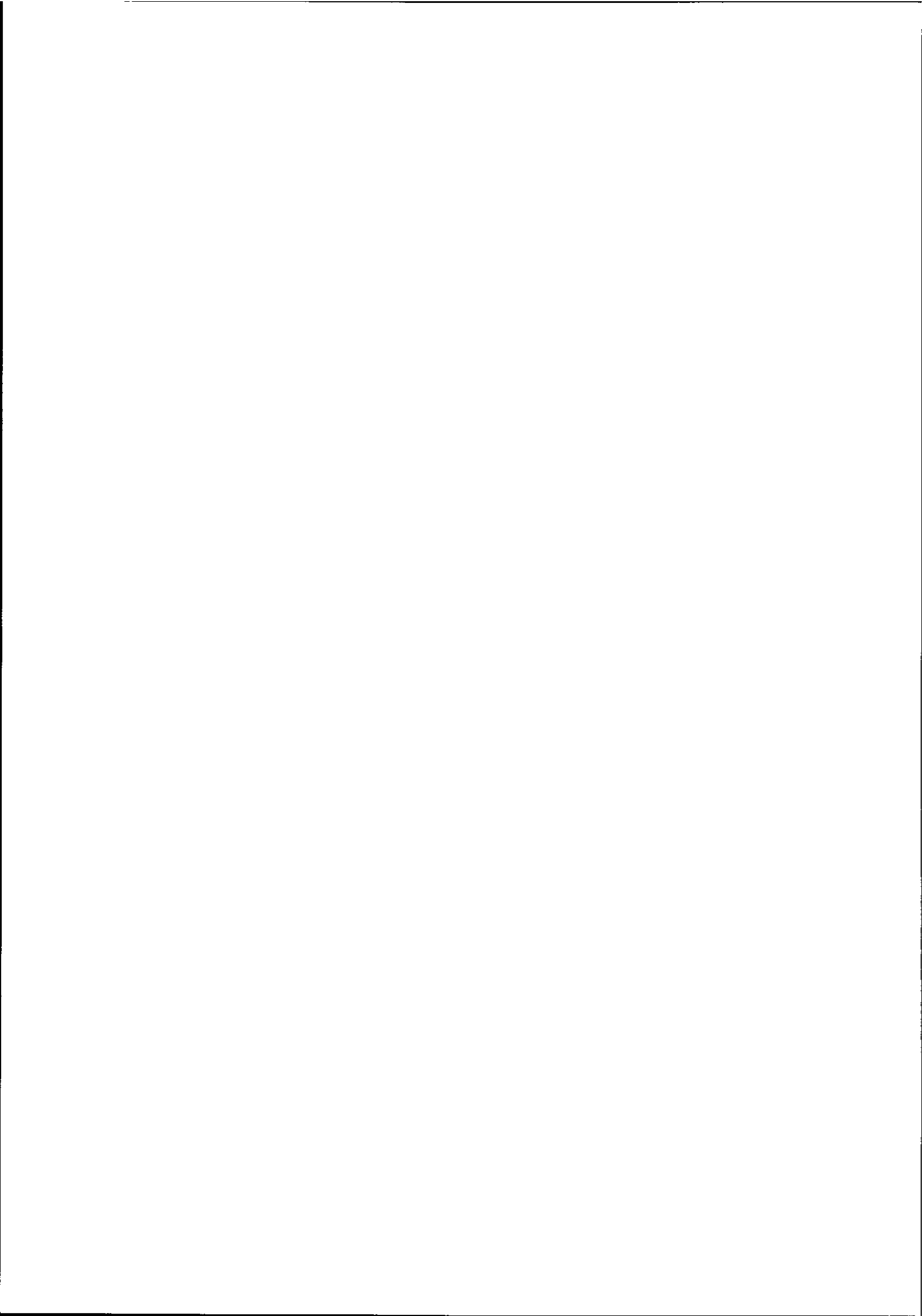
**CONCEPT DE QUASI-PARTICULES : ASPECTS RELATIVISTES**

**J.-F. Mathiot**

Division de Physique Théorique\*

Institut de Physique Nucléaire

91406 Orsay Cedex



## CONCEPT DE QUASI-PARTICULES : ASPECTS RELATIVISTES

**J.-F. Mathiot**

Division de Physique Théorique\*  
Institut de Physique Nucléaire  
91406 Orsay Cedex

### Résumé:

Le but de ce cours est de dégager les idées essentielles sous-jacentes aux modèles relativistes de particules indépendantes, et de faire le lien avec l'approche traditionnelle non-relativiste. Nous rappellerons brièvement les propriétés essentielles des potentiels nucléon-nucléon non-relativistes. Nous présenterons ensuite schématiquement l'approche de Brueckner-Hartree-Fock relativiste, en mettant en valeur les analogies, au niveau du formalisme, avec l'approche non-relativiste. On pourra mettre alors en évidence deux types de corrections: les corrections relativistes cinématiques liées à la dépendance en moment du potentiel NN non-relativiste et les corrections relativistes dynamiques qui correspondent à une composante d'antinucleon dans la fonction d'onde nucléaire. Nous discuterons enfin, d'une manière plus critique, de la validité d'une approche relativiste pour décrire la matière nucléaire (et les noyaux finis) à densité ordinaire, dans le contexte actuel de nos connaissances sur le problème à N nucléons ainsi que sur la structure du nucléon lui-même.

### Abstract:

These lectures are devoted to a qualitative discussion of the ideas underlying the relativistic description of nuclear structure in the independent particle model. We shall briefly recall the main properties of the non-relativistic NN potential. Then, the relativistic Brueckner-Hartree-Fock approximation will be described. Two types of relativistic corrections appear in this approach: the kinematical ones which can already be included in the non-relativistic NN potential, and dynamical ones which involve  $\bar{N}\bar{N}$  components in the nuclear wave function. Finally, we shall discuss from a critical point of view the validity of these approaches to describe nuclear systems in the light of our present knowledge of the N-body system and of the structure of the nucleon.

## I) Introduction

Depuis déjà plusieurs années, il est beaucoup question de l'intérêt d'une description relativiste pour comprendre la structure des noyaux, et le mécanisme de saturation de la matière nucléaire. Les modèles de champ moyen relativistes sont aujourd'hui beaucoup utilisés et déjà détaillés dans la littérature <sup>1)</sup>. Nous nous intéresserons plus particulièrement dans ce cours à une étude critique de ces approches, en mettant l'accent sur les liens entre l'approche traditionnelle, basée sur une interaction nucléon-nucléon (NN) et ces approches de champ moyen relativiste. Cela nous permettra d'en déduire un nouveau scénario pour décrire la saturation de la matière nucléaire, problème qui est au centre de la physique nucléaire depuis bientôt 30 ans.

Pour mieux apprécier l'originalité de l'approche relativiste, il convient tout d'abord de rappeler quelques propriétés importantes du potentiel NN lui-même. Une paramétrisation standard <sup>2)</sup> de celui-ci est donnée par :

$$V(\vec{r}, \vec{p}) = V_C(r, p) + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 V_{SS}(r, p) + V_{LS}(r) \vec{L} \cdot \vec{S} + V_T(r) S_T(\hat{r}), \quad (1)$$

avec

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad ; \quad S_T(\hat{r}) = \vec{\sigma}_1 \cdot \hat{r} \vec{\sigma}_2 \cdot \hat{r} - \frac{1}{2} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$$

où nous avons omis, par simplicité, les termes qui n'interviennent pas directement dans notre propos. Il est maintenant admis que ce potentiel doit être explicitement dépendant des vitesses (non-localité), cette dépendance étant particulièrement forte à courte distance. Elle intervient principalement dans les termes central et spin-spin :

$$V_{C,SS}(r, p) = V_{C,SS}(r) + V_{C,SS}^p(r) \frac{\vec{p}^2}{M^2} + \frac{\vec{p}^2}{M^2} V_{C,SS}^p(r) \quad (2)$$

Dans l'interprétation historique du terme de spin-orbite (précession de Thomas), le potentiel spin-orbite  $V_{LS}$  est proportionnel à la dérivée de la partie centrale :

$$V_{LS}(r) = -\frac{1}{2M^2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} V_C(r) \quad (3)$$

(pour la partie qui ne dépend pas du moment tout au moins). Le terme de spin-orbite est donc aussi d'ordre  $(p/M)^2$  par rapport au terme central  $V_C$  et spin-spin  $V_{SS}$ , et de même ordre que les termes  $V_P$ .

