



**HAL**  
open science

## L'équation d'état nucléaire

Eric Suraud

► **To cite this version:**

Eric Suraud. L'équation d'état nucléaire. École thématique. Ecole Joliot Curie "La physique nucléaire du laboratoire aux étoiles", Maubuisson, (France), du 10-15 septembre 1990 : 9ème session, 1990. cel-00647508

**HAL Id: cel-00647508**

**<https://cel.hal.science/cel-00647508>**

Submitted on 2 Dec 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# L'Equation d'Etat Nucléaire

E. SURAUD

GANIL, BP5027, F14021, Caen, Cédex, France

## Résumé

Nous présentons quelques unes de nos connaissances (directes et indirectes) sur l'équation d'état de la matière nucléaire dans un régime de densités et températures pour lesquelles la physique reste largement dominée par les effets nucléoniques (densités inférieures à 2-4 fois la densité de saturation, températures inférieures à 10-20 MeV). Le cours est divisé en trois parties correspondant respectivement aux études directes du voisinage de la saturation, au cas astrophysique et aux études menées à l'aide des collisions d'ions lourds. Dans le premier chapitre, après une brève introduction sur la notion d'équation d'état nous discutons la saturation de la matière nucléaire. La notion de module d'incompressibilité est également introduite et sa valeur est discutée en détails. Les calculs de matière nucléaire tentant de reproduire la saturation à partir d'une interaction nucléon-nucléon sont brièvement présentés. Dans le second chapitre nous étudions l'équation d'état dans le contexte astrophysique. Le rôle de cette composante nucléaire est discutée en détails pour la phase finale de l'effondrement du coeur des supernovae de type II. Une brève présentation des calculs de matière dense constituant les étoiles à neutrons est également faite. Le chapitre III est consacré aux collisions d'ions lourds en dessous de 500-600 MeV par nucléon. Après une rapide présentation du cadre d'étude tant théorique qu'expérimental nous discutons en détails trois approches particulières qui pourraient avoir un lien avec l'équation d'état nucléaire: la formation de fragments de masse intermédiaire, les effets d'écoulement collectif et la production de particules sous le seuil.

## Abstract

We present part of our (direct or indirect) knowledge of the equation of state of nuclear matter in a density-temperature domain for which nucleonic effects are dominant (densities smaller than 2-4 times the saturation density and temperatures smaller than 10-20 MeV). The lectures are divided into three parts corresponding, respectively, to direct studies close to the saturation, to the astrophysical case and to the studies involving heavy-ion collisions. In chapter one, after a brief introduction to the concept of equation of state, we discuss the saturation property of nuclear matter. The notion of incompressibility modulus is also introduced and its value is discussed in detail. Nuclear matter calculations trying to reproduce saturation from a nucleon-nucleon interaction are also briefly presented. In chapter two we study the equation of state in the astrophysical context. The role of the nuclear component is discussed in detail for the final phase of the collapse of supernovae cores. A brief presentation of calculations of dense matter constituting neutron stars is also given. Chapter three is devoted to heavy-ion collisions below 500-600 MeV per nucleon. After a brief presentation of both theoretical and experimental frameworks, we focus on three particular aspects which could have a link with the nuclear matter equation of state: the formation of intermediate mass fragments, flow effects and subthreshold particle production.

L'équation d'état de la matière nucléaire est l'un des concepts fondamentaux qui sous-tend nombre de recherches tant en physique nucléaire proprement dite (comme par exemple dans la physique des ions lourds) que dans des domaines connexes comme l'astrophysique nucléaire (notamment avec les travaux portant sur les supernovae de type II et les étoiles à neutrons). Le but de ce cours est de présenter un panorama de différentes études menées pour atteindre l'équation d'état nucléaire (ou pour le moins lui imposer des contraintes). Nous essaierons d'une part de montrer comment l'équation d'état est une pièce fondamentale du puzzle qui permet de comprendre divers systèmes physiques ou astrophysiques et d'autre part dans quelle mesure ces systèmes peuvent renseigner sur le comportement de la matière nucléaire à différentes densités et températures.

Devant l'ampleur du sujet une sélection s'impose donc, tant au niveau des thèmes abordés que de la façon de les traiter, et ce d'autant plus que le domaine reste largement ouvert et en pleine évolution. Nous avons donc choisi de nous limiter à la physique "nucléonique", c'est à dire dominée par l'interaction nucléon-nucléon. Ceci élimine entre autres les états très excités de la matière nucléaire (très denses et/ou chauds) dans lesquels les nucléons sont susceptibles de fondre en un plasma de quarks et de gluons. Même dans ces limites le sujet demeure vaste. Nous resterons donc à un niveau assez général de présentation, ce qui permet d'aborder de nombreux aspects, mais parfois au prix de descriptions schématiques. Ceci est contrebalancé d'une part par des discussions concernant certains aspects particuliers (écrits en petits caractères), mais qui peuvent être sautés dans une première lecture. D'autre part un certain nombre d'exercices sont proposés qui permettent de développer des points précis, au travers de petits calculs analytiques. Ceci permet entre autres d'introduire quelques développements plus formels et quantitatifs, mais de manière active. Des solutions de ces exercices peuvent le plus souvent être trouvées dans des articles récents donnés en référence.

Le cours est divisé en trois chapitres correspondant à trois pans de physique et trois régions du diagramme de phases de la matière nucléaire. Dans le premier chapitre nous introduisons la notion d'équation d'état de la matière nucléaire, en discutant, en particulier, comment le concept même de matière nucléaire émerge de certaines données expérimentales. Après une brève introduction sur la notion générale d'équation d'état en physique statistique et sur son intérêt à la fois générique et réducteur, nous introduisons la propriété de saturation de la matière nucléaire. Nous discutons également la courbure de l'équation d'état au voisinage de la saturation (module d'incompressibilité). Une dernière partie est consacrée aux calculs de matière nucléaire qui tentent de reproduire le point de saturation. Le but de ce chapitre est donc de rappeler nos connaissances sur le seul point de l'équation d'état expérimentalement bien connu, à savoir le point de saturation. En termes de diagramme de phases cela revient à s'intéresser aux noyaux dans leur état fondamental (ou à son proche voisinage), c'est à dire à une région de densité voisine de la densité de saturation et de température nulle. Dans les deux chapitres suivants des régions plus larges du diagramme de phases sont explorées, mais de façon beaucoup moins directe.

Le deuxième chapitre est consacré à des applications astrophysiques (coeur des supernovae de type II et étoiles à neutrons). Après avoir resitué le problème dans son contexte astrophysique nous présentons les modèles microscopiques utilisés pour décrire le système nucléaire formant le coeur des supernovae de type II. Ces modèles, développés au cours des dix dernières années, ont également permis de mieux comprendre la physique des "noyaux chauds", c'est à dire soumis à des températures de quelques  $10^{10}\text{K}$ , qui altèrent leur structure. Une brève discussion du cas des étoiles à neutrons est également présentée. Du point de vue de la physique nucléaire une compréhension complète des étoiles à neutrons nécessite le développement d'une part de théories relativistes de la matière nucléaire et d'autre part la prise en compte de manière cohérente des degrés de liberté pioniques. Nous verrons donc dans ce chapitre quelles contraintes l'astrophysique impose sur l'équation d'état nucléaire. En termes de diagramme de phases de la matière nucléaire ce deuxième chapitre nous permettra d'explorer une région de densité voisine de la saturation mais à température assez élevée (coeur des supernovae de type II) et une région de densité beaucoup plus élevée (typiquement trois fois la densité de saturation) mais froide (température nulle).

Nous terminerons notre exploration du diagramme de phases de la matière nucléaire par un chapitre consacré aux collisions d'ions lourds. Ceci nous donnera accès à de larges régions de densités et températures mais au prix d'une complication de taille: le fait que cette exploration est dynamique et non plus statique, autrement dit le fait que l'on évolue dynamiquement à l'intérieur du diagramme de phases. De façon à nous restreindre à des processus essentiellement nucléoniques nous nous limiterons aux énergies de faisceau inférieures à 500-600 MeV par nucléon. Après une brève présentation de ce domaine de physique et des difficultés qu'il soulève tant du point de vue expérimental que théorique nous nous concentrerons sur trois aspects particuliers qui pourraient conduire à des contraintes sur la forme de l'équation d'état nucléaire. Nous aborderons successivement la formation de fragments de masse intermédiaire, les effets d'écoulement collectif de matière et enfin la production de particules comme les gammas ou les mésons sous le seuil.

## Chapitre I

### Notion d'équation d'état de la matière nucléaire

La notion d'équation d'état (reliant des grandeurs macroscopiques comme pression et densité) est un outil fondamental de physique statistique. Une équation d'état permet par exemple de prédire l'existence de transitions de phases liquide-gaz dans les fluides réels de type Van der Waals. Dans le cas des noyaux, qui sont des systèmes à faible nombre de constituants, il est possible de définir un système "infini" que l'on appelle la matière nucléaire. On connaît expérimentalement un point de l'équation d'état de ce système, le point dit de saturation dont les caractéristiques correspondent essentiellement à celles du fluide nucléaire qui compose la partie centrale des noyaux lourds. Ceci fixe donc un point de l'équation d'état de la matière nucléaire, le point de saturation, à température nulle. Le voisinage immédiat (en densité) du point de saturation est également connu, au moins de façon approchée.

Dans les systèmes simples comme les fluides de Van der Waals il est aisé de relier l'équation d'état aux propriétés microscopiques du fluide qu'elle décrit. Ce n'est pas le cas pour la matière nucléaire, en dépit de l'analogie formelle entre interaction intermoléculaire de type Lennard-Jones et interaction élémentaire nucléon-nucléon. La difficulté majeure est liée aux effets dits de milieu, essentiellement compliqués par la nature fermionique des nucléons. Si expérimentalement la saturation de la matière nucléaire est donc un fait bien établi, il n'en est pas de même du point de vue théorique où ce problème reste ouvert. Les propriétés thermodynamiques de la matière nucléaire (densité supérieure à la saturation, effets de température finie) sont elles aussi encore peu fixées mais des approches phénoménologiques suggèrent une grande richesse de comportements (coexistence de phases, région dynamiquement instable, ...).

#### 1. Notion d'équation d'état : le cas nucléaire

##### 1.1. Equation d'état d'un système thermodynamique

L'équation d'état d'un système est une relation qui lie les paramètres définissant son état d'équilibre thermodynamique. Dans le cas des fluides réels (gaz ou liquides) on peut par exemple caractériser le système par sa pression  $P$ , sa densité  $\rho$  et sa température  $T$ , qui sont reliés par une équation d'état bien reproduite par la relation de Van der Waals <sup>1)</sup>

$$P = \frac{k T \rho}{1 - b \rho} - a \rho^2 \quad (1-1)$$

Les termes  $a^2$  et  $b\rho$  mesurent la déviation du système par rapport à l'équation d'état des gaz parfaits ( $P = kT\rho$ ). Le terme  $a^2$  correspond à la partie attractive, de longue portée, de l'interaction entre molécules tandis que le terme  $b\rho$  provient de la partie répulsive, de courte portée de cette interaction, que l'on peut par exemple modéliser par une énergie potentielle  $r^{-6} - r^{-12}$ , à la Lennard-Jones <sup>1)</sup> :

$$E_{\text{pot}}(r) = -V_0 \left( 2 \left( \frac{r_0}{r} \right)^6 - \left( \frac{r_0}{r} \right)^{12} \right) \quad (1-2)$$

Dans cette dernière expression  $r$  désigne la distance entre deux molécules et  $V_0$  et  $r_0$  sont deux paramètres microscopiques, caractéristiques de l'interaction intermoléculaire. On peut relier, par exemple par un développement du viriel <sup>1)</sup>, les paramètres microscopiques  $V_0$  et  $r_0$  aux paramètres macroscopiques  $a$  et  $b$  de l'équation d'état de Van der Waals ci-dessus.

