



HAL
open science

Description microscopique de réactions nucléaires d'intérêt astrophysique

P. Descouvemont

► **To cite this version:**

P. Descouvemont. Description microscopique de réactions nucléaires d'intérêt astrophysique. École thématique. Ecole Joliot Curie "La physique nucléaire du laboratoire aux étoiles", Maubuisson, (France), du 10-15 septembre 1990 : 9ème session, 1990. cel-00647507

HAL Id: cel-00647507

<https://cel.hal.science/cel-00647507v1>

Submitted on 2 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DESCRIPTION MICROSCOPIQUE DE REACTIONS NUCLEAIRES D'INTERET ASTROPHYSIQUE

P. DESCOUVEMONT

*Physique Nucléaire Théorique et Physique Mathématique, Université Libre de Bruxelles, C.P. 229
Boulevard du Triomphe, B1050 Bruxelles, Belgique*

Résumé

Nous appliquons un modèle microscopique en amas à l'étude de réactions nucléaires aux énergies sous-coulombiennes. Les fonctions d'onde du système sont complètement antisymétrisées, et les bons nombres quantiques sont conservés. Nous définissons d'abord les taux de réaction, et nous étudions la dépendance en énergie des sections efficaces d'intérêt astrophysique. Après avoir présenté brièvement le modèle microscopique, nous l'appliquons aux réactions $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$, $^{11}\text{C}(p, \gamma)^{12}\text{N}$ et $^8\text{Li}(\alpha, n)^{11}\text{B}$, ainsi qu'à des réactions de fusion entre ions lourds. A la lumière de la réaction $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$, nous analysons les effets d'antisymétrisation dans les réactions de capture radiative à basse énergie.

Abstract

A microscopic cluster model is applied to the study of nuclear reactions at sub-Coulomb energies. The wave functions of the system are fully antisymmetrized and the good quantum numbers are conserved. First, we define the reaction rates, and we study the energy dependence of the cross sections of astrophysical interest. After a short presentation of the microscopic model, we give applications to the $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$, $^{11}\text{C}(p, \gamma)^{12}\text{N}$ and $^8\text{Li}(\alpha, n)^{11}\text{B}$ reactions, as well as to heavy-ion fusion reactions. With the $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$ reaction in mind, we analyse antisymmetrization effects in low-energy radiative capture reactions.

1. INTRODUCTION

L'étude de l'évolution stellaire requiert la connaissance de nombreux taux de réaction^{1,2,3}). Les réactions de capture radiative et les réactions de transfert jouent un rôle primordial dans ce contexte. La plupart de ces réactions font intervenir des particules chargées dont l'énergie relative, qui dépend de la température de l'étoile, est en général beaucoup plus petite que l'énergie de la barrière coulombienne. Comme la probabilité de franchir la barrière coulombienne par effet tunnel décroît très rapidement avec l'énergie, les sections efficaces d'intérêt astrophysique sont trop petites pour être mesurées en laboratoire. Un apport théorique est donc nécessaire pour déterminer les sections efficaces aux énergies stellaires.

Ces dernières années, l'astrophysique a connu de nouveaux développements qui impliquent un nombre toujours croissant de réactions. Parmi ces récentes applications, citons l'étude du cycle CNO chaud⁴), le modèle du Big Bang inhomogène⁵), et l'hypothèse d'une chaîne p-p chaude dans des étoiles massives⁶). Ces applications présentent la caractéristique commune de faire intervenir des réactions nucléaires dans lesquelles un noyau au moins est radioactif. L'étude expérimentale de ce type de réaction est en projet dans plusieurs laboratoires^{7,8}), mais pose de nombreux problèmes. Pour les réactions impliquant un noyau de courte durée de vie, l'approche théorique est donc actuellement nécessaire.

Les modèles théoriques destinés à l'étude des réactions d'intérêt astrophysique peuvent être classés en deux catégories. Les premiers contiennent des paramètres ajustés sur les sections efficaces disponibles; les sections efficaces aux énergies stellaires sont ensuite déterminées par extrapolation. La méthode⁹) de la matrice R est probablement la plus populaire de ces approches. Remarquons qu'outre les données expérimentales concernant la réaction de capture, cette méthode fait également usage d'autres informations, telles que la section efficace élastique, les probabilités de transition électromagnétique, etc...

Dans la seconde catégorie, les modèles sont indépendants des données expérimentales. La section efficace de capture est déterminée par des éléments de matrice de transition électromagnétique calculés au premier ordre des perturbations. Des données expérimentales de base, telles que le spectre du noyau unifié, sont nécessaires, mais la section efficace de capture expérimentale, si elle est disponible, n'est utilisée que pour tester la qualité du modèle.

Les modèles microscopiques¹⁰⁻¹²), qui font l'objet de ce cours, appartiennent à la seconde catégorie. Dans un modèle microscopique, le Hamiltonien dépend des coordonnées des A nucléons du système; il s'écrit:

$$H = \sum_i^A T_i + \sum_{i < j}^A V_{ij} \quad (1.1)$$

où T_i est l'énergie cinétique du nucléon i , et V_{ij} l'interaction à deux corps. En outre, les fonctions d'onde sont complètement antisymétriques, de manière à satisfaire le principe de Pauli. Les premières applications ont été consacrées aux collisions élastiques entre noyaux légers. Ensuite, des systèmes plus lourds ont progressivement été considérés. La première application d'un modèle microscopique à une réaction d'intérêt astrophysique a été effectuée en 1981 par Liu *et al.*¹³) dans le cadre de la réaction ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$. Depuis lors, de nombreuses autres réactions ont été étudiées¹²).

Les avantages des modèles microscopiques dans l'étude des réactions d'intérêt astrophysique sont nombreux. (i) Le principe de Pauli est pris en compte exactement; à basse énergie, la longueur d'onde associée au mouvement relatif est plus grande que les dimensions caractéristiques du système, ce qui accroît l'importance des effets quantiques. (ii) Les bons nombres quantiques associés au moment cinétique total et à la parité sont rigoureusement conservés; cette propriété est essentielle dans l'étude

des transitions électromagnétiques. (iii) Les réactions de capture impliquent des états libres et des états liés simultanément ; ceux-ci sont décrits de manière unifiée dans les modèles microscopiques. (iv) Toute l'information est obtenue à partir de l'interaction nucléon-nucléon V_{ij} ; lorsque cette interaction est choisie, le modèle ne contient plus de paramètres ajustables.

Nous commençons par expliquer le calcul des sections efficaces et des taux de réaction. Au chapitre 3, nous illustrons par quelques exemples l'importance de la physique nucléaire en astrophysique. Le chapitre 4 est consacré au modèle microscopique utilisé dans ce travail. Quelques applications sont présentées au chapitre 5. Les principaux inconvénients des modèles microscopiques sont la lourdeur des calculs et la difficulté d'interprétation des résultats. Pour ces raisons, différentes approximations ont été mises au point ces dernières années. Elles font l'objet du chapitre 6. Les conclusions sont données au chapitre 7.

2. SECTIONS EFFICACES ET TAUX DE REACTION

2.1. Les sections efficaces

2.1.1. La section efficace de capture

Considérons un système de deux noyaux composés de A_1 et A_2 nucléons, et de charges Z_1e et Z_2e respectivement. Les spins et parités des noyaux sont notés $(I_1\pi_1)$ et $(I_2\pi_2)$. Dans une réaction de capture, le système formé par ces deux noyaux passe d'un état de collision d'énergie E à un état lié du système à $A_1 + A_2$ nucléons. Appelons $\Psi^{\nu_1\nu_2}(E)$ la fonction d'onde de collision dans laquelle les spins des noyaux possèdent une orientation ν_1 et ν_2 , et $\Psi^{J_f M_f \pi_f}$ la fonction d'onde finale du système dans l'état caractérisé par le spin J_f , sa projection M_f et la parité π_f . Au premier ordre du calcul des perturbations, la section efficace de capture vers l'état final s'obtient par¹⁴⁾:

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega_\gamma}(E, J_f \pi_f) = \frac{k_\gamma}{2\pi\hbar} \frac{1}{(2I_1 + 1)(2I_2 + 1)} \sum_{q\nu_1\nu_2 M_f} |\langle \Psi^{J_f M_f \pi_f} | H_e(q) | \Psi^{\nu_1\nu_2}(E) \rangle|^2 \quad (2.1)$$

où H_e est l'hamiltonien d'émission d'un photon de nombre d'onde k_γ , d'angle d'émission Ω_γ et de polarisation q .

L'hamiltonien H_e peut être développé en multipôles électriques et magnétiques¹⁵⁾, ce qui conduit à:

$$H_e(q) = - \sum_{\sigma\lambda\mu} (-)^{\lambda} q^\sigma \alpha_\lambda^\sigma M_{\lambda\mu}^\sigma D_{\mu-q}^\lambda(\Omega_\gamma) \quad (2.2)$$

où l'indice σ prend les valeurs 0 ou E pour les multipôles électriques, et 1 ou M pour les multipôles magnétiques. Les constantes α_λ^σ valent:

$$\alpha_\lambda^E = i\alpha_\lambda^M = \frac{(ik_\gamma)^\lambda}{(2\lambda + 1)!!} \left[\frac{2\pi(\lambda + 1)(2\lambda + 1)}{\lambda} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.3)$$

L'expression exacte des multipôles $M_{\lambda\mu}^\sigma$ peut être trouvée dans la ref.¹⁵⁾. Pour les applications qui nous concernent, nous utiliserons l'approximation des grandes longueurs d'ondes:

$$M_{\lambda\mu}^E = e \sum_i^A g_e(i) r_i^\lambda Y_\lambda^\mu(\hat{r}_i) \quad (2.4)$$

où la fonction φ_ℓ est définie par:

$$\varphi_\ell(\rho, k) = (\rho/\rho_0)^{1/2} \left(2 - \ell^2 \rho_0/\rho - \frac{1}{3} k^2 \rho_0 \rho \right) \quad (2.18)$$

Les fonctions F_0 et G_0 sont représentées à la fig.2.1 pour les systèmes $\alpha+^{16}\text{O}$ (traits pleins) et $p+^7\text{Be}$ (traits interrompus). Nous avons choisi une énergie typique des applications astrophysiques (0.4 MeV pour $\alpha+^{16}\text{O}$ et 0.02 MeV pour $p+^7\text{Be}$), et une énergie proche de la barrière Coulombienne (3 MeV pour $\alpha+^{16}\text{O}$ et 1 MeV pour $p+^7\text{Be}$). A basse énergie, la fonction F_0 est très petite dans le domaine considéré. Lorsque l'énergie augmente, des oscillations apparaissent. La fonction G_0 est irrégulière à l'origine.

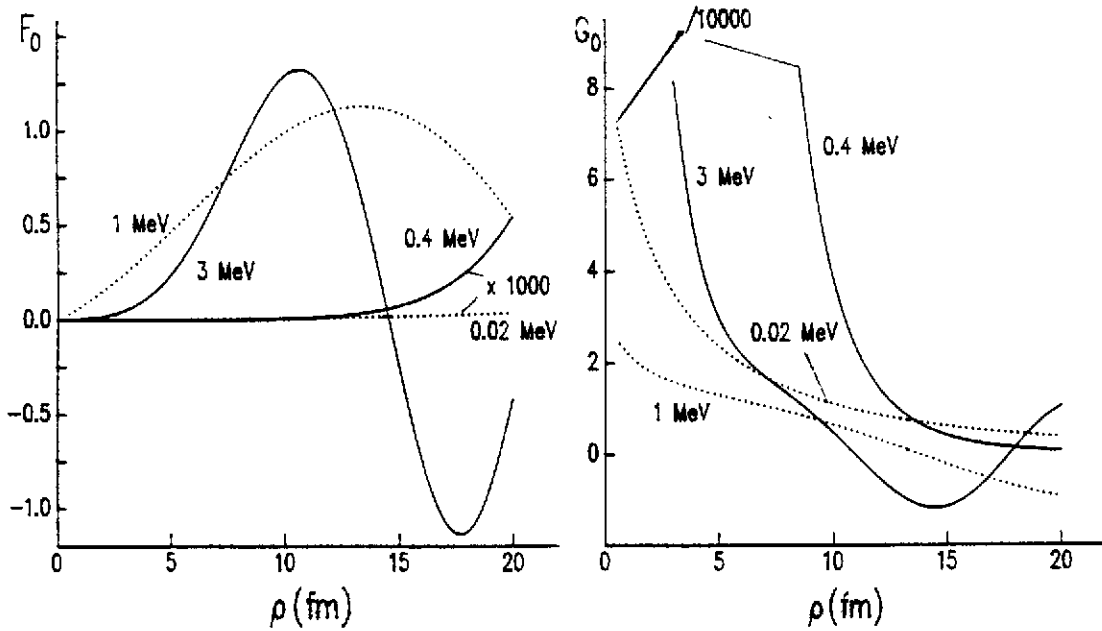


Fig.2.1. Fonctions Coulombiennes F_0 et G_0 pour les systèmes $\alpha+^{16}\text{O}$ (traits pleins) et $p+^7\text{Be}$ (traits interrompus).

Une grandeur importante dans les réactions aux énergies sous-coulombiennes est le facteur de pénétration P_ℓ défini par:

$$P_\ell = \frac{2ka}{F_\ell^2(\eta, ka) + G_\ell^2(\eta, ka)} \quad (2.19)$$

où a est une distance typique du système. On la choisit en général égale à la somme des rayons des noyaux. Avec (2.17), P_ℓ peut être approché par:

$$P_\ell \approx 2\sqrt{\frac{a}{\rho_0}} \exp[-2\pi\eta + 2\varphi_\ell(a, k)] \quad (2.20)$$

Cette expression montre qu'à basse énergie, c'est-à-dire pour de grandes valeurs de η , la dépendance de P_ℓ en l'énergie est donnée essentiellement par le facteur $\exp(-2\pi\eta)$. Nous avons représenté à la fig.2.2 la fonction P_ℓ (traits pleins) pour le système $\alpha+^{16}\text{O}$. On vérifie la croissance très rapide de cette fonction lorsque l'énergie augmente. La fig.2.2 montre en outre que l'approximation (2.20) (traits interrompus)

est très valable jusqu'à 1 MeV, ce qui couvre largement le domaine d'intérêt astrophysique.

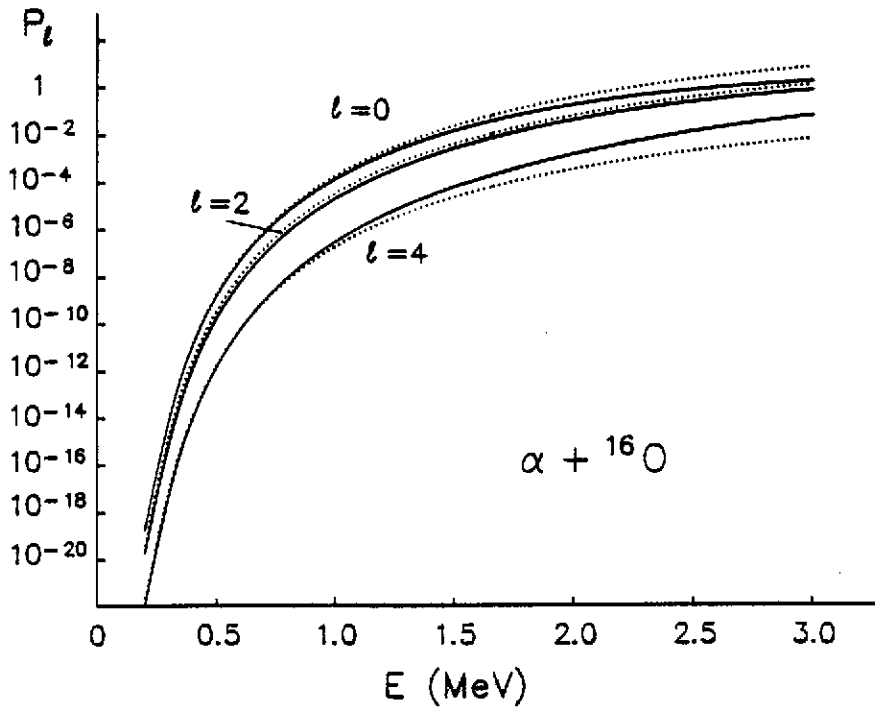


Fig.2.2. Facteur de pénétration P_ℓ exact (2.19) (traits pleins) et approché (2.20) (traits interrompus) pour $\ell=0, 2$ et 4 .

Remarquons que, à la place des fonctions F_ℓ et G_ℓ , on utilise généralement les fonctions entrantes I_ℓ (ingoing) et sortantes O_ℓ (outgoing) définies par:

$$I_\ell = e^{i(\sigma_\ell - \sigma_0)} [G_\ell - iF_\ell]$$

$$O_\ell = I_\ell^* \tag{2.21}$$

avec un déphasage Coulombien σ_ℓ donné par:

$$\sigma_\ell = \arg[\Gamma(\ell + 1 + i\eta)]$$

Le comportement asymptotique de la fonction I_ℓ s'écrit, pour $\rho \gg k^{-1}$:

$$I_\ell \rightarrow \exp[-i(k\rho - \ell\frac{\pi}{2} - \eta \log 2k\rho + \sigma_0)]$$

ce qui justifie la dénomination d'onde entrante pour I_ℓ , et d'onde sortante pour O_ℓ .

Considérons à présent la solution régulière à l'infini de l'éq.(2.14) pour $E < 0$. Celle-ci s'écrit¹⁶⁾:

$$g_\ell = A W_{-\eta, \ell+1/2}(2k\rho)/k\rho \tag{2.22}$$

où W est la fonction de Whittaker, et où k et η sont définis comme précédemment en inversant le signe de E . Le coefficient A est une constante de normalisation. On peut approcher la fonction de Whittaker par¹⁷⁾:

$$W_{-\eta, \ell+1/2} \approx \exp(-k\rho)/(2k\rho)^\eta \quad \text{pour } \rho > \eta/k \tag{2.23}$$

ou

$$W_{-\eta, \ell+1/2} \approx \left(\frac{k\rho}{2\eta}\right)^{1/4} \exp\left[\eta - \eta \log \eta - 2\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1/2} + \ell^2 \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{1/2} - \frac{1}{3} k^2 \rho_0^{1/2} \rho^{3/2}\right]$$

pour $2\rho_0 < \rho < \eta/k$ (2.24)

La fonction W est représentée à la fig.2.3 pour les états fondamentaux des systèmes $\alpha+^{16}\text{O}$ ($\ell = 0, E = -4.73$ MeV) et $p+^7\text{Be}$ ($\ell = 1, E = -0.137$ MeV). On remarque la décroissance beaucoup plus lente pour le système $p+^7\text{Be}$ que pour le système $\alpha+^{16}\text{O}$, en raison de l'énergie de liaison plus faible dans le premier cas.

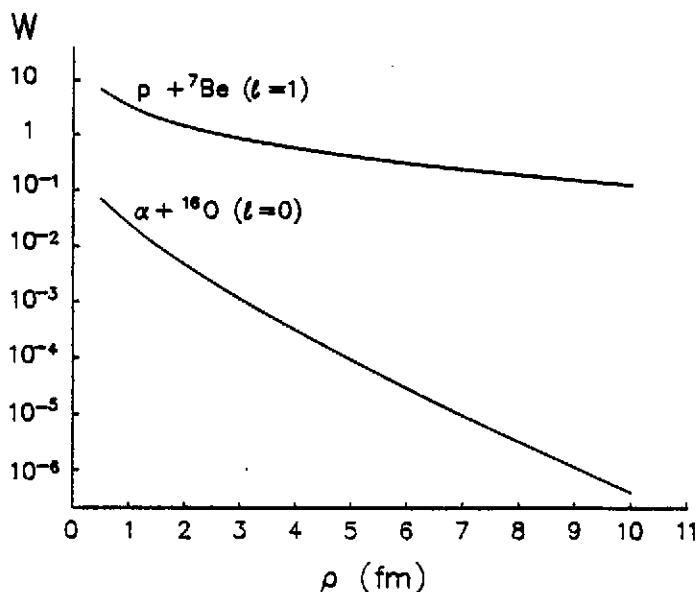


Fig 2.3. Fonctions de Whittaker (voir texte).

2.2.2. Le facteur astrophysique

Les sections efficaces peuvent être scindées en une contribution non-résonnante (encore appelée contribution directe), et un terme résonnant. En vertu des propriétés des fonctions de collision à basse énergie [voir (2.17)], on paramétrise les sections efficaces par:

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} \exp(-2\pi\eta) \tag{2.25}$$

où $S(E)$ est le facteur astrophysique. Celui-ci dépend peu de l'énergie, la majeure partie de la dépendance en énergie de σ se trouvant dans le facteur coulombien $\exp(-2\pi\eta)$. Nous avons vu à la fig.2.2 qu'aux énergies d'intérêt astrophysique, ce terme varie très rapidement, ce qui explique l'extrême petitesse des sections efficaces. A titre d'exemple, la section efficace théorique pour la réaction $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$ à l'énergie typique de 0.4 MeV est de l'ordre de 10^{-19} barns, alors que les sections efficaces accessibles à l'expérience ne descendent pas, à l'heure actuelle, en dessous de 10^{-9} barns.

2.2.3. Taux de réaction non résonnant

La grandeur utile dans les applications astrophysiques est le taux de réaction³⁾:

$$\langle \sigma v \rangle = \int \sigma(E) v N(E, T) dE \quad (2.26)$$

où v est la vitesse relative, T la température et $N(E, T)$ la distribution des énergies à la température T . Cette distribution est en général choisie égale à la distribution de Maxwell-Boltzmann. Dans les processus non-résonnants, le facteur astrophysique peut être considéré comme constant, et pris égal à sa valeur à l'origine. Les termes σv et N sont représentés à la fig.2.4 pour la réaction $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$ à la température typique de 3.10^8 K.

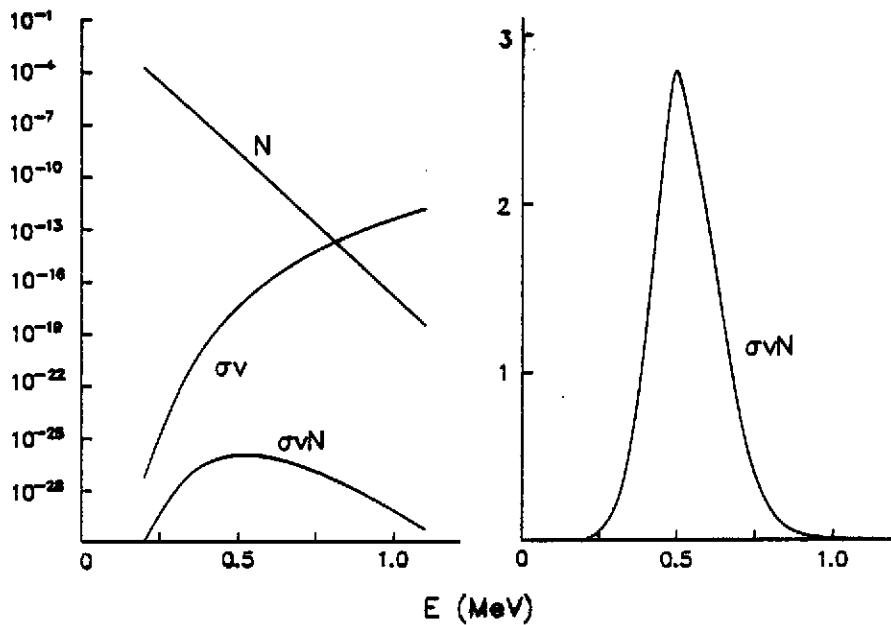


Fig.2.4. Grandeurs intervenant dans le taux de réaction (2.26) pour la réaction $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$ à la température de 3.10^8 K. La normalisation est arbitraire.