Dans des domaines d'énergie pas trop grands, on peut aussi s'affranchir d'une dépendance explicite en énergie (celle-ci peut être exprimée facilement comme une dépendance en vitesse). Dans la paramétrisation du potentiel de Paris, les potentiels  $V_{LS}$  et  $V_T$  ne dépendent pas explicitement des vitesses. En ce qui concerne la partie tenseur (qui provient en grande partie de l'échange d'un pion) cela pourrait ne pas être totalement justifié. Comme nous le verrons par la suite, les termes en  $(p/M)^2$  du potentiel NN correspondent déjà à des corrections relativistes, corrections que l'on appellera cinématiques pour les différencier des corrections dynamiques qui

n'interviennent pas au niveau du potentiel à deux corps non-relativiste.

Dans la description standard de la structure nucléaire en terme de degrés de liberté nucléoniques et mésoniques, ce potentiel est interprété comme l'échange d'un ou plusieurs pions. La partie à longue portée est parfaitement définie par l'échange d'un pion (potentiels  $V_{SS}$  et  $V_T$ ). La partie à moyenne portée correspond à l'échange de deux pions, alors qu'à plus courte portée une partie non-négligeable du potentiel provient de l'échange de trois pions. Ces contributions multi-pions ne sont évidemment pas faciles à calculer. La manière la plus élégante de le faire consiste à utiliser les relations de dispersion <sup>3)</sup>. Schématiquement, le potentiel NN peut donc être représenté par la figure 1, dans laquelle les bulles représentent toutes les contributions à l'amplitude de diffusion  $\pi N \rightarrow \pi N$  et  $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$  qui interviennent dans les relations de dispersion.

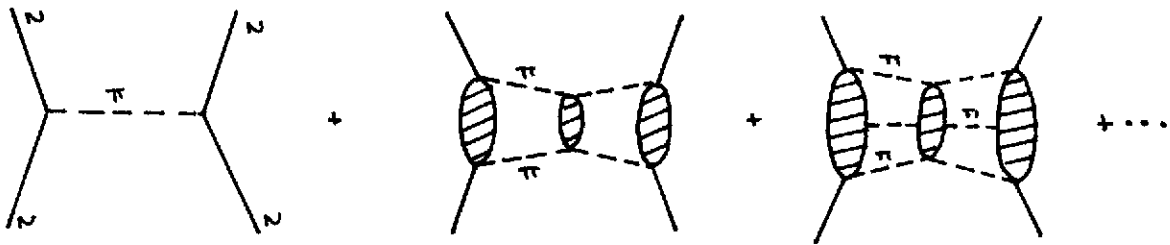


Figure 1 : Représentation schématique du potentiel NN par échange de pions

L'approximation d'échange d'un boson permet, pour certains calculs, de simplifier considérablement cette description. Pour la portée intermédiaire du potentiel, l'échange de deux pions dans l'état  $J=1$  est représenté par l'échange du méson  $\rho$ , de masse 776 MeV et d'isospin  $T=1$ , alors que dans la voie  $J=0$ , il est souvent paramétrisé par l'échange d'un boson fictif (en ce sens que cette partie est très peu résonnante, et ne donne pas lieu à une résonance étroite dans le domaine de masse qui correspond à la portée intermédiaire), le " $\sigma$ ", de masse 600-700 MeV et d'isospin  $T=0$ . La partie correspondant à l'échange de trois pions est quant à elle paramétrisée par l'échange du méson  $\omega$  de masse 783 MeV et d'isospin  $T=0$ .

Les mésons isoscalaires  $\sigma$  et  $\omega$  participent au potentiel central et spin-orbite, alors que les mésons isovecteurs  $\pi$  et  $\rho$  participent au potentiel spin-spin et tenseur. Dans la paramétrisation du potentiel de Paris, la partie à très courte portée ( $r < 0.7$  fm) est purement phénoménologique. Cela se comprend aisément puisque dans ce domaine le nombre de mésons qui participent au potentiel est de plus en plus grand et il n'est plus possible pratiquement de calculer leurs contributions. De plus, il n'est pas encore certain qu'une description en terme de degrés de liberté mésoniques soit encore valable à cette échelle. Une conséquence importante de ce choix de régularisation complètement phénoménologique dans ce domaine est la forte dépendance en  $p^2$  du potentiel central et spin-spin à courte distance, cette dernière partie n'ayant alors plus grand chose à voir avec l'échange d'un méson  $\omega$ . De ce point de vue, la paramétrisation du potentiel de Paris est certainement plus réaliste que les paramétrisations en terme d'échange d'un boson, même modifiées à courte distance par des facteurs de forme, tout au moins pour la partie à courte portée.

Il est important de bien réaliser la signification physique du potentiel NN tel qu'il vient d'être décrit. Selon la paramétrisation de l'équation 1, le potentiel NN doit être considéré entre

deux "nucléons" ponctuels, dans le sens géométrique du terme. En effet, par l'intermédiaire de la dépendance en vitesse à courte distance, et par l'utilisation des amplitudes de diffusion  $\pi N \rightarrow \pi N$  et  $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ , toute l'information sur la structure interne du nucléon, dans ce domaine d'énergie, est incluse dans le potentiel et ne doit plus être prise en compte dans la fonction d'onde du nucléon lui-même. En ce sens, le "nucléon" que les physiciens nucléaires utilisent en résolvant l'équation de Schrödinger avec le potentiel NN de l'équation 1, n'a plus grand chose à voir avec le "nucléon" des physiciens des particules, tel qu'il apparaît dans les collisions pp à haute énergie au CERN par exemple!

Le fait que le nucléon soit traité comme ponctuel dans cette représentation ne veut cependant pas dire qu'il soit sans structure. En effet, le nucléon acquiert une structure par l'intermédiaire des interactions fortes, c'est-à-dire ici par l'échange d'un ou plusieurs pions. Cette renormalisation, similaire en fait à celle de l'électron par le champ électromagnétique (si ce n'est la différence de force de l'interaction) est représentée par la figure 2.

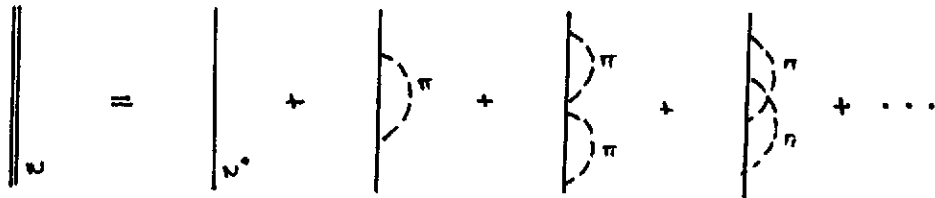


Figure 2 : Structure du nucléon en terme de self-énergie due à l'échange de pions

Sur cette figure, les points de suspension représentent les ordres supérieurs. Ces contributions de self-énergie renormalisent la masse nue du nucléon, et par couplage électromagnétique sur le pion ou le vertex  $\pi N$  par exemple, renormalise aussi son rayon de charge, son rayon magnétique et son moment magnétique. La série entière de la figure 2 est implicitement sommée lorsque l'on utilise les caractéristiques physiques, ou expérimentales du nucléon. De la même manière, le propagateur du pion est aussi renormalisé, comme indiqué sur la figure 3.