Outre le lien qu'elle établit naturellement entre microscopique et macroscopique une équation d'état est un objet physique particulièrement intéressant car il est à la fois réducteur et générique. A l'aide d'un petit nombre de variables thermodynamiques ( $P$ ,  $\rho$ ,  $T$ , dans l'équation Eq. ((1-1)) et moyennant quelques paramètres spécifiques au système considéré ( $a$  et  $b$  dans cette même équation) l'équation d'état Eq. (1-1) décrit les états d'équilibre de la plupart des fluides dits "réels". Inversement le fait que tous ces systèmes possèdent une équation d'état de même forme permet de déduire simplement des classes de propriétés, comme par exemple l'existence de transitions liquide-gaz, caractéristiques des fluides de Van der Waals. Plus généralement, des systèmes physiques a priori très différents mais possédant des équations d'état de forme voisine sont ainsi susceptibles de présenter des comportements physiques similaires.

Avant de nous tourner vers le cas nucléaire remarquons encore que la notion d'équation d'état telle que nous l'avons définie ci-dessus suppose évidemment l'existence des variables d'état ( $P$ ,  $\rho$ ,  $T$  (dans la suite nous prendrons la constante de Boltzmann  $k = 1$ )) qu'elle relie. Ceci implique donc que le système que l'on considère a eu le temps d'atteindre un certain état d'équilibre. On en tire deux conséquences : i) l'équation d'état ne peut pas être utilisée dans toutes les situations; ii) une caractérisation complète du système nécessite non seulement la connaissance de l'équation d'état qui en donne en quelque sorte une image statique, mais également celle de ses propriétés "dynamiques", comme par exemple ses coefficients de transport, tels que la viscosité <sup>2)</sup>.

## 1.2. Le cas des systèmes nucléaires

Les noyaux que nous connaissons sur terre sont relativement "petits" ( $A \leq 250$ ). On peut les étudier à l'aide de la physique statistique, mais le passage à la limite thermodynamique (système infini) n'est donc pas immédiat <sup>3)</sup>. On introduit alors un système idéal, infini, que nous appellerons la matière nucléaire (voir section 2.1). Pour ce système les grandeurs comme pression ou température ont

le sens macroscopique habituel de la thermodynamique. Au contraire, la température d'un noyau isolé n'est définie qu'au sens de l'ensemble statistique que l'on a choisi pour le décrire (microcanonique ou canonique, par exemple) et diffère d'un ensemble à l'autre. Ce n'est qu'à la limite du système infini que ces différentes températures coïncident et définissent ainsi la température thermodynamique. Dans la suite de cet exposé nous oublierons le plus souvent ce problème, qui est lié aux fluctuations entre ensembles statistiques.

La physique statistique à l'équilibre peut être étudiée en introduisant l'entropie statistique  $S$ <sup>3)</sup> qui donne une mesure quantitative de l'information manquante dans le système. On postule que  $S$  est maximale à l'équilibre. Les informations sur le système sont prises en compte dans  $S$  sous forme de variables (quand elles sont connues exactement) ou de contraintes (quand elles ne sont connues que sous forme de valeurs moyennes). Le choix de ces variables et/ou de ces contraintes définit l'ensemble statistique dans lequel on décrit le système. Ainsi dans l'ensemble microcanonique l'énergie est supposée connue exactement et l'on ne peut donc obtenir qu'une valeur moyenne de la température. Inversement, dans la description canonique, l'énergie n'est fixée qu'en valeur moyenne alors que la température est connue exactement. Le choix d'un formalisme par rapport à un autre est évidemment lié aux conditions physiques régnant dans le système et à la connaissance que l'on a de ces conditions. A des ensembles statistiques différents correspondront donc, par exemple, des valeurs différentes de la température. On parle alors de fluctuations entre ensembles statistique. A la limite thermodynamique, quand le système devient infini, ces fluctuations disparaissent et les différentes définitions de la température, par exemple, deviennent équivalentes. Dans la gamme de températures qui va nous intéresser pour les systèmes nucléaires que nous considérerons les fluctuations de température seront en général inférieures à 10% de la valeur absolue de la température.

La situation est assez différente dans le coeur dense des supernovae que nous étudierons au chapitre II<sup>4)</sup>. D'une part, on verra que les agrégats nucléaires qu'il contient peuvent atteindre des masses élevées de l'ordre du millier, d'autre part le coeur contient typiquement  $10^{54}$  tels agrégats. On peut donc le caractériser sans difficulté par une température thermodynamique et considérer que les agrégats nucléaires sont dans un bain thermique parfaitement bien défini.

### 1.3. Forme schématique de l'équation d'état nucléaire

Comme nous l'avons mentionné dans la section 1.1 l'équation d'état d'un système reflète les interactions élémentaires entre ses constituants. On sait que l'interaction nucléon-nucléon possède un terme dominant (partie centrale dans l'onde  $S$ ) répulsif à courte portée ( $\leq 0.5$  fm) et attractif à plus longue portée ( $\geq 0.8$  fm)<sup>5)</sup>. Cette forme, analogue à celle d'un potentiel moléculaire de type Lennard-Jones (Eq. (1-2)), bien que de nature tout à fait différente, suggère (et on peut le montrer explicitement) que l'équation d'état d'un système infini de nucléons est voisine de celle d'un gaz de Van der Waals (Eq. (1-1)). Cette analogie n'est que formelle: à la différence des molécules d'un gaz neutre, par exemple, les nucléons sont des fermions et donc soumis au principe de Pauli; de plus nous verrons que contrairement au cas des fluides réels simples il est extrêmement difficile d'établir le lien entre interaction élémentaire nucléon-nucléon et équation d'état. Néanmoins, cette analogie nous donne, en première approximation la forme générale des isothermes de l'équation d'état nucléaire, comme on peut le voir sur la Figure 1-1. Elle suggère également la possibilité de coexistence de phases liquide et gaz. Par exemple, dans les collisions d'ions lourds à quelques dizaines de MeV par nucléon, la phase dense ("liquide") pourrait correspondre aux noyaux et la phase "gazeuse" aux nucléons libres produits dans la

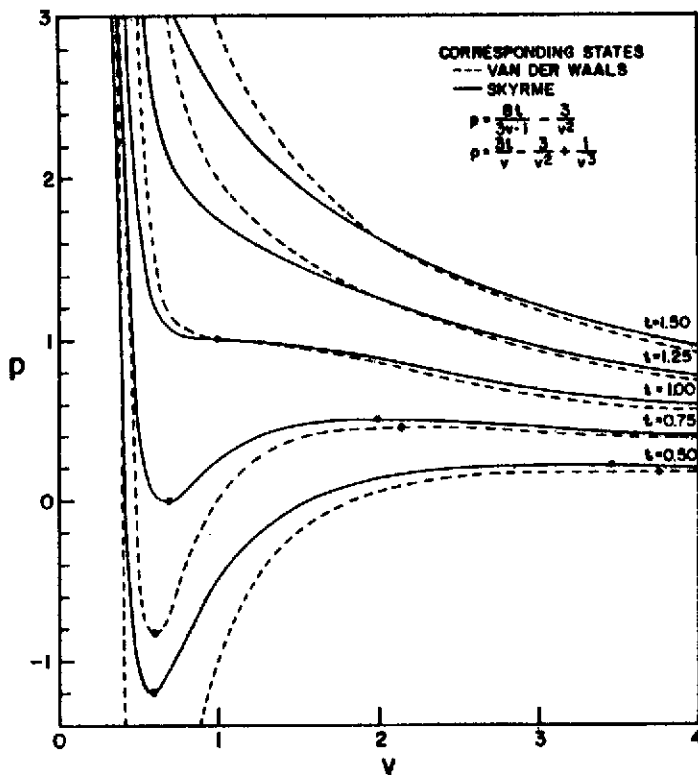


Figure 1-1: Equation d'état de Van der Waals (H. Jaqaman et al, Phys. Rev. C27(1983)2782)

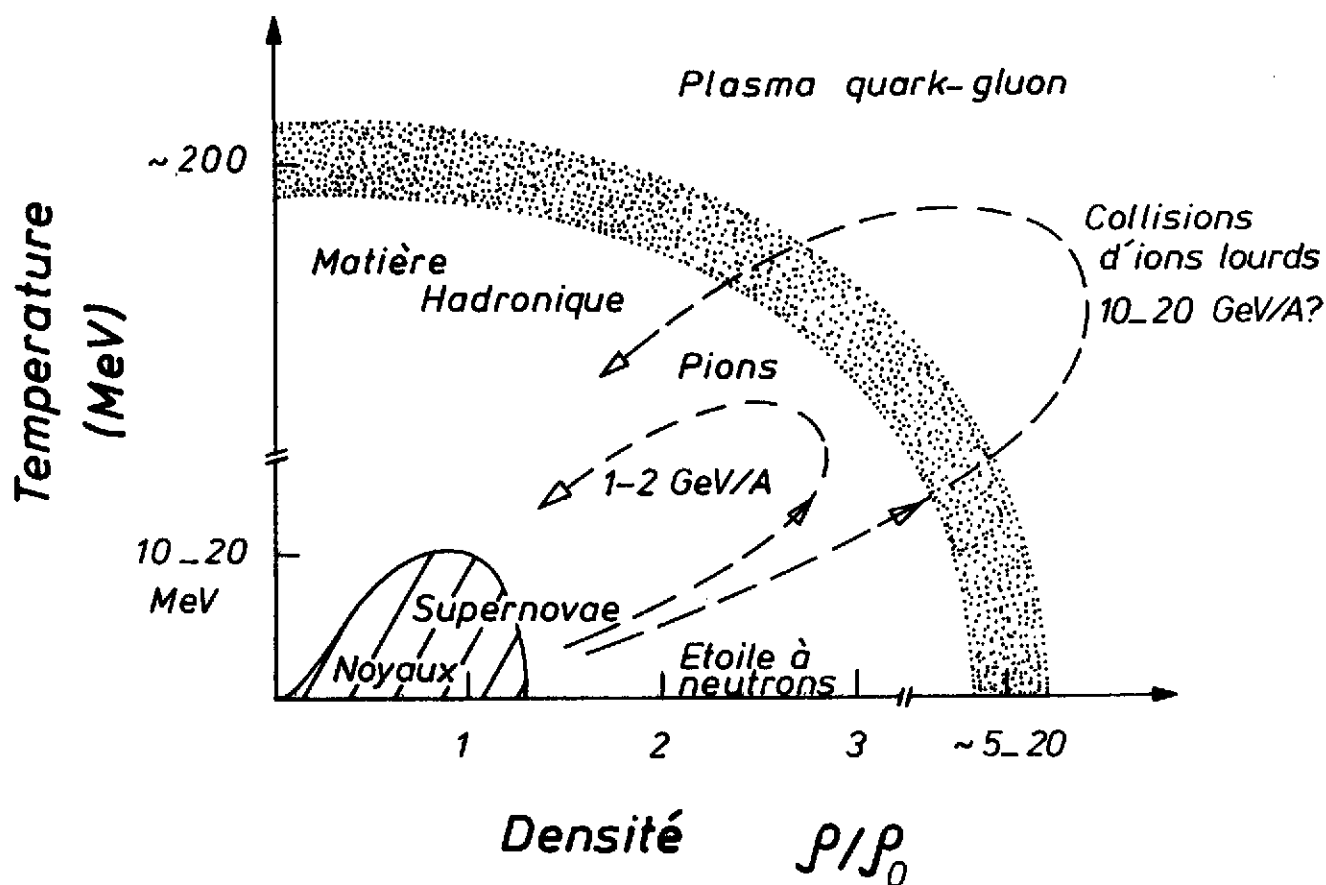
Comparaison d'une équation d'état de type Van der Waals (trait pointillé) avec une équation d'état nucléaire phénoménologique de type Skyrme simplifiée (trait plein). Les formes analytiques sont données sur la figure. Les variables  $v$ ,  $t$  et  $p$  sont des variables réduites ( $v = \rho_c / \rho$ ,  $t = T/T_c$  et  $p = P/P_c$ , où l'indice  $c$  réfère aux valeurs critiques). Les équations d'états sont comparées en supposant les mêmes points critiques. Il est intéressant de noter l'analogie entre les deux équations d'état, analogie liée à la forme de l'interaction élémentaire nucléon-nucléon. Cette analogie n'est cependant que qualitative, comme le montre également la figure, le fluide nucléaire étant par nature très différent d'un gaz réel classique.

réaction <sup>6)</sup>. Cette coexistence liquide-gaz (on a parfois parlé de transition de phases) a été activement recherchées dans un grand nombre d'expériences et de calculs théoriques durant les cinq dernières années. Même s'il s'avère que finalement les effets liés à la taille finie des noyaux rendent la signature d'un tel phénomène ambiguë, ces recherches nous ont fait considérablement progressé dans notre connaissance du noyau atomique. Cet exemple est typique du caractère générique d'une équation d'état.