Comme σv est une fonction rapidement croissante de l'énergie, et que N décroît avec l'énergie, on observe un maximum prononcé de l'intégrand de (2.26). Ce maximum se présente à l'énergie du pic de Gamow:

$$E_0 = \left[\pi \frac{e^2}{\hbar c} Z_1 Z_2 kT \left(\frac{\mu m_N c^2}{2} \right)^{1/2} \right]^{2/3} \approx 0.122 \mu^{1/3} (Z_1 Z_2 T_9)^{2/3} \text{ MeV} \quad (2.27)$$

où T_9 est la température exprimée en 10^9 K. L'intégrale (2.26) peut être effectuée de manière approchée, ce qui donne¹⁸⁾:

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle &\approx \frac{4}{kT} \left(\frac{2E_0}{3\mu m_N} \right)^{1/2} S(0) \exp\left(-\frac{3E_0}{kT}\right) \\ &\approx 1.30 \cdot 10^{-14} \left(\frac{Z_1 Z_2}{\mu} \right)^{1/3} T_9^{-2/3} S(0) \exp[-4.25 [Z_1^2 Z_2^2 \mu / T_9]^{1/3}] \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \end{aligned} \quad (2.28)$$

où le facteur astrophysique est exprimé en MeV-barns. Lorsque le facteur astrophysique n'est pas rigoureusement constant, $S(0)$ doit être remplacé par $S(E_0)$. L'éq.(2.28) montre que le taux de réaction dépend du produit des charges des noyaux par l'intermédiaire de E_0 . Il en résulte qu'à température constante, le taux de réaction diminue très rapidement lorsque les charges augmentent. Les réactions entre noyaux lourds, telles que $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ par exemple, ne peuvent donc se produire qu'à haute température.

2.2.4. Taux de réaction résonnant

Au voisinage d'une résonance étroite, la section efficace peut généralement être paramétrisée par une approximation de Breit-Wigner¹⁸⁾:

$$\sigma \approx \frac{\pi}{k^2} \frac{(2J+1)(1+\delta_{12})}{(2I_1+1)(2I_2+1)} \frac{\Gamma_i \Gamma_f}{(E-E_R)^2 + \Gamma^2/4} \quad (2.29)$$

où J est le spin de la résonance, E_R son énergie, et Γ_i et Γ_f ses largeurs dans la voie d'entrée et dans la voie de sortie respectivement ; Γ est la largeur totale, généralement égale à $\Gamma_i + \Gamma_f$. Le coefficient δ_{12} vaut 1 ou 0 selon que le système est symétrique ou non. Pour une réaction de capture, Γ_i est la largeur de dissociation, et Γ_f la largeur γ de la résonance. Ces grandeurs dépendent de l'énergie; la largeur de dissociation Γ_d est donnée par:

$$\Gamma_d = 2P_\ell \theta^2 \frac{3\hbar^2}{2m_N a^2} \quad (2.30)$$

où θ^2 est la largeur réduite de la résonance, et est supposée indépendante de l'énergie. Cette grandeur, qui dépend du rayon a , donne une mesure de la structure en amas de la résonance. Le coefficient de pénétration P_ℓ a été défini en (2.19).

La largeur γ d'une résonance est définie par:

$$\Gamma_\gamma = \frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda(2\lambda+1)!!^2} k_\gamma^{2\lambda+1} B(\sigma\lambda, J_i\pi_i \rightarrow J_f\pi_f) \quad (2.31)$$

où $(J_i\pi_i)$ et $(J_f\pi_f)$ sont les spins et parités des états participant à la transition. La probabilité réduite de transition s'obtient à partir d'un élément de matrice des opérateurs multipolaires:

$$B(\sigma\lambda, J_i\pi_i \rightarrow J_f\pi_f) = \frac{2J_f+1}{2J_i+1} \left| \langle \Psi^{J_f\pi_f} || M_\lambda^\sigma || \Psi^{J_i\pi_i} \rangle \right|^2 \quad (2.32)$$

L'intégrant figurant dans (2.26) est schématisé à la fig.2.5 dans le cas de la réaction $^{13}\text{N}(p,\gamma)^{14}\text{O}$, qui est dominée par la contribution de la résonance 1^- ($E_{\text{cm}} = 0.54$ MeV, $\Gamma_p = 38$ keV). Nous choisissons $a = 6$ fm, et nous prenons $\Gamma_\gamma = 3$ eV.

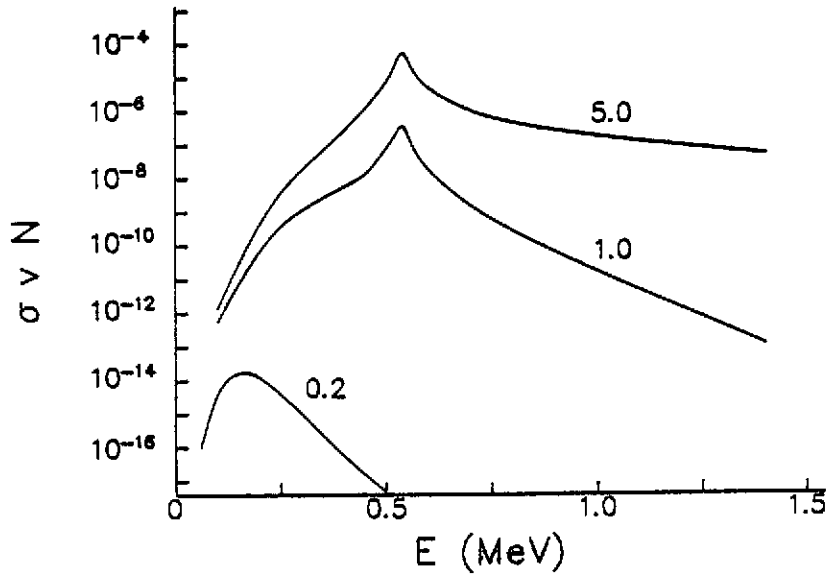


Fig.2.5. Intégrant de (2.26) pour la contribution résonnante de la réaction $^{13}\text{N}(p,\gamma)^{14}\text{O}$ aux températures de 0.2, 1.0 et 5.0 10^9 K.

Aux températures considérées (0.2 10^9 , 10^9 , 5 10^9 K), les énergies du pic de Gamow (2.27) valent respectivement 0.149, 0.436 et 1.274 MeV. La fig.2.5 montre que l'intégrant $\sigma v N$ présente un maximum à l'énergie du pic de Gamow si celle-ci est inférieure à l'énergie de la résonance, ou à l'énergie de la résonance dans le cas contraire. L'intégration de (2.26) avec (2.29) donne:

$$\langle \sigma v \rangle_R \approx \langle \sigma v \rangle_1 + \langle \sigma v \rangle_2 \quad (2.33)$$

où $\langle \sigma v \rangle_1$ est obtenu en approchant la forme de Breit-Wigner (2.29) par une distribution de Dirac. On obtient:

$$\begin{aligned} \langle \sigma v \rangle_1 &\approx \left(\frac{2\pi}{m_N \mu kT} \right)^{3/2} \hbar^2 \omega \gamma \exp\left(-\frac{E_R}{kT}\right) \\ &\approx 2.53 \cdot 10^{-22} \omega \gamma (\text{meV}) \mu^{-3/2} T_9^{-3/2} \exp(-11.61 E_R / T_9) \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} \end{aligned} \quad (2.34)$$

où $\omega \gamma$ est défini par:

$$\omega \gamma = \frac{(1 + \delta_{12})(2J + 1)}{(2I_1 + 1)(2I_2 + 1)} \frac{\Gamma_i \Gamma_f}{\Gamma_i + \Gamma_f} \quad (2.35)$$

L'expression (2.34) est la forme habituellement utilisée pour le taux de réaction résonnant³⁾. Elle constitue la contribution essentielle de (2.33) lorsque l'énergie du pic de Gamow est similaire ou supérieure à l'énergie de la résonance. Ceci se vérifie à la fig.2.5 pour $T = 10^9$ K et 5 10^9 K. Le second terme de (2.33) correspond à l'intégration de (2.26) au voisinage du pic de Gamow. Par un calcul similaire à celui développé en (2.28), nous avons:

$$\langle \sigma v \rangle_2 \approx \frac{4}{kT} \left(\frac{2E_0}{3\mu m_N} \right)^{1/2} S(E_0) \exp\left(-\frac{3E_0}{kT}\right) \quad (2.36)$$

où $S(E_0)$ doit être calculé avec la section efficace (2.29). Comme l'indique la fig.2.5, la contribution $\langle \sigma v \rangle_2$ domine largement $\langle \sigma v \rangle_1$ lorsque l'énergie du pic de Gamow est inférieure à l'énergie de la résonance. Ceci provient du fait que, si la température est suffisamment faible, les énergies au voisinage de E_R ne jouent plus de rôle dans le taux de réaction (2.26). Remarquons que (2.33) donne en général une bonne approximation du taux de réaction résonnant. Cependant, si la section efficace au voisinage de la résonance n'a pas une forme de Breit-Wigner, l'intégration numérique de (2.26) devient nécessaire.

2.2.5 Contribution d'états faiblement liés

Lorsque le système unifié possède un état faiblement lié, celui-ci peut influencer fortement la section efficace à basse énergie. L'exemple le plus connu^{3,19)} est celui de la réaction $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$ où ^{16}O possède un état 1^- et un état 2^+ situés à 45 keV et 243 keV sous le seuil $\alpha+^{12}\text{C}$. L'influence de ces états liés s'interprète par l'analogie avec une résonance d'énergie négative. L'expression (2.29) peut s'appliquer à des énergies de collision $E > 0$, mais avec $E_R < 0$. On obtient alors:

$$\langle \sigma v \rangle_{EL} \approx \langle \sigma v \rangle_2 \quad (2.37)$$

où $\langle \sigma v \rangle_2$ a été défini en (2.36). Physiquement, l'effet des états liés provient du fait que leur largeur Γ_f (Γ_γ dans le cas de la réaction de capture) est différente de zéro. L'état a donc une probabilité non nulle de se trouver au-dessus du seuil, et donc de contribuer à la réaction. Les états liés peuvent influencer fortement les sections efficaces à basse énergie. Cependant, leur contribution dépend de la largeur réduite θ^2 (2.30), qui ne peut être déterminée expérimentalement de manière directe. Une approche théorique est donc requise.

3. LA PHYSIQUE NUCLEAIRE EN ASTROPHYSIQUE

3.1 Introduction

L'importance de la physique nucléaire en astrophysique est un fait bien établi. Dans ce chapitre, nous décrivons quelques effets typiques de physique nucléaire dans des applications astrophysiques. Nous verrons que l'abondance de ^{12}C dans l'univers s'explique par la présence d'une résonance de basse énergie dans la réaction $^8\text{Be}(\alpha, \gamma)^{12}\text{C}$. Nous montrerons que la conservation du moment cinétique et de la parité ont une grande importance dans la combustion de l'hélium. Des effets d'isospin seront également analysés.

3.2 Effets de spin dans les réactions $^8\text{Be}(\alpha, \gamma)^{12}\text{C}$ et $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$

Considérons le schéma 3.1 représentant les spectres des noyaux impliqués dans la combustion de l'hélium. Le processus triple α , qui conduit à la formation du ^{12}C , s'effectue en deux étapes. La première est la réaction $\alpha(\alpha, \gamma)^8\text{Be}$ dans laquelle le ^8Be instable est formé en équilibre thermique avec les particules α . Dans une seconde étape, le ^8Be capture une particule α par la réaction $^8\text{Be}(\alpha, \gamma)^{12}\text{C}$.

Cette dernière réaction²⁰⁾ est favorisée par la présence de la résonance 0_2^+ du ^{12}C située seulement 0.29 MeV au-dessus du seuil. Deux effets contribuent à l'importance de cette résonance : le spin $J = 0^+$ conduit à un facteur de pénétration (2.19) maximum, et sa faible énergie augmente le facteur $\exp(-E_R/kT)$ apparaissant dans le taux de réaction résonnant (2.33). Ces propriétés sont à la base de la grande abondance de ^{12}C dans l'univers³⁾.

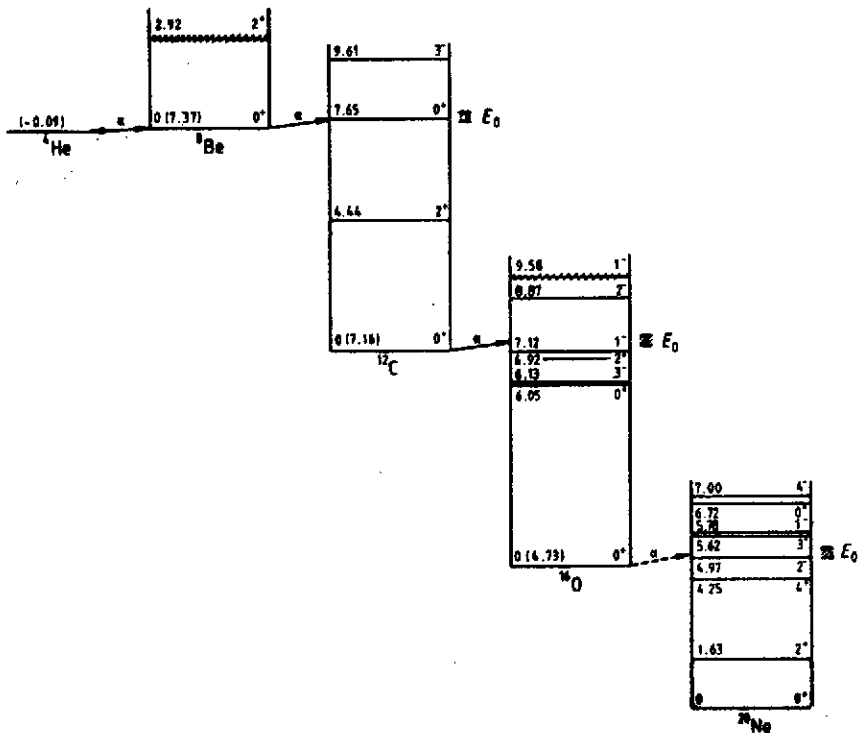


Fig.3.1 Schémas de niveaux des noyaux impliqués dans la combustion de l'hélium. Les énergies d'intérêt astrophysique sont indiquées par E_0 .

Considérons à présent la réaction $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$ qui présente également une résonance (voir fig.3.1) à basse énergie (0.24 MeV). Cependant, le spin 2^- de cette résonance ne permet pas de la peupler par la réaction $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$. En effet, la conservation du spin et de la parité impose:

$$\pi = (-)^J$$

La contribution dominante au taux de réaction est essentiellement non résonnante et donc faible. Pour cette raison, la combustion de l'hélium s'arrête pratiquement à ^{16}O .

3.3 Effets d'isospin dans la réaction $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$

La réaction $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$, qui joue un rôle fondamental dans l'évolution stellaire³⁾, présente la particularité d'être dominée par la contribution $E1$. En fait, lorsque l'on tient compte du mouvement du centre de masse, l'opérateur $E1$ défini à l'approximation des grandes longueurs d'onde (2.4) conduit à des éléments de matrice nuls si les fonctions d'onde ont un isospin 0, ce qui est le cas dans le système

$\alpha + {}^{12}\text{C}$. Cependant, à cause de l'interaction coulombienne, l'isospin n'est qu'approximativement un bon nombre quantique. Ce n'est qu'en tenant compte des impuretés d'isospin dans les fonctions d'onde que l'on peut expliquer la composante dominante $E1$ dans la réaction ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$ [ref.²¹]. Une tentative a été effectuée en utilisant des fonctions d'onde d'isospin 0, mais en allant au-delà de l'approximation des grandes longueurs d'onde¹⁹). Cette méthode conduit cependant à des résultats sous-estimant les probabilités de transition expérimentales de plusieurs ordres de grandeur.

4. LES MODELES MICROSCOPIQUES

4.1 Introduction

Les modèles microscopiques tiennent compte exactement du principe de Pauli et offrent plusieurs avantages particulièrement favorables à l'étude des réactions d'intérêt astrophysique. Les fonctions d'onde sont projetées sur le moment cinétique total et sur la parité ; cette propriété est nécessaire dans l'étude des transitions électromagnétiques. En outre, les états libres et les états liés d'un système sont décrits de manière unifiée. Cette propriété est très utile dans le calcul des sections efficaces de capture dont les éléments de matrice impliquent des fonctions de collision et des fonctions d'onde d'états liés simultanément. Les modèles microscopiques ne contiennent pas de paramètres ajustables excepté dans l'interaction nucléon-nucléon. En réalité, les degrés de liberté sur le ou les paramètres contenus dans cette interaction sont très faibles. Les modèles microscopiques ont donc un pouvoir de prédiction assez fort.

La première application d'une théorie microscopique à une réaction de capture radiative a été effectuée par Liu *et al.*¹³) sur la réaction ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$. Cette réaction a encore été étudiée plusieurs fois dans la suite [voir par exemple la réf.²²] en améliorant les conditions de calcul. Avec la réaction ${}^{16}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{20}\text{Ne}$, nous avons effectué en 1983, la première étude microscopique²³) d'une réaction impliquant un noyau plus lourd que la particule α . Depuis lors, nous avons appliqué le modèle à de nombreuses réactions de capture ou de transfert¹²). Dans ce chapitre, nous présentons brièvement le modèle microscopique utilisé. Le chapitre 5 sera consacré à différentes applications.

4.2 Comportement asymptotique des fonctions d'onde

On définit une voie à deux amas comme étant une situation asymptotique dans laquelle les A nucléons se partagent en deux noyaux distincts. Une voie α est donc caractérisée par sa partition [nombres de nucléons (A_1^α, A_2^α) et charges ($Z_1^\alpha e, Z_2^\alpha e$)] et par l'état interne de chaque noyau [spins (I_1^α, I_2^α), parités ($\pi_1^\alpha, \pi_2^\alpha$), énergies (E_1^α, E_2^α)...]. Dans le but d'alléger les notations, nous n'écrirons pas l'indice α aux nombres quantiques des noyaux.

Les coordonnées des nucléons sont notées par r_i^1 et r_i^2 lorsqu'elles se rapportent aux noyaux 1 et 2 respectivement. Les coordonnées des centres de masse des noyaux s'écrivent:

$$R_1 = \frac{1}{A_1} \sum_{i=1}^{A_1} r_i^1$$

$$R_2 = \frac{1}{A_2} \sum_{i=1}^{A_2} r_i^2 \quad (4.1)$$

Pour l'interprétation du modèle microscopique, il est utile de définir un nouveau système de coordonnées par:

$$\begin{aligned} \xi_i^1 &= r_i^1 - R_1 \\ \xi_i^2 &= r_i^2 - R_2 \\ \rho &= R_2 - R_1 \\ R_{cm} &= (A_1 R_1 + A_2 R_2) / A \end{aligned} \quad (4.2)$$

où les ξ_i^k sont les coordonnées internes du nucléon i , ρ est la coordonnée relative et R_{cm} la coordonnée du centre de masse du système.

Appelons H_1 et H_2 les hamiltoniens associés aux noyaux ; les fonctions d'onde internes ϕ_α obéissent aux équations:

$$\begin{aligned} H_1 \phi_\alpha^{I_1 \pi_1}(\xi_1^1 \dots \xi_{A_1-1}^1) &= E_\alpha^{I_1 \pi_1} \phi_\alpha^{I_1 \pi_1}(\xi_1^1 \dots \xi_{A_1-1}^1) \\ H_2 \phi_\alpha^{I_2 \pi_2}(\xi_1^2 \dots \xi_{A_2-1}^2) &= E_\alpha^{I_2 \pi_2} \phi_\alpha^{I_2 \pi_2}(\xi_1^2 \dots \xi_{A_2-1}^2) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Lorsque la distance ρ entre les noyaux est grande, le Hamiltonien (1.1) tend vers:

$$H \rightarrow T_{cm} + H_1 + H_2 + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\rho} - \frac{\hbar^2}{2\mu m_N} \Delta_\rho \quad (4.4)$$

où T_{cm} est l'énergie cinétique du centre de masse. Appelons $\Psi_{as}^{JM\pi}$ la solution asymptotique de (1.1). Nous avons, avec (4.4), et après élimination du centre de masse:

$$\Psi_{as}^{JM\pi} = \sum_{\alpha l} g_{\alpha l, as}(\rho) \varphi_{\alpha l}^{JM\pi}(\hat{\rho}, \xi^1, \xi^2) \quad (4.5)$$

où $g_{\alpha l, as}(\rho)$ est solution de l'équation radiale:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu m_N} \left(\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{d}{d\rho} - \frac{\ell(\ell+1)}{\rho^2} \right) + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\rho} \right] g_{\alpha l, as} = E_\alpha g_{\alpha l, as} \quad (4.6)$$

avec:

$$E_\alpha = E - E_\alpha^{I_1 \pi_1} - E_\alpha^{I_2 \pi_2} \quad (4.7)$$

L'énergie relative E_α est positive ou négative selon que la voie α est ouverte ou fermée. La fonction de voie figurant dans (4.5) s'écrit:

$$\varphi_{\alpha l}^{JM\pi}(\hat{\rho}, \xi^1, \xi^2) = [Y_\ell(\hat{\rho}) \otimes [\phi_\alpha^{I_1 \pi_1}(\xi^1) \otimes \phi_\alpha^{I_2 \pi_2}(\xi^2)]]^{JM} \quad (4.8)$$

où la parité totale est donnée par:

$$\pi = \pi_1 \pi_2 (-)^{\ell}$$

Dans (4.8), nous avons défini le couplage de deux moments cinétiques par:

$$|IK\rangle = [I_1 \otimes I_2]^{IK} = \sum_{K_1 K_2} \langle I_1 I_2 K_1 K_2 | IK \rangle |I_1 K_1\rangle |I_2 K_2\rangle$$

4.3 Les méthodes RGM et GCM

4.3.1 Introduction

L'expression (4.5) n'est valable que pour de grandes valeurs de l'interdistance ρ . Par "grande interdistance", nous entendons que le Hamiltonien microscopique (1.1) puisse être remplacé par son expression asymptotique (4.4), c'est-à-dire que ρ soit supérieur à la portée des forces nucléaires ; il faut d'autre part que la factorisation (4.5) soit valable, ou, en d'autres termes, que l'antisymétrisation entre les nucléons des deux amas soit négligeable. Dans la méthode des groupes résonnants^{10,11)} (RGM), on étend (4.5) à tout l'espace en introduisant un opérateur d'antisymétrisation \mathcal{A} entre les nucléons. La fonction d'onde RGM s'écrit donc:

$$\Psi^{JM\pi} = \mathcal{A} \sum_{\alpha l I} g_{\alpha l I}^{J\pi}(\rho) \varphi_{\alpha l I}^{JM\pi}(\hat{\rho}, \xi^1, \xi^2) \quad (4.9)$$

Ces fonctions d'onde s'appliquent dans le cadre d'un modèle à 2 centres. Elles permettent de décrire des états de collision, mais également des états liés du système unifié. Dans beaucoup de calculs, seule la voie d'entrée ($\alpha = 1$) est introduite dans le développement (4.9). L'introduction de voies excitées ($\alpha > 1$) permet d'étudier des processus inélastiques, mais aussi, en vertu du principe variationnel, d'améliorer les fonctions d'onde. La méthode RGM, utilisant directement les fonctions d'onde (4.9) dans le hamiltonien (1.1) n'a été appliquée qu'à des collisions faisant intervenir un petit nombre de nucléons. En effet, cette méthode devient extrêmement lourde lorsque le nombre de nucléons augmente. Son principal défaut est d'être peu systématique, et donc de se prêter assez mal au calcul numérique. Ces difficultés ont pu être surmontées grâce à l'introduction²⁴⁾ de la méthode des coordonnées génératrices (GCM) proposée²⁵⁾ par Hill et Wheeler en 1953. La méthode GCM est tout à fait équivalente à la méthode RGM, mais elle permet des calculs systématiques, bien adaptés à une approche numérique.