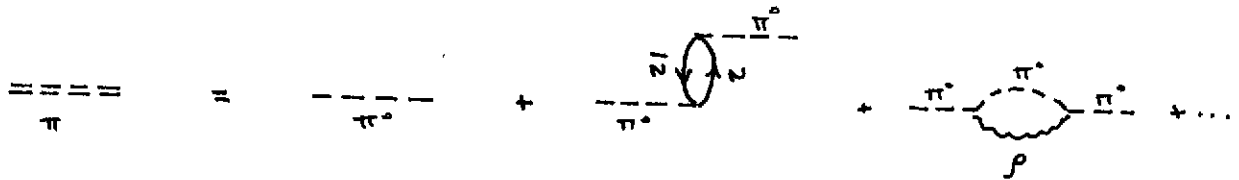


Figure 3 : Renormalisation de la masse du pion

Cette renormalisation correspond à une renormalisation de la masse du méson.

Regardons maintenant un peu plus en détails la première correction à la masse du nucléon indiquée à la figure 2. Pour un nucléon libre, cette contribution est calculée en sommant sur toutes les impulsions du nucléon dans l'état intermédiaire (diagramme à une boucle). Que se passe-t-il maintenant lorsque le nucléon est plongé dans le milieu nucléaire? Par blocage de Pauli, seuls les moments supérieurs au moment de Fermi sont autorisés pour le nucléon dans l'état intermédiaire. Par conséquent, la masse physique du nucléon dans le milieu est elle-même automatiquement modifiée par ce blocage de Pauli. Il est facile de voir que cette correction de Pauli



Figure 4 : Correction de Pauli sur la masse du nucléon libre

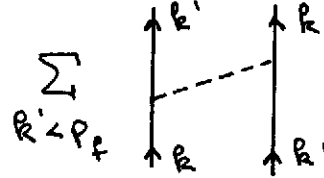


Figure 5 : Potentiel d'échange d'un pion (terme d'échange) dans la matière nucléaire

représentée à la figure 4, et qu'il convient de retrancher de la valeur expérimentale du nucléon libre n'est rien d'autre que la contribution à l'énergie de la matière nucléaire de la partie d'échange d'un pion du potentiel NN, comme indiqué sur la figure 5. On voit sur cet exemple apparaître directement la modification des propriétés du "nucléon" dans le milieu nucléaire (polarisation du nucléon). Il est important de noter ici que cette polarisation intervient déjà au niveau du potentiel NN!

Une fois le potentiel NN ainsi défini, l'amplitude de transition NN→NN est calculée à tous les ordres par l'intermédiaire de l'équation de Lippman-Schwinger :

$$\langle p' | T | p \rangle = \langle p' | V | p \rangle - \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{\langle p' | V | k \rangle \langle k | T | p \rangle}{E_k - E_p + i\epsilon} \quad (4)$$

Celle-ci peut se représenter schématiquement par la figure 6.

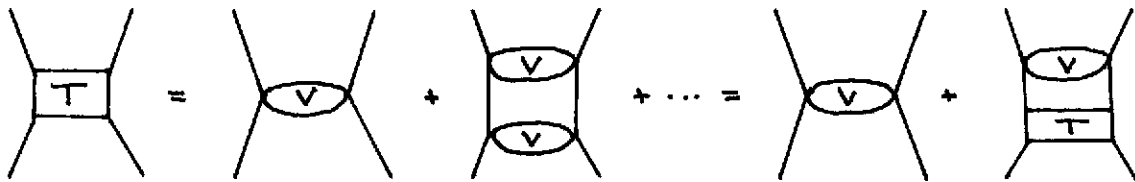


Figure 6 : Amplitude de diffusion NN→NN

Les contributions d'échange de plusieurs pions que l'on génère par cette équation implicite correspondent à l'itération de l'échange d'un pion incluse dans le potentiel NN lui-même (contributions réductibles). Il faut bien entendu distinguer ces contributions des échanges de plusieurs pions corrélés que l'on doit inclure dans la définition même du potentiel NN (contributions irréductibles).

En conclusion de ce chapitre , nous voudrions insister sur la difficulté qu'il y a à vouloir comprendre le mécanisme de saturation de la matière nucléaire, et plus précisément l'énergie de liaison des noyaux. En effet, partant du potentiel NN décrit plus haut, et représenté simplement sur la figure 7 pour une onde S, la contribution à l'énergie potentielle provenant de la partie à courte portée ( $r < 1$  fm par exemple) est d'environ 100 MeV, alors que celle qui correspond à la portée intermédiaire de la force, entre 1 et 2 fm pour simplifier, est environ -170 MeV, la longue portée contribuant très peu. L'énergie potentielle totale est alors -70 MeV, pour une énergie cinétique de 55 MeV, ce qui donne l'énergie de saturation de la matière nucléaire de -15 MeV/nucléon. Dans un noyau, il convient de rajouter l'énergie coulombienne, d'environ 7 MeV/nucléon. L'échelle



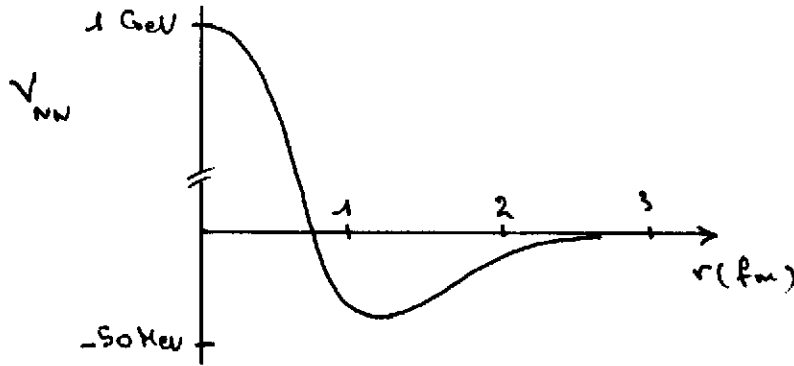


Figure 7 : Potentiel NN pour une onde S (représentation schématique)

d'énergie dans un noyau n'est ainsi fixée ni par l'énergie de liaison, ni même par l'énergie potentielle totale, mais plutôt par les contributions élémentaires à l'énergie potentielle, c'est-à-dire celles qui correspondent à des processus physiques bien distincts. Cette échelle d'énergie est ainsi de l'ordre de 150 MeV. La situation est même pire pour l'énergie à une particule (telle qu'elle apparaît dans le spectre en énergie des noyaux) puisque dans ce cas la contribution de l'énergie potentielle est doublée, soit environ 300 MeV. Toute correction de quelques pourcent sur cette énergie se traduit alors immédiatement par des corrections de l'ordre de 5 à 10 MeV sur l'énergie à une particule, et d'environ 2 à 5 MeV sur l'énergie de liaison. C'est précisément le cas des corrections de spin-orbite (qui, comme nous l'avons déjà indiqué précédemment sont des corrections relativistes cinématiques). Il nous paraît donc légitime, et même scientifiquement nécessaire, d'étudier plus en détails les corrections relativistes dans le milieu nucléaire.