Comment avoir accès à l'équation d'état de la matière nucléaire? Les propriétés des noyaux dans leur état fondamental ou peu excités permettent de connaître avec précision un point de l'équation d'état ( $P$ ,  $\rho$ ,  $T$ ), le point dit de saturation. Les grandes densités et/ou températures ne peuvent être atteintes qu'en perturbant fortement les noyaux. Cela se produit naturellement dans le coeur des supernovae de type II qui permettent de chauffer les noyaux à des températures très élevées (au sens nucléaire<sup>\*)</sup>) de l'ordre de 10 MeV, c'est à dire suffisantes pour que l'agitation thermique ainsi créée brise la cohérence du noyau. Dans les étoiles à neutrons les températures sont faibles mais les densités peuvent atteindre trois fois la densité moyenne d'un noyau dans son fondamental <sup>7)</sup>. Sur terre ces conditions extrêmes de densité et/ou température peuvent être obtenues pendant de courts instants (quelques  $10^{-20}$  s tout au plus) dans les collisions entre ions lourds. En faisant varier l'énergie des ions incidents on espère ainsi pouvoir explorer différentes régions du diagramme de phases de la matière nucléaire (Figure 1-2). Quand la température devient très élevée (plusieurs dizaines de MeV) ou le mi-

<sup>\*)</sup> L'échelle naturelle de température pour un noyau est le MeV (soit environ  $10^{10}$  K). La température commence à altérer de façon significative les propriétés d'un noyau quand le rapport température sur énergie de Fermi ( $T/E_F$ ) devient non négligeable, c'est à dire typiquement au delà de  $T \approx 4$  MeV.





**Figure 1-2: Diagramme de phases de la matière nucléaire** (Adaptée de S. Nagamiya, Nucl. Phys. A488(1988)3c)

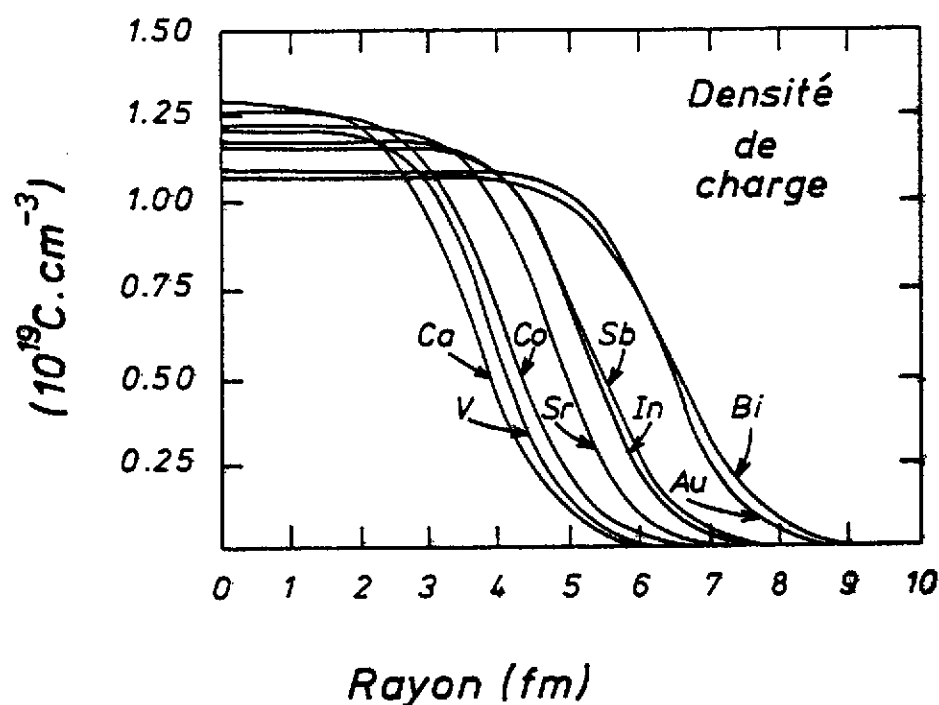
Diagramme de phases (plan densité (en unité de la densité de saturation)-température (en MeV)) de la matière nucléaire. Les différentes phases connues (noyaux au voisinage de la saturation (zone hachurée)), ou prédites (plasma de quark et gluons entre autres) sont indiquées sur la figure. Différents systèmes physiques permettent d'accéder à des régions variées du diagramme de phases. Ainsi le coeur des supernovae de type II correspond à de la matière moyennement dense mais chaude ( $T \approx 10$  MeV) tandis que les étoiles à neutrons correspondent à une phase dense ( $\approx 3$  fois la densité de saturation) et froide. On espère pouvoir explorer de larges régions du diagramme de phases à l'aide des collisions d'ions lourds, en faisant varier l'énergie du faisceau. Dans ce cas il faut décrire la collision dans un cadre dynamique, c'est à dire comme un chemin dans le diagramme de phases. Cela rend l'interprétation des résultats difficile. A très haute densité/température on pense que la matière nucléaire devient une matière hadronique avec une forte composante pionique. A des densités de l'ordre de 5-20 fois la saturation ou des températures de l'ordre de 200 MeV on prédit le déconfinement des quarks à l'intérieur des hadrons et mésons et l'apparition d'un plasma de quarks et gluons. Cette transition est activement recherchée à l'heure actuelle. Dans la suite nous étudierons essentiellement les densités/températures modérées (densité  $\leq 3$  fois la saturation, température  $\leq 10-20$  MeV) pour lesquelles les effets nucléoniques sont dominants.

-lieu très dense (10 à 20 fois la densité des noyaux) on attend une transition vers un système déconfiné de quarks et de gluons<sup>8)</sup>. A un peu plus basse température/densité des pions sont produits en quantité gigantesque. Nous ne considérerons pas ces situations dans la suite et nous nous limiterons à l'équation d'état de systèmes de nucléons, dominés par l'interaction élémentaire nucléon-nucléon.

## 2. Propriétés de la matière nucléaire

### 2.1. Notion de matière nucléaire. Saturation

Par diffusion d'électrons sur les noyaux on peut avoir accès, expérimentalement, à la densité de charge  $\rho_c(r)$  des noyaux <sup>9)</sup>. Cette densité de charge, au centre des noyaux lourds, est pratiquement indépendante du noyau (Figure 1-3). A partir de  $\rho_c(r)$ , et à l'aide du facteur de forme du proton, dont la distribution interne de charge n'est pas uniforme, à cause de sa structure en quarks, on reconstitue la densité de protons d'un noyau (la densité de charge n'est pas autre chose que le produit de convolution de la densité de protons par le facteur de forme du proton). Connaissant la densité de protons on peut estimer la densité de neutrons au travers de modèles nucléaires et donc la densité totale des nucléons à l'intérieur du noyau. La densité totale au centre des noyaux lourds est ainsi elle aussi indépendante du noyau. Pour un système dit symétrique, c'est à dire à nombres égaux de neutrons et de protons elle vaut  $\rho_0 \approx 0.17 \pm 0.02$  nucléon par  $\text{fm}^3$ .



**Figure 1-3: Densités de charge des noyaux** (R. Hofstadter, Ann. Rev. Nucl. Sci. 7(1957)231) Densités de charge ( $10^{19}$  C.  $\text{cm}^{-3}$ ) en fonction du rayon (fm) de plusieurs noyaux, mesurées par diffusion d'électrons (fits des données par des fonctions de Fermi, B. Hahn et al, Phys. Rev. 101(1956) 1131). La densité centrale sature avec la masse du noyau. Cette saturation de la densité centrale est à la base du concept de matière nucléaire.

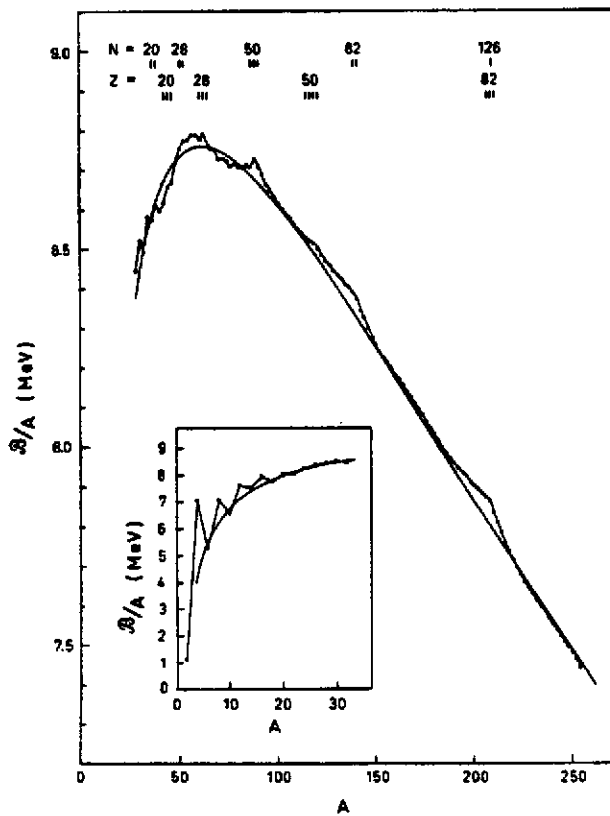
Une autre forme de cette propriété de constance de la densité centrale des noyaux est fournie par les systématiques de rayons nucléaires qui montrent, qu'avec une grande précision, les rayons des noyaux sont de la forme  $R = r_0 A^{1/3}$  où  $r_0 \approx 1.2$  fm indépendamment du noyau <sup>10)</sup>. Cette propriété indique que chaque nucléon "occupe" le même volume élémentaire  $4/3\pi(r_0)^3 \approx 7$   $\text{fm}^3$  à l'intérieur de n'importe quel noyau.

On exprime l'universalité de la densité centrale des noyaux lourds en disant que la densité de nucléons sature à  $\rho_{\text{saturation}} = \rho_0$ , c'est à dire que le fait d'augmenter le nombre de constituants du système ne change pas sa densité centrale. Cette propriété de saturation a une importance fondamentale.

On peut ainsi définir un système idéal "la matière nucléaire", infinie (à la différence des noyaux) et qui constitue le coeur des noyaux, pourvu qu'ils soient suffisamment massifs. Ce système idéal est un gaz de Fermi dont le moment de Fermi est fixé par la densité de saturation. Il vaut  $k_F \approx 1.4 \text{ fm}^{-1}$  pour la matière symétrique. Dans la matière nucléaire seule l'interaction nucléaire est considérée (les termes coulombiens divergent dans un système infini!). Remarquons enfin que l'on considère le plus souvent le cas de la matière nucléaire symétrique, mais que l'on peut définir de manière tout à fait analogue l'équation d'état de n'importe quel système nucléaire en fonction de l'assymétrie d'isospin  $(N-Z)/A$ .