4.3.2 Le modèle à deux centres

Considérons une combinaison linéaire de déterminants de Slater $\Phi_i^{I_i K_i}(S)$ définis dans le modèle de l'oscillateur harmonique avec A_i orbitales centrées en S . Les coefficients de cette combinaison linéaire sont choisis de manière à ce que la fonction d'onde Φ_i possède un spin I_i , une parité π_i et un isospin T_i .

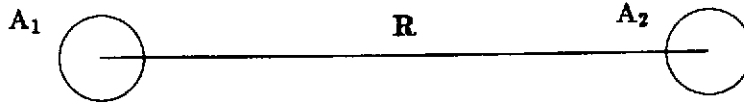


Fig.4.1 Le modèle à deux centres

Dans un modèle à deux centres (voir fig.4.1), une fonction de base s'écrit:

$$\Phi_{\alpha}^{IK}(R) = A[\Phi_{\alpha}^{I_1}(-\frac{A_2}{A}R) \otimes \Phi_{\alpha}^{I_2}(\frac{A_1}{A}R)]^{IK} \quad (4.10)$$

où R est la coordonnée génératrice décrivant le mouvement relatif. Les fonctions (4.10) ne sont pas fonctions propres des opérateurs de moment cinétique total J^2 et de parité π . Les fonctions projetées s'obtiennent par²⁶⁾ :

$$\Phi_{\alpha\ell I}^{JM\pi}(R) = \frac{1}{\sqrt{32\pi^4}} \sum_K \langle \ell I M - K K | JM \rangle \int \mathcal{D}_{MK}^{J*}(\Omega) \mathcal{R}(\Omega) \Phi_{\alpha}^{IK}(R) d\Omega \quad (4.11)$$

où Ω représente les angles d'Euler, \mathcal{D}_{MK}^J les fonctions de Wigner et $\mathcal{R}(\Omega)$ l'opérateur de rotation. Définissons:

$$\Psi_{\alpha\ell I}^{JM\pi} = \phi_{cm}^{-1} \int f_{\alpha\ell I}^{J\pi}(R) \Phi_{\alpha\ell I}^{JM\pi}(R) dR \quad (4.12)$$

où ϕ_{cm} est une fonction du centre de masse:

$$\phi_{cm} = (\frac{A}{\pi b^2})^{3/4} \exp(-\frac{AR_{cm}^2}{2b^2}) \quad (4.13)$$

La factorisation (4.12) suppose que les paramètres d'oscillateur b des deux noyaux sont identiques. L'utilisation de (4.10) et (4.11) conduit à:

$$\Psi_{\alpha\ell I}^{JM\pi} = A g_{\alpha\ell I}^{J\pi}(\rho) \varphi_{\alpha\ell I}^{JM\pi} \quad (4.14)$$

où:

$$g_{\alpha\ell I}^{J\pi}(\rho) = \int f_{\alpha\ell I}^{J\pi}(R) \Gamma_{\ell}(\rho, R) dR \quad (4.15)$$

L'expression (4.15) montre l'équivalence de la GCM et de la RGM. Dans la GCM, le calcul de la fonction radiale $g_{\alpha\ell I}^{J\pi}(\rho)$ est remplacé par le calcul de la fonction génératrice $f_{\alpha\ell I}^{J\pi}(R)$. Le passage de l'une à l'autre s'effectue par (4.15) où Γ_{ℓ} est défini par:

$$\Gamma_{\ell}(\rho, R) = (\frac{\mu}{\pi b^2})^{3/4} \exp[-\frac{\mu}{2b^2}(\rho^2 + R^2)] i_{\ell}(\frac{\mu\rho R}{b^2}) \quad (4.16)$$

i_{ℓ} étant la fonction de Hankel sphérique¹⁶⁾. L'avantage de la GCM est qu'elle permet d'écrire la fonction d'onde (4.12) sous forme de déterminants de Slater projetés, qui se prêtent bien au calcul numérique.

Rappelons que les expressions établies ici ne sont valables que si les paramètres d'oscillateur relatifs à chaque fonction d'onde interne sont égaux. Dans le cas contraire, (4.14) se ramène à une transformée intégrale de déterminants de Slater²⁷⁾. La détermination de la fonction génératrice s'effectue à partir des éléments de matrice du hamiltonien (1.1) du système. D'autre part, le calcul des sections efficaces de capture nécessite les éléments de matrice des opérateurs multipolaires électromagnétiques. L'élément de matrice entre deux fonctions GCM (4.11) d'un opérateur tensoriel irréductible $O_{\lambda\mu}$ de rang λ s'écrit:

$$\begin{aligned} < \Phi_{\alpha\ell I}^{J\pi}(R) || O_{\lambda} || \Phi_{\alpha'\ell' I'}^{J'\pi'}(R') > = \\ & \sum_{\mu KK'} < \ell I 0 K | J K > < \ell' I' K - K' - \mu K' | J' K - \mu > < J' \lambda K - \mu \mu | J K > \\ & \times \int_0^\pi d_{K-K'-\mu,0}^{\ell'}(\theta_{R'}) < \Phi_{\alpha}^{JK}(R_{1z}) | O_{\lambda\mu} | \Phi_{\alpha'}^{J'K'}(R') > \sin \theta_{R'} d\theta_{R'} \end{aligned} \quad (4.17)$$

où R' appartient au plan xz et $\mathbf{1}_z$ est le vecteur unitaire orienté suivant l'axe z . Remarquons que, à priori, l'intégrale à 3 dimensions figurant dans (4.11) conduit à des intégrales à 6 dimensions pour les éléments de matrice (4.17). En fait, 5 intégrales peuvent être effectuées analytiquement. Le calcul des éléments de matrice projetés nécessite donc, dans le cadre d'un modèle à deux centres, la calcul d'intégrales à une dimension, faisant intervenir des éléments de matrice non projetés. Ceux-ci sont déterminés au moyen des formules de Brink²⁶⁾, qui s'appliquent aux éléments de matrice entre déterminants de Slater.

4.3.3 Le modèle à trois centres

Différentes applications impliquent un noyau dont la structure en amas est bien établie, comme le ^8Be par exemple. Il est donc nécessaire dans ce cas de développer un modèle à trois amas²⁸⁾. Considérons un tel système dont les nombres de nucléons sont A_0, A_1 et A_2 . Dans ce qui suit, nous supposons que l'amas 0 a un spin 0, et les amas 1 et 2 un spin S_1 et S_2 . Les amas 0 et 1 constituent un système lié dont les fonctions d'onde sont données, en analogie avec (4.9), par:

$$\phi_{01,\omega}^{LI_1M_1} = \mathcal{A} \phi_0 [Y_L(\hat{\rho}_1) \otimes \phi_1^{S_1}]^{I_1M_1} \tilde{g}_\omega^{LI_1}(\rho_1) \quad (4.18)$$

où ρ_1 est la coordonnée relative du système 0 et 1, et $\tilde{g}_\omega^{LI_1}$ est une fonction radiale déterminée par le hamiltonien de ce système ; ω est le niveau d'excitation du mouvement relatif. Dans (4.18), L est le moment orbital des noyaux 0 et 1, et I_1 est le moment cinétique total de ce système. Cette définition permet d'utiliser la forme (4.9) pour le modèle à trois centres ; nous avons ici :

$$\Phi^{JM\pi} = \mathcal{A} \sum_{\ell LI_1 I\omega} [Y_\ell(\hat{\rho}) \otimes [\phi_{01,\omega}^{LI_1} \otimes \phi_2^{S_2}]^I]^{JM} g_{\ell I I_1 I\omega}^{J\pi}(\rho) \quad (4.19)$$

où la fonction $g_{\ell I I_1 I\omega}^{J\pi}(\rho)$ est déterminée par le hamiltonien du système à A nucléons. Comme dans le cas du modèle à deux amas, écrivons (4.19) dans le cadre de la GCM. Considérons les déterminants de Slater $\Phi_i^{S_i K_i}(S_i)$ définis plus haut. Une fonction GCM du modèle à trois amas s'écrit:

$$\Phi^{SK}(R, R_1) = \mathcal{A} \Phi_0 \left(-\frac{A_2}{A} R - \frac{A_1}{A_{01}} R_1 \right) [\Phi_1^{S_1} \left(-\frac{A_2}{A} R + \frac{A_0}{A_{01}} R_1 \right) \otimes \Phi_2^{S_2} \left(\frac{A_{01}}{A} R \right)]^{SK} \quad (4.20)$$

où $A_{01} = A_0 + A_1$, et où les coordonnées génératrices R et R_1 sont associées aux coordonnées relatives ρ et ρ_1 respectivement (voir fig.4.2).

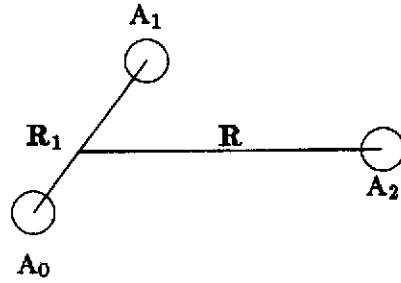


Fig.4.2 Le modèle à trois centres

La projection sur le moment cinétique est effectuée en 2 étapes. Les fonctions de base (4.20) sont d'abord projetées sur les moments orbitaux ℓ et L , couplés à j . On obtient la fonction d'onde projetée par :

$$\tilde{\Phi}_{\ell L j S}^{JM\pi}(R, R_1) = \int [[Y_\ell(\hat{R}) \otimes Y_L(\hat{R}_1)]^j \otimes \Phi^S(R, R_1)]^{JM} d\hat{R} d\hat{R}_1 \quad (4.21)$$

L'avantage de (4.21) est de faire apparaître explicitement les déterminants de Slater (4.20). L'utilisation du théorème de Wigner-Eckart dans le calcul des éléments de matrice entre fonctions d'onde (4.21) permet de réduire le nombre d'éléments de matrice à calculer. Cependant, l'ordre des couplages apparaissant dans (4.21) ne respecte pas l'ordre choisi dans (4.19) où intervient le spin de voie I . Pour remédier à ce problème, on modifie l'ordre des couplages, pour obtenir²⁸⁾ :

$$\Phi_{\ell L I I}^{JM\pi}(R, R_1) = \sum_{jS} (-)^{S_1+S_2+S+\ell+I+J} [(2S+1)(2I_1+1)(2I+1)(2j+1)]^{1/2} \begin{Bmatrix} S_1 & S_2 & S \\ I & L & I_1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ell & L & j \\ S & J & I \end{Bmatrix} \tilde{\Phi}_{\ell L j S}^{JM\pi}(R, R_1) \quad (4.22)$$

Les fonctions (4.21) sont bien adaptées au calcul des éléments de matrice projetés, mais (4.22) présente l'avantage de faire apparaître les nombres quantiques caractéristiques de la collision. La fonction d'onde totale (4.20) s'écrit donc, dans le cadre de la GCM :

$$\Psi^{JM\pi} = \phi_{\text{cm}}^{-1} \sum_{\ell L I I} \int F_{\ell L I I}^{J\pi}(R, R_1) \Phi_{\ell L I I}^{JM\pi}(R, R_1) dR dR_1 \quad (4.23)$$

où $F_{\ell L I I}^{J\pi}(R, R_1)$ est une fonction génératrice dépendant de R et de R_1 .

En utilisant le développement:

$$F_{\ell L I I}^{J\pi}(R, R_1) = \sum_{\omega} \tilde{f}_{\omega}^{L I_1}(R_1) f_{\ell L I I \omega}^{J\pi}(R) \quad (4.24)$$

où $\tilde{f}_{\omega}^{L I_1}(R_1)$ s'obtient à partir de $\tilde{g}_{\omega}^{L I_1}(\rho_1)$, on peut écrire:

$$\Psi^{JM\pi} = \phi_{\text{cm}}^{-1} \sum_{\ell L I I \omega} f_{\ell L I I \omega}^{J\pi}(R) \Phi_{\ell L I I \omega}^{JM\pi}(R) \quad (4.25)$$

avec:

$$\Phi_{\ell L I I \omega}^{JM\pi}(R) = \int \tilde{f}_{\omega}^{L I_1}(R_1) \Phi_{\ell L I I}^{JM\pi}(R, R_1) dR_1 \quad (4.26)$$

La forme (4.25) est analogue à l'expression (4.12), établie dans le cadre du modèle à deux amas. Il est donc possible, connaissant les fonctions génératrices du problème à $A_0 + A_1$ nucléons, de déterminer des fonctions de base (4.23) valables dans le modèle à trois amas.

Un élément de matrice de l'opérateur $O_{\lambda\mu}$ entre fonctions GCM projetées s'écrit²⁸⁾ :

$$\begin{aligned} < \tilde{\Phi}_{LLjS}^{JM\pi}(R, R_1) || O_{\lambda} || \tilde{\Phi}_{L'L'j'S'}^{J'M'}(R', R'_1) > = \\ & \sum_{mm'\mu KK'} < jS m K | JM > < j'S' m' K' | J'M' > < J'\lambda' M'\mu | JM > \\ & \times \int [Y_{\ell}(0,0) \otimes Y_L(\hat{R}_1)]^{jm*} [Y_{\ell'}(\theta_{R'},0) \otimes Y_{L'}(\hat{R}'_1)]^{j'm'} \\ & \times < \Phi^{SK}(R, R_1) | O_{\mu}^{\lambda} | \Phi^{S'K'}(R', R'_1) > \sin \theta_{R'} d\theta_{R'} d\hat{R}_1 d\hat{R}'_1 \end{aligned} \quad (4.27)$$

où R est orienté suivant l'axe z , et R' fait un angle $\theta_{R'}$ avec l'axe z dans le plan xz . L'expression (4.27) fait intervenir une somme d'intégrales à 5 dimensions. Le modèle à trois amas conduit donc à des temps de calcul beaucoup plus élevés que le modèle à deux amas. Dans les applications considérées jusqu'à présent, le noyau 0 a toujours une structure en couches fermées. Cette hypothèse permet une utilisation efficace de la méthode d'une base biorthogonale²⁸⁾. Cette technique conduit à une réduction appréciable des temps de calcul pour des systèmes impliquant plusieurs déterminants de Slater.

4.4 La méthode MRM

4.4.1 Principe

En pratique, les fonctions d'onde (4.12) sont discrétisées sur un ensemble fini de valeurs de la coordonnée génératrice ; on a, après élimination du mouvement du centre de masse :

$$\Psi_{\alpha l I}^{JM\pi} \approx \sum_n f_{\alpha l I}^{J\pi}(R_n) \Phi_{\alpha l I}^{JM\pi}(R_n) \quad (4.28)$$

Nous utilisons ici les notations du modèle à deux amas; l'extension au modèle à trois amas s'effectue aisément avec (4.26). Il résulte de (4.28) que la fonction d'onde radiale (4.15) décroît asymptotiquement comme une fonction gaussienne. Ce comportement asymptotique n'est valable ni pour un état libre, ni pour un état lié. Pour remédier à ce problème, nous utilisons la méthode de la matrice R , développée par Lane et Thomas⁹⁾ et appliquée pour la première fois aux calculs microscopiques par Baye et Heenen²⁹⁾. La MRM suppose l'existence de deux régions de l'espace, séparées par un rayon a . Pour $\rho > a$, le hamiltonien ne contient que l'interaction coulombienne, et l'antisymétrisation entre les noyaux est négligeable. Ce rayon n'est pas un paramètre ; les grandeurs physiques doivent être indépendantes de sa valeur. Par analogie avec (4.3), la fonction d'onde s'écrit donc, dans la région extérieure :

$$\Psi_{\text{ext}}^{JM\pi} = \sum_{\alpha l I} g_{\alpha l I, \text{ext}}^{J\pi}(\rho) \varphi_{\alpha l I}^{JM\pi} \quad (4.29)$$

où $g_{\alpha l I, \text{ext}}^{J\pi}(\rho)$ est une combinaison linéaire des fonctions coulombiennes si la voie est ouverte, et une fonction de Whittaker si la voie est fermée. Nous avons, pour les voies ouvertes :

$$g_{\alpha l I, \text{ext}}^{J\pi}(\rho) = i^{\ell_{\omega}+1} [\pi(2\ell_{\omega}+1)(1+\delta_{12}^{\omega})/v_{\alpha}]^{1/2} [I_{\alpha l}(k_{\alpha}\rho) \delta_{\alpha\omega} \delta_{\ell\ell_{\omega}} \delta_{II_{\omega}} - U_{\alpha l I, \omega \ell_{\omega} I_{\omega}}^{J\pi} O_{\alpha l}(k_{\alpha}\rho)] / k_{\omega}\rho \quad (4.30)$$

où la normalisation est choisie pour que $g_{\alpha l I, \text{ext}}^{J\pi}$ soit une onde partielle d'une onde plane normalisée au flux unité, et où ω représente la voie d'entrée. On montre que la matrice de collision $U^{J\pi}$ est unitaire et

symétrique¹⁴⁾. Cette matrice contient l'information sur le processus nucléaire. Pour les voies fermées, la fonction radiale s'écrit:

$$g_{\alpha l I, \text{ext}}^{J\pi} = A_{\alpha l I, \omega}^{J\pi} W_{-\eta_{\alpha}, \ell + \frac{1}{2}}(2k_{\alpha} \rho) / k_{\alpha} \rho \quad (4.31)$$

où $A_{\alpha l I, \omega}^{J\pi}$ est une constante de normalisation. Dans la région intérieure ($\rho < a$), l'antisymétrisation doit être prise en compte, et nous utilisons:

$$\Psi_{\text{int}}^{JM\pi} = A \sum_{\alpha l I} g_{\alpha l I, \text{int}}^{J\pi}(\rho) \varphi_{\alpha l I}^{JM\pi} \quad (4.32)$$

où $g_{\alpha l I, \text{int}}^{J\pi}(\rho)$ est défini par (4.15).

Les inconnues du problème sont, d'une part, les coefficients $f_{\alpha l I}^{J\pi}(R_n)$, et d'autre part, la matrice de collision pour un état libre ou l'énergie d'un état lié. Ces grandeurs sont déterminées à partir de l'équation de Bloch-Schrödinger :

$$(H + \mathcal{L}(L) - E) \Psi_{\text{int}}^{JM\pi} = \mathcal{L}(L) \Psi_{\text{ext}}^{JM\pi} \quad (4.33)$$

L'opérateur de Bloch est défini par^{30,31)}:

$$\mathcal{L}(L) = \sum_{\alpha l I} \frac{\hbar^2}{2\mu_{\alpha} m_N a} \delta(\rho - a) |\varphi_{\alpha l I}^{JM\pi}\rangle \left(\frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{L_{\alpha l}}{\rho} \right) \rho \langle \varphi_{\alpha l I}^{JM\pi}| \quad (4.34)$$

où les constantes $L_{\alpha l}$ peuvent être choisies librement. L'idée de la MRM est de résoudre (4.33) sur la région intérieure uniquement puisque les fonctions de base GCM ne sont valables que dans ce domaine de l'espace. Le rôle de l'opérateur de Bloch est de restaurer l'hermiticité de l'énergie cinétique sur un domaine fini de l'espace. Comme l'opérateur de Bloch est un opérateur de surface, la fonction d'onde (4.28) peut être remplacée par (4.29) dans le membre de droite de l'équation de Bloch-Schrödinger. Après projection sur $\Phi_{\alpha' l' I' n'}^{JM\pi}(R')$, l'équation (4.33) devient :

$$\sum_{\alpha l I n} C_{\alpha' l' I' n', \alpha l I n}^{J\pi}(E) f_{\alpha l I n}^{J\pi} = \langle \Phi_{\alpha' l' I' n'}^{JM\pi}(R_n') | \mathcal{L}(L) | \Psi_{\text{ext}}^{JM\pi} \rangle \quad (4.35)$$

où la matrice $C^{J\pi}$ s'écrit:

$$C_{\alpha' l' I' n', \alpha l I n}^{J\pi}(E) = \langle \Phi_{\alpha' l' I' n'}^{JM\pi}(R_n') | H + \mathcal{L}(L) - E | \Phi_{\alpha l I}^{JM\pi}(R_n) \rangle_I \quad (4.36)$$

L'indice I indique que les éléments de matrice sont calculés sur la région intérieure uniquement. L'équation (4.36) et l'équation de continuité:

$$g_{\alpha l I, \text{int}}^{J\pi}(a) = g_{\alpha l I, \text{ext}}^{J\pi}(a) \quad (4.37)$$

conduisent aux grandeurs inconnues citées plus haut.

4.4.2 Les états libres

On choisit dans ce cas les constantes de Bloch:

$$L_{\alpha l} = 0 \quad \text{pour les voies ouvertes} \quad (4.38)$$

et

$$L_{\alpha l} = 2k_{\alpha} a \frac{W'_{-\eta_{\alpha}, \ell + \frac{1}{2}}(2k_{\alpha} a)}{W_{-\eta_{\alpha}, \ell + \frac{1}{2}}(2k_{\alpha} a)} \quad \text{pour les voies fermées} \quad (4.39)$$

Ce choix a l'avantage de conduire à une matrice $C^{J\pi}$ réelle, et d'annuler le second membre de (4.35) pour les voies fermées. On montre aisément³⁰⁾ que, en définissant la matrice $R^{J\pi}$ par:

$$R_{\alpha\ell I, \alpha'\ell' I'}^{J\pi} = \left[(1 + \delta_{12}^\alpha)(1 + \delta_{12}^{\alpha'}) \frac{k_\alpha}{\mu_\alpha \mu_{\alpha'} k_{\alpha'}} \right]^{1/2} \frac{\hbar^2 a}{2m_N} \times \sum_{nn'} \Gamma_\ell(a, R_n) (C^{J\pi})_{\alpha\ell I n, \alpha'\ell' I' n'}^{-1} \Gamma_{\ell'}(a, R_{n'}) \quad (4.40)$$

et la matrice $Z^{J\pi}$ par:

$$Z_{\alpha\ell I, \alpha'\ell' I'}^{J\pi} = I_{\alpha\ell} \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\ell\ell'} \delta_{II'} - a k_{\alpha'} R_{\alpha\ell I, \alpha'\ell' I'} I_{\alpha'\ell'} \quad (4.41)$$

la matrice de collision $U^{J\pi}$ s'écrit:

$$U^{J\pi} = (Z^{J\pi})^{-1} Z^{J\pi} \quad (4.42)$$

La fonction génératrice $f^{J\pi}$ s'obtient alors par inversion de (4.35).