## II) La matière nucléaire dans l'approximation de Brueckner-Hartree-Fock relativiste

Comme nous allons le voir dans ce chapitre, l'approche relativiste est très similaire, au niveau du formalisme, à l'approche non-relativiste traditionnelle. Si l'on se restreint à l'approximation de particules indépendantes (voir le cours de P. Grangé), l'énergie à une particule dans la matière nucléaire est donnée dans le cas non-relativiste par :

$$e(k) = \frac{\vec{k}^2}{2M} + \Sigma^0(k) \quad (5)$$

où  $\Sigma^0(k)$  est l'opérateur de masse. Par souci de simplification de notations, nous n'indiquons pas la dépendance explicite en énergie de l'opérateur de masse (qu'il soit relativiste ou non), ni son caractère complexe. Après lecture attentive du cours de P. Grangé, le lecteur replacera de lui-même cette dépendance. Les quantités que nous considérons ici correspondent à la partie réelle de l'opérateur de masse. Celui-ci dépend explicitement du moment, mais aussi de la densité nucléaire. Dans l'approximation de Hartree-Fock, il ne dépend pas explicitement de l'énergie. Cette dépendance apparaît au niveau des corrélations à courtes portées que l'on verra par la suite (approximation de Brueckner-Hartree-Fock). La fonction d'onde non corrélée du nucléon dans le milieu est une onde plane:

$$\psi_{\vec{k},s,\tau}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \chi_s^{u_L} \chi_\tau^{u_L}, \quad (6)$$

où  $\chi$  est le spineur à deux composantes pour la partie de spin et d'isospin. L'extension relativiste de l'équation de Schrödinger (5) correspond à l'équation de Dirac, qui s'écrit, toujours dans l'approximation de particules indépendantes :

$$\left[ \vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \gamma_0 M + \gamma_0 \Sigma(\vec{k}) \right] u(\vec{k},s) = e(\vec{k}) u(\vec{k},s) \quad (7)$$

où  $\Sigma(k)$  est l'opérateur de masse relativiste, et  $\alpha$  et  $\gamma_0$  sont les matrices de Dirac <sup>4)</sup>.

La fonction d'onde  $\varphi^{\text{rel.}}(\mathbf{r})$  est donnée par :

$$\varphi_{\vec{k},s,\tau}^{\text{rel.}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} u(\vec{k},s) \chi_\tau^{u_L}. \quad (8)$$

Rappelons que la solution de l'équation de Dirac pour un nucléon libre, c'est à dire avec  $\Sigma(k)=0$  est

$$u^0(\vec{k},s) = \sqrt{\frac{e_k + M}{2e_k}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{e_k + M} \end{pmatrix} \chi_s^{u_L}, \quad (9.a)$$

avec  $e_k = \sqrt{k^2 + M^2}$ , pour la solution d'énergie positive  $e(k) = +e_k$ ,

$$v^0(\vec{k},s) = \sqrt{\frac{e_k + M}{2e_k}} \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{e_k + M} \\ 1 \end{pmatrix} \chi_s^{u_L}, \quad (9.b)$$

pour la solution d'énergie négative  $e(k) = -e_k$ .

De manière général, l'opérateur de masse relativiste  $\Sigma(k)$  se décompose sur la base des matrices de Dirac. Cependant, dans un milieu infini (matière nucléaire) seuls trois termes contribuent à  $\Sigma(k)$  :

$$\Sigma(\vec{k}) = \Sigma_S(\vec{k}) + \gamma_0 \Sigma_0(\vec{k}) + \vec{\sigma} \cdot \frac{\vec{k}}{M} \Sigma_V(\vec{k}) \quad (10)$$

Dans cette équation,  $\Sigma_S(k)$  correspond à la partie scalaire,  $\Sigma_0(k)$  à la partie temps d'un vecteur, alors que  $\Sigma_V(k)$  correspond à sa partie espace. Avec la décomposition (10), l'équation de Dirac peut se récrire de la manière suivante :

$$\left[ \vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \gamma_0 M^* \right] u(\vec{k},s) = e^*(k) u(\vec{k},s) \quad (11)$$

où nous avons rassemblé les termes de même nature :

$$M^*(k) = M + \Sigma^1(k) \quad (12.a)$$

$$\vec{p}^* = \vec{p} \left[ 1 + \frac{\Sigma^v(k)}{M} \right] \quad (12.b)$$

$$e^*(k) = e(k) - \Sigma^0(k) \quad (12.c)$$

La solution de l'équation de Dirac dans le milieu nucléaire est alors immédiatement (pour la partie d'énergie positive ici) :

$$u^*(\vec{k}, s) = \sqrt{\frac{e_R^* + M^{*2}}{2e_R^*}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}^*}{e_R^* + M^*} \end{pmatrix} \chi_s^{1/2} \quad (13)$$

avec la relation de dispersion dans le milieu :

$$e_R^* = \sqrt{\vec{p}^{*2} + M^{*2}} \quad (14)$$

Nous verrons à la fin de ce cours comment il convient d'interpréter les solutions d'énergie négative .

Le spineur  $u^*$  représente la fonction d'onde du nucléon dans la matière nucléaire. On remarquera tout de suite qu'elle fait intervenir des grandeurs  $M^*$ ,  $p^*$ ,  $e_p^*$  qui sont différentes de celles du "nucléon" non-relativiste : le nucléon dans le milieu est ici habillé par l'intermédiaire de l'opérateur de masse  $\Sigma(k)$ . Ceci est à comparer au cas non-relativiste pour lequel la fonction d'onde de l'équation 6 ne dépend en aucune manière des interactions. Par conséquent, le "nucléon" dont il est question dans une approche relativiste est encore différent du nucléon non-relativiste. Nous verrons plus loin quel en est son contenu physique.

Le calcul des self-énergies, ou de l'opérateur de masse, est tout à fait analogue à ce que l'on rencontre en non-relativiste, si ce n'est la structure à quatre composantes de la fonction d'onde et de l'opérateur de masse (matrice 4x4). En restant très schématique <sup>5)</sup>, les différentes étapes sont les suivantes :

1) Calcul du propagateur du nucléon habillé :

$$G(k) = G^0(k) + G^0(k) \Sigma^1(k) G(k) \quad (15)$$

Cette équation est visualisée à la figure 8. Dans cette équation, le propagateur du nucléon dépend explicitement de l'énergie  $\omega$ .

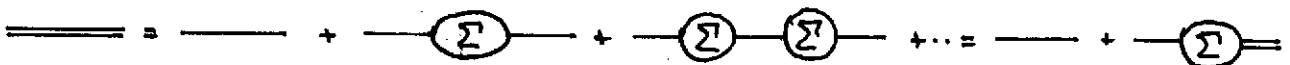


Figure 8 : Propagateur du nucléon dans le milieu nucléaire

2) Calcul des self-energies :

$$\Sigma^1(k) = \sum_{k'} \left[ \langle k k' | T | k k' \rangle - \langle k k' | T | k' k \rangle \right], \quad (16)$$

où T représente la matrice de Brueckner (plutôt appelée G dans la littérature!!). La self-énergie est représentée schématiquement sur la figure 9

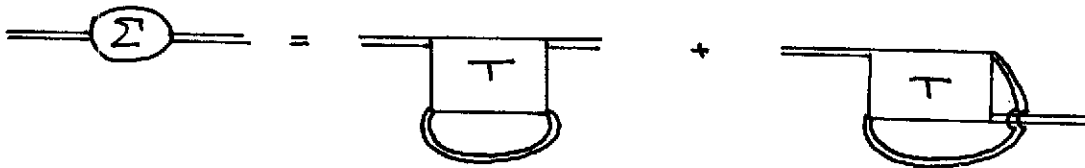


Figure 9 : Calcul des self-énergies dans le milieu nucléaire (terme direct et terme d'échange)

3) Calcul de la matrice T de diffusion dans le milieu nucléaire. Celle-ci est calculée par la généralisation de l'équation de Lippman-Schwinger. Dans le cas où l'on ne tient pas compte des termes de retard <sup>5)</sup>, l'équation, connue sous le nom d'équation de Thompson, s'écrit :

$$\langle p' | T | p \rangle = \langle p' | V | p \rangle - \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \langle p' | V | k \rangle \frac{Q}{e_k^+ - e_p^+ + i\epsilon} \langle k | T | p \rangle, \quad (17)$$

que l'on peut représenter par la figure 10.