### 2.2. Energie de saturation

Quelle est l'énergie de la matière nucléaire à la densité de saturation? Le concept de matière nucléaire infinie (symétrique) permet de se représenter les noyaux comme des morceaux de matière infinie corrigés des effets de taille finie et d'isospin. Cette représentation sous-tend les modèles de type goutte



**Figure 1-4: Energie de liaison** (A. Bohr et B. Mottelson, tome 1, Chapitre II)  
 Energies de liaison expérimentale ( $B/A$ , en MeV) des noyaux le long de la vallée de stabilité (courbe en trait plein avec les valeurs expérimentales sous forme de points, J. H. E. Mattauch et al, Nucl. Phys. **67**(1965)1). Aux effets de couches près, rappelés dans le haut de la figure, on remarque qu'une excellente approximation des énergies expérimentales est obtenue par une formule de masse de type Weizsäcker (Eq. (1-3), courbe en trait plein, A. E. S. Green et al, Phys. Rev. **91**(1953)40). Ceci permet de déduire l'énergie de saturation de la matière nucléaire.

liquide qui permettent de rendre compte de certaines propriétés globales des noyaux <sup>11</sup>). Leur intérêt est lié au succès des formules de masse de type Bethe-Weizsäcker <sup>12</sup>)

$$B/A = a_V - a_S A^{-1/3} - a_C (A - I)^2 A^{-4/3} + \dots \tag{1-3}$$

qui reproduisent les énergies de liaison  $B/A$  des noyaux à l'aide de quelques paramètres (Figure 1-4). Dans l'équation ci-dessus  $a_V \approx -16 \text{ MeV}$ ,  $a_S \approx 17 \text{ MeV}$  et  $a_C \approx 0.18 \text{ MeV}$  sont respectivement les

contributions dites de volume, de surface et coulombienne et  $I$  est le terme d'assymétrie  $I = N-Z$  pour un noyau de masse  $A$ , nombres de neutrons  $N$  et protons  $Z$ . Des termes correctifs supplémentaires peuvent être ajoutés comme les termes de courbure ou d'appariement. Du point de vue de la matière nucléaire, le terme de volume  $a_V$  donne l'énergie (liée aux interactions nucléaires) d'un système infini symétrique à la densité de saturation  $\rho_0$ .

### 2.3. Vers une équation d'état de la matière nucléaire

Imaginons que l'on sache, à l'aide d'un modèle, calculer l'énergie de la matière nucléaire  $E/A$  à une densité  $\rho$  quelconque (comme par exemple à l'aide d'un gaz de Fermi en interaction). Il est alors possible de tracer la courbe  $E/A(\rho)$  qui n'est autre qu'une version de l'équation d'état de la matière nucléaire. Plus précisément en dérivant  $E/A$  par rapport à la densité on obtient la pression :

$$P = - \frac{\partial F}{\partial V}_{T,A} = \rho^2 \frac{\partial (E/A)}{\partial \rho} \quad (1-4)$$

(dans ce cas où la température est implicitement nulle l'énergie libre  $F$  se réduit à l'énergie  $E$ ), ce qui redonne bien la définition standard de l'équation d'état (pression en fonction de la densité), ici à température nulle. Les propriétés de saturation de la matière nucléaire permettent donc de fixer, expérimentalement, un point de son équation d'état, à savoir le point dit de saturation, caractérisé par  $\rho_0 \approx 0.17 \text{ fm}^{-3}$ ,  $E/A \approx -16 \text{ MeV}$  et la condition de saturation

$$P = \rho^2 \frac{\partial (E/A)}{\partial \rho} = 0 \quad (1-5a)$$

avec

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} > 0 \quad (1-5b)$$

cette dernière condition exprimant le fait que le point de saturation correspond à un point d'équilibre de l'équation d'état.

### 2.4. Compressibilité de la matière nucléaire

#### 2.4.1. Notion de module d'incompressibilité

Il serait à priori intéressant d'avoir plus d'information sur l'équation d'état au voisinage de la saturation (sans parler de plages de densités plus larges, évidemment), comme par exemple la courbure de  $E/A$  en fonction de la densité. Cette quantité peut être obtenue, indirectement, à l'aide de la résonance monopolaire géante (ou mode de respiration) des noyaux, mise en évidence

expérimentalement à la fin des années 70<sup>13)</sup>. Dans ce mouvement collectif le noyau subit des oscillations radiales de densité. Protons et neutrons vibrent en phase dans le cas isoscalaire, le seul observé jusqu'à présent, en opposition de phase dans le mode isovectoriel. Si l'on se représente le noyau, en première approche, comme un morceau de matière nucléaire, la résonance monopolaire géante (isoscalaire) correspond donc à un mouvement de type compression-dilatation. Cela revient donc à explorer en densité le voisinage de la saturation. L'énergie  $\hbar\omega$  associée à la résonance donne une mesure de la courbure de l'équation d'état  $E/A(\rho)$  au voisinage de la saturation. Pratiquement, il faut tenir compte des effets de taille finie et faire une analyse systématique des  $\hbar\omega$  des noyaux pour en déduire la courbure de l'équation d'état. On définit traditionnellement cette courbure par le module d'incompressibilité (ou, par abus de langage la compressibilité) de la matière nucléaire symétrique  $K_\infty$ :

$$K_\infty = k_F^2 \frac{\partial^2 (E/A)}{\partial k_F^2} \Big|_{\rho=\rho_0} \quad (1-6)$$

La valeur la plus communément admise pour  $K_\infty$  est de l'ordre de 200 à 250 MeV. Cependant cette valeur de  $K_\infty$  est encore sujette à discussions (voir ci-dessous, Figure 1-5)<sup>14)</sup>. La compressibilité  $K_\infty$  donnant la courbure de l'énergie par nucléon en fonction de la densité, on peut donc paramétriser  $E/A$ , par exemple, par une parabole au voisinage de la saturation:

$$E/A(\rho) \approx E/A(\rho_0) + \frac{K_\infty}{18} \frac{(\rho - \rho_0)^2}{\rho_0} \quad (1-7)$$

### Exercice

*On se place dans une approximation hydrodynamique pour étudier les oscillations monopolaires géantes d'un noyau.*

i) *Rappeler l'équation de continuité de l'hydrodynamique.*

ii) *On suppose que la densité est une fonction d'échelon (ce qui revient à négliger la surface) normalisée à la masse  $A$  du noyau considéré et on note  $R(t)$  le rayon du système au temps  $t$ :*

$$\rho(r, t) = \frac{3A}{4\pi R(t)^3} \Theta(R(t) - r)$$

*On note  $R_0$  le rayon d'équilibre du noyau (qui correspond donc à  $\rho(r) = \rho_0$ ) et  $\delta R = R(t) - R_0$ . Ecrire  $\rho(r, t)$  en fonction de  $\delta R$ . En déduire le champ de vitesse correspondant à une oscillation monopolaire.*

iii) *On considère une équation d'état parabolique au voisinage de la densité de saturation  $\rho_0$ , de module d'incompressibilité  $K_\infty$  (Eq. (1-7)). Ecrire l'énergie potentielle en fonction de  $\delta R$ . En déduire que*

$$\frac{3}{10} m A (\dot{\delta R})^2 + \frac{A K_\infty}{2 R_0^2} (\delta R)^2 = \text{Constante}$$

où  $m$  désigne la masse du nucléon.

iv) En déduire que la fréquence de la résonance géante monopolaire peut s'écrire

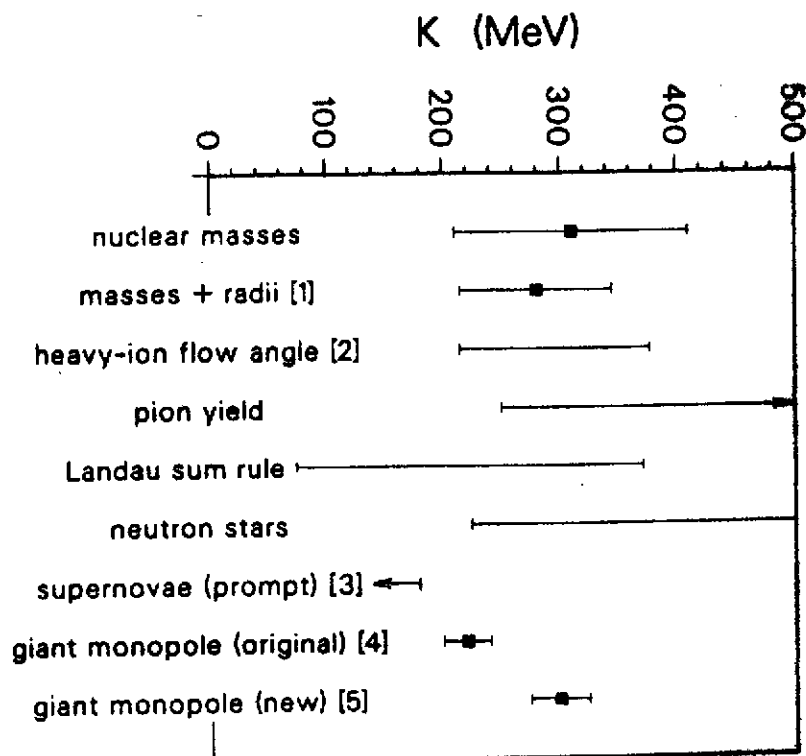
$$(\hbar\omega)^2 = A^{-2/3} \left( \frac{5}{3} \frac{\hbar^2}{m r_0^2} \right) K_\infty$$

On prend  $K_\infty \approx 200$  MeV, quelle valeur de  $\hbar\omega$  obtient-on? Expérimentalement  $\hbar\omega \approx 80 A^{-1/3}$ , conclure (Référence : G.F. Bertsch, Nucl. Phys. A249 (1975)253).

v) En fait le module d'incompressibilité d'un noyau fini n'est pas égal à  $K_\infty$ , mais dépend de sa masse  $A$ . Ecrire à l'aide d'une formule de masse la relation entre la compressibilité  $K_A$  d'un noyau de masse  $A$  et  $K_\infty$  (Référence : V. R. Pandharipande, Phys. Lett. 31B(1970)635).

### 2.4.2. Autres déterminations de $K_\infty$ ; Equation d'état "dure" ou "molle"?

La mesure de l'énergie de la résonance monopolaire géante est le moyen le plus direct d'évaluation de  $K_\infty$ . Néanmoins nombre de tentatives ont été faites pour relier  $K_\infty$  à d'autres observables physiques comme par exemple la masse maximum des étoiles à neutrons. De même il est peut-être possible d'estimer  $K_\infty$  à l'aide des collisions d'ions lourds. Nous reviendrons plus en détails sur ces aspects dans la suite, mais un résumé des principales conclusions (ou plutôt d'absence de conclusions!) est présenté sur la Figure 1-5<sup>14</sup>). Sur cette figure sont reportés les résultats de diverses études sur des observables candidates à contraindre la valeur de  $K_\infty$ . Il faut cependant réaliser que



**Figure 1-5: Détermination du module d'incompressibilité** (Adaptée de N. K. Glendening, Phys. Rev. C37(1988)2733) "Contraintes" sur le module d'incompressibilité  $K_\infty$  ( $K$ , en MeV) de la matière nucléaire, obtenues dans diverses approches : méthodes "directes" (résonance géante monopolaire, résultat original [4] J. Treiner et al, Nucl. Phys. A317(1981)253 et nouvelles mesures [5] M. M. Sharma et al, Phys. Rev. C38(1988)2562); méthodes "semi-directes" (formules de masses et rayons, [1] J. Friedrich et al, Phys. Rev. Lett. 47(1981)1385); méthodes indirectes (étoiles à neutrons, supernovae, [3] E. Baron et al, Phys. Rev. Lett. 55(1985)126 et effet d'écoulement dans les collisions d'ions lourds, [2] Réf. 77). Les cas sans référence sont discutés dans le texte ou dans l'article original.