4.4.3 Les états liés

Dans ce cas, l'énergie du système est une inconnue du problème. On choisit la définition (4.39) pour les constantes de Bloch. Cela conduit à l'équation³²⁾:

$$\sum_{\alpha\ell I n} \langle \Phi_{\alpha'\ell' I'}^{JM\pi}(R_{n'}) | H + \mathcal{L}(L) - E | \Phi_{\alpha\ell I}^{JM\pi}(R_n) \rangle_I f_{\alpha\ell I}^{J\pi}(R_n) = 0 \quad (4.43)$$

Cette équation aux valeurs propres doit être résolue itérativement puisque les constantes de Bloch (4.39) dépendent de l'énergie. En pratique, on commence avec $L_{\alpha\ell} = 0$ et on itère jusqu'à la convergence. Celle-ci est généralement atteinte après un petit nombre d'itérations. La condition de continuité (4.37) fournit les coefficients de normalisation $A_{\alpha\ell I}^{J\pi}$ (4.31).

Certaines réactions d'intérêt astrophysique dépendent de façon cruciale de la largeur réduite d'états liés situés près du seuil de la réaction. Cette grandeur ne peut pas être déterminée expérimentalement de manière directe. Par contre, notre modèle fournit une méthode simple pour obtenir la largeur réduite. On montre³³⁾ aisément que l'on a:

$$(\theta^2)_{\alpha\ell I}^{J\pi} = \frac{a^3}{3} [g_{\alpha\ell I}^{J\pi}(a)]^2 \quad (4.44)$$

Cette largeur réduite est donc directement liée à la valeur de la fonction d'onde radiale à la frontière.

4.4.4 Les résonances étroites

Il est possible d'étendre la méthode précédente aux résonances étroites³³⁾. Pour les voies ouvertes, on choisit:

$$L_{\alpha\ell} = k_\alpha a \frac{O'_{\alpha\ell}(k_\alpha a)}{O_{\alpha\ell}(k_\alpha a)} \quad (4.45)$$

Si on suppose que la matrice de collision a une forme de Breit-Wigner, l'énergie $E^{J\pi}$ et la largeur $\Gamma^{J\pi}$ de la résonance s'obtiennent par l'équation :

$$\sum_{\alpha\ell I n} \langle \Phi_{\alpha'\ell' I'}^{JM\pi}(R_{n'}) | H + \mathcal{L}(L) - E^{J\pi} | \Phi_{\alpha\ell I}^{JM\pi}(R_n) \rangle_I f_{\alpha\ell I}^{J\pi}(R_n) = 0 \quad (4.46)$$

où la valeur propre complexe $\mathcal{E}^{J\pi}$ est reliée à l'énergie et à la largeur totale par :

$$\mathcal{E}^{J\pi} = E^{J\pi} - \frac{i}{2}\Gamma^{J\pi} \quad (4.47)$$

Le problème est que la matrice à diagonaliser est complexe puisque les coefficients de Bloch sont complexes. Comme pour les états liés, (4.46) doit être résolue de manière itérative. Le grand avantage de cette méthode est de fournir les paramètres de la résonance en évitant le calcul de la matrice de collision. Pour des résonances très étroites, ou pour des problèmes à plusieurs voies, la paramétrisation de la matrice de collision à une approximation de Breit-Wigner est assez lourde, et ne doit pas être effectuée dans notre méthode.

4.4.5 Les éléments de matrice dans la MRM

Les fonctions d'onde GCM n'ayant pas un comportement asymptotique correct, un élément de matrice d'un opérateur O doit être scindé en deux termes : une contribution interne, et une contribution externe. On a donc :

$$\langle \Psi^{JM\pi} | O | \Psi^{J'M'\pi'} \rangle = \langle \Psi_{\text{int}}^{JM\pi} | O | \Psi_{\text{int}}^{J'M'\pi'} \rangle_I + \langle \Psi_{\text{ext}}^{JM\pi} | O | \Psi_{\text{ext}}^{J'M'\pi'} \rangle_E \quad (4.48)$$

où les indices I et E rappellent que l'élément de matrice est calculé sur la région intérieure (I) ou sur la région extérieure (E) uniquement. Le premier élément de matrice se décompose en :

$$\langle \Psi_{\text{int}}^{JM\pi} | O | \Psi_{\text{int}}^{J'M'\pi'} \rangle_I = \langle \Psi_{\text{int}}^{JM\pi} | O | \Psi_{\text{int}}^{J'M'\pi'} \rangle - \langle \Psi_{\text{int}}^{JM\pi} | O | \Psi_{\text{int}}^{J'M'\pi'} \rangle_E \quad (4.49)$$

Dans cette expression, le premier terme du membre de droite est une somme d'éléments de matrice entre déterminants de Slater ; il est calculé comme expliqué en 4.3.2. Dans (4.48) et (4.49), les éléments de matrice calculés sur la région extérieure peuvent être obtenus beaucoup plus simplement puisque l'antisymétrisation y est négligeable. Dans cette optique, il est utile de travailler dans le système de coordonnées internes et relatives (4.2). L'expression (4.19) de la fonction d'onde est utilisée, en négligeant l'opérateur d'antisymétrisation. Lorsque l'opérateur O est écrit dans ce système de coordonnées, les éléments de matrice relatifs à la région extérieure se réduisent à des intégrales à une dimension³²⁾. Pour la norme par exemple, un calcul simple montre que l'on a :

$$\langle \Psi^{J\pi} | \Psi^{J\pi} \rangle_E = \sum_{\alpha\ell I} \int_a^\infty [g_{\alpha\ell I}^{J\pi}(\rho)]^2 \rho^2 d\rho \quad (4.50)$$

qui s'applique pour les composantes internes et externes de la fonction radiale.

Considérons les opérateurs électromagnétiques $\mathcal{M}_{1\mu}^E$, $\mathcal{M}_{2\mu}^E$ et $\mathcal{M}_{1\mu}^M$; en coordonnées internes et relatives, ces opérateurs s'écrivent :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{1\mu}^E &= \mathcal{M}_{1\mu}^E(\xi^1) + \mathcal{M}_{1\mu}^E(\xi^2) + e(Z_1 \frac{A_2}{A} - Z_2 \frac{A_1}{A}) \rho Y_1^\mu(\hat{\rho}) \\ \mathcal{M}_{2\mu}^E &= \mathcal{M}_{2\mu}^E(\xi^1) + \mathcal{M}_{2\mu}^E(\xi^2) + e(Z_1 (\frac{A_2}{A})^2 + Z_2 (\frac{A_1}{A})^2) \rho^2 Y_2^\mu(\hat{\rho}) \\ \mathcal{M}_{1\mu}^M &= \mathcal{M}_{1\mu}^M(\xi^1) + \mathcal{M}_{1\mu}^M(\xi^2) + \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \mu_N \frac{Z_1 A_2^2 + Z_2 A_1^2}{A_1 A_2 A} \ell_\mu \end{aligned} \quad (4.51)$$

où $\mathcal{M}_{\lambda\mu}^s(\xi^i)$ sont les opérateurs relatifs aux noyaux i , et ℓ est le moment cinétique orbital. Les éléments de matrice de ces opérateurs calculés sur la région extérieure peuvent être trouvés dans la réf.³²⁾. A

titre d'exemple, considérons l'opérateur quadrupolaire électrique dans un système formé de noyaux de spin zéro. On a :

$$\langle \Psi^{J\pi} || M_2^E || \Psi^{J'\pi'} \rangle_E = e[Z_1(\frac{A_2}{A})^2 + Z_2(\frac{A_1}{A})^2] \langle Y_J || Y_2 || Y_{J'} \rangle \int_a^\infty g^{J\pi}(\rho) \rho^4 g^{J'\pi'}(\rho) d\rho \quad (4.52)$$

Remarquons pour conclure que la précision et l'exactitude des calculs peuvent être testés en contrôlant la stabilité des éléments de matrice (4.46) lorsque le rayon a varie. On trouvera dans la réf.³²⁾ des exemples numériques d'éléments de matrice pour le système $\alpha + {}^{16}\text{O}$.

5. APPLICATIONS DU MODELE MICROSCOPIQUE

5.1 Introduction

La première étude microscopique d'une réaction de capture a été effectuée par Liu et al.¹³⁾ en 1981 pour la réaction ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$. Depuis lors, l'extension rapide des moyens de calcul a permis une étude relativement systématique de nombreuses réactions. Nous donnons à la table 5.1 une liste des principales réactions d'intérêt astrophysique qui ont été étudiées dans un modèle microscopique.

Table 5.1 Etudes microscopiques de réactions d'intérêt astrophysique

Réaction	Référence	Remarques
${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$	34	Modèle à 3 amas; $S(0)=0.030 \text{ keV.b}$
	35	$S(0)=0.024 \pm 0.002 \text{ keV.b}$
${}^{11}\text{C}(p, \gamma){}^{12}\text{N}$	36	Contient les voies ${}^{11}\text{C} + p$ et ${}^8\text{B} + \alpha$; taux résonnant ($E = 0.59 \text{ MeV}$, $J^\pi = 2^-$, $\Gamma_\gamma = 0.14 \text{ eV}$, $\Gamma_p = 130 \text{ keV}$)
${}^{13}\text{N}(p, \gamma){}^{14}\text{O}$	37	Contient les voies ${}^{13}\text{N}(\frac{1}{2}^-, \frac{3}{2}^-) + p$; $\Gamma_\gamma(1^-) = 4.2 \text{ eV}$
	38	Contient plusieurs erreurs
${}^{16}\text{O}(p, \gamma){}^{17}\text{F}$	39	Excellent accord avec l'expérience
${}^{19}\text{Ne}(p, \gamma){}^{20}\text{Na}$	40	Modèle à 3 amas. Suggère un spin 1^- pour la première résonance de ${}^{20}\text{Na}$
${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$	13	Première étude microscopique d'une réaction de capture radiative
	41	$S(0) = 0.698 \text{ keV.b}$
	22	Améliore la description des fonctions d'onde internes
	42	Etudie l'influence de l'interaction nucléon-nucléon
	43	$S(10 \text{ keV}) = 0.508 \text{ keV.b}$
44	Tient compte de la voie ${}^6\text{Li} + p$	

- ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ 42 $S(0) = 0.098 \pm 0.006 \text{ keVb}$
 43 Analyse le lien entre ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ et ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$
- $\alpha(\alpha, \gamma){}^8\text{Be}$ 45 Tient compte du caractère instable de ${}^8\text{Be}$
- ${}^8\text{Be}(\alpha, \gamma){}^{12}\text{C}$ 20 Modèle à 3 amas
 ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$ 19 Calcul à une voie ; $S_{E2}(0.3 \text{ MeV}) = 0.10 \text{ MeV.b}$
 21 Calcul à plusieurs voies : $\alpha + {}^{12}\text{C} (0^+, 2^+)$, $p + {}^{15}\text{N}$,
 $n + {}^{15}\text{O}$; $S_{E1} (0.3) = 0.16 \text{ MeV.b}$, $S_{E2} (0.3) = 0.07 \text{ MeV.b}$
- ${}^{15}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{19}\text{Ne}$ 46 Excellent spectre du ${}^{19}\text{Ne}$, mais la résonance $\frac{3}{2}^+$ (4.03 MeV) est absente; pas d'information utile à l'astrophysique
- ${}^{16}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{20}\text{Ne}$ 23 Première application microscopique à un noyau plus lourd que la particule α
 47 Etude de la composante E1 interdite ($\approx 10\%$ de E2)
- ${}^{18}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{22}\text{Ne}$ 48 Modèle à 3 amas
- ${}^{20}\text{Ne}(\alpha, \gamma){}^{24}\text{Mg}$ 49 Modèle à 3 amas ; ne reproduit pas la résonance 0^+ (10.11 MeV) importante en astrophysique
- ${}^3\text{H}({}^3\text{He}, \gamma){}^6\text{Li}$ 50 La section efficace est trop faible pour expliquer la production de ${}^6\text{Li}$ dans le Big Bang
- ${}^3\text{He}(d, p){}^4\text{He}$ 51 Met en évidence des effets d'écran
- ${}^8\text{Li}(\alpha, n){}^{11}\text{B}$ 36 Section efficace dominée par une résonance 2^+ (0.9 MeV) ; $S_{\text{max}} = 7.6 \cdot 10^3 \text{ MeV.b}$
- ${}^8\text{B}(\alpha, p){}^{11}\text{C}$ 36 Section efficace dominée par une résonance 2^+ (0.9 MeV)
- ${}^{13}\text{C}(\alpha, n){}^{16}\text{O}$ 52 Section efficace plus élevée que les extrapolations grâce à l'état $\frac{1}{2}^+$ (6.36 MeV) de ${}^{17}\text{O}$ peu lié
- ${}^{14}\text{O}(\alpha, p){}^{17}\text{F}$ 53 Contient les voies $\alpha + {}^{14}\text{O}$ et $p + {}^{17}\text{F} (\frac{5}{2}^+)$
 54 Introduit la voie $\alpha + {}^{14}\text{O}(2^+)$

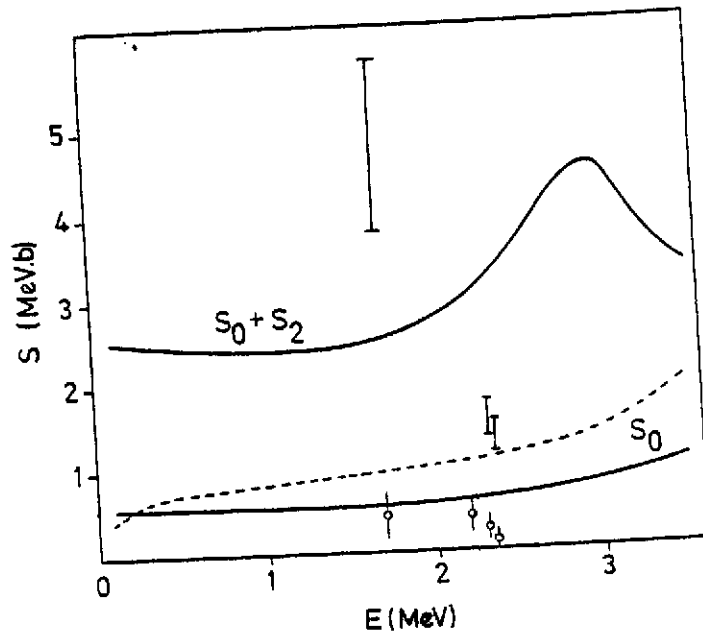


Fig.5.2. Facteurs astrophysiques $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$ correspondant à la capture vers l'état fondamental (S_0) et vers le premier état excité (S_2). Les courbes en traits pleins représentent les résultats microscopiques, et la courbe en traits interrompus le calcul semi-microscopique le Langanke⁵⁷). Les points expérimentaux⁵⁶) sont représentés par des barres verticales (facteur astrophysique total) et par des cercles (contribution de l'état fondamental).

Le facteur astrophysique total est plus difficile à comparer avec nos résultats car plusieurs résonances connues expérimentalement sont absentes du modèle. Le point à 1.7 MeV est cependant consistant avec notre calcul puisque la contribution résonnante est estimée⁵⁶) de l'ordre de 50%. Nous trouvons à 300 keV:

$$S_{\text{tot}}(300 \text{ keV}) = 2.5 \text{ MeV}\cdot\text{b} \quad (5.2)$$

et un rapport de branchement:

$$\frac{S_0}{S_{\text{tot}}} = 0.21 \quad (5.3)$$

Notre facteur astrophysique (5.2) est nettement plus grand que celui recommandé par Hahn et al. ($0.7 \pm 0.3 \text{ MeV}\cdot\text{b}$). Notre calcul contient bien entendu des imperfections ; en particulier les probabilités de transition E2 dans le ^{20}Ne , ainsi que le moment quadrupolaire de l'état 2_1^+ sont légèrement trop faibles. Cependant, le rapport de branchement (5.3) devrait être fiable. Si l'on adopte la valeur moyenne $S_0(300 \text{ keV}) = 0.3 \text{ MeV}\cdot\text{b}$ donnée par Hahn et al., le modèle microscopique conduit donc à une augmentation d'un facteur deux par rapport à la valeur recommandée expérimentalement⁵⁸).

5.3 La réaction $^{11}\text{C}(p,\gamma)^{12}\text{N}$

Selon de récentes théories^{3,59}, la réaction $^{11}\text{C}(p,\gamma)^{12}\text{N}$ pourrait jouer un rôle important pour la formation de ^{12}C dans des étoiles de métallicité nulle. Cette réaction s'insère dans la chaîne pp chaude:



qui pourrait entrer en compétition avec le processus triple α pour la formation de ^{12}C .

La réaction $^{11}\text{C}(p,\gamma)^{12}\text{N}$, qui implique le noyau radioactif ^{11}C ($T_{1/2} = 20.4$ min), n'a encore fait l'objet d'aucune étude théorique ou expérimentale. Nous résumons ici les résultats d'un calcul microscopique récent³⁶). Nous renvoyons le lecteur à cette référence pour les détails du calcul.

Le spectre de ^{12}N au voisinage du seuil $^{11}\text{C}+p$ est représenté à la fig.5.3. On s'attend à ce que deux résonances dominent le taux de réaction. L'état 2^+ ($E_{\text{cm}} = 0.36$ MeV) est la première résonance, mais elle ne peut décroître vers l'état fondamental que par une transition E2 ou M1. Au contraire, la résonance 2^- ($E_{\text{cm}} = 0.59$ MeV) a une probabilité de transition E1 non nulle, et est en outre caractérisée par une onde s (le spin de ^{11}C est $3/2^-$). Cette résonance est donc vraisemblablement celle qui détermine le taux de réaction. Sa largeur proton est connue expérimentalement⁶⁰) ($\Gamma_p = 118 \pm 14$ keV), mais sa largeur γ n'a pas été mesurée.

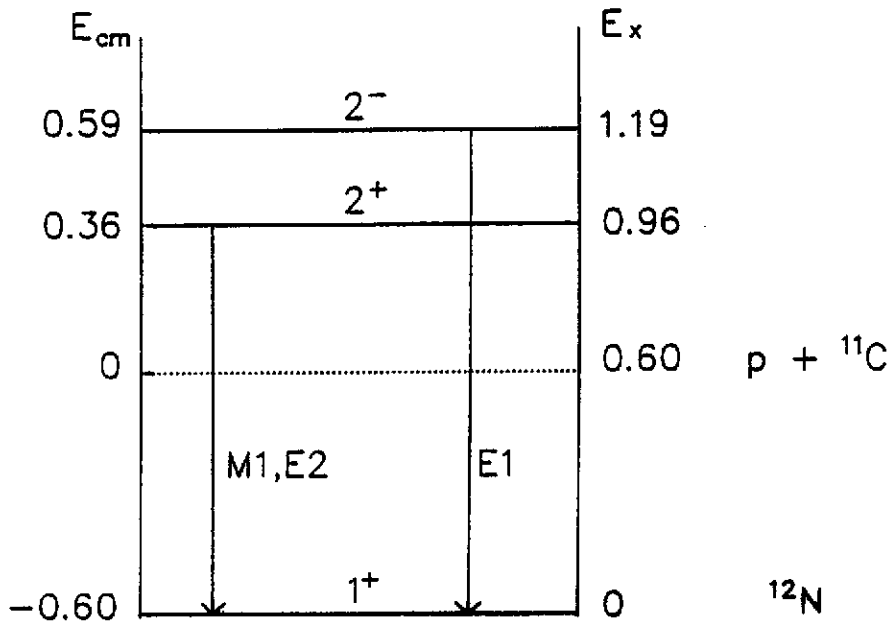


Fig.5.3. Premiers états dans le spectre de ^{12}N .

A la table 5.3, nous donnons quelques propriétés spectroscopiques des noyaux miroirs ^{12}B et ^{12}N .

Table 5.3 Propriétés de ^{12}B et ^{12}N

	GCM	exp ⁶⁰⁾
<u>^{12}B</u>		
$\mu(1^+)(\mu_N)$	2.28	1.003
$Q(1^+)(e^2 \text{ fm}^2)$	1.62	1.34 ± 0.14
$B(M1, 2^+ \rightarrow 1^+)(\mu_N^2 \text{ fm}^2)$	0.15	0.25
<u>^{12}N</u>		
$\Gamma_p(2^+)(\text{keV})$	2.5	< 20
$\Gamma_p(2^-)(\text{keV})$	130	118 ± 14
$\Gamma_\gamma(2^+)(\text{eV})$	$6.7 \cdot 10^{-4}$	
$\Gamma_\gamma(2^-)(\text{eV})$	0.14	

Le désaccord observé pour la transition M1 et le moment magnétique dans ^{12}B vient probablement du fait que nous n'avons pas tenu compte de l'interaction tensorielle. Le moment quadrupolaire de l'état fondamental est par contre bien reproduit. Comme annoncé plus haut, la largeur γ de la résonance 2^+ est très petite vis-à-vis de celle de l'état 2^- . Pour ce dernier, nous obtenons une largeur proton en excellent accord avec l'expérience. La grandeur importante pour les applications astrophysiques est $\Gamma_\gamma(2^-) = 0.14 \text{ eV}$.

A la fig.5.4, nous avons représenté les contributions E1, E2 et M1 du facteur astrophysique. Excepté aux alentours de la résonance 2^+ à 0.36 MeV, celui-ci est dominé par la composante E1 dont l'amplitude, à basse énergie, dépend essentiellement de la largeur Γ_γ de l'état 2^- à 0.59 MeV.

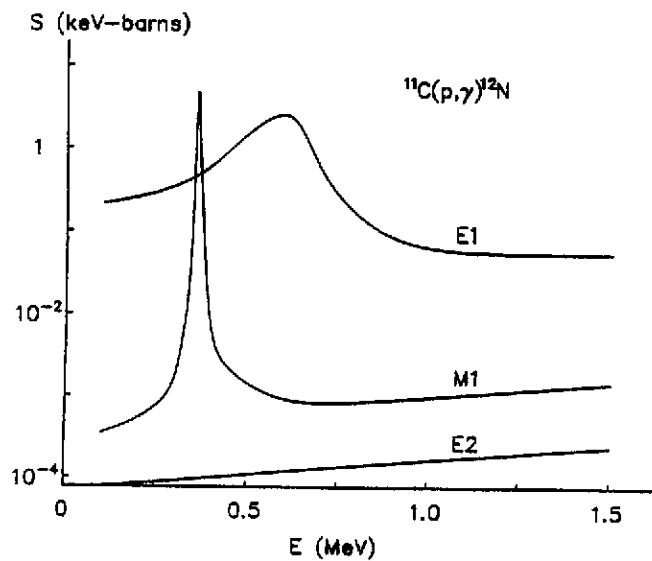
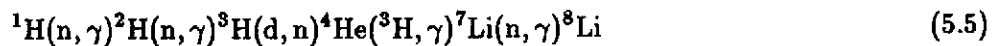


Fig.5.4. Facteur astrophysique $^{11}\text{C}(p,\gamma)^{12}\text{N}$ décomposé en ses différentes multipolarités.