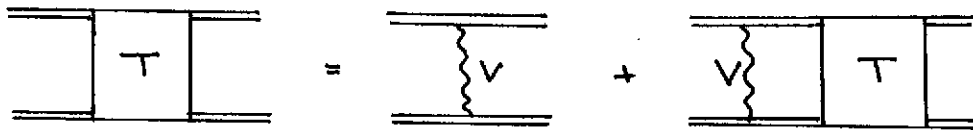


Figure 10 : Calcul de la matrice de diffusion NN dans le milieu nucléaire

L'opérateur Q représente comme d'habitude l'opérateur de Pauli qui projette les états intermédiaires hors de la mer de Fermi. L'interaction élémentaire V est construite, pour des raisons de simplicité, par l'échange de bosons ( $\pi, \rho, \sigma, \omega$ ). Elle doit redonner, dans sa limite non-relativiste, l'interaction NN dont nous avons parlé dans le premier chapitre. Tous les éléments de matrice dans les équations (16) et (17) sont calculés avec la fonction d'onde du nucléon habillé (13).

Les trois étapes indiquées ci-dessus sont nécessaires pour déterminer complètement l'état du système dans l'approximation de Brueckner-Hartree-Fock. Il s'agit ici, dans la matière nucléaire, d'une double "self-consistence" : l'une sur l'interaction (matrice T de Brueckner) et l'autre sur les fonctions d'onde, par l'intermédiaire des self-énergies  $\Sigma_S, \Sigma_O$  et  $\Sigma_V$ . Rappelons que dans l'approche non-relativiste, seule la "self-consistence" sur la matrice de Brueckner subsiste, la fonction d'onde étant simplement l'onde plane (6).

On comprendra alors aisément la difficulté d'un tel calcul. Par souci de simplicité, il est parfois suffisant de se restreindre à l'approximation de Hartree-Fock, c'est-à-dire de ne pas tenir compte de la modification du potentiel dans le milieu, éq.(17), et de calculer les self-énergies à l'aide de l'interaction nue V. Dans ce cas, seule la "self-consistence" sur la fonction d'onde est conservée.

La self-energie est alors indiquée sur la figure 11. Une simplification supplémentaire consiste à négliger les termes d'échange : on aboutit alors au modèle de Walecka <sup>1)</sup>, ou modèle de champ moyen. Pour la matière nucléaire symétrique et infinie, seuls les mésons isoscalaires  $\sigma$  et  $\omega$  contribuent, et l'on a alors :

$$\Sigma_S = - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \frac{2}{\pi^2} \int_0^{p_F} p^2 dp \frac{M^*}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}} \equiv - \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \rho_S \quad (18.a)$$

$$\Sigma_V = + \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \frac{2}{\pi^2} \int_0^{p_F} p^2 dp \cdot 1 \equiv + \frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} \rho_B \quad (18.b)$$

$$\Sigma_V = 0 \quad (18.c)$$

Remarquons que dans cette approximation, les self-énergies scalaire et vecteur (partie temps) sont constantes et la partie espace du vecteur est nulle.

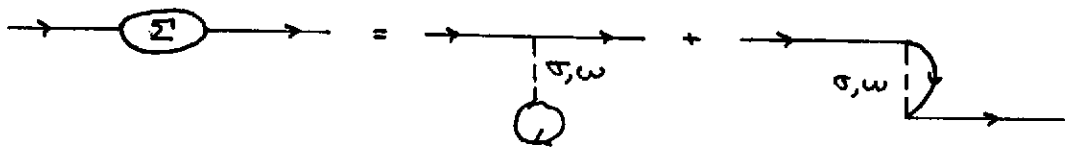


Figure 11 : Self-énergie dans l'approximation de Hartree-Fock

La "self-consistence" sur la fonction d'onde se réduit dans cette approximation à l'équation implicite suivante pour déterminer la masse effective  $M^*$  :

$$\Sigma_S [M^*] \equiv M^* - M \quad (19)$$

La partie  $\Sigma_0$  ne dépend que de la densité baryonique  $\rho_B$ . Dans l'expression (18.a),  $\rho_S$  représente la densité scalaire. L'équation intégrale (19), avec (18.a) permet de calculer la masse effective en

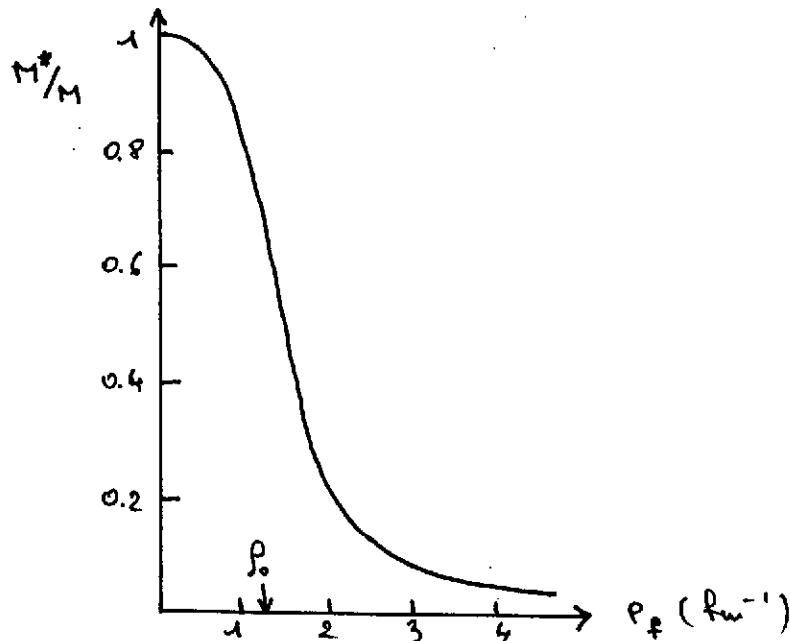


Figure 12 : Masse effective dans le modèle de Walecka en fonction de la densité

fonction de la densité, par l'intermédiaire du moment de Fermi  $p_F$  et de la densité baryonique définie en (18.b). Les deux paramètres de ce modèle sont  $g_\sigma/m_\sigma$  et  $g_\omega/m_\omega$ . La figure 12 représente la variation de la masse effective en fonction de la densité.

Il est ainsi possible de comprendre quel est le mécanisme de saturation de la matière nucléaire dans cette approche relativiste. A densité ordinaire, l'énergie de liaison est déterminée par la compensation entre la contribution attractive de  $\Sigma_\sigma$  (due à l'échange de  $\sigma$ ) et à celle répulsive de  $\Sigma_\omega$  (échange de  $\omega$ ). Lorsque l'on augmente la densité, la partie scalaire de la self-énergie tend alors vers une valeur constante (l'inverse de la masse nue du nucléon), alors que la partie répulsive croît comme la densité et domine donc la courbe de saturation. Cette dernière est représentée sur la figure 13. Les deux paramètres du modèle sont ajustés pour obtenir le point de saturation empirique à  $\rho_B=0.17$  Nucléons/fm<sup>3</sup> et  $E/A = -15$  MeV. On obtient alors :

$$\begin{aligned} g_\sigma^2/4m &\approx 6.2 && \text{avec} && m_\sigma = 440 \text{ MeV} \\ g_\omega^2/4m &\approx 15.2 && \text{avec} && m_\omega = 785 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (20)$$

Le grand succès de ce modèle si simple réside essentiellement dans la courbe de saturation de la figure 13. En effet, il ne suffit pas d'avoir deux paramètres à sa disposition pour pouvoir reproduire le point de saturation empirique. Ce qui n'est pas trivial est justement de pouvoir trouver une solution, et avec un choix raisonnable de paramètres, c'est-à-dire avec des valeurs de constantes de couplage et de masses assez proches de celles obtenues pour la paramétrisation du potentiel NN non-relativiste.