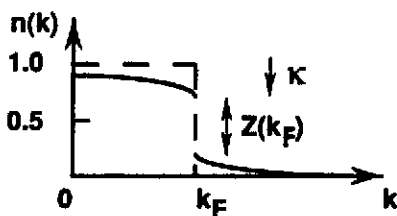
dans beaucoup de cas (supernovae, étoiles à neutrons, effets de flot, production de pions) les situations physiques invoquées sont bien loin du point de saturation (plusieurs fois la densité de saturation et/ou des températures de plusieurs MeV et/ou des rapports d'isospin  $(N-Z)/A$  voisins de 1!) et n'ont donc pas de raison de fournir des contraintes directes sur la valeur de  $K_{\infty}$ . La seule voie raisonnable est de faire un calcul ab initio de l'équation d'état et de voir si, moyennant le meilleur modèle connu de matière nucléaire au voisinage de la saturation, des prédictions peuvent être faites sur ces situations plus "exotiques". Notons enfin que les mesures "directes" de  $K_{\infty}$  par la résonance monopolaire géante posent encore problème. En effet des résultats récents donnent une valeur de  $K_{\infty}$  de l'ordre de 300 MeV (voir Figure 1-5)!

Le problème de la valeur du module d'incompressibilité  $K_{\infty}$  ouvre un débat plus large sur la forme de l'équation d'état nucléaire. L'équation d'état est-elle "dure" ( $E/A$  augmente très vite avec la densité) ou "molle" ( $E/A$  augmente plus doucement avec la densité)? Bien sûr la dureté de l'équation d'état est liée à son module d'incompressibilité. Cependant les deux notions ne sont pas équivalentes, simplement parce que  $K_{\infty}$  ne donne une valeur de la courbure qu'à la saturation et donc ne prédit pas directement le comportement de la matière nucléaire à haute densité (au delà de 2 fois la saturation par exemple). Dans les étoiles à neutrons ou les collisions d'ions lourds à quelques centaines de MeV par nucléon on peut atteindre des densités de l'ordre de 2 à 3 fois la densité de saturation. Ceci pourrait donc donner des indications sur la dureté de l'équation d'état dans cette région de densité. La compressibilité  $K_{\infty}$  nous renseigne par contre sur le voisinage de la saturation. Il n'y a donc pas d'incompatibilité fondamentale entre, par exemple, un module d'incompressibilité élevé (typiquement supérieur à 300 MeV) et une équation d'état "molle" à haute densité. Enfin, comme nous le verrons par la suite, la dépendance en vitesse de l'interaction nucléon-nucléon semble aussi jouer, dans certaines situations, un rôle crucial dans la "dureté effective" de l'équation d'état.

### 2.5. Autres propriétés de la matière nucléaire

L'énergie de liaison et le module d'incompressibilité à la densité de saturation ne sont pas les seules propriétés de la matière nucléaire auxquelles on peut avoir accès. Une "bonne" théorie de la matière nucléaire devra donc, outre la propriété de saturation, rendre compte de ces propriétés supplémentaires. Citons entre autres <sup>15)</sup>:

- i) La distribution de moments  $n(k)$



Représentation schématisée de la distribution de moments dans un gaz de Fermi avec (trait plein) et sans interactions (trait pointillé).

Dans un gaz de Fermi sans interaction la distribution de moments vaut 1 en dessous du niveau de Fermi  $k_F$ , zéro au-dessus. Les interactions nucléon-nucléon modifient cette distribution qui devient inférieure à 1 pour  $k \leq k_F$  et non nulle au delà de  $k_F$ . On peut ainsi définir un "abaissment" moyen  $\kappa$  de l'occupation des niveaux en dessous du niveau de Fermi, abaissment caractéristique de la matière nucléaire (voir schéma). La valeur de  $\kappa$  joue un rôle fondamental pour estimer la validité des modèles de particules indépendantes.

ii) Le potentiel à un corps

Dans un système nucléaire chaque nucléon ressent un potentiel moyen à un corps dépendant de son énergie  $\epsilon$ , qui peut être paramétrisé expérimentalement sous la forme  $V(\epsilon) \approx -55 + .32 \epsilon$  MeV (pour  $20 < \epsilon < 80$  MeV).

iii) La masse effective

La masse effective caractérise la dépendance en énergie de  $V(\epsilon)$ :  $m^*(\epsilon)/m \approx 1 - dV(\epsilon)/d\epsilon$  et a pour valeur expérimentale  $m^*/m \approx 0.68$  pour  $20 < \epsilon < 80$  MeV.

Notons pour finir que beaucoup de ces propriétés ne sont connues qu'avec de grandes barres d'erreur expérimentales et constituent donc, pour l'instant, des contraintes sur les calculs moins fortes que la saturation. D'autres propriétés plus spécifiquement dynamiques, comme en particulier la viscosité, sont également extrêmement intéressantes et importantes, mais malheureusement encore très mal connues tant du point de vue expérimental que théorique.

### 3. De l'interaction nucléon-nucléon à l'équation d'état nucléaire

Comme nous l'avons déjà mentionné ci-dessus l'équation d'état n'est qu'une traduction "macroscopique" de propriétés microscopiques sous-jacentes. Un problème fondamental de la physique nucléaire est donc d'établir le lien entre l'interaction élémentaire nucléon-nucléon, dont les propriétés sont maintenant bien connues, et la propriété de saturation de la matière nucléaire. Ce problème est paradoxalement extrêmement complexe et n'a pas encore reçu de solution définitive malgré plusieurs décennies de travail.

#### 3.1. Le mécanisme de saturation

La saturation de la matière nucléaire résulte d'un "équilibre" entre:

i) la partie attractive de la composante centrale de l'interaction nucléon-nucléon (N-N) (qui permet la liaison)

ii) la répulsion entre nucléons, qui a deux origines

- la nature fermionique des nucléons

- la partie répulsive de l'interaction nucléon-nucléon, qui vient essentiellement du coeur dur de la partie centrale du potentiel N-N, et, dans une moindre mesure, de la force tenseur et des termes d'échange <sup>16</sup>).



Le mécanisme de saturation est resté mystérieux tant que l'on a ignoré la présence du coeur dur de l'interaction N-N. Ainsi si l'on considère un système de nucléons seulement lié par un potentiel à deux corps  $V$ , uniquement attractif, on peut montrer très facilement qu'il ne sature pas. Si les forces d'échange sont un candidat possible sur le papier, les valeurs expérimentales montrent qu'elles sont également insuffisantes pour permettre la saturation. La seule issue est au travers du coeur dur. Une autre façon de voir est de dire que le potentiel  $V$  doit lui aussi dépendre de la densité c'est à dire avoir une forme du type  $V \approx V_0 (1 + a_1 \rho^\alpha)$ . On obtient un résultat analogue en supposant que  $V$  dépend des vitesses.

---

### Exercice

Montrer que l'énergie d'un gaz de Fermi muni d'un potentiel central N-N  $V_{ij}$  purement attractif et ne dépendant que de la distance relative entre les nucléons peut se mettre sous la forme

$$E/A \approx c_1 \rho^{2/3} - c_2 \rho$$

où  $c_1$  et  $c_2$  sont deux constantes positives. Conclure sur la possibilité de saturation d'un tel système (Référence : M. A. Preston et R. K. Bhaduri, *Structure of the nucleus*, Addison-Wesley, 1975, page 194).

---

Plus généralement, comme nous allons le voir un peu plus loin, la question de passer de l'interaction N-N (libre) telle que l'on peut la déduire des expériences de diffusion nucléon-nucléon à l'équation d'état de la matière nucléaire avec la bonne saturation (c'est à dire avec les valeurs expérimentales de  $\rho_0$ ,  $E/A$  et éventuellement  $K_{\infty}$ ) est un problème extrêmement difficile. En ce sens l'équation d'état de la matière nucléaire représente une sorte de défi sur le plan théorique et également une pierre angulaire de la compréhension de l'interaction nucléon-nucléon dans le milieu nucléaire.

## 3.2. Théories de la matière nucléaire

### 3.2.1. Un problème difficile

La difficulté des calculs de matière nucléaire qui essaient de reproduire la saturation à partir de l'interaction nucléon-nucléon réside dans deux problèmes:

i) L'existence de forces à trois corps comme le suggèrent les propriétés des noyaux très légers <sup>17</sup>).

ii) L'interaction nucléon-nucléon n'est bien connue que pour les systèmes simples neutron-proton, neutron-neutron ou proton-proton. Dans le milieu nucléaire l'interaction élémentaire doit être modifiée pour tenir compte de l'effet des autres nucléons sur le processus élémentaire de diffusion. Considérons deux nucléons en interaction à l'intérieur d'un noyau. On peut décrire cette interaction à l'aide de la théorie générale de la diffusion c'est à dire grâce à une matrice de diffusion  $T$ . Cependant la présence des nucléons avoisinant interdit les diffusions intermédiaires virtuelles à l'intérieur de la mer de Fermi et introduit donc des composantes de grand moment ( $k > k_F$ ) dans la fonction d'onde des

deux nucléons. Ceci a pour effet de modifier cette fonction d'onde à courte portée. On génère ainsi une interaction "effective", différente de l'interaction élémentaire et dont le coeur dur est "amorti" par la présence des autres nucléons. Cette modification de l'interaction nucléon-nucléon dans le milieu nucléaire permet des approches perturbatives difficiles avec un coeur dur et justifie donc (à postériori) les modèles à particules indépendantes ou basés sur le champ moyen. La méthode généralement utilisée pour calculer une interaction effective à partir d'une interaction "nue"  $V$  est la théorie dite de Brückner qui permet de calculer une matrice de diffusion  $G$  effective, c'est à dire corrigée des effets de milieu (16).

L'équation de base des approches "à la Brückner" est l'équation de diffusion (entre opérateurs) dite de Bethe-Goldstone

$$G(\omega) = V + V \frac{Q}{\omega - h(1) - h(2)} G$$

où  $V$  est l'interaction élémentaire nucléon-nucléon,  $\omega$  l'énergie de la paire de particules 1, 2 et  $h$  un hamiltonien à un corps. L'opérateur de blocage de Pauli  $Q$  projette les états intermédiaires de diffusion au-dessus du niveau de Fermi. Sans ce terme de Pauli l'équation de Bethe-Goldstone se réduirait à une simple équation de diffusion pour la matrice  $T$ . Pour résoudre ce type de problème on dispose d'un degré de liberté dans le partage de l'ensemble des interactions nucléon-nucléon entre d'une part l'hamiltonien moyen à un corps  $h$  et d'autre part le processus résiduel de diffusion que l'on considère. Notons enfin que des calculs Brückner ont également été effectués pour des noyaux finis à l'aide de l'approximation dite de densité locale dans laquelle on assimile localement le noyau à un gaz de Fermi de moment de Fermi  $k_F \propto \rho^{1/3}$ .

### 3.2.2. Bilan des calculs de saturation de la matière nucléaire.

Le problème de la saturation a fait l'objet de très nombreux calculs depuis plusieurs dizaines d'années. Très brièvement on peut résumer la situation de la manière suivante:

#### i) Théories non relativistes

Ce sont essentiellement des calculs basés sur la théorie de Brückner, c'est à dire cherchant à résoudre l'équation dite de Bethe-Goldstone vérifiée par la matrice de diffusion dans le milieu  $G$ , à l'aide de divers schémas d'approximation, et à partir d'un potentiel nucléon-nucléon réaliste. Ces calculs ne permettent pas, en l'état actuel, de reproduire le point de saturation (Figure 1-6). Plus grave encore, on peut montrer que les points de saturation des potentiels réalistes se rangent systématiquement sur une ligne appelée ligne de Coester, et qui ne passe pas par le point expérimental de saturation! Il semble que ce défaut soit du à la restriction à un potentiel à deux corps nucléon-nucléon. Ceci est confirmé par les calculs de Friedmann et Pandharipande qui en incluant une force effective à 3 corps sont capables d'obtenir une saturation satisfaisante <sup>18)</sup>. Pour une discussion détaillée des problèmes de défaut de saturation des calculs Brückner standards on pourra se reporter au cours de C. Mahaux (Les Houches, 1989 Ref. 15).