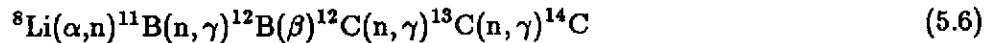
Nous avons appliqué notre taux de réaction à l'étude de l'abondance de ^{12}C produite, soit par le processus triple α , soit par la chaîne pp chaude (5.4), dans une étoile de $20 M_{\odot}$ et de métallicité nulle³⁶⁾. Nous trouvons que l'efficacité de la chaîne pp chaude est plus faible que celle du processus triple α , mais qu'elle dépend sensiblement du taux de réaction $^7\text{Be}(\alpha, \gamma)^{11}\text{C}$, qui est mal connu. Des conclusions définitives concernant l'existence d'une chaîne pp chaude ne peuvent donc pas être tirées tant que l'on ne dispose pas d'informations précises sur cette réaction.

5.4 La réaction $^8\text{Li}(\alpha, n)^{11}\text{B}$

Cette réaction de transfert joue un rôle important dans la théorie du Big Bang inhomogène⁵⁾. Selon cette théorie, des régions riches en neutrons et des régions riches en protons se seraient formées après le Big Bang. Dans les régions riches en neutrons, la nucléosynthèse d'éléments de masse supérieure à 12 se ferait suivant les chaînes de réactions⁵⁾:



et



Dans ces chaînes, la réaction $^8\text{Li}(\alpha, n)^{11}\text{B}$ est la plus mal connue. D'un point de vue expérimental, la courte durée de vie de ^8Li ($T_{1/2} = 0.85$ s) empêche, à l'heure actuelle, une mesure directe de la section efficace. Récemment, une mesure de la réaction inverse $^{11}\text{B}(n, \alpha)^8\text{Li}$ a été effectuée⁶¹⁾ et a permis de déterminer la section efficace $^8\text{Li}(\alpha, n)^{11}\text{B}$ entre 0.4 et 10 MeV. Cette technique ne permet cependant pas d'évaluer l'importance des voies de réaction $^8\text{Li}(\alpha, n)^{11}\text{B}^*$.

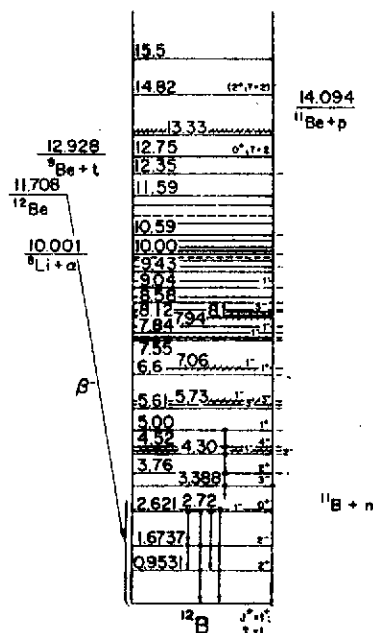


Fig.5.5. Spectre expérimental du ^{12}B [extrait de la réf.⁶⁰⁾].

Nous donnons à la fig.5.5 le spectre expérimental de ^{12}B . On constate que, au voisinage du seuil $\alpha+^8\text{Li}$, les informations expérimentales sont incomplètes. Les états observés n'ont pas d'attribution de spin. L'étude microscopique de la réaction $^8\text{Li}(\alpha,n)^{11}\text{B}$ est récente³⁶⁾ ; nous en reproduisons ici les résultats essentiels.

Des tests sur les fonctions d'onde liées ont été présentés au paragraphe précédent. A la fig.5.6, nous avons représenté la section efficace élastique $^{11}\text{B}(n,n)^{11}\text{B}$ qui permet d'estimer la fiabilité des fonctions d'onde de diffusion. L'emplacement des résonances n'est pas parfait dans notre modèle, mais il faut garder à l'esprit que les énergies de ces résonances sont obtenues sans paramètre libre. La section efficace non résonnante est tout à fait consistante avec les données expérimentales.

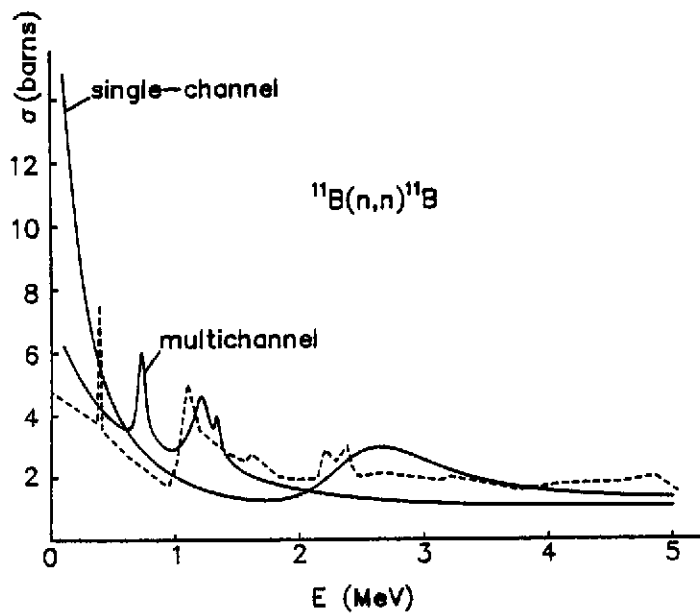


Fig.5.6. Sections efficaces élastiques $^{11}\text{B}(n,n)^{11}\text{B}$. Les points expérimentaux (traits interrompus) proviennent de la réf.⁶²⁾.

Le modèle prédit l'existence de résonances situées à environ 1 MeV au-dessus du seuil $\alpha+^8\text{Li}$. Nous donnons les énergies et largeurs de ces états à la table 5.4.

Table 5.4 Résonances à structure $\alpha+^8\text{Li}$ dans ^{12}B

J^π	$E_x(\text{MeV})$	$E_{cm}(\text{MeV})$	$\Gamma_\alpha(\text{keV})$	$\Gamma_n(\text{keV})$
0^+	10.81	0.81	15	63
1^+	11.06	1.06	46	85
2^+	10.89	0.89	200	73
3^+	10.95	0.95	18	5
4^+	11.00	1.0	31	1

Les états de cette bande présentent des largeurs réduites α importantes (jusque 30% à 9 fm pour l'état 2^+). Ils peuvent donc être interprétés comme des états "moléculaires" à structure $\alpha+{}^8\text{Li}$. Ces états à structure α n'ont pas encore été observés dans le ${}^{12}\text{B}$. Cependant, leur existence est bien établie dans beaucoup de noyaux⁶⁵). Comme ils possèdent de grandes largeurs réduites dans la voie $\alpha+{}^8\text{Li}$, on s'attend à ce qu'ils influencent fortement le taux de réaction.

Le facteur astrophysique ${}^8\text{Li}(\alpha,n){}^{11}\text{B}$ est représenté à la fig.5.7 où nous l'avons décomposé en ses différentes ondes partielles. Les ondes partielles négatives jouent un rôle négligeable, et ne sont donc pas présentées. Comme prévu, le facteur astrophysique fait apparaître les résonances mentionnées plus haut, et plus particulièrement la résonance 2^+ , qui correspond à une onde s . Notre calcul est tout à fait consistant avec les récentes données expérimentales de Kassionides et al.⁶¹), qui montrent l'existence d'une résonance vers 0.53 MeV. Kassionides et al. n'ont pas déterminé le spin de cette résonance, mais il est vraisemblable qu'elle correspond à la résonance 2^+ prévue par la GCM à 0.89 MeV (voir table 5.4). Si l'on se rappelle que l'énergie d'excitation de cet état est de l'ordre de 11 MeV dans le ${}^{12}\text{B}$, on peut considérer que l'accord entre la théorie et l'expérience est excellent. Le fait que l'amplitude et la largeur du pic expérimental soient similaires à nos résultats indique que les largeurs partielles $\Gamma_\alpha = 200$ keV et $\Gamma_n = 73$ keV présentées à la table 5.4 sont réalistes. L'exemple de la réaction ${}^8\text{Li}(\alpha,n){}^{11}\text{B}$ indique que le processus peut être dominé par une seule résonance, même si d'autres niveaux sont observés près du seuil⁶⁰).

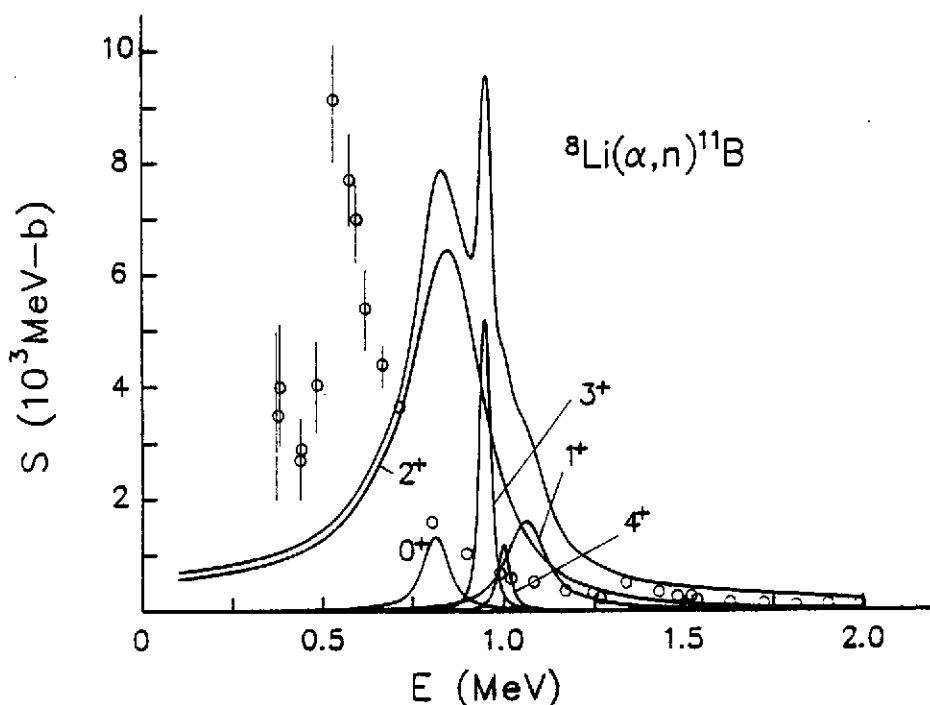


Fig.5.7. Facteur astrophysique ${}^8\text{Li}(\alpha,n){}^{11}\text{B}$ décomposé en ondes partielles. Les points expérimentaux proviennent de la réf.⁶¹).

Bien entendu, ces études théorique et expérimentale ne concernent que la production de ${}^{11}\text{B}$ dans son état fondamental. Du point de vue expérimental, l'influence des états excités du ${}^{11}\text{B}$ nécessiterait une mesure directe de la réaction ${}^8\text{Li}(\alpha,n){}^{11}\text{B}$, grâce à l'utilisation d'un faisceau radioactif de ${}^8\text{Li}$. Du point de vue théorique, il est nécessaire d'inclure explicitement des voies $n+{}^{11}\text{B}^*$ dans la description du

système. Dans le modèle à deux centres, cette extension ne semble pas possible à l'heure actuelle, vu que les états excités du ^{11}B ne peuvent pas être facilement décrits dans le modèle en couches. Il est par contre envisageable de décrire le ^{11}B par une structure à 3 amas $\alpha + \alpha + t$ qui devrait fournir un bon spectre. Cependant, cette extension du modèle représente des temps de calcul extrêmement longs, qu'il est difficile de chiffrer.

5.5 Les réactions de fusion $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$, $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ et $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$

Les réactions de fusion entre ions lourds jouent un rôle important dans l'évolution des étoiles massives³⁾. Dans ce type d'étoiles, les forces gravitationnelles sont suffisamment fortes pour permettre la combustion de ^{12}C et ^{16}O , principaux résidus de la combustion de l'hélium. Les réactions de fusion sont caractérisées par des durées de vie du noyau composé beaucoup plus grandes que les temps caractéristiques de l'interaction nucléaire. Elles diffèrent des réactions de capture radiative par le fait qu'elles impliquent en général un grand nombre de voies de désexcitation, contrairement à la capture radiative où la voie finale consiste en un ou quelques états liés du système. Pour cette raison, la plupart des modèles actuels de fusion sont des modèles semi-classiques de pénétration de barrière⁶⁴⁾. Dans ce travail, nous présentons une approche qui tient compte de l'antisymétrisation entre les nucléons⁶⁵⁾. La partie réelle de l'interaction noyau-noyau est traitée microscopiquement, mais nous ajoutons une partie imaginaire phénoménologique aux éléments de matrice du Hamiltonien. Cette procédure permet de simuler l'absorption, absente dans les modèles microscopiques à une voie. L'absorption peut être testée par le calcul des sections efficaces élastiques et des sections efficaces de fusion au voisinage de la barrière coulombienne, qui sont bien connues expérimentalement.

Nous définissons des éléments de matrice d'un hamiltonien effectif \tilde{H} par:

$$\langle \Phi^{J\pi}(R) | \tilde{H} | \Phi^{J\pi}(R') \rangle = \langle \Phi^{J\pi}(R) | H | \Phi^{J\pi}(R') \rangle + iW(E, \frac{R+R'}{2}) \langle \Phi^{J\pi}(R) | \Phi^{J\pi}(R') \rangle \quad (5.7)$$

où H est le Hamiltonien microscopique, et W un potentiel noyau-noyau. La façon d'introduire l'absorption dans (5.7) est assez arbitraire ; cette factorisation a été utilisée pour l'interaction Coulombienne⁶⁶⁾ et a fourni de bons résultats pour les systèmes d'ions lourds. D'autres choix sont possibles^{67,68)}, mais nous ne les considérerons pas ici. A partir des éléments de matrice (5.7), il est aisé de déterminer la section efficace de fusion. Des détails, ainsi que les conditions de calcul, sont donnés dans la réf.⁶⁵⁾.

Le facteur de forme W est choisi égal à un potentiel de Woods-Saxon :

$$W(E, R) = \frac{W_0 + W_1 E}{1 + \exp[(R - R_0)/a_0]} (1 - \exp(-E/E_0)) \quad (5.8)$$

où W_0, W_1 et a_0 sont des paramètres. Dans un premier temps, nous prenons $E_0 = 0$; ensuite, nous étudierons la sensibilité de la section efficace de fusion à basse énergie, en modifiant E_0 . Cette technique permet d'évaluer l'importance de l'absorption.

Nous fixons:

$$W_0 = -0.4 \text{ MeV}, W_1 = -0.2, a_0 = 0.3 \text{ fm} \quad (5.9)$$

et nous ajustons R_0 sur les sections efficaces élastiques, qui sont données à la fig.5.8. L'ajustement de ces sections efficaces est très sensible à la portée R_0 de l'absorption. Nous trouvons $R_0 = 6.7, 7.0$ et 7.8 fm pour les systèmes $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$, $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ et $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ respectivement. L'approche microscopique ne permet

pas de reproduire la structure résonnante des sections efficaces, mais fournit une bonne valeur moyenne.

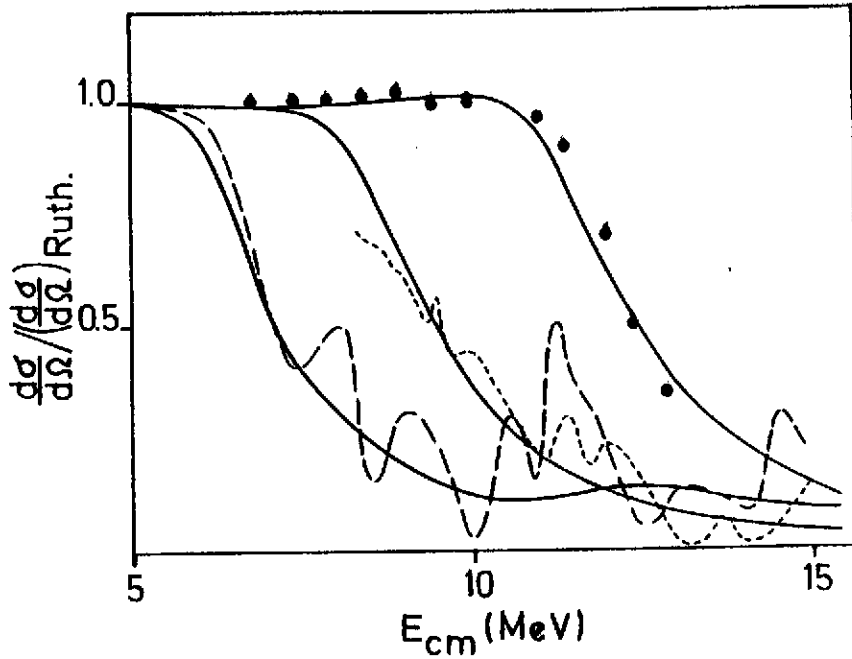


Fig.5.8. Sections efficaces élastiques à 90° divisées par la section efficace de Rutherford. Les courbes en traits pleins représentent les résultats GCM. Les données expérimentales proviennent de la réf.⁷⁰ pour $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ (traits longs), de la réf.⁷¹ pour $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ (traits courts), et de la réf.⁷² pour $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ (cercles).

Avant d'étudier les sections efficaces de fusion, considérons la structure en bandes des systèmes $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ et $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$, présentée à la fig.5.9. Le système $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ contient trois bandes⁶⁹). La plus basse correspond à la bande fondamentale du ^{24}Mg , et la plus haute à des résonances de barrière. Entre ces deux bandes, apparaît une bande intermédiaire, qualifiée de bande "moléculaire" puisque les états qui la forment ont une grande largeur réduite dans la voie $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$. Cette bande fait à l'heure actuelle l'objet d'une étude expérimentale⁷³). Le système $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ présente également une bande moléculaire, démarrant vers 6 MeV, mais cette bande est, d'après le calcul, située trop haut pour influencer la section efficace de fusion à basse énergie. Cette conclusion est valable également pour le système $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$.

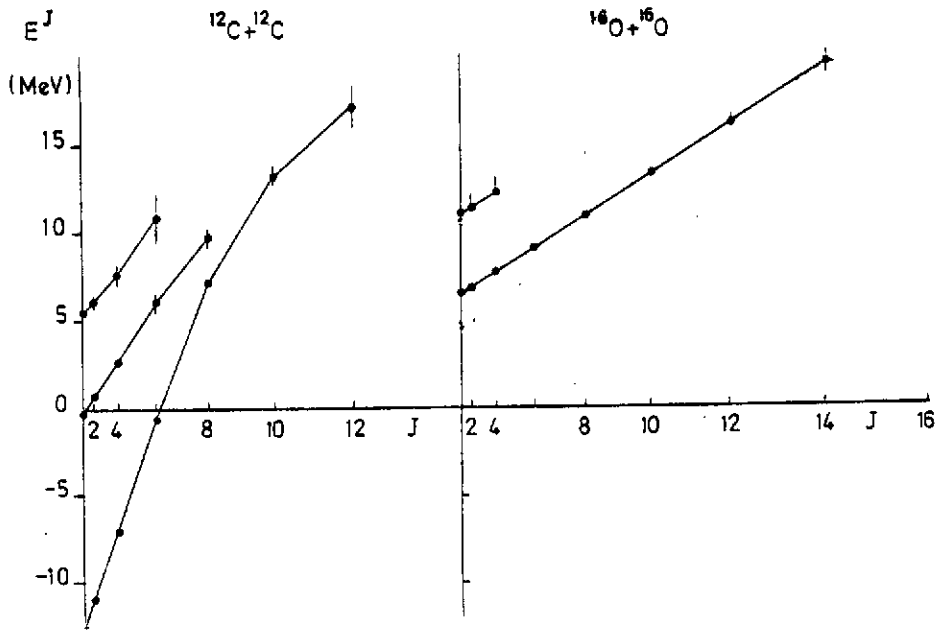


Fig.5.9. Structure en bandes des systèmes $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ et $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ dans le modèle microscopique.

A la fig.5.10, nous présentons la décomposition des facteurs astrophysiques $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ et $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ en ondes partielles, en prenant $E_0 = 0$. Pour la réaction $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$, le facteur astrophysique à basse énergie dépend essentiellement des ondes partielles 0^+ et 2^+ . L'onde partielle $\ell = 0$ contient un état lié situé près du seuil, et l'onde partielle $\ell = 2$ une résonance à 0.68 MeV (voir fig.5.9) dont la largeur dans la voie d'entrée vaut $\Gamma_e = 1.3 \cdot 10^{-30}$ MeV, ce qui correspond à une largeur réduite $\theta_e^2 = 59\%$ à 6 fm. La voie de sortie correspond à l'ensemble des voies simulées par l'absorption ; nous obtenons $\Gamma_s \approx 1$ MeV. Si l'on suppose que le mode de décroissance se fait essentiellement dans la voie $\alpha+^{20}\text{Ne}$, la largeur réduite vaut $\theta_s^2 \approx 62\%$. Comme cette résonance a théoriquement une structure $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ marquée, la largeur réduite θ_s^2 est vraisemblablement trop grande.

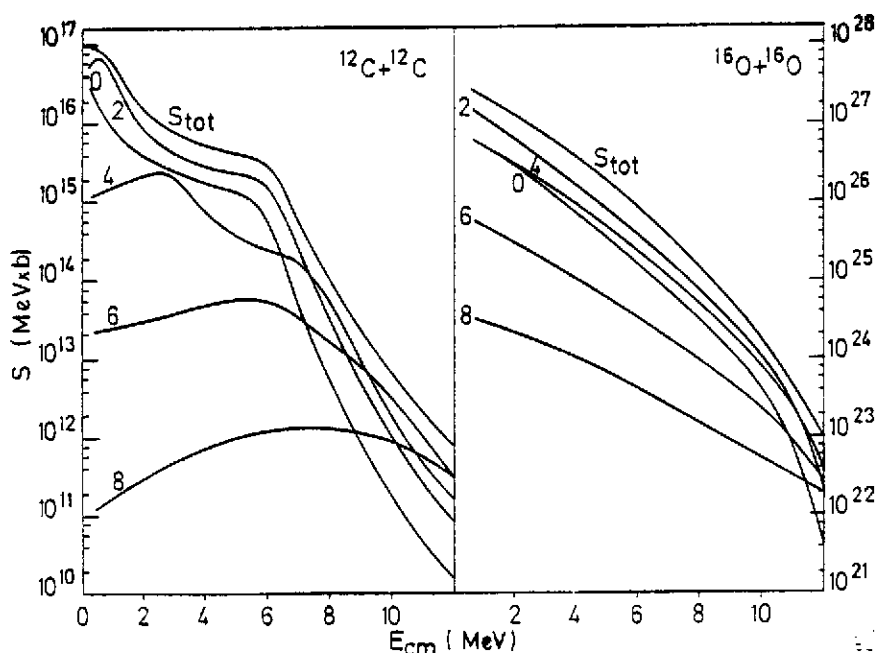


Fig.5.10. Décomposition en ondes partielles des facteurs astrophysiques $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ et $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$ avec $E_0=0$.