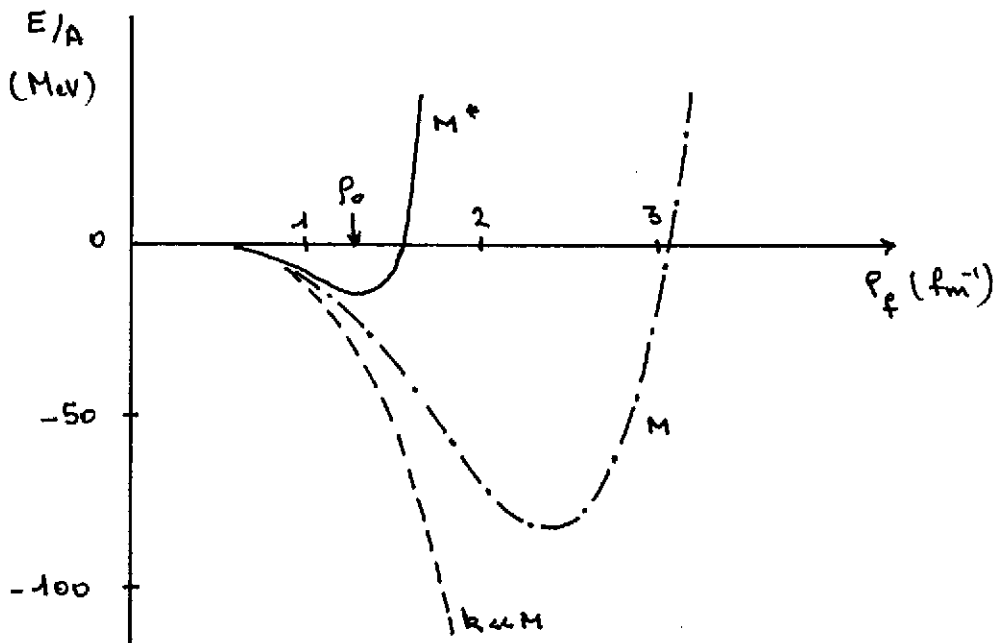


Figure 13 : Courbe de saturation de la matière nucléaire dans le modèle de Walecka

Pour mieux se rendre compte de ce point, il est intéressant d'envisager plusieurs réductions de ce calcul de champ moyen relativiste. Tout d'abord, la limite non-relativiste s'obtient en négligeant le moment des nucléons devant la masse  $M^*$ , dans le calcul de l'opérateur de masse. Dans ce cas, la densité scalaire  $\rho_\sigma$  est identique à la densité baryonique, et l'énergie potentielle totale par particule s'écrit :

$$\langle V \rangle / A = \frac{1}{2} \left[ - \frac{g_{\sigma}^2}{m_{\sigma}^2} \rho_B + \frac{g_{\omega}^2}{m_{\omega}^2} \rho_B \right], \quad (21)$$

alors que l'énergie cinétique est  $\langle T \rangle / A = 3/5 p_F^2 / 2M$ . Dans cette limite, la matière nucléaire ne peut saturer (ligne pointillée de la figure 13). C'est un résultat bien connu depuis déjà de longues années dans l'approche non-relativiste pour une interaction d'échange de bosons. Il est nécessaire d'aller à l'approximation Brueckner-Hartree-Fock pour avoir saturation. A densité ordinaire, l'énergie par particule est d'environ -32 MeV dans la limite non-relativiste.

Une étape intermédiaire entre le calcul exacte (avec la masse effective  $M^*$ ) et la limite non-relativiste considérée ci-dessus consiste à calculer les self-energies avec la masse nue du nucléon, et donc à briser la "self-consistence" de l'équation (19). Dans ce cas, les densités scalaire et baryonique sont bien différentes, mais la dépendance en densité de  $\Sigma_S$  est beaucoup plus faible que dans le calcul exact. La courbe de saturation correspondante est indiquée par la ligne en trait mixte sur la figure 13. Dans cette limite, la matière nucléaire a un point de saturation à très haute densité (environ 6 fois la densité ordinaire), et à une énergie de liaison de -82 MeV/nucléon. Il n'est pas possible, même en variant beaucoup les constantes de couplage, de ramener ce point de saturation à sa valeur empirique. La dépendance en densité n'est tout simplement pas suffisante. A densité ordinaire, l'énergie de liaison est de -23 MeV/nucléon.

Il est maintenant possible de détailler quel est le contenu physique de ces différentes approximations, et sa conséquence sur la fonction d'onde du nucléon dans l'approximation relativiste de champ moyen.

### III) La composante relativiste du nucléon

Reprenons la fonction d'onde du nucléon dans le milieu nucléaire :

$$u^*(\vec{k}, s) = \sqrt{\frac{e_k^* + M^*}{2e_k^*}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{e_k^* + M^*} \end{pmatrix} \chi_s^{1/2}. \quad (22)$$

La limite intermédiaire que nous venons de considérer consiste à remplacer la masse effective  $M^*$  par la masse nue dans la fonction d'onde du nucléon, soit

$$u^0(\vec{k}, s) = \sqrt{\frac{e_k + M}{2e_k}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{e_k + M} \end{pmatrix} \chi_s^{1/2} \quad (23)$$

c'est-à-dire la fonction d'onde du nucléon libre déjà indiquée en (9.a). La limite non-relativiste revient à négliger la dépendance en moment de cette fonction d'onde et donc :

$$u^{n,r}(\vec{k}, s) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \chi_s^{n,r} \quad (24)$$

comme en (6). Le contenu physique spécifique de la fonction d'onde "habillée" (22) peut être interprété facilement si l'on projette cet état sur une base d'états asymptotiques de l'équation de Dirac, c'est-à-dire sur la base des états libres (9). Dans ce cas, on a

$$u^*(\vec{k}, s) = \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2(k)}} \left[ u^0(\vec{k}, s) + \alpha(k) \sum_{s'} \langle s | \vec{\sigma} \cdot \hat{k} | s' \rangle v^0(-\vec{k}, s') \right] \quad (25)$$

avec :

$$\alpha(k) \approx - \frac{k \sum_s}{2 M M^*} \quad (26)$$

A densité ordinaire,  $\alpha$  vaut environ 0.1 dans le modèle de Walecka.

On peut alors interpréter facilement les différentes courbes de la figure 13, la limite non-relativiste (courbe en pointillé) servant de référence. La courbe en traits mixtes correspond à la fonction d'onde libre du nucléon; elle incorpore seulement les corrections relativistes cinématiques telles qu'elles apparaissent déjà au niveau du potentiel NN, comme nous l'avons mentionné au premier chapitre. Ce sont toutes les corrections d'ordre  $(p/M)^2$  incluses dans la partie centrale, spin-spin et le potentiel spin-orbite. La dénomination cinématique prend son sens ici dans le fait que ces corrections interviennent au niveau du nucléon libre seulement, et la fonction d'onde du nucléon ne fait pas intervenir explicitement l'opérateur de masse. Ces corrections sont répulsives et contribuent d'environ 9 MeV à l'énergie par particule à densité ordinaire.

Par opposition, nous appellerons corrections relativistes dynamiques les corrections générées par la fonction d'onde habillée  $u^*$  par rapport à la fonction d'onde libre. D'après la décomposition (25), ces corrections correspondent à une composante d'antinuéons  $v_0$  dans la fonction d'onde du nucléon dans le milieu nucléaire. Celle-ci fait intervenir directement la partie scalaire de l'opérateur de masse par l'intermédiaire de la masse effective, et de la relation de dispersion (14). La décomposition (25) de la fonction d'onde du nucléon est intéressante aussi car elle fait apparaître un 'petit' paramètre  $\alpha(k)$ , et donc légitime un développement perturbatif de l'opérateur de masse  $\Sigma(k)$  ou de l'énergie totale par particule en fonction de  $\alpha$ .