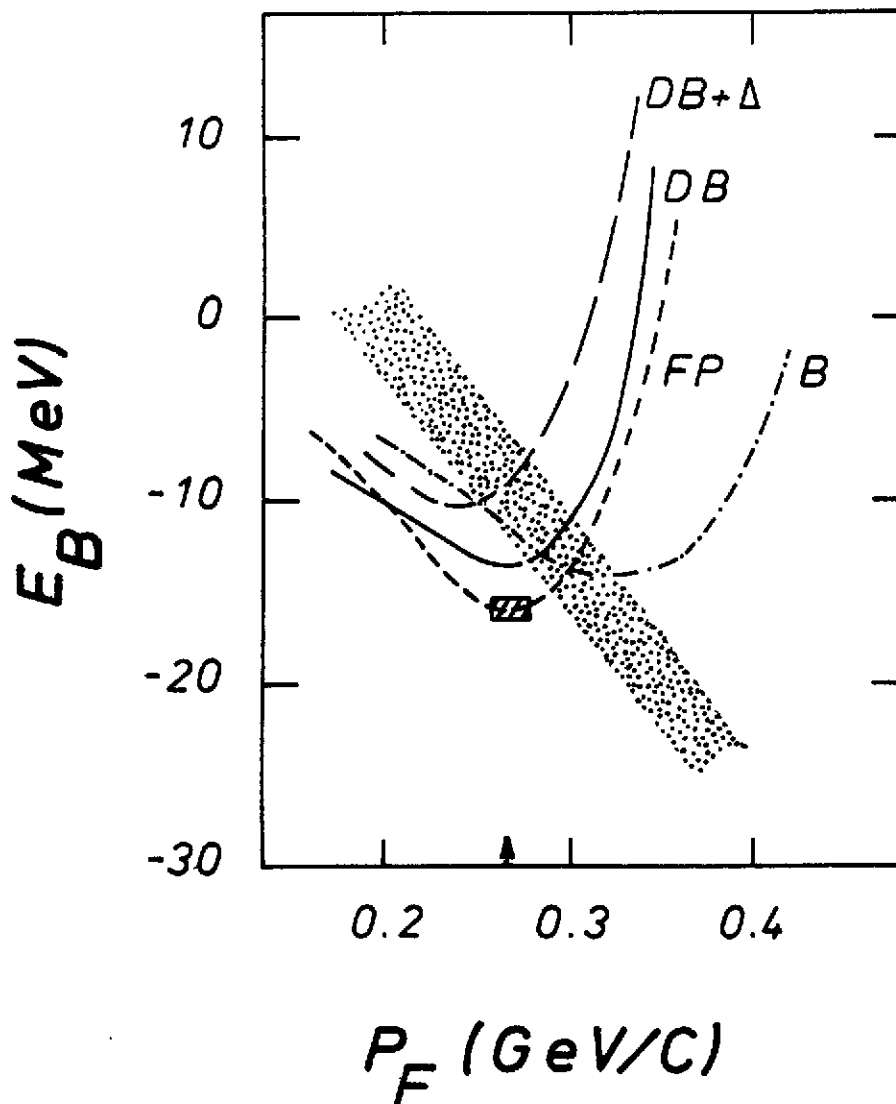
Il est également possible de construire des classes de forces effectives phénoménologiques (comme les forces dites de Skyrme <sup>19)</sup>) qui, moyennant un nombre restreint de paramètres libres, permettent d'obtenir la saturation ainsi que des propriétés raisonnables des noyaux finis. Cependant ces interactions ne sont pas déduites explicitement d'un potentiel nucléon-nucléon.

Dans une force de type Skyrme on paramétrise l'interaction effective en fonction de la densité  $\rho$  et de la densité d'énergie cinétique  $\tau$  (et éventuellement d'une densité de spin-orbite, ...) sous la forme d'une fonctionnelle relativement simple (que l'on peut justifier à postériori à partir des calculs de type Brückner). Dans sa forme la plus simple la densité d'énergie peut donc s'écrire, pour de la matière symétrique

$$\mathcal{H}(\rho) = \frac{\hbar^2}{2m} \tau + \frac{3}{8} t_0 \rho^2 + \frac{t_3}{16} \rho^{1+\gamma}$$

où  $t_0$ ,  $t_3$  et  $\gamma$  sont les paramètres de la force. Des termes supplémentaires peuvent être ajoutés pour décrire les effets de portée finie. La dépendance en moment de l'interaction nucléon-nucléon n'est prise en compte dans ces forces que dans la limite des faibles moments relatifs. Elles ne peuvent donc par exemple pas être utilisées dans des collisions d'ions lourds au delà de typiquement 150 MeV par nucléon (voir Chapitre III). Les forces de Skyrme ont été largement utilisées dans les calculs de type champ moyen et rendent compte de nombre de propriétés des noyaux à l'aide d'un nombre très restreint de paramètres. Elles ont donc un pouvoir prédictif assez fort et sont de plus d'un emploi assez aisé, d'où le rôle important qu'elles jouent.

Notons enfin qu'un grand nombre de paramétrisations de type Skyrme existent et qu'il est donc possible de tester l'influence de l'interaction sur l'observable physique que l'on étudie. Ceci peut permettre d'extraire des grandeurs particulièrement insensibles (ou sensibles) à l'équation d'état et ainsi s'affranchir d'une part de l'incertitude liée au caractère phénoménologique de ces forces.



**Figure 1-6: Calculs de matière nucléaire** (Adaptée de B. ter Haar et R. Malfliet, Phys. Rep. 149C(1987)207)

Comparaison de divers calculs de matière nucléaire, dans le plan énergie par nucléon ( $E_B$ , en MeV) en fonction du moment de Fermi ( $p_F$ , en GeV/c). Le point expérimental de saturation est indiqué par un rectangle hachuré. La région grisée correspond aux points de saturation typiquement obtenus dans des calculs Brückner non relativistes avec interaction à deux corps (lignes de Coester). Un exemple d'un tel calcul est également indiqué (courbe "B"). Les résultats de deux calculs relativistes Dirac-Brückner sont aussi reportés (courbe "DB", et "DB+ $\Delta$ "). Dans le calcul "DB+ $\Delta$ " l'excitation de la résonance  $\Delta$  a, de plus, été prise en compte. Enfin un calcul avec interaction à deux et trois corps est présenté (courbe "FP", Réf. 18).

## ii) Théories relativistes

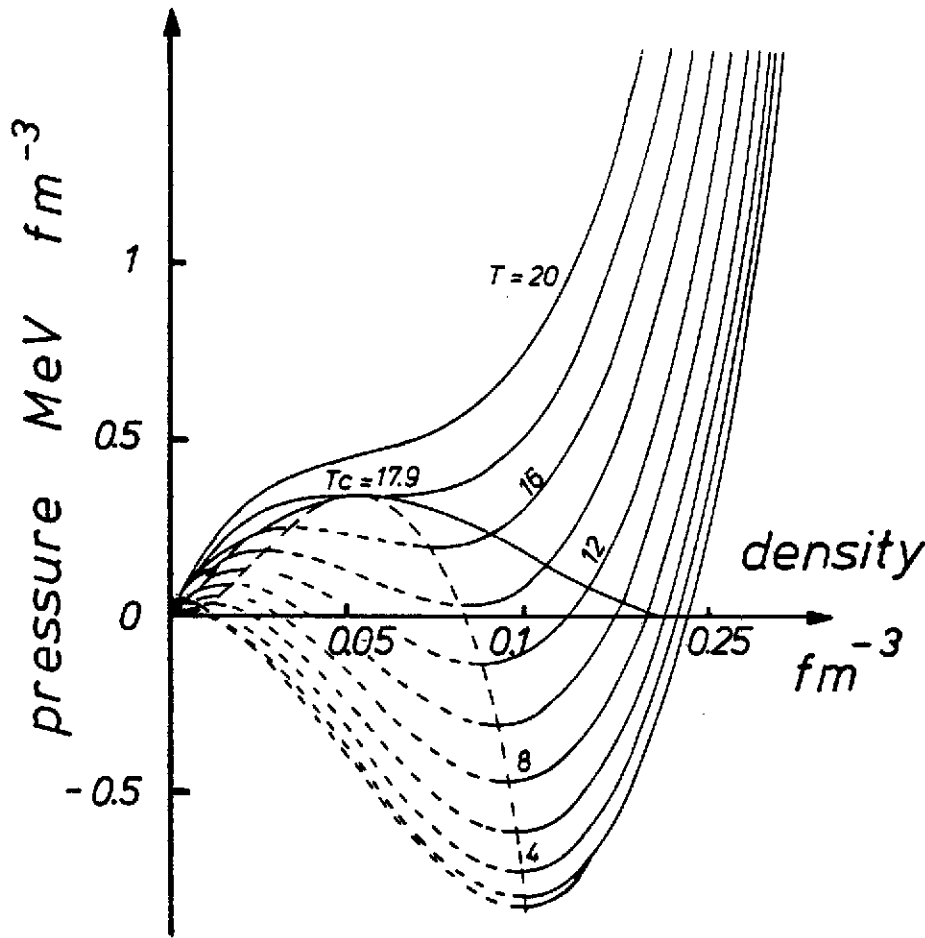
Plus récemment une nouvelle génération de calculs de matière nucléaire a fait son apparition avec le développement des approches relativistes. En effet la vitesse de Fermi étant de l'ordre de  $v_F \approx 0.3 c$ , deux nucléons en interaction ont une vitesse relative la plus probable de l'ordre de  $0.6 v_F \approx 0.2 c$  ce qui peut justifier le recours à un formalisme relativiste. Au lieu d'être fondés sur l'équation de Schrödinger et de Bethe-Goldstone pour la matrice  $G$ , ces calculs ont pour point de départ l'équation de Dirac (pour les champs nucléoniques) et la matrice  $G$  vérifie l'équation de Bethe-Salpeter, généralisation relativiste de l'équation de Bethe-Goldstone. Ces calculs sont connus sous le nom de calculs Dirac-Brückner<sup>20,21</sup>) et sont construits sur une interaction élémentaire à deux corps nucléon-nucléon, dérivée de l'OBEP\*)<sup>20</sup>). Les premiers résultats de ces calculs sont encourageants, puisque leurs points de saturation échappent à la ligne de Coester et se rapprochent significativement du point expérimental (Figure 1-6). Néanmoins, certains aspects de ces calculs ne sont pas encore complètement fixés, comme par exemple l'inclusion de la résonance Delta (Figure 1-6). De plus, des points techniques demandent encore à être testés avec plus de précision (rôle des états d'énergie négative de la mer de Dirac en particulier).

### 3.3. L'équation d'état à température finie

Même si l'équation d'état à température nulle (le point de saturation!) pose encore des problèmes il est également important de tenter d'estimer la forme de l'équation d'état à température finie. Ceci fournit un guide précieux pour notre compréhension tant des phénomènes astrophysiques que des collisions d'ions lourds. Les calculs Brückner et Dirac-Brückner ont ainsi été étendus au cas de la température finie<sup>21,22</sup>). Les calculs avec interaction à trois corps ont aussi été faits à température non nulle<sup>18</sup>). Ces différentes approches sont qualitativement en accord. L'effet de la température sur la structure de l'interaction nucléon-nucléon est assez faible (de l'ordre de 10 à 20% en moyenne). Les effets principaux sont dus à l'évolution de la distribution de vitesses avec la température plutôt qu'à des modifications de la partie potentielle de l'interaction. D'un point de vue pratique on peut par exemple prendre les forces phénoménologiques de Skyrme, paramétrées sur les propriétés nucléaires à température nulle et les utiliser à température finie. Cette approximation s'avère surprenamment bonne et nous en nous contenterons souvent dans la suite, vu l'absence d'une théorie non ambiguë (Figure 1-7). A température finie l'équation d'état de la matière nucléaire pourrait exhiber des comportements thermodynamiques intéressants. Citons entre autres la possibilité de coexistence de phases liquide-gaz et l'existence d'un point critique pour cette transition; l'existence d'une région de basse densité (région spinodale) mécaniquement instable, c'est à dire dans laquelle les fluctuations, au lieu d'être amorties comme dans la matière nucléaire à densité normale, sont amplifiées, ...