Il en résulte que l'absorption à basse énergie est probablement surestimée avec $E_0 = 0$. Le fait que l'absorption diminue avec l'énergie est relié à la plus faible densité de niveaux dans le ^{24}Mg près du seuil $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ par rapport au voisinage de la barrière. Pour réduire l'absorption sous la barrière, nous choisissons E_0 de manière à ne pas modifier les sections efficaces au-dessus de la barrière, mais à réduire l'absorption à basse énergie. La valeur maximale de E_0 est donc:

$$E_0 = V_B \tag{5.10}$$

où V_B est la hauteur de la barrière coulombienne. Les facteurs astrophysiques obtenus avec $E_0 = 0$ et $E_0 = V_B$ sont présentés à la fig.5.11. Remarquons que ces résultats sont obtenus sans ajustement de paramètres ; ceux-ci ont été déterminés par les sections efficaces élastiques. Commençons par discuter la réaction $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$. Au-delà de la barrière ($V_B = 6.0$ MeV), l'accord avec l'expérience est excellent. Le résultat GCM présente un léger maximum vers 5.5 MeV, dû aux résonances de barrière $\ell = 0$ et $\ell = 2$. En-dessous de 5 MeV, les différences entre $E_0 = 0$ et $E_0 = V_B$ sont assez marquées. Avec $E_0 = V_B$, la largeur réduite de la résonance 2^+ à 0.68 MeV vaut $\theta_s^2 = 6\%$, soit une réduction d'un facteur 10 par rapport au calcul effectué avec $E_0 = 0$. Il n'est pas possible de reproduire avec précision la structure résonnante du facteur astrophysique. Cependant, l'existence des résonances est confirmée par le calcul microscopique. Leur identification expérimentale apporterait des informations précieuses sur la réaction $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ à basse énergie⁷³).

En ce qui concerne les réactions $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ et $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$, nous obtenons un bon accord avec les données expérimentales disponibles. Les résultats correspondant aux deux valeurs de E_0 sont assez différents l'un de l'autre à basse énergie. Cependant, comme la densité de niveaux est très élevée dans ces systèmes, il est vraisemblable que l'absorption y est plus forte que dans la réaction $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$. Le choix $E_0 = 0$

semble donc plus réaliste pour les réactions $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$ et $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$.

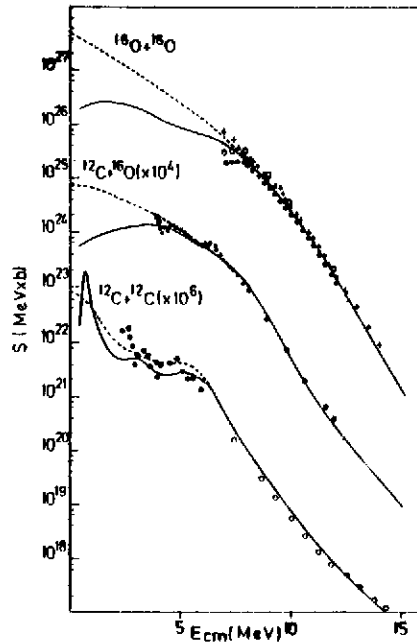


Fig.5.11. Facteurs astrophysiques obtenus avec $E_0 = V_B$ (traits continus) et $E_0=0$ (traits interrompus). Les points expérimentaux proviennent de la réf.⁷⁴) (\bullet) et de la réf.⁷⁵) (\circ) pour $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$, de la réf.⁷⁶) pour $^{12}\text{C}+^{16}\text{O}$, et de la réf.⁷⁷) (\circ), de la réf.⁷⁸) ($+$) et de la réf.⁷²) (\bullet) pour $^{16}\text{O}+^{16}\text{O}$.

5.6 La réaction $^{15}\text{O}(\alpha, \gamma)^{19}\text{Ne}$

Dans ce paragraphe, nous voulons illustrer par un exemple les problèmes qui peuvent se présenter dans l'application astrophysique des modèles microscopiques. La réaction $^{15}\text{O}(\alpha, \gamma)^{19}\text{Ne}$ est considérée comme la principale voie de sortie du cycle CNO³⁾. Cependant, le caractère instable de ^{15}O nécessite, pour son étude en laboratoire, l'utilisation d'un faisceau radioactif.

Considérons le spectre expérimental du ^{19}Ne , présenté à la fig.5.12. La première résonance dans la voie $^{15}\text{O}+\alpha$ est l'état $\frac{3}{2}^+$ à $E_x = 4.03$ MeV. On s'attend donc à ce que le taux de réaction soit essentiellement déterminé par les propriétés de cet état, et principalement par ses largeurs α et γ . Si la largeur γ est bien connue⁵⁵⁾, la largeur α , qui est très petite vu la faible énergie de cette résonance, n'a pas encore été mesurée.

Nous avons étudié le spectre du noyau miroir ^{19}F par la GCM⁴⁶⁾. Le spectre obtenu est donné à la fig.5.12. On constate que beaucoup d'états expérimentaux du ^{19}F sont reproduits par le modèle. En outre, le calcul conduit à des probabilités de transition électromagnétique en très bon accord avec l'expérience⁴⁶⁾. Cependant, l'état analogue de la résonance $\frac{3}{2}^+$ (4.03 MeV) du ^{19}Ne , situé à 3.91 MeV dans le ^{19}F , n'est pas reproduit par notre calcul. La raison en est que cet état possède probablement une structure en amas différente de $^{15}\text{O}+\alpha$. Cette réaction illustre donc un cas où le modèle fournit un excellent accord d'ensemble avec l'expérience, mais ne peut fournir aucune information utile à l'astrophysique. Pour remédier à ce problème, il faudrait inclure d'autres configurations ; nous pensons

que de bons candidats seraient les configurations $^{11}\text{C} + ^8\text{Be}$ ou $^{12}\text{C} + ^7\text{Be}$. Cependant une bonne description de ces noyaux conduirait à des temps de calcul prohibitifs à l'heure actuelle.

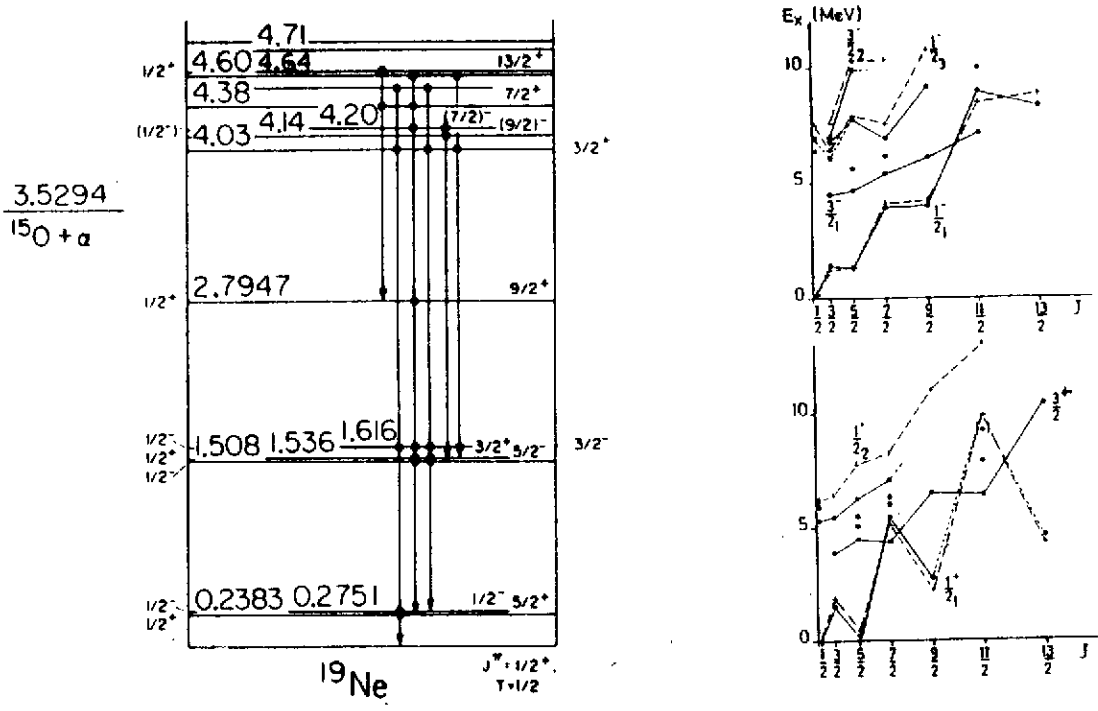


Fig.5.12. Spectres expérimental du ^{19}Ne et théorique du ^{19}F .

6. EFFETS D'ANTISYMETRISATION DANS LES REACTIONS DE CAPTURE RADIATIVE

6.1 Introduction

A partir d'une interaction nucléon-nucléon, le modèle microscopique permet le calcul des sections efficaces sans paramètres ajustables. En général, les seules données nécessaires sont les énergies de quelques états du noyau unifié, qui permettent de déterminer l'interaction nucléon-nucléon. Cependant, le modèle microscopique nécessite des temps de calcul qui, dans certains cas, sont extrêmement élevés. D'autre part, la complexité des calculs rend parfois difficile l'interprétation des résultats. Il est donc utile de développer des approximations du modèle microscopique, et de déterminer leurs conditions de validité. Cette analyse nous permettra également d'étudier dans quelle mesure le principe de Pauli joue un rôle important dans les réactions de capture.

Historiquement, le modèle microscopique a bien entendu été développé après des modèles plus simples. Les premières informations théoriques sur les réactions de capture ont été obtenues dans le modèle de capture extranucléaire introduit par Christy et Duck¹⁷⁾ en 1961 et développé plus tard⁷⁹⁾. Ce modèle suppose que le processus de capture s'effectue à des distances relatives grandes par rapport à la force nucléaire. D'autre part, il ne fournit que la dépendance en énergie du facteur astrophysique à basse énergie. La normalisation absolue n'est pas accessible à ce modèle. Il a donc un champ d'applications

assez limité.

Pour remédier à ces inconvénients, Tombrello⁸⁰⁾ introduit le modèle dit "de capture directe", dans lequel les fonctions d'onde sont déterminées par un potentiel noyau-noyau. Ce modèle, appliqué pour la première fois à la réaction ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$, suppose une structure en amas des états liés du système. Il fournit le facteur astrophysique avec sa normalisation. Cependant, tel qu'il a été introduit par Tombrello, le modèle de capture directe ne contient aucune information microscopique.

Dans le cadre de ce modèle, Aurdal⁸¹⁾ en 1970 tient compte approximativement du principe de Pauli dans la réaction ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$. Aurdal détermine un potentiel ${}^7\text{Be} + p$ dans lequel l'état s le plus bas est interdit au proton incident. Les effets du principe de Pauli dans l'interaction noyau-noyau ont été étudiés de manière plus systématique par Buck, Friedrich et Wheatley⁸²⁾ en 1977 dans le cadre de la diffusion élastique. Techniquement, ce modèle, que nous appellerons "modèle local", n'est pas différent du modèle de capture directe, mais il contient des informations microscopiques. Il a été appliqué ces dernières années aux réactions ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ [réf. 83)] et ${}^{16}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{20}\text{Ne}$ [réf. 84)].

Une approche, qui se situe entre le modèle local et le modèle microscopique est la méthode OCM (Orthogonality Condition Model) introduite par Saito⁸⁵⁾ pour l'étude de la diffusion élastique $\alpha + \alpha$. L'OCM a ensuite été appliquée à diverses réactions de capture^{86,87)}. Cependant, la complexité de cette méthode, malgré le fait qu'elle ne soit pas rigoureusement microscopique, la rend peu performante dans l'étude des réactions de capture. Nous n'en parlerons pas dans la suite.

Dans ce chapitre, nous étudierons les effets d'antisymétrisation dans les réactions de capture radiative, en nous focalisant sur la réaction ${}^{16}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{20}\text{Ne}$. Nous montrerons comment déduire certaines approximations à partir du modèle microscopique. Nous verrons ensuite de quelle manière les sections efficaces évoluent lorsque l'on élimine totalement l'antisymétrisation. A partir de ce cas particulier, nous essayerons de dégager les points importants, de manière à étendre nos conclusions à un domaine plus vaste.

6.2 Approximations du modèle microscopique

6.2.1 Variante de l'équation RGM

Dans ce qui suit, nous nous limiterons aux systèmes formés de noyaux de spin et d'isospin zéro. Le moment cinétique total J est donc égal au moment orbital relatif ℓ . La fonction d'onde RGM (4.9) s'écrit donc:

$$\Psi^{\ell m} = \mathcal{A} \phi_1 \phi_2 g_\ell(\rho) Y_\ell^m(\hat{\rho}) \quad (6.1)$$

Nous avons montré au §4.3 que, dans le cadre de la GCM, cette fonction d'onde pouvait être écrite sous la forme d'une combinaison linéaire de déterminants de Slater. Nous nous intéresserons cependant ici à la méthode RGM originale, où la fonction radiale g_ℓ est déterminée par l'équation¹¹⁾:

$$\mathcal{H}_\ell g_\ell = E \mathcal{N}_\ell g_\ell \quad (6.2)$$

Les opérateurs intègro-différentiels \mathcal{H}_ℓ et \mathcal{N}_ℓ ont en général une forme assez compliquée, ce qui justifie l'introduction de la méthode GCM dans les applications numériques. Cependant, l'équation (6.2) est utile pour discuter des approximations non microscopiques. Elle nous servira de point de départ dans ce qui suit.

Considérons l'équation aux valeurs propres²⁷⁾:

$$\mathcal{N}_\ell \chi_{n\ell} = \mu_{n\ell} \chi_{n\ell} \quad (6.3)$$

Cette équation possède m_ℓ solutions correspondant à $\mu_{n\ell} = 0$ et notées de 0 à $m_\ell - 1$. Ces solutions sont appelées les ondes interdites, et obéissent à l'équation:

$$\mathcal{A} \phi_1 \phi_2 \chi_{n\ell}(\rho) Y_\ell^m(\hat{\rho}) = 0 \quad (6.4)$$

Les ondes interdites n'existent que dans le cas où les paramètres d'oscillateur des fonctions d'onde internes sont égaux. Les fonctions propres $\chi_{n\ell}$ sont alors des fonctions d'oscillateur de paramètre $b/\sqrt{\mu}$. Si les paramètres d'oscillateur sont différents, les ondes interdites sont remplacées par des ondes "presque interdites", dont l'étude est beaucoup plus complexe^{27,11)}. Nous n'en parlerons pas dans la suite.

Pour mieux comprendre l'origine des ondes interdites, considérons le système $\alpha + p$, où le spin du proton a la projection $+\frac{1}{2}$. Calculons le déterminant de Slater nul:

$$D = \begin{vmatrix} \exp(-s_1^2)\alpha_1 p_1 & \exp(-s_1^2)\beta_1 p_1 & \exp(-s_1^2)\alpha_1 n_1 & \exp(-s_1^2)\beta_1 n_1 & \exp(-s_1^2)\alpha_1 p_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \exp(-s_5^2)\alpha_5 p_5 & \exp(-s_5^2)\beta_5 p_5 & \exp(-s_5^2)\alpha_5 n_5 & \exp(-s_5^2)\beta_5 n_5 & \exp(-s_5^2)\alpha_5 p_5 \end{vmatrix} = 0$$

où l'on a posé $s_i = r_i/\sqrt{2b}$. Le déterminant D s'annule manifestement puisque deux de ses colonnes sont identiques. D'autre part, en utilisant les notations (4.1) et (4.2), on a:

$$D = \exp\left(-\frac{5R_{cm}^2}{2b^2}\right) \mathcal{A} \phi_\alpha \exp\left(-\frac{2\rho^2}{5b^2}\right) = 0$$

On constate donc que la fonction $\exp(-2\rho^2/5b^2)$ est une onde interdite du système $\alpha + p$. Cette fonction représente une fonction d'oscillateur de paramètre $b/\sqrt{\mu}$. Pour les systèmes composés d'un noyau et d'un nucléon extérieur, les ondes interdites correspondent à des états occupés dans le noyau. Dans le système $\alpha + p$, les valeurs propres valent²⁷⁾:

$$\mu_N = 1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^N$$

où $N = 2n + \ell$. Cette équation conduit à une onde interdite pour $\ell = 0$. Pour des systèmes formés de deux noyaux, les calculs sont plus compliqués, mais l'interprétation physique reste la même. A titre d'exemple, les valeurs propres du système $\alpha + \alpha$ valent²⁷⁾:

$$\mu_N = 1 - 2^{2-N} + 3\delta_{N,0}$$

ce qui conduit à deux ondes interdites dans l'état s et à une onde interdite dans l'état d . Pour le système $\alpha + {}^{16}\text{O}$, l'expression analytique est plus longue; on obtient, pour m_ℓ :

$$\begin{aligned} m_\ell &= \frac{1}{2}(8 - \ell) && \text{pour } \ell \text{ pair} \\ m_\ell &= \frac{1}{2}(9 - \ell) && \text{pour } \ell \text{ impair} \end{aligned}$$

Les ondes interdites sont une conséquence directe du principe de Pauli, puisque c'est la présence de l'antisymétrisation qui rend la fonction d'onde (6.4) rigoureusement nulle. Cette propriété a pour conséquence que la fonction radiale g_ℓ apparaissant dans (6.1) peut contenir une composante arbitraire

des ondes interdites. Sans la présence de l'antisymétriseur, g_ℓ n'a donc pas de sens physique. Pour résoudre ce problème, on introduit:

$$\hat{g}_\ell = \mathcal{N}_\ell^{1/2} g_\ell = \sum_n \mu_{n\ell}^{1/2} \langle \chi_{n\ell} | g_\ell \rangle \chi_{n\ell} \quad (6.5)$$

qui est orthogonale aux ondes interdites. En outre, on montre aisément que g_ℓ et \hat{g}_ℓ ont le même comportement asymptotique. Définissons le projecteur sur l'espace orthogonal aux ondes interdites par:

$$\Lambda_\ell = 1 - \sum_{n=0}^{m_\ell-1} |\chi_{n\ell} \rangle \langle \chi_{n\ell}| \quad (6.6)$$

L'équation RGM (6.2) peut alors être écrite sous la forme^{27,11)} :

$$\Lambda_\ell (T_\ell + \hat{V}_\ell - E) \hat{g}_\ell = 0 \quad (6.7)$$

où T_ℓ est l'énergie cinétique et \hat{V}_ℓ est défini par:

$$\mathcal{N}_\ell = \mathcal{N}_\ell^{1/2} (T_\ell + \hat{V}_\ell) \mathcal{N}_\ell^{1/2} \quad (6.8)$$

L'équation (6.7) est strictement équivalente à (6.2). Cependant, \hat{V}_ℓ est un opérateur non-local dont la détermination analytique n'est en général pas possible. L'avantage de (6.7) est de fournir un point de départ à des approximations.

Etudions à présent les éléments de matrice des opérateurs multipolaires électromagnétiques. Lorsque les deux noyaux ont un isospin zéro, les éléments de matrice E1 s'annulent. En outre, on montre également³²⁾ que l'opérateur M1 ne contribue pas à la section efficace de capture si les noyaux ont une structure en couches fermées. La contribution principale provient donc du multipole E2.

Lorsque l'on suppose que les noyaux ont une structure en couches fermées, un élément de matrice de l'opérateur M_2^E entre deux fonctions (6.1) s'écrit⁸⁶⁾:

$$\begin{aligned} \langle \Psi^\ell || M_2^E || \Psi^{\ell'} \rangle &= \frac{1}{2} \mu e \langle Y_\ell || Y_2 || Y_{\ell'} \rangle \\ &\times \left\{ \int_0^\infty \hat{g}_\ell \rho^4 \hat{g}_{\ell'} d\rho - \sum_{nn'} C_{nn'} \langle \chi_{n\ell} | \hat{g}_\ell \rangle \langle \chi_{n'\ell'} | \hat{g}_{\ell'} \rangle \right. \\ &\left. \int_0^\infty \chi_{n\ell} \rho^4 \chi_{n'\ell'} d\rho \right\} \quad (6.9) \end{aligned}$$

où

$$C_{nn'} = 1 - \frac{\mu_{\min(2n+\ell, 2n'+\ell')}}{\mu_{2n+\ell}^{1/2} \mu_{2n'+\ell'}^{1/2}}$$

Le fait d'avoir supposé une structure en couches fermées pour les deux noyaux implique que les valeurs propres ne dépendent que de l'indice $2n + \ell$ [réf.²⁷⁾]. Le premier terme de (6.9) correspond à l'élément de matrice rencontré dans le modèle direct ou dans le modèle local, avec des fonctions d'onde microscopiques. Le second terme représente les effets d'antisymétrisation résiduelle non contenus dans \hat{g}_ℓ . De simples estimations théoriques⁸⁶⁾ montrent que ce terme est relativement petit.

6.2.2 Modèle local

Le but du modèle local est de simplifier au maximum l'équation RGM (6.7) tout en conservant une partie des effets d'antisymétrisation. Pour ce faire, Buck *et al.*⁸²⁾ ont suggéré de remplacer (6.7) par l'équation locale:

$$(T_\ell + \tilde{V}_\ell - E)\tilde{g}_\ell = 0 \quad (6.10)$$

en imposant que le potentiel \tilde{V}_ℓ contienne m_ℓ états additionnels non-physiques. Ces états jouent le rôle des ondes interdites apparaissant dans la RGM. En effet, de même que la fonction RGM \hat{g}_ℓ est orthogonale aux ondes interdites, \tilde{g}_ℓ est orthogonale aux m_ℓ états additionnels. La $(m_\ell + 1)^{\text{ième}}$ valeur propre de (6.10) correspond au premier état physique. L'avantage de cette méthode est de conduire à une équation de Schrödinger locale et à une dimension, tout en simulant partiellement l'antisymétrisation. Il faut cependant garder à l'esprit que le modèle local nécessite la connaissance d'un potentiel noyau-noyau \tilde{V}_ℓ . Ce potentiel peut varier fortement d'un système à l'autre, et sa détermination requiert des informations sur le système étudié. Ces informations sont par exemple des sections efficaces élastiques, ou la spectroscopie d'états liés.

Dans le cadre de ce modèle, les éléments de matrice E2 s'écrivent:

$$\langle \Psi^\ell || M_2^E || \Psi^{\ell'} \rangle = \frac{1}{2} e\mu \langle Y_\ell || Y_2 || Y_{\ell'} \rangle \int_0^\infty \tilde{g}_\ell \rho^4 \tilde{g}_{\ell'} d\rho \quad (6.11)$$

Ils s'obtiennent donc à partir d'intégrales à une dimension.

6.2.3 Modèle supersymétrique

Ce modèle est basé sur une équation identique à (6.10), avec un autre choix de potentiel \tilde{V}_ℓ . L'application de la supersymétrie en mécanique quantique a été proposée par Sukumar⁸⁸⁾ et développée par Baye⁸⁹⁾ dans le cadre de la diffusion élastique. Baye a montré que, à partir d'un potentiel local \tilde{V}_ℓ (qui en général est profond à cause des états additionnels non-physiques), il est possible de reconstruire un potentiel \bar{V}_ℓ peu profond et qui reproduit exactement les déphasages associés à \tilde{V}_ℓ . Nous renvoyons le lecteur à la réf.⁸⁹⁾ pour la détermination de ce potentiel \bar{V}_ℓ .