Au premier ordre non nul en  $\alpha(k)$ , la correction relativiste dynamique à l'opérateur de masse non-relativiste est représentée à la figure 14 et vaut :

$$\left( \delta \Sigma^0 \right)_{dyn.} = \frac{k^2}{M} \left( \frac{\Sigma_s}{M} \right)^2 \quad (27)$$

ce qui donne une correction à l'énergie par particule de

$$\left( \delta E/A \right)_{dyn.} \approx 5.5 \text{ MeV} \left( \rho/\rho_0 \right)^{2/3} \quad (28)$$

pour les valeurs des constantes de couplage et masses déjà mentionnées plus haut.



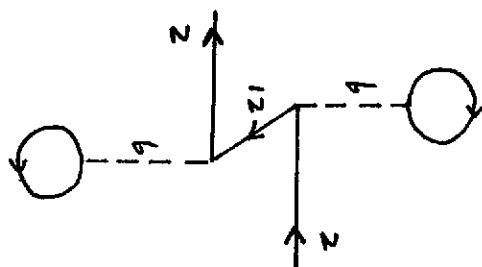


Figure 14 : Correction relativiste dynamique à l'opérateur de masse

Ces corrections sont du second ordre en  $\alpha$ , car le terme du premier ordre est nul par définition de l'état de référence du noyau (système formé de  $A$  nucléons). On remarquera aussi que la correction à l'opérateur de masse non-relativiste est en  $(\Sigma_S/M)^2$ . Par comparaison, la correction relativiste cinématique est donnée par

$$\left( \delta \Sigma^0 \right)_{\text{cin.}} = \frac{p^2}{M} \left( \frac{\Sigma^1}{M} \right) \quad (29)$$

Elle se comporte comme  $(\Sigma_S/M)$  et donc, qualitativement, est environ deux fois plus importante. Ceci est confirmé par les valeurs de l'énergie par particule à la saturation données précédemment (voir figure 13).

Il est à noter enfin que la contribution indiquée sur la figure 14 viole explicitement le principe de Pauli, en ce sens que dans l'état intermédiaire, les deux nucléons se trouvent dans le même état de moment  $p$  (dans l'approximation de Hartree, les moments transférés par les nucléons sont nuls). Cela n'est en fait pas étonnant si l'on se rappelle la remarque faite en début de ce cours sur la structure que les nucléons et mésons acquièrent par l'intermédiaire des interactions fortes. En effet, en ce qui concerne les mésons, le propagateur physique libre est défini par la masse physique du méson, et donc par la série de la figure 3. Lorsque maintenant ce méson se propage dans le milieu nucléaire, le principe de Pauli bloque certains états du nucléon qui se trouvent dans la boucle  $\bar{N}N$  de cette figure. La correction que l'on doit alors enlever au propagateur du méson est précisément la correction indiquée à la figure 14, dans l'approximation de champ moyen (somme sur les nucléons extérieurs). Il n'est donc pas étonnant que cette contribution viole explicitement le principe de Pauli puisqu'elle doit annuler une contribution du propagateur du méson qui elle-même viole ce principe!

#### IV) Au-delà de l'approximation de champ moyen

Les deux questions que nous voudrions aborder dans cette dernière partie sont les suivantes :

- \* Comment s'affranchir de l'approximation de champ moyen?
- \* Est-il réaliste de sommer toutes les corrections dynamiques (par l'intermédiaire de la masse effective  $M^*$ )?

La réponse à la deuxième question est en fait une conséquence de la réponse à la première. Le choix de l'approximation de particules indépendantes est dû en grande partie à l'impossibilité de résoudre le problème à N corps exactement, et cela n'est pas une particularité des approches relativistes. Il y a évidemment un prix à payer pour s'affranchir de l'approximation de champ moyen. Suivant la discussion du chapitre précédent, il est facile de voir que si l'on se limite au premier ordre des corrections relativistes dynamiques, c'est-à-dire au premier ordre non nul en  $\alpha(k)$ , on génère une correction de la forme de celle indiquée à la figure 15. Cette contribution représente typiquement une correction à trois corps. On retrouve ici la particularité des corrections relativistes dynamiques : celles-ci ne peuvent être incluses dans le potentiel à deux corps non-relativiste. La force à trois corps représentée à la figure 15 peut être calculée exactement dans le système à 3 nucléons (en principe tout au moins, car la résolution du problème à trois corps est assez délicate d'un point de vue numérique). Les corrections dues aux corrélations à courte portée entre paires de nucléons sont ainsi calculées exactement. Dans la matière nucléaire, un calcul exact n'est pas encore possible, pour des raisons essentiellement techniques d'ailleurs. Une manière approchée de le faire est de déduire, par sommation sur la ligne de nucléon intermédiaire, une interaction effective à deux corps, celle-ci dépendant alors explicitement de la densité <sup>6)</sup>.

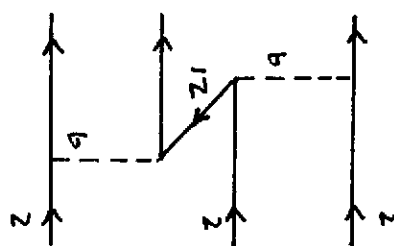


Figure 15 : Contribution relativiste (dynamique) représentée sous forme de force à trois corps.

Dans ce cas, la correction à l'énergie de liaison de cette contribution, calculée dans l'approximation de Brueckner-Hartree-Fock est beaucoup plus faible que l'estimation de champ moyen (28). Elle vaut environ :

$$(\delta E/A)_{N\bar{N}} \approx 1.5 \text{ MeV} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{8/3} \quad (30)$$

Lorsque l'on a réalisé que les corrections relativistes dynamiques, au premier ordre en  $\alpha(k)$  tout au moins, correspondent à une contribution à trois corps, il est facile de répondre à la deuxième question soulevée au début de ce chapitre. En effet, d'autres corrections à trois corps sont déjà connues depuis longtemps (cela remonte en fait à Fujita-Miyazawa en 1957). Nous ne mentionnerons ici que les corrections faisant intervenir les états excités du nucléon. Celles-ci sont indiquées à la figure 16. Pour plus de détails sur les autres contributions, nous renvoyons le lecteur à la référence <sup>6)</sup>. La correction provenant de la résonance  $\Delta$  est relativement bien connue. Elle est associée à l'échange des mésons isovectoriels  $\pi$  et  $\rho$ . Par contre, la résonance Roper peut aussi être excitée par les mésons isoscalaires  $\sigma$  et  $\omega$ . A la densité ordinaire de la matière nucléaire, cette

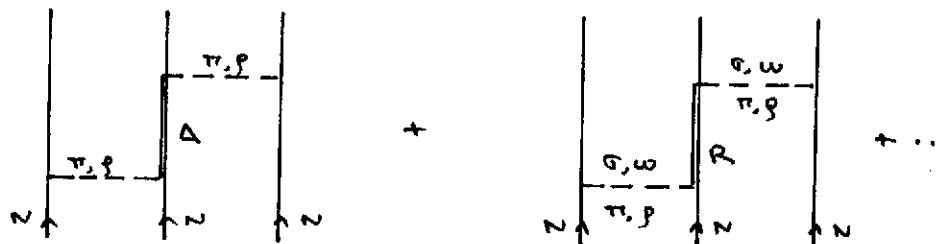


Figure 16 : Contributions à trois corps faisant intervenir les états excités du nucléon

dernière correction est la plus importante car elle contribue au potentiel central. Elle est donc cohérente dans toutes les ondes partielles, alors que la correction due à la résonance  $\Delta$  ne contribue qu'aux termes spin-spin et tenseur. La contribution à l'énergie par particule de la résonance de Roper est de l'ordre de

$$\left(\delta E/A\right)_{Roper} \approx -4 \text{ Mev} \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2 \quad (31)$$

Si l'on compare cette correction à la contribution relativiste indiquée en (30) dans la même approximation, on remarquera que, à densité ordinaire tout au moins, ces deux corrections sont similaires, et se compensent largement ! Cependant, la dépendance en densité n'étant pas la même, la correction relativiste dynamique domine à plus haute densité, ce qui a pour effet de diminuer la densité de saturation de la matière nucléaire, par rapport à un calcul ne faisant intervenir qu'une force à deux corps.