---

\*) L'approximation de l'OBEP (One Boson Exchange Potential) consiste à représenter l'interaction élémentaire nucléon-nucléon par l'échange d'un ensemble de bosons ( $\pi$ ,  $\rho$ , etc ...). On suppose que la contribution des effets multi-bosoniques (qui conduisent à des calculs très lourds comme par exemple les diagrammes à deux pions) peuvent être représentés par l'échange d'un boson "non physique" (le boson  $\sigma$ ).



**Figure 1-7: Equation d'état nucléaire** (G. Sauer et al, Nucl. Phys. A264(1976)221)  
Réseau d'isothermes dans le plan pression (en MeV fm<sup>-3</sup>) et densité (en fm<sup>-3</sup>) d'une équation d'état phénoménologique obtenue à partir d'une force de Skyrme. Le point de saturation correspond au point de pression nulle et densité finie. Le trait plein coupant les isothermes est la ligne de coexistence liquide-gaz. Les températures des isothermes sont données en MeV. Le point critique correspond à T<sub>c</sub> = 17.9 MeV. Enfin la partie pointillée est la région spinodale, mécaniquement instable.

**Exercice**

On se donne une force effective de type Skyrme simplifiée, pour laquelle la densité d'énergie potentielle peut s'écrire comme une fonction à trois paramètres ( $t_0$ ,  $t_3$  et  $\gamma$ ) de la densité:

$$E_{pot} = \frac{3}{8} t_0 \rho^2 + \frac{t_3}{16} \rho^{1+\gamma}$$

i) Montrer que l'on peut calculer  $t_0$  et  $t_3$  en fonction de  $\gamma$ , de l'énergie cinétique d'un gaz de Fermi  $E_{K0} = 3/5 \epsilon_F$  et de l'énergie de saturation  $E_{B0}$ .

ii) Montrer que le module d'incompressibilité  $K_\infty$  peut s'écrire  

$$K_\infty = (E_{K0} + 9 E_{B0}) + 3 \gamma (E_{K0} + 3 E_{B0})$$

ce qui montre que l'on peut construire une classe de telles forces de Skyrme ayant le même point de saturation défini par  $E_{K0}$  et  $E_{B0}$  et des modules d'incompressibilités très différents.

iii) En déduire la forme de l'équation d'état  $P(\rho)$  pour différentes valeurs de  $\gamma$ .

iv) On se place à haute température et l'on admet que la pression cinétique peut donc s'écrire simplement sous la forme  $\rho T$ . Montrer que l'équation d'état ainsi définie à température finie possède un point critique dont on calculera la densité et la température.

v) L'équation d'état d'un fluide de Van der Waals peut se mettre sous la forme réduite

$$P = \frac{8t}{3v-1} - \frac{3}{v^2}$$

où  $p=P/P_c$ ,  $t=T/T_c$  et  $v = \rho_c/\rho$  sont respectivement les pression, température et densité réduites. Exprimer l'équation d'état nucléaire précédente à l'aide des variables réduites  $p$ ,  $t$ ,  $v$  et comparer à l'expression de Van der Waals en faisant coïncider les points critiques. Conclure (Référence : H. Jaqaman et al, Phys. Rev. C27(1983)2782, voir aussi Figure 1-1).

---

#### 4. Conclusions

La connaissance de l'équation d'état de la matière nucléaire reste un problème largement ouvert. Dans ce premier chapitre nous avons essayé de faire un bilan de nos connaissances et des problèmes qui restent non résolus. Nous voudrions rappeler , en guise de conclusion quelques points particulièrement importants:

- i) l'importance générique d'une équation d'état,
- ii) la propriété de saturation de la matière nucléaire (densité et énergie); le module d'incompressibilité quant à lui n'est pas encore déterminé avec la même précision que le point de saturation,
- iii) la difficulté, non encore résolue, à passer de l'interaction élémentaire nucléon-nucléon à l'équation d'état, en particulier au point de saturation,
- iv) l'astrophysique (supernovae et étoiles à neutrons) et les collisions d'ions lourds devraient nous aider à mieux connaître l'équation d'état, sur de larges plages de densité et de température.

## Chapitre II

### Equation d'état de la matière dense et chaude (supernovae de type II et étoiles à neutrons)

A la fin de leur évolution "calme" les étoiles suffisamment massives développent un coeur de Fer qui grossit jusqu'à atteindre la masse dite de Chandrasekhar au delà de laquelle il devient gravitationnellement instable<sup>23)</sup>. Le Fer étant l'un des éléments les plus stables de la classification, aucune réaction thermonucléaire ne peut s'allumer spontanément pour créer une pression cinétique permettant de stopper l'effondrement. Cet effondrement ne dure que quelques millisecondes mais il est d'une importance cruciale pour le sort ultérieur de l'étoile qui peut éventuellement exploser sous forme de supernova de type II. La densité augmente ainsi très rapidement jusqu'à des valeurs de l'ordre de la densité de saturation de la matière nucléaire ( $\rho_0 \approx 0.17 \text{ fm}^{-3} \approx 2.6 \cdot 10^{14} \text{ g.cm}^{-3}$ ). La température atteint également des valeurs très élevées de l'ordre de 5 à 10 MeV, qui perturbent fortement les agrégats nucléaires présents dans le système. La composition du coeur est également assez inhabituelle. La matière nucléaire se neutronise, c'est à dire que protons et électrons se combinent en neutrons, portant la fraction d'électrons à une valeur de l'ordre de  $Y_e \approx 0.35$ , c'est à dire relativement faible. Sont également présents dans ce système dense un nombre important de neutrinos, qui au delà de quelques  $10^{11} \text{ g.cm}^{-3}$  sont dynamiquement piégés c'est à dire ne peuvent quitter le coeur avant la fin de l'effondrement. Ces divers ingrédients font de ces coeurs de pré-supernova des systèmes nucléaires tout à fait particuliers, comme nous allons le voir plus en détails ci-dessous. Quand la densité du coeur devient de l'ordre de la densité de saturation, l'effondrement s'arrête. A cause de la faible compressibilité de la matière nucléaire le coeur rebondit alors sur lui même, un peu à la façon d'un ressort que l'on comprime. Une onde de choc se forme au bord de ce coeur et, si les conditions énergétiques le permettent, cette onde de choc peut faire exploser les couches externes de l'étoile en une supernova. Le coeur se refroidit alors sous forme d'étoile à neutrons ou éventuellement de trou noir. L'état thermodynamique du coeur à la fin de l'effondrement conditionne fortement l'évolution ultérieure de l'étoile. Il est donc primordial d'être capable d'évaluer l'équation d'état de ce système de façon précise, ce d'autant plus que la balance en énergie qui conditionne l'explosion est extrêmement précaire.

#### 1. Contexte astrophysique

##### 1.1. Equation d'état et indice adiabatique

Comment étudier l'équation d'état du coeur des supernovae? Nous pouvons, en première approche faire l'hypothèse classique (justifiée par la suite) d'une équation d'état polytropique<sup>24)</sup>

$$P \approx k \rho^\gamma \quad (2-1)$$

où  $\gamma$  est l'indice polytropique du système. Dans ces conditions on peut reformuler le critère de stabilité de Chandrasekhar <sup>25)</sup>, qui donne la masse limite  $M_{ch}$  d'un objet stable auto-gravitant en terme de l'indice  $\gamma$  ( $M_{ch} \approx 5.76 Y_e^2 M_\odot$  soit environ 1.4 masses solaires pour  $Y_e = 0.5$ ). Si  $\gamma < 4/3$  le système est gravitationnellement instable et il s'effondre; si  $\gamma > 4/3$  il est stable vis à vis de la gravité. Par exemple un gaz dégénéré non relativiste de fermions a un indice  $\gamma = 5/3$  et est donc gravitationnellement stable (ce sera par exemple le cas du gaz de nucléons après l'arrêt de l'effondrement du coeur). Un gaz dégénéré relativiste de fermions a un indice de  $4/3$  et est donc marginalement instable (c'est le cas des électrons du coeur).

## 1.2. Conditions thermodynamiques

Jusqu'à la fin des années 70 le problème de l'équation d'état de la matière dense du coeur des pré-supernovae était très débattu, par ignorance des conditions thermodynamiques qui prévalent lors de l'effondrement. Dans un papier célèbre de 1979, Bethe, Brown, Applegate et Lattimer firent une étude détaillée de l'évolution du coeur qui s'effondre (composition leptonique et entropie) et ouvrirent ainsi la voie à une nouvelle génération de recherches <sup>26)</sup>. Assez tôt au cours de l'effondrement, au delà d'une densité d'environ  $1.5 \cdot 10^{11} \text{ g. cm}^{-3}$  les neutrinos sont piégés dynamiquement, comme nous l'avons mentionné précédemment. Ce piégeage bloque la neutronisation de la matière nucléaire et il s'établit un équilibre  $\beta$  caractérisé par la relation entre potentiels chimiques (avec des notations évidentes)

$$\mu_\nu = \mu_p - \mu_n + \mu_e \quad (2-2)$$

La suite de l'effondrement peut alors être caractérisée du point de vue thermodynamique par deux propriétés:

i) la fraction de leptons (électrons + neutrinos)  $Y_l = Y_e + Y_\nu$  est essentiellement constante et vaut environ 0.4-0.45. La fraction d'électrons  $Y_e$  vaut approximativement 0.3-0.4.

ii) le coeur, ne communiquant plus avec l'extérieur, évolue de façon adiabatique. De plus l'entropie par baryon est faible ( $S/A \approx 1$ ), ce qui permet au système d'atteindre des densités très élevées (voisines de la saturation) avec des températures de quelques MeV seulement. Sans cette dernière condition d'évolution adiabatique à faible entropie les calculs antérieurs d'équation d'état ne permettraient pas d'atteindre les hautes densités. Les noyaux entraînent en quelque sorte en ébullition à faible densité et une quantité insuffisante d'énergie était alors disponible pour le rebond <sup>27)</sup>. L'évolution adiabatique (ou quasi-adiabatique pour être plus précis <sup>26)</sup>) justifie également l'équation d'état polytropique (Eq.(2-1)). La question qui se pose donc est d'évaluer l'indice adiabatique  $\gamma$  (plus précisément  $\gamma(\rho)$ ) au cours de l'effondrement du coeur. Notons, pour éviter des confusions avec les notations du chapitre précédent que  $\rho$  désigne ici la densité totale du système (essentiellement la densité



baryonique). Cette densité peut être largement inhomogène localement, comme nous le verrons dans la suite.

### 1.3. Les différents constituants de l'équation d'état de la matière dense

La matière du coeur qui s'effondre est un mélange d'agrégats nucléaires, de quelques nucléons libres, d'électrons (le système est électriquement neutre) et de neutrinos, en équilibre thermodynamique <sup>23</sup>). Ceci constitue donc un système nucléaire assez inhabituel <sup>28</sup>). Tous les calculs d'équation d'état montrent que durant l'effondrement l'essentiel de la pression est d'origine leptonique ( $\approx 80\%$  due aux électrons,  $\approx 15\%$  due aux neutrinos), d'où l'importance de la valeur de la fraction leptonique  $Y_1$ . La composante nucléaire de la pression est par contre très faible (de l'ordre de quelques pourcents). Ceci n'a rien d'étonnant, d'une part parce que les leptons sont beaucoup plus légers que les nucléons, d'autre part, et surtout, parce que durant l'effondrement la plupart des nucléons sont liés à l'intérieur des noyaux. La dominance des effets leptoniques ne doit cependant pas cacher l'importance fondamentale des noyaux (ou plus généralement des agrégats nucléaires présents dans le système). En effet une équation d'état purement leptonique donnerait un indice adiabatique légèrement supérieur à  $4/3$  et le coeur ne s'effondrerait pas! Le rôle des agrégats nucléaires est précisément de faire chuter  $\gamma$  en dessous de  $4/3$  et de permettre l'effondrement. La faible valeur de l'entropie par baryon permet aux nucléons de rester liés dans les agrégats assez longtemps pour que la densité atteinte puisse provoquer un rebond suffisamment énergétique. On verra ainsi que la pression d'origine nucléaire est "négative", un peu comme si les protons des agrégats, en attirant les électrons qui les entourent réduisaient leur pression cinétique. Notons enfin que la coexistence entre agrégats et gaz de nucléons n'est qu'une expression de la coexistence de phases "liquide/gaz" suggérée par la forme de l'équation d'état nucléaire (voir chapitre I).

---

#### Exercice

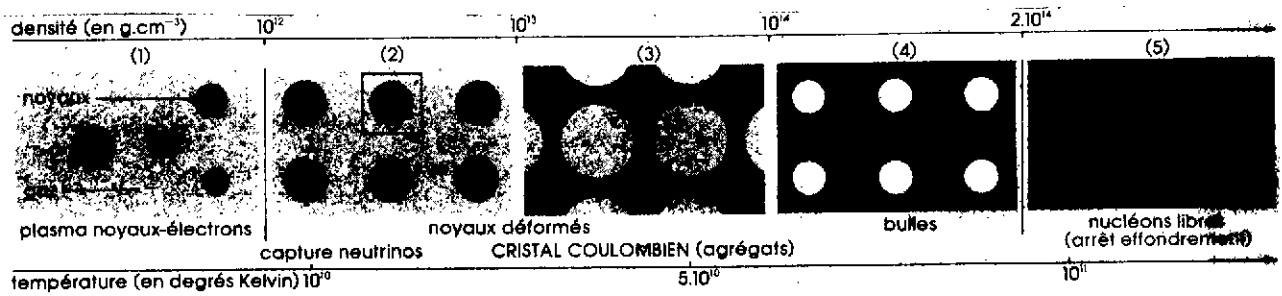
i) L'énergie de Fermi des électrons du coeur est  $\theta_e = \hbar c (3\pi^2 \rho Y_e)^{1/3}$ . Evaluer  $\theta_e$  pour  $T \leq 10$  MeV. Montrer que la pression des ces électrons (relativistes) est donnée par la relation

$$P_e \approx \frac{1}{4} \hbar c (3\pi^2)^{1/3} Y_e^{4/3} \rho^{4/3} \left( 1 + \frac{2\pi^2}{3} \left( \frac{T}{\theta_e} \right)^2 \right)$$

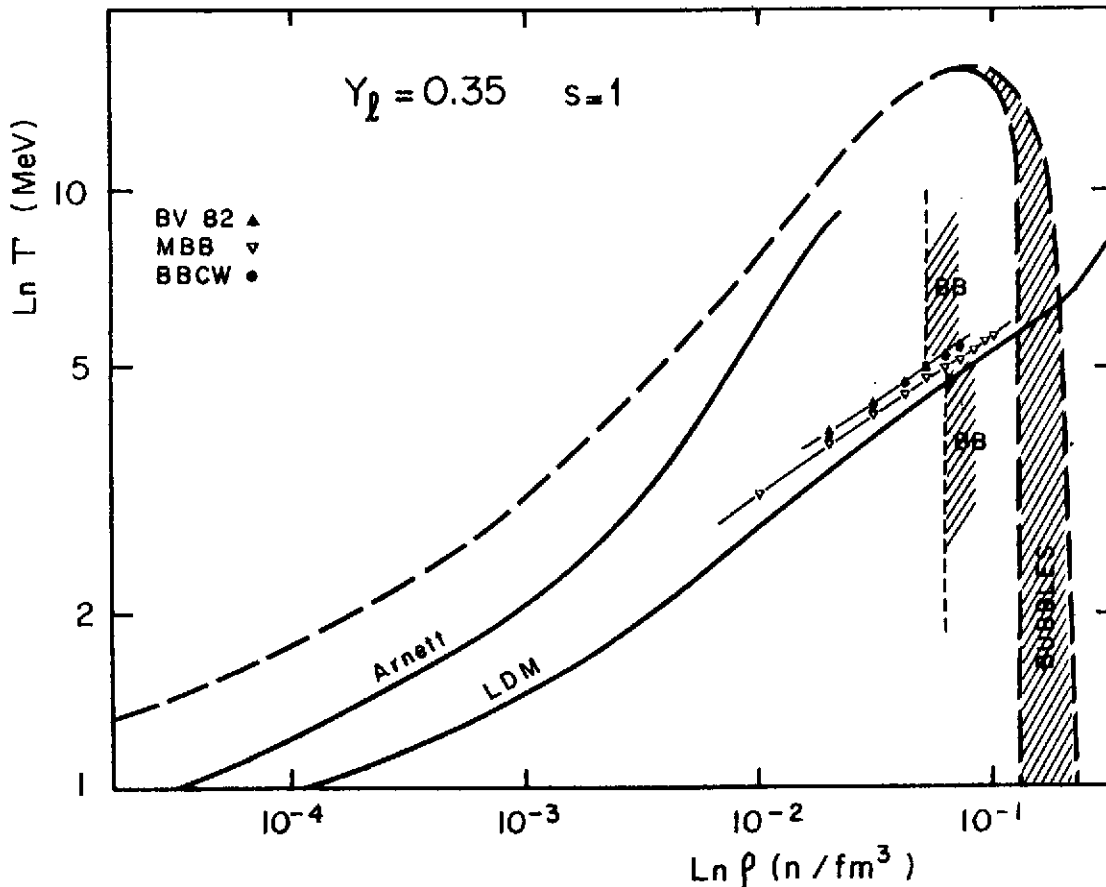
Quelle est la valeur du  $\gamma$  associé? Discuter l'importance du terme correctif.

ii) Montrer que l'indice adiabatique d'un gaz de fermions libres non relativistes vaut  $5/3$  (Référence: A. L. Fetter et J. D. Walecka, "Quantum theory of many-particle systems", Mc Graw Hill, 1971, Chapitre II)

---



**Figure 2-1: Les phases de la matière dense** (E. Suraud, *La Recherche*, 18(1987)324)  
 Evolution qualitative de la composition du coeur des supernovae de type II au cours de la phase finale de l'effondrement. En abscisses sont portées une échelle de densité (en haut, en  $\text{g.cm}^{-3}$ ) et une échelle de température (en bas, en Kelvins). Les étapes importantes de l'effondrement sont indiquées (capture des neutrinos, arrêt de l'effondrement). A basse densité le système est un plasma. A plus haute densité il cristallise. L'effondrement se poursuit tant que des agrégats subsistent dans le milieu.



**Figure 2-2: Diagramme de phases** (E. Suraud, Thèse, Orsay, 1984)  
 Diagramme de phases (température, en MeV, en fonction de la densité, en  $\text{fm}^{-3}$ ) de la matière dense au cours de l'effondrement du coeur. La ligne de coexistence liquide-gaz est indiquée en pointillé. Plusieurs calculs d'équation d'état sont présentés sur cette figure. Les triangles pleins correspondent à un calcul complètement quantique (Réf. 42), les triangles vides à un calcul de type Thomas-Fermi (Réf. 44), les points pleins à un calcul goutte liquide (H. A. Bethe et al, Nucl. Phys. A403(1983)625), de même que la courbe pleine "LDM" (Réf. 41). La courbe "Arnett" (Réf. 27) est un calcul où la faible entropie du coeur n'est pas prise en compte et conduit à une "ébullition" trop rapide des noyaux. Les zones hachurées correspondent aux "bulles" de gaz dans un fond de matière dense, juste avant la fin de l'effondrement. La transition noyaux-bulles, artefact de la symétrie sphérique imposée dans ces calculs, diffère d'une approche à l'autre, mais ceci n'est pas relevant pour la suite de l'évolution de l'étoile.

La densité augmentant les calculs montrent que les agrégats "grossissent" jusqu'à atteindre des masses de l'ordre de  $A \approx 500-1000$  pour des charges  $Z \approx 200-350$  et le gaz de nucléons devient de plus en plus dense (Figure 2-1). Les agrégats, dont la température augmente avec la densité moyenne, en quelque sorte, s'évaporent de plus de plus. En termes d'équation d'état de la matière nucléaire la différence entre densités de la phase "liquide" et "gazeuse" tend vers 0! Intuitivement on conçoit donc bien qu'à une certaine densité limite liquide et gaz vont se fondre en une seule phase de matière nucléaire uniforme (Figure 2-2). Cela correspondrait exactement au point critique de l'équation d'état nucléaire, s'il ne fallait pas tenir compte des effets de taille finie et des autres composants du système. De fait à une densité de l'ordre de  $1.6 \cdot 10^{14} \text{ g.cm}^{-3} \approx 0.1 \text{ fm}^{-3}$  les agrégats disparaissent subitement pour laisser place à un gaz uniforme de nucléons. La conséquence macroscopique de cette transition de phase est importante. Les nucléons se mettent subitement à contribuer à la pression totale sous forme d'un gaz de nucléons non relativistes (voir exercice ci-dessus), l'indice adiabatique devient très élevé ( $\gamma > 5/3$ ) et l'effondrement s'arrête. Notons une fois encore l'importance de la faible valeur de l'entropie qui permet aux agrégats de subsister jusqu'à des densités aussi élevées.

Cette description est qualitative. Nous verrons dans la section suivante que durant l'effondrement plusieurs phases de géométries différentes se succèdent. Les noyaux grossissent en se déformant et établissent en quelque sorte des "ponts" de matière nucléaire dense entre les sommets du réseau sur lequel ils sont situés. Ces "ponts" grossissent jusqu'à former une phase dense avec des "trous" de matière nucléaire moins dense. On parle alors de "bulles"; les phases intermédiaires, quant à elles, correspondent plutôt à des "barres", "plaques", etc ...Cependant l'influence globale sur l'équation d'état de ces différentes phases d'agrégats est faible. Le point important est la persistance d'agrégats, qui empêchent les nucléons de participer à la pression, et ce quelque soient les caractéristiques de ces agrégats.

## 2. Modèles de l'équation d'état de la matière dense

### 2.1. Du plasma au cristal : descriptions macroscopique et microscopique

Le problème majeur est de décrire la partie nucléaire du système. En effet les électrons ne sont influencés que par le couplage coulombien avec les protons des noyaux et la composante neutrinique est entièrement définie par le potentiel chimique  $\mu_\nu$  des neutrinos, qui n'interagissent pas avec le reste du système. On peut distinguer grossièrement deux régimes au cours de l'effondrement, un régime basse densité où une description de type "macroscopique" est possible et un régime de plus haute densité où la structure microscopique des agrégats nucléaires doit être prise en compte <sup>28</sup>).

#### 2.1.1. L'équilibre statistique nucléaire

Au dessous d'environ  $10^{13} \text{ g.cm}^{-3}$  (c'est à dire approximativement  $0.04 \rho_0$ ) le système est un plasma et peut être décrit "macroscopiquement" comme un mélange statistique de différents noyaux

$i(N, Z)$ , coexistant avec un gaz de nucléons et de leptons <sup>29,30</sup>). Les interactions nucléons-noyaux sont suffisamment faibles (à cause de la faible densité du gaz de nucléons) pour que l'on puisse les traiter de façon approchée. La température est elle aussi suffisamment faible pour ne pas influencer la structure des noyaux. Ces calculs sont fondés sur une description statistique des états excités des noyaux, à température modérée <sup>31</sup>). Ils font intervenir