Dans les modèles microscopiques, la généralisation⁹⁰⁾ du théorème de Levinson conduit à:

$$\delta_\ell(E = \infty) - \delta_\ell(E = 0) = (n_\ell + m_\ell)\pi \quad (6.12)$$

où δ_ℓ est le déphasage, n_ℓ le nombre d'états liés et m_ℓ le nombre d'ondes interdites. Dans le modèle local, les m_ℓ ondes interdites sont remplacées par m_ℓ états liés additionnels et la relation (6.12) peut donc être vérifiée. Dans le modèle supersymétrique, l'absence d'états additionnels pourrait faire croire que cette relation n'est pas satisfaite. En fait, on montre que le potentiel \bar{V}_ℓ se comporte à l'origine comme:

$$\bar{V}_\ell \sim \hbar^2(\ell + 2m_\ell)(\ell + 2m_\ell + 1)/2\mu m_N \rho^2 \quad (6.13)$$

et la condition (6.12) est donc remplie⁹⁰⁾. Le modèle supersymétrique simule donc les effets d'antisymétrisation par la présence d'un coeur dur dans le potentiel. Les éléments de matrice sont analogues à ceux rencontrés en 6.2.2.

6.2.4 Application à la réaction $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$

La réaction $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$ présente un grand intérêt au point de vue théorique car elle implique des noyaux bien décrits dans le modèle de l'oscillateur. On s'attend donc à ce que la description microscopique de cette réaction soit très satisfaisante. La comparaison des résultats microscopiques avec l'expérience a été présentée au chapitre 5. Dans ce paragraphe, nous comparons les modèles approchés avec les sections efficaces GCM, en essayant de simuler au mieux les conditions du calcul microscopique. Pour ce faire, nous ajustons des potentiels \tilde{V}_ℓ de deux façons différentes. Dans la première, les potentiels sont déterminés de manière à reproduire les énergies des états liés 0^+ , 2^+ et 4^+ ainsi que leur rayon carré moyen GCM. Les potentiels ainsi obtenus sont notés \tilde{V}_ℓ^B , l'indice B rappelant qu'ils sont ajustés sur les propriétés d'états liés (bound). La deuxième méthode consiste à ajuster les potentiels sur les déphasages microscopiques, pour obtenir les potentiels \tilde{V}_ℓ^S (scattering). Les expressions analytiques des potentiels sont données dans la réf.⁸⁶). Remarquons que, avec notre choix de potentiel, il est impossible de reproduire simultanément les propriétés spectroscopiques et de diffusion. Avec les potentiels \tilde{V}_ℓ^B , les déphasages sont sous-estimés, et avec les potentiels \tilde{V}_ℓ^S , les états liés du ^{20}Ne ont une énergie de liaison trop élevée.

Discutons d'abord le modèle local. Nous considérons deux approches : dans la première, les potentiels \tilde{V}_ℓ^S sont utilisés pour les états libres, et les potentiels \tilde{V}_ℓ^B pour les états liés. La deuxième approche consiste à choisir les potentiels \tilde{V}_ℓ^B pour décrire l'état initial et l'état final.

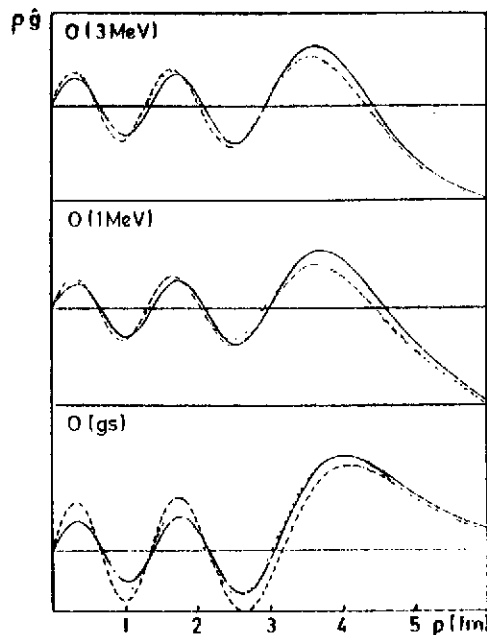


Fig.6.1. Fonctions d'onde obtenues dans la GCM (traits pleins) et dans le modèle local avec les potentiel \tilde{V}_ℓ^B (traits pointillés).

A la fig.6.1, nous présentons les fonctions d'onde 0^+ à 1 et 3 MeV, ainsi que la fonction d'onde de l'état fondamental du ^{20}Ne . Cette dernière présente 4 noeuds relatifs aux ondes interdites ou aux états non physiques. En effet, nous avons vu plus haut que le nombre d'ondes interdites dans le système $\alpha + ^{16}\text{O}$ est donné par $m_\ell = \frac{1}{2}(8 - \ell)$ pour ℓ pair et inférieur ou égal à 8. Le dernier noeud de la fonction radiale est situé légèrement plus loin que celui de la fonction RGM. Ceci s'explique par le fait que le

rayon carré moyen de la RGM contient un terme d'antisymétrisation résiduelle qui réduit l'élément de matrice d'environ 5%. Ce terme étant absent dans le modèle local, il est compensé par une légère modification de la fonction d'onde. Les fonctions d'onde de diffusion dans les potentiels \tilde{V}_ℓ^B sont assez différentes des fonctions RGM puisque les déphasages sont différents.

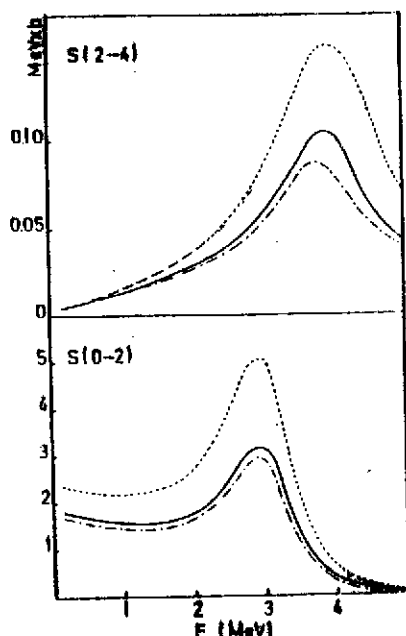


Fig.6.2. Facteurs astrophysiques obtenus dans la GCM (traits pleins), et dans le modèle local avec les potentiels \tilde{V}_ℓ^B pour les états liés et \tilde{V}_ℓ^S pour les états libres (traits pointillés). La courbe en traits d'axe représente le facteur astrophysique obtenu en négligeant le terme d'antisymétrisation résiduelle dans (6.9).

Nous présentons à la fig.6.2 les facteurs astrophysiques $S(0 \rightarrow 2)$ et $S(2 \rightarrow 4)$, obtenus avec les potentiels \tilde{V}_ℓ^S pour les états libres et \tilde{V}_ℓ^B pour les états liés. Ce choix semble a priori être le plus adéquat puisque les états libres et les états liés sont décrits chacun par les meilleurs potentiels. La première transition correspond à la contribution dominante de la section efficace de capture. La deuxième illustre une transition vers un état peu lié (-0.43 MeV). La fig.6.2 montre que la méthode RGM et son approximation locale conduisent à la même dépendance en énergie. Les différentes courbes présentent un maximum aux énergies des résonances larges 0_4^+ et 2_4^+ . Pour la transition $0^+ \rightarrow 2^+$, la méthode locale surestime le résultat microscopique de 30% environ. Au contraire, les deux approches conduisent à des sections efficaces très semblables pour la transition $2^+ \rightarrow 4^+$ à basse énergie. Remarquons que les différences ne proviennent pas d'effets d'antisymétrisation résiduelle. Nous avons représenté à la fig.6.2 les résultats GCM obtenus en négligeant ce terme dans (6.9). Cette approximation réduit le facteur astrophysique d'environ 6% pour la transition $0^+ \rightarrow 2^+$ et de 20% pour la transition $2^+ \rightarrow 4^+$. La différence entre les 2 approches provient donc des fonctions d'onde. A la fig.6.3, nous présentons les produits $\hat{g}_\ell \rho^4 \hat{g}_\ell$ à 1 MeV pour les deux transitions considérées. Dans la transition $0^+ \rightarrow 2^+$, l'élément de matrice est dominé par la contribution des petites interdistances puisque la fonction d'onde de l'état lié 2^+ décroît rapidement. Il en résulte que l'élément de matrice est très sensible à de petites variations des fonctions d'onde autour du dernier noeud. La fonction d'onde libre possède son dernier noeud à

une position incorrecte puisque l'énergie de liaison de l'état 0^+ est surestimée avec le potentiel \tilde{V}_ℓ^S . Le même effet existe pour la transition $2^+ \rightarrow 4^+$, mais son influence est fortement réduite car la fonction d'onde 4^+ décroît lentement à grandes interdistances.

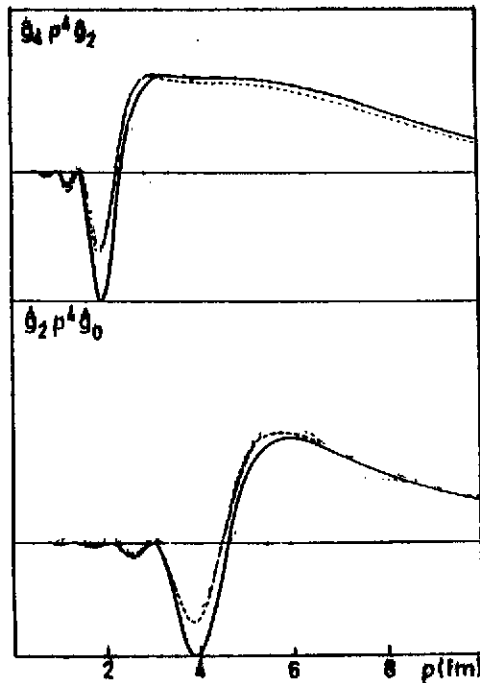


Fig.6.3. Intégrants apparaissant dans l'élément de matrice (6.9) avec les potentiels \tilde{V}_ℓ^S et \tilde{V}_ℓ^B à 1 MeV. Les résultats GCM sont représentés en traits continus et les résultats du modèle local en traits pointillés.

Pour surmonter ce problème, nous considérons une approche où les états libres et les états liés sont décrits par le même potentiel \tilde{V}_ℓ^B . Le facteur astrophysique obtenu de cette manière est présenté à la fig.6.4. Aux énergies d'intérêt astrophysique, le modèle local reproduit mieux les résultats GCM que précédemment. Ceci est dû au fait que les propriétés de l'état lié (ici l'état fondamental) contenu dans l'onde libre sont mieux décrites⁸⁶⁾. Par contre, au voisinage des résonances larges 0_4^+ et 2_4^+ , la forme des facteurs astrophysiques est différente car le modèle local ne reproduit pas les déphasages microscopiques.

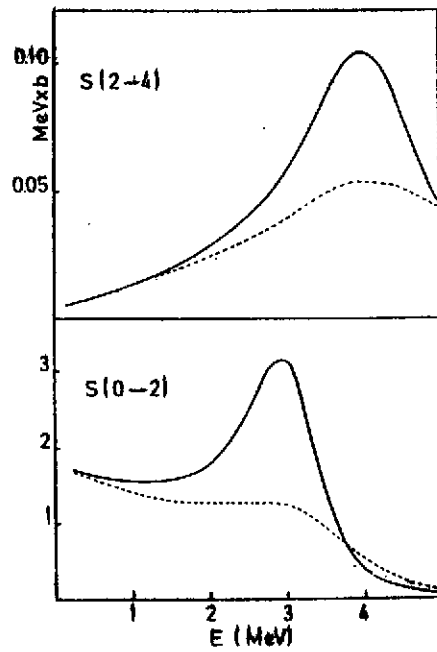


Fig.6.4. Voir fig.6.2 avec les potentiels \tilde{V}_l^B décrivant simultanément les états libres et les états liés.

Nous concluons de cette comparaison que, à basse énergie, il est préférable d'utiliser un potentiel qui reproduit bien les états liés. Ce résultat est assez encourageant car, en général, les seules données disponibles sur une réaction donnée concernent la spectroscopie du noyau unifié. Aux énergies proches de la barrière coulombienne, il semble plus important de reproduire les propriétés de diffusion.

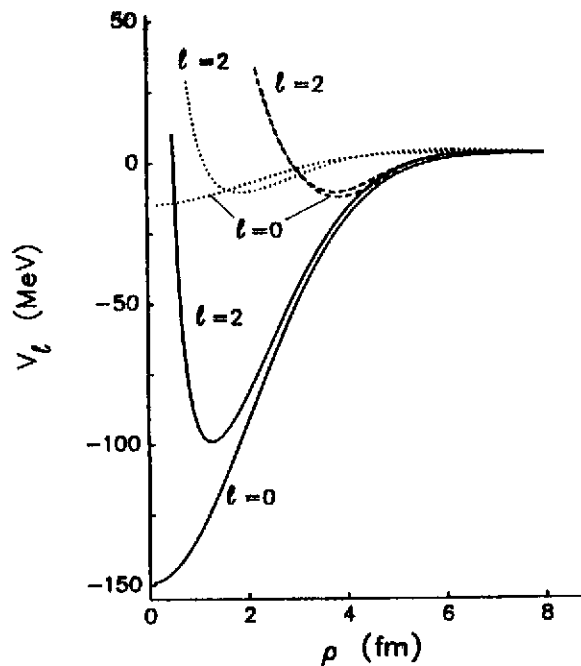


Fig.6.5. Potentiels \tilde{V}_l^B (traits pleins), \tilde{V}_l^B (traits pointillés) et V_l^B (traits interrompus).

Considérons à présent le modèle supersymétrique ; nous n'envisageons que les potentiels \bar{V}_ℓ^B pour les états libres aussi bien que pour les états liés. Comme nous l'avons vu plus haut, ce choix semble être plus adéquat pour une description valable de la section efficace de capture à basse énergie. Les potentiels \bar{V}_ℓ^B pour $\ell = 0$ et 2 sont représentés à la fig.6.5 et comparés aux potentiels \tilde{V}_ℓ^B . Comme nous l'avons vu au §6.2.3, les potentiels supersymétriques présentent un coeur dur important. A partir de 5 fm cependant, les deux potentiels sont très semblables car la transformation supersymétrique n'affecte que les petites interdistances⁸⁹⁾. Le facteur astrophysique obtenu dans ce modèle est donné à la fig.6.6 où l'on constate une faible différence avec l'approche locale.

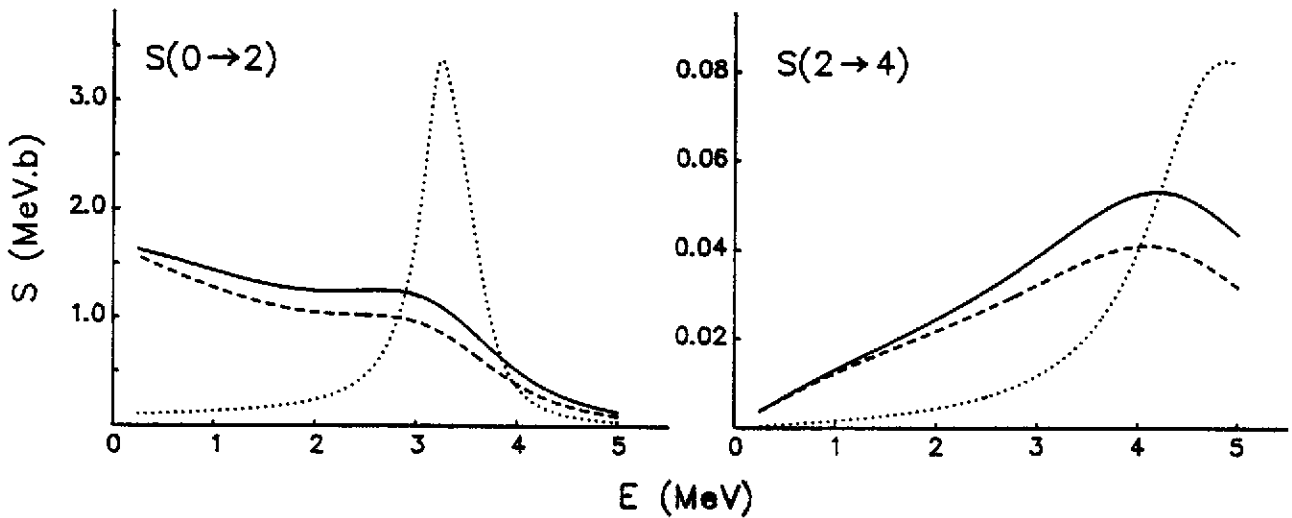


Fig.6.6. Facteurs astrophysiques obtenus dans le modèle local (\tilde{V}_ℓ^B , traits pleins), dans le modèle supersymétrique (\bar{V}_ℓ^B , traits interrompus) et dans le modèle direct (V_ℓ^B , traits pointillés).

Pour mieux comprendre ce résultat, nous avons représenté à la fig.6.7 différentes quantités intervenant dans les éléments de matrice E2. La fonction d'onde de l'état lié 2^+ présente un maximum vers 4 fm, et est négligeable en dessous de 2 fm à cause du coeur répulsif. Ce résultat s'observe également dans la fonction d'onde 0^+ à 1 MeV, où le coeur répulsif est remplacé, dans le modèle local, par 4 oscillations simulant le principe de Pauli. L'intégrant $g^{2+} \rho^4 g^{0+}$ est très similaire dans les deux approches car les oscillations observées dans le modèle local sont fortement atténuées par le terme en ρ^2 . Il en résulte que l'intégrale varie peu d'un modèle à l'autre.

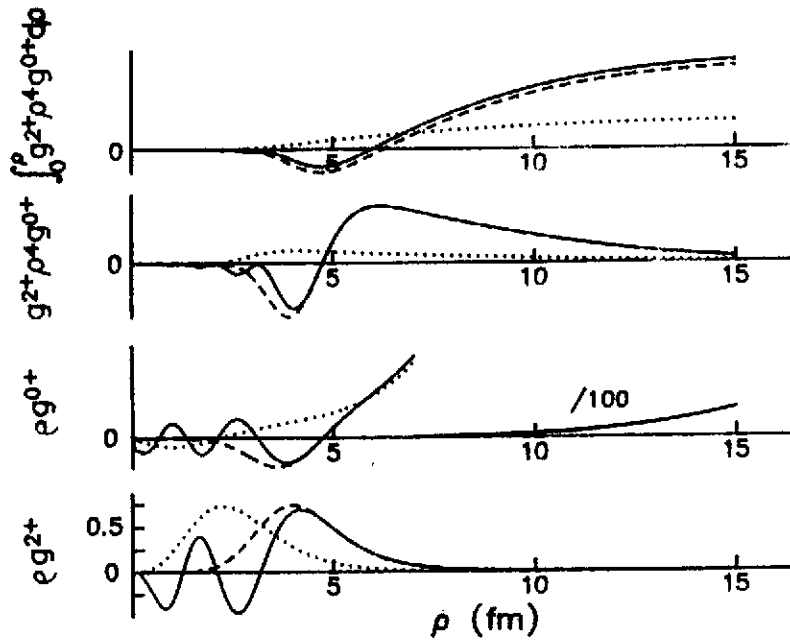


Fig.6.7. De bas en haut: fonctions d'onde de l'état lié 2^+ , fonctions de collision 0^+ à l'énergie de 0.5 MeV, intégrants et intégrales figurant dans (6.11) pour les modèles local (traits pleins), supersymétrique (traits interrompus), et direct (traits pointillés).

6.3 Modèles non antisymétriques

6.3.1 Modèle de capture directe

Il est intéressant de se demander dans quelle mesure le principe de Pauli joue un rôle dans les réactions de capture à basse énergie. Pour répondre à cette question, considérons le modèle de capture directe, où les fonctions d'onde sont déterminées à partir d'un potentiel noyau-noyau qui ne contient ni ondes interdites, ni coeur répulsif. Nous avons déterminé des potentiels $\alpha+^{16}\text{O}$ qui reproduisent les énergies expérimentales des états liés, mais qui ne présentent pas d'états non physiques. Ces potentiels sont paramétrisés, comme précédemment par des formes gaussiennes dont la portée est prise égale à la portée des potentiels \tilde{V}_l^B [réf. ⁸⁶]. Les profondeurs sont -26.25 , -46.50 et -78.15 MeV pour les ondes partielles 0^+ , 2^+ et 4^+ respectivement ; ces potentiels, notés V_l^B , sont représentés à la fig.6.5.

Table 6.1 Propriétés spectroscopiques du ^{20}Ne

	GCM	\tilde{V}_ℓ^B	\bar{V}_ℓ^B	V_ℓ^B	exp
$\rho(0^+)$	3.95	3.95	4.26	1.87	3.94
$\rho(2^+)$	3.95	3.95	4.23	2.60	
$\rho(4^+)$	3.82	3.82	4.08	2.96	
$Q(2^+)$	-14.3	-14.3	-16.4	-6.2	-20 ± 5
$B(E2, 2^+ \rightarrow 0^+)$	49.4	48.9	66.0	4.2	68 ± 4
$B(E2, 4^+ \rightarrow 2^+)$	64.4	62.3	85.9	16.4	71 ± 7

Les longueurs sont exprimées en fm, et les $B(E2)$ en $e^2 \text{ fm}^4$.

A la table 6.1, nous donnons quelques propriétés spectroscopiques des états liés du ^{20}Ne avec les différents potentiels. Les distances moyennes ρ sont déduites du rayon carré moyen de ^{20}Ne par la relation:

$$20 \langle r^2 \rangle_{^{20}\text{Ne}} = \frac{16}{5} \rho^2 + 16 \langle r^2 \rangle_{^{16}\text{O}} + 4 \langle r^2 \rangle_\alpha$$

La table 6.1 montre que les distances moyennes entre ^{16}O et α sont beaucoup trop petites dans le modèle non antisymétrique. Il est impossible de construire un potentiel réaliste qui reproduirait à la fois l'énergie et le rayon carré moyen des états liés, sans états interdits ou sans coeur répulsif. L'effet du principe de Pauli se manifeste donc par une répulsion importante des amas ^{16}O et α . Cette répulsion, qui ne peut se produire sans effets d'antisymétrisation, est tout à fait cohérente avec les données expérimentales. En effet, les propriétés électromagnétiques du ^{20}Ne sont aberrantes dans un modèle où l'antisymétrisation est totalement absente. Remarquons que cet effet diminue lorsque le spin augmente car le nombre d'ondes interdites décroît avec J . Pour le système $\alpha + ^{16}\text{O}$, il n'y a plus d'ondes interdites à partir de $J^\pi = 8^+$, et les différents modèles fourniraient dans ce cas le même résultat.

Le facteur astrophysique obtenu dans le modèle direct est représenté à la fig.6.6 où l'on constate, à basse énergie, une sous-estimation très importante des résultats du modèle local. Deux effets sont responsables de ce résultat. D'une part, nous avons vu que les éléments de matrice E2 sont nettement trop petits; cette conclusion s'applique aussi bien aux états libres qu'aux états liés. D'autre part, les potentiels présentés à la fig.6.5 montrent que les potentiels V_ℓ^B ont un rayon de barrière nettement plus petit que les potentiels \tilde{V}_ℓ^B et \bar{V}_ℓ^B . La conséquence semi-classique de ce résultat est un facteur de pénétration beaucoup plus faible. Si l'on fait référence à la fig.5.2 où sont représentées les données expérimentales concernant la réaction $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$, on constate que le modèle non antisymétrique fournirait une section efficace en profond désaccord avec l'expérience.

La fig.6.7 illustre les différents termes intervenant dans l'élément de matrice E2. La fonction d'onde de l'état 2^+ présente son maximum à une interdistance d'environ 2 fm (au lieu de 4 fm dans les modèles local et supersymétrique). Son amplitude est beaucoup trop petite au-delà de 3 fm, et l'élément de matrice est nettement sous-estimé.

Concluons en disant que les effets d'antisymétrisation sont d'autant plus forts que l'énergie est basse. Dans ce cas en effet, seules les premières ondes partielles jouent un rôle. Comme le nombre d'ondes interdites diminue avec ℓ , les petites valeurs sont les plus affectées par le principe de Pauli. Lorsque l'on monte en énergie, un nombre de plus en plus élevé d'ondes partielles interviennent et les effets

d'antisymétrisation tendent à diminuer. Ce résultat peut également s'interpréter à partir de la longueur d'onde associée au mouvement. A basse énergie, cette longueur d'onde est plus grande que les dimensions caractéristiques du système. Il résulte donc une importance accrue du principe de Pauli.

6.3.2 Modèle de capture extranucléaire

Introduit par Christy et Duck¹⁷⁾, ce modèle se propose de déterminer la dépendance en énergie du facteur astrophysique à partir des comportements asymptotiques des fonctions d'onde. Il en résulte que les éléments de matrice ne peuvent être calculés que sur un domaine restreint de l'espace, limité par un rayon r_0 . Ce rayon, appelé rayon de sphère dure, doit être suffisamment grand pour que les fonctions d'onde aient atteint leur comportement asymptotique. Un élément de matrice E2 entre noyaux de spin et d'isospin zéro s'écrit donc:

$$\langle \Psi^\ell || \mathcal{M}_2^E || \Psi^{\ell'} \rangle = \frac{1}{2} e\mu \langle Y_\ell || Y_2 || Y_{\ell'} \rangle \int_{r_0}^{\infty} g_{\ell,as}^\ell \rho^4 g_{\ell',as} d\rho \quad (6.14)$$

où les formes asymptotiques des fonctions d'onde sont données au chapitre 2. Remarquons que la normalisation des états liés n'est pas connue dans ce modèle ; seule la dépendance en énergie du facteur astrophysique peut donc être déterminée. Par ailleurs, les résultats dépendent du rayon r_0 qui intervient dans l'intégrale (6.14) et dans le calcul des déphasages. Tout l'intérêt de ce modèle est qu'il ne nécessite pas la résolution d'une équation de Schrödinger. Il ne peut cependant s'appliquer valablement qu'à des systèmes où l'intégrale (6.14) présente un maximum à une distance suffisamment grande.

Sous sa forme originale¹⁷⁾, le modèle de capture extranucléaire faisait appel aux formes WKB (2.17) des fonctions d'onde coulombiennes. Cette approximation permettait une évaluation simple des éléments de matrice. Plus récemment, ce modèle a été appliqué en utilisant les formes exactes des fonctions coulombiennes, et en calculant les éléments de matrice numériquement⁷⁹⁾. Actuellement, le modèle de capture extranucléaire est assez dépassé puisqu'il ne fournit pas la normalisation du facteur astrophysique. Il garde cependant un intérêt dans la mesure où il permet de tester simplement la précision de sections efficaces non résonnantes obtenues dans des calculs plus élaborés.

6.4 Validité des différentes approximations

La discussion précédente montre que l'emplacement du maximum du produit $g_{\ell'} \rho^{\lambda+2} g_{\ell}$ joue un rôle important dans le processus de capture. En utilisant les expressions WKB des fonctions coulombiennes et des fonctions de Whittaker, on obtient⁸⁶⁾:

$$\rho_m \approx \rho_0 \eta_B [\eta_B^{1/2} + (2\lambda + \frac{1}{2} - \eta_B)^{1/2}]^2 \quad \text{pour} \quad \rho_m > \eta_B/k_B \quad (6.15)$$

ou

$$\rho_m \approx \rho_0^{1/3} [(2\lambda + 1) Z_1 Z_2 e^2 / E_\gamma]^{2/3} \quad \text{pour} \quad 2\rho_0 < \rho_m < \eta_B/k_B \quad (6.16)$$

où ρ_0 est donné par (2.16) et η_B et k_B sont le paramètre de Sommerfeld et le nombre d'onde relatif à l'état lié. L'expression (6.15) conduit à un résultat indépendant de l'énergie ; elle s'applique par exemple à la transition $0^+ \rightarrow 2^+$ de la réaction $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$. Dans l'équation (6.16), ρ_m dépend de l'énergie initiale par l'intermédiaire de E_γ ; cette définition s'applique par exemple à la transition $2^+ \rightarrow 4^+$ de la même réaction.

Table 6.2 Distances caractéristiques dans quelques réactions

ystème	ℓ	ℓ'	E_B	ρ_0	ρ_m	ρ_A
$\alpha+{}^3\text{He}$	1	0	-1.59	2.10	6.5	5.0
$p+{}^7\text{Be}$	1	0	-0.136	4.11	37.5	4.7
$\alpha+{}^{12}\text{C}$	2	0	-0.245	0.40	35.2	5.6
$\alpha+{}^{16}\text{O}$	0	2	-4.73	0.28	6.3	5.9
	2	0	-3.10	0.28	6.5	5.9
	4	2	-0.48	0.28	20.8	5.9

A la table 6.2, nous avons rassemblé les propriétés de quelques systèmes. Cette table montre que, pour la réaction ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$ et pour les transitions $0 \rightarrow 2$ et $2 \rightarrow 0$ de la réaction ${}^{16}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{20}\text{Ne}$, le rayon ρ_m est proche de la portée de l'antisymétrisation ρ_A , estimée égale à la somme des rayons des noyaux. Les effets d'antisymétrisation, qui se manifestent à courte distance, doivent donc jouer un rôle important dans ces réactions. Dans la réaction ${}^7\text{Be}(p, \gamma){}^8\text{B}$ et dans la transition $0^+ \rightarrow 2^+$ de la réaction ${}^{12}\text{C}(\alpha, \gamma){}^{16}\text{O}$, ρ_m est nettement plus grand que ρ_A et l'antisymétrisation est donc moins importante.

Le modèle microscopique peut être appliqué dans chaque situation. Cependant, sa lourdeur rend utiles les modèles approchés. Dans des systèmes simples, il est possible de simuler partiellement les effets de l'antisymétrisation par un choix approprié du potentiel noyau-noyau. Le modèle local et le modèle supersymétrique donnent des résultats à peu près équivalents. Un des résultats importants de ce travail est qu'il vaut mieux utiliser le même potentiel pour les états libres et pour les états liés, de manière à ne pas détruire l'orthogonalité des fonctions d'onde. Lorsque l'on néglige totalement l'antisymétrisation, nous avons vu qu'il était impossible de reproduire les propriétés spectroscopiques du ${}^{20}\text{Ne}$ dans un modèle $\alpha+{}^{16}\text{O}$.

7. CONCLUSION

Le modèle microscopique présenté dans ce travail fournit un outil précieux pour l'étude théorique des réactions d'intérêt astrophysique. Contrairement aux modèles d'extrapolation, il ne nécessite que très peu d'informations expérimentales. Il permet en outre de décrire simultanément les processus directs et résonnants, et rend compte des effets d'états peu liés. Dans le contexte de l'astrophysique, nous avons appliqué ce modèle aux réactions de capture radiative, de transfert et de fusion. Il faut cependant garder à l'esprit que le domaine d'applications des modèles microscopiques est beaucoup plus vaste. Parmi les études récentes dans le domaine des réactions, citons le bremsstrahlung noyau-noyau⁴⁶⁾, la capture avec émission de pions⁹¹⁾ ou la désintégration β vers des états du continu⁹²⁾.

Dans l'étude des réactions d'intérêt astrophysique, les principales limitations que l'on peut rencontrer sont les hautes densités de niveaux (et donc la probabilité de plus en plus grande pour que des résonances importantes ne soient pas reproduites par la structure en amas choisie), et la qualité des fonctions d'onde internes des amas. Le problème des résonances absentes est apparu clairement dans la réaction ${}^{15}\text{O}(\alpha, \gamma){}^{19}\text{Ne}$ où, bien que le modèle fournisse une description très satisfaisante de nombreuses propriétés du ${}^{19}\text{F}$ et du ${}^{19}\text{Ne}$, il ne peut être utilisé efficacement dans un but astrophysique. Le remède à ce problème consiste à introduire un nombre plus élevé de configurations, de manière à tenir compte d'un plus grand nombre d'arrangements possibles entre les nucléons. Cependant, se pose alors le problème

de la description des fonctions d'onde internes. Dans le modèle à deux centres, nous nous sommes limités à des applications où les amas étaient décrits dans le modèle de l'oscillateur harmonique, avec des paramètres identiques. Le développement d'un modèle à trois centres nous a permis d'étendre nos calculs à des systèmes faisant intervenir des noyaux déformés, tels que le ^8Be par exemple. Jusqu'à présent, nos calculs dans le modèle à trois centres sont limités à des configurations impliquant ^{16}O ou α , et deux noyaux de la couche s . Cette hypothèse permet de réduire considérablement les temps de calcul, mais devra vraisemblablement être abandonnée dans le futur.

D'une manière générale, deux directions sont envisagées pour améliorer la qualité des fonctions d'onde internes. La première consiste à utiliser une combinaison de déterminants de Slater correspondant à différents paramètres d'oscillateur. Cette technique a déjà été utilisée pour des collisions impliquant des noyaux de la couche s , mais aucun calcul n'existe à l'heure actuelle dans la couche p , où la validité du modèle de l'oscillateur harmonique est moins bien établie. Ce développement nécessite cependant la mise au point de nouveaux codes car la projection sur le centre de masse [voir (4.12)] ne s'effectue plus de manière simple. La deuxième approche visant à améliorer les fonctions d'onde internes consiste à travailler dans un modèle à plusieurs centres, n'impliquant que des noyaux de la couche s qui sont bien décrits dans le modèle de l'oscillateur harmonique. Il est bien connu par exemple que le ^{12}C peut être décrit par une structure à trois particules α situées aux sommets d'un triangle équilatéral⁶³). Cette idée peut être étendue à d'autres noyaux, tels que ^{11}B par exemple qui pourrait être décrit par une structure $\alpha + \alpha + t$. L'avantage d'un tel modèle serait, à la fois d'améliorer la fonction d'onde de l'état fondamental, et de conduire à une description réaliste des états excités. Cependant, cette extension nécessite une projection multiple sur le moment cinétique, et pose d'importants problèmes numériques.

Le principal défaut des modèles microscopiques est qu'ils sont très lourds à manipuler. Il est donc intéressant de se demander dans quelle mesure des approximations fiables peuvent être mises au point. D'après le chapitre 6, deux constatations s'imposent. La première est que l'antisymétrisation ne peut être totalement négligée; la deuxième est que les modèles approchés ne s'appliquent qu'à des systèmes simples car ils sont limités à une voie. Nous avons vu sur l'exemple de la réaction $^{16}\text{O}(\alpha, \gamma)^{20}\text{Ne}$ qu'il était possible de tenir compte partiellement de l'antisymétrisation par un choix approprié du potentiel $\alpha + ^{16}\text{O}$. Dans des systèmes moins bien connus, ce choix du potentiel pose des problèmes d'unicité. La détermination d'un potentiel noyau-noyau fiable ne peut être effectuée qu'à partir d'un certain nombre de données expérimentales.

Les applications potentielles du modèle microscopique, et de ses extensions, sont nombreuses. Toutes demandent des accroissements importants des temps de calcul. Cependant, l'augmentation des possibilités numériques devrait permettre d'améliorer nos connaissances sur les réactions nucléaires d'intérêt astrophysique.

Le travail présenté dans ces notes est le fruit d'une collaboration étroite avec Daniel Baye. Je tiens à le remercier chaleureusement pour les conseils et les encouragements qu'il m'a prodigués dans la rédaction de ce texte.

Bibliographie

- 1) E.M. Burbidge, G.R. Burbidge, W.A. Fowler et F. Hoyle, *Rev. Mod. Phys.* **29** (1957) 547
- 2) W.A. Fowler, *Rev. Mod. Phys.* **56** (1984) 149
- 3) C. Rolfs, H.P. Trautvetter et W.S. Rodney, *Rep. Progr. Phys.* **50** (1987) 233
- 4) R.K. Wallace et S.E. Woosley, *Astrophys. J. Suppl* **45** (1981) 389,
- 5) R.A. Malaney et W.A. Fowler, In "Origin and Distribution of the Elements", ed. G.J. Mathews, World Scientific (1988)p. 76
- 6) J.G. Eoll, *Bull. Am. Ass. Sci.* **7** (1975) 558
- 7) M. Arnould et al., "The Radioactive Beam Project at Louvain La Neuve", Belgian Interuniversity Report, Rib 1988-01 (1988)
- 8) P.D. Parker, Proc. 5th Int. Conf. on Clustering Aspects in Nuclear and Subnuclear Systems, Kyoto, Japon(1988), *J. Phys. Soc. Jpn.* **58** (1989) Suppl. p.196
- 9) A.M. Lane et R.G. Thomas, *Rev. Mod. Phys.* **30** (1958) 257
- 10) K. Wildermuth et Y.C. Tang, "A Unified Theory of the Nucleus", Vieweg, Braunschweig (1977)
- 11) Y.C. Tang, In Topics in Nuclear Physics II, Lecture Notes in Physics, Springer, Berlin, **145** (1981) 572
- 12) D. Baye et P. Descouvemont, Proc. 5th Int. Conf. on Clustering Aspects in Nuclear and Subnuclear Systems, Kyoto, Japan, 1988, *J. Phys. Soc. Jpn.* **58** (1989) Suppl. p.103
- 13) Q.K.K. Liu, H. Kanada et Y.C. Tang, *Phys. Rev.* **C23** (1981) 645
- 14) R.G. Newton, *Scattering Theory of Particles And Waves*, Springer (1982)
- 15) H.J. Rose et D.M. Brink, *Rev. Mod. Phys.* **39** (1967) 306
- 16) M. Abramowitz et I.A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, London (1972)
- 17) R.F. Christy et I. Duck, *Nucl. Phys.* **24** (1961) 89
- 18) W.A. Fowler, G.R. Caughlan et B.A. Zimmerman, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **13** (1975) 69
- 19) P. Descouvemont, D. Baye et P.-H. Heenen, *Nucl. Phys.* **A430** (1984) 426
- 20) P. Descouvemont et D. Baye, *Phys. Rev.* **C36** (1987) 54
- 21) P. Descouvemont et D. Baye, *Phys. Rev.* **C36** (1987) 1249
- 22) H. Walliser, H. Kanada et Y.C. Tang, *Nucl. Phys.* **A419** (1984) 133
- 23) P. Descouvemont et D. Baye, *Phys. Lett.* **127B** (1983) 286
- 24) H. Horiuchi, *Prog. Theor. Phys.* **43** (1970) 375

- 25) D.L. Hill et J.A. Wheeler, *Phys. Rev.* **89** (1953) 1102
- 26) D. Brink, *Proc. Int. School "Enrico Fermi"* 36, Varenna 1965, Academic Press, New-York (1966) 247
- 27) H. Horiuchi, *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **62** (1977) 90
- 28) D. Baye et P. Descouvemont, *Proc. Sapporo Int. Symp. on Developments of Nuclear Cluster Dynamics, Sapporo, Japan, 1988*, Ed. Y. Akaishi *et al.*, World Scientific (1989) 6
- 29) D. Baye et P.-H. Heenen, *Nucl. Phys.* **A233** (1974) 304
- 30) D. Baye, P.-H. Heenen et M. Libert-Heinemann, *Nucl. Phys.* **A291** (1977) 230
- 31) R.F. Barrett, B.A. Robson et W. Tobocman, *Rev. Mod. Phys.* **55** (1983) 155
- 32) D. Baye et P. Descouvemont, *Nucl. Phys.* **A407** (1983) 77
- 33) P. Descouvemont et M. Vincke, *Phys. Rev.* **A42** (1990) à paraître
- 34) P. Descouvemont et D. Baye, *Nucl. Phys.* **A487** (1988) 420
- 35) E. Kolbe, K. Langanke, et H. J. Assenbaum, *Phys. Lett.* **214B** (1988) 169
- 36) P. Descouvemont et I. Baraffe, *Nucl. Phys.* **A514** (1990) 66
- 37) P. Descouvemont et D. Baye, *Nucl. Phys.* **A500** (1989) 155
- 38) C. Funck et K. Langanke, *Nucl. Phys.* **A464** (1987) 90
- 39) P. Descouvemont, Thèse d'agrégation, Université Libre de Bruxelles (1989), non publiée
- 40) P. Descouvemont et D. Baye, *Nucl. Phys. A* (1990) sous presses
- 41) H. Walliser, Q.K.K. Liu, H. Kanada et Y.C. Tang, *Phys. Rev.* **C28** (1983) 57
- 42) T. Kajino, *Nucl. Phys.* **A460** (1986) 559
- 43) T. Kajino et A. Arima, *Phys. Rev. Lett.* **52** (1984) 739
- 44) T. Mertelmeier et H. M. Hofmann, *Nucl. Phys.* **A459** (1986) 387
- 45) D. Baye et P. Descouvemont, *Nucl. Phys.* **A443** (1985) 302
- 46) P. Descouvemont et D. Baye, *Nucl. Phys.* **A463** (1987) 629
- 47) P. Descouvemont et D. Baye, *Nucl. Phys.* **A459** (1986) 374
- 48) P. Descouvemont, *Phys. Rev.* **C38** (1988) 2397
- 49) P. Descouvemont et D. Baye, *Nucl. Phys.* **A475** (1987) 219
- 50) C. Funck et K. Langanke, *Int. J. Mod. Phys.* **A5** (1990) 195
- 51) G. Blüge, K. Langanke, H.G. Reusch, et C. Rolfs, *Zeit. Phys.* **A333** (1989) 219
- 52) P. Descouvemont, *Phys. Rev.* **C36** (1987) 2206

- 53) C. Funck et K. Langanke, Nucl. Phys. **A480** (1988) 188
- 54) C. Funck, B. Grund et K. Langanke, Zeit. Phys. **A332** (1989) 109
- 55) F. Ajzenberg-Selove, Nucl. Phys. **A475** (1987) 1
- 56) K. H. Hahn, K. H. Chang, T. R. Donoghue, et B. W. Filippone, Phys. Rev. **C36** (1987) 892
- 57) K. Langanke, Z. Phys. **A317** (1984) 325
- 58) D. Baye et P. Descouvemont, Phys. Rev. **C38** (1988) 2463
- 59) R. Mitalas, Astrophys. J. **290** (1985) 273
- 60) F. Ajzenberg-Selove, Nucl. Phys. **A506** (1990) 1
- 61) S. Kossionides, T. Paradellis, G. Doukelis, X. Aslanoglou, P. Assimakopoulos, A. Pakou, C. Rolfs et K. Langanke, Proc. Symp. "Nuclei in the Cosmos", Baden, Austria, (1990) à paraître
- 62) P. E. Koehler, H. D. Knox, D. A. Resler, R. O. Lane et D. L. Millener, Nucl. Phys. **A394** (1983) 221
- 63) Y. Fujiwara, H. Horiuchi, K. Ikeda, M. Kamimura, K. Katō, Y. Suzuki et E. Uegaki, Prog. Theor. Phys. Suppl. **68** (1980) 29
- 64) L. C. Vaz, J. M. Alexander et G. R. Satchler, Phys. Rep. **69** (1981) 373
- 65) P. Descouvemont, Nucl. Phys. **A504** (1989) 193
- 66) D. Baye et Y. Salmon, Nucl. Phys. **A331** (1979) 254
- 67) T. Wada et H. Horiuchi, Phys. Rev. Lett. **58** (1987) 2190
- 68) S. Okabe, Proc. Sapporo Int. Symp. on Developments of Nuclear Cluster Dynamics, Sapporo, Japon (1988), p.186
- 69) D. Baye et P. Descouvemont, Nucl. Phys. **A419** (1984) 397
- 70) W. Reilly, R. Wieland, A. Gobbi, M.W. Sachs, J. Maher, R.H. Siemssen, D. Mingay et D.A. Bromley, Nuovo Cim. **13A** (1973) 913
- 71) J.V. Maher, M.W. Sachs, R.H. Siemssen, A. Weidinger et D.A. Bromley, Phys. Rev. **188** (1969) 1665
- 72) S.-C. Wu et C. A. Barnes, Nucl. Phys. **A422** (1984) 373
- 73) S. Kubono, N. Ikeda, T. Nomura, M. Oyaizu, J. Tanaka, M.H. Tanaka, Y. Funatsu, H. Miyatake, S. Kato, T. Yamaya et S. Ohami, Proc 5th Int. Conf. on clustering aspects in nuclear and subnuclear systems, Kyoto, Japan (1988), J. Phys. Soc. Jpn. **58** (1989) Suppl. p.583
- 74) M. D. High et B. Cujec, Nucl. Phys. **A282** (1977) 181
- 75) D. G. Kovar, D. F. Geesaman, T. H. Braid, Y. Eisen, W. Henning, T. R. Ophel, M. Paul, K. E. Rehm, S. J. Sanders, P. Sperr, J. P. Schiffer, S. L. Tabor, S. Vigdor, B. Zeidman, et F. W. Proesser, Phys. Rev. **C20** (1979) 1305

- 76) P. T. Christensen, Z. E. Switkowski et R. A. Dayras, Nucl. Phys. **A280** (1977) 189
- 77) H. Spinka et H. Winkler, Nucl. Phys. **A233** (1974) 456
- 78) G. Hulke, C. Rolfs et H. P. Trautvetter, Zeit. Phys. **A297** (1980) 161
- 79) R.D. Williams et S.E. Koonin, Phys. Rev. **C23** (1981) 2773
- 80) T.A. Tombrello, Nucl. Phys. **71** (1965) 459
- 81) A. Aurdal, Nucl. Phys. **A146** (1970) 385
- 82) B. Buck, H. Friedrich et C. Wheatley, Nucl. Phys. **A275** (1977) 246
- 83) B. Buck, R.A. Baldock et J.A. Rubio, J. Phys. **G11** (1985) L11
- 84) D. Baye et P. Descouvemont, Proc. Int. Conf. on Fusion Reactions below the Coulomb Barrier, Cambridge 1984, Lecture Notes in Physics, Springer, Berlin **219** (1985) 138
- 85) S. Saito, Prog. Theor. Phys. **41** (1969) 705
- 86) D. Baye et P. Descouvemont, Ann. Phys. **165** (1985) 115
- 87) H. Friedrich et K. Langanke, Adv. in Nuclear Physics **17** (1986)
- 88) C.V. Sukumar, J. Phys. **A18** (1985) 2917
- 89) D. Baye, J. Phys. **A20** (1987) 5529
- 90) P. Swan, Nucl. Phys. **46** (1963) 669
- 91) T. Kajino, H. Toki et K.-I. Kubu, Phys. Rev. **C35** (1987) 1370
- 92) D. Baye et P. Descouvemont, Nucl. Phys. **A481** (1988) 445