D'un point de vue conceptuel, les corrections à trois corps représentées sur la figure 16 sont très importantes. En effet, le nucléon n'est pas une particule sans structure, ce qui se traduit par tout un ensemble d'états excités. La résonance  $\Delta$  est la première excitation du nucléon (300 MeV d'énergie d'excitation), la résonance de Roper étant la suivante ( $\Delta E \approx 500$  MeV). Les corrections relativistes dont nous avons parlées, et indiquées sur la figure 15, correspondent quant à elles à une énergie d'excitation de  $2M$  (excitation d'une paire  $N\bar{N}$ ), soit environ 1.8 GeV. Il convient alors, pour pouvoir conclure valablement sur l'importance de telles contributions, de considérer en même temps toutes les corrections du type de celles de la figure 16 avec les diverses excitations du nucléon jusqu'à au moins 1.8 GeV d'énergie d'excitation. C'est évidemment un travail considérable compte tenu du nombre de résonances, et surtout du peu d'informations que l'on possède sur elles (en particulier leur couplage aux différents mésons). Les résultats que nous avons mentionnés ci-dessus ne sont qu'une indication des corrections que l'on peut attendre dans cette perspective. En particulier, cela implique qu'il est vain de vouloir reproduire le point de saturation de la matière nucléaire avec une précision supérieure à quelques MeV d'énergie par particule, à partir d'une description microscopique en terme de degrés de liberté nucléoniques et mésoniques.

Afin de conclure cette discussion sur la validité des corrections relativistes, il convient de dire quelques mots sur ce que l'on appelle la polarisation de la mer de Dirac (ou encore, pour la correction à l'énergie, de l'énergie Casimir). Il n'est pas nécessaire, pour la discussion de cet effet au premier ordre tout au moins, de détailler toutes les subtilités de la théorie des champs.

Rappelons simplement ici l'interprétation de Dirac dans laquelle le vide physique, dans une théorie relativiste, est représenté par l'ensemble des particules occupant les orbites d'énergie négative de l'équation de Dirac. Cet état est communément appelé la mer de Dirac, par opposition à la mer de Fermi qui représente les nucléons de valence d'énergie comprise entre 0 et  $\epsilon_f$ . De par sa structure, le vide physique de l'équation de Dirac est ainsi différent de celui de l'équation de Schrödinger. C'est ainsi que les mésons acquièrent une structure en terme d'excitation particule-trou dans la mer de Dirac (ou en d'autres termes d'excitation  $\bar{N}N$ ). Nous avons déjà représenté ces contributions à la figure 3. En itérant le diagramme en bulle  $\bar{N}N$  de cette figure (sommation R.P.A.), nous pouvons faire apparaître explicitement les effets à N corps propre à la définition du vide de Dirac. Cette propriété se généralise facilement en théorie des champs.

L'énergie de Casimir correspond alors à la différence d'énergie entre l'état du vide physique (pas de nucléons de valence) et l'énergie des états occupés de la mer de Dirac en présence de nucléons de valence. C'est la "polarisation" de la mer de Dirac par la présence des particules de valence.

Récrivons la contribution des excitations  $\bar{N}N$  à l'énergie par particule, toujours à l'ordre dominant (figure 17). Dans ce cas, et comme nous l'avons déjà indiqué à la figure 14, la seule modification due à la présence des nucléons de valence provient du principe de Pauli qui bloque les états de moment inférieur à  $p_f$  dans la boucle, et donne lieu à la correction relativiste de la figure 15. A cet ordre, c'est-à-dire avec seulement deux lignes d'interaction, il n'y a pas d'autres contributions à la polarisation de la mer de Dirac <sup>7)</sup>.

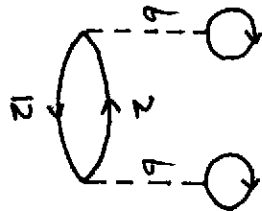


Figure 17 : Correction relativiste dynamique à l'énergie par particule dans l'approximation de champ moyen

La mer de Dirac est alors figée et il conviendrait plutôt de parler de la "terre" de Dirac! Cela correspond à l'approximation en arbre en théorie des champs. Nous avons indiqué, pour illustration, à la figure 18 une contribution du troisième ordre qui devrait participer à la polarisation de la mer de Dirac. Elle contribue ici sous forme de force à quatre corps.

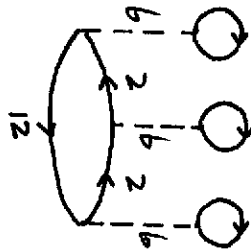


Figure 18 : Correction d'ordre supérieure à la polarisation de la mer de Dirac

## V) Conclusions

Comme nous l'avons vu tout au long de ce cours, l'interprétation des modèles de champ moyen relativiste pour la structure des noyaux et de la matière nucléaire n'est pas si simple que cela. En particulier, le fait que le nucléon ne soit pas une particule sans structure, et possède des états excités suffisamment bas en énergie nous interdit de pouvoir donner un sens à un calcul relativiste au sens stricte du terme. Par contre, nous avons essayé de montrer au chapitre IV comment on pouvait bâtir un modèle théorique cohérent au deuxième ordre en fonction des insertions de self-énergie, ceci par l'intermédiaire de forces à trois corps. Dans cette perspective, les modèles de champ moyen relativiste ne sont ni nécessaire (on peut introduire les corrections relativistes les plus importantes au niveau du formalisme non-relativiste et d'une force à trois corps) ni suffisant (car il convient de tenir compte de la structure des nucléons). Il reste évidemment à tester une telle interprétation. Au niveau du mécanisme de saturation de la matière nucléaire, des résultats encourageants ont déjà été obtenus <sup>6)</sup>. Il reste à les vérifier plus précisément sur les systèmes à trois et quatre corps pour lesquels il est maintenant possible de calculer les fonctions d'onde exactement (numériquement parlant) à partir d'une interaction à deux et trois corps réalistes.

## Remerciements

Je tiens à remercier tout particulièrement Bertrand Desplanques, Pierre Grangé et Jean Delorme pour leurs commentaires et critiques lors de l'élaboration de ce cours.

\*\*\*\*\*

## Références

- [1] B.D. Serot et J.D. Walecka, Adv. Nucl. Phys. **16** (1985)
- [2] M. Lacombe et al., Phys. Rev. **C21** (1980) 861
- [3] R. Vinh Mau dans "Mesons in Nuclei", eds. M. Rho et D. Wilkinson (North-Holland, Amsterdam, 1979)
- [4] J.D. Bjorken et J.D. Drell, "Relativistic Quantum Mechanics" (Mc Graw Hill, New-York, 1964)
- [5] B. ter Haar et R. Malfliet, Phys. Rep. **149** (1987) 207
- [6] P. Grangé et al., Phys. Rev. **C40** (1989) 1040
- [7] D. Schütte, Nucl. Phys. **A411** (1983) 369

\*\*\*\*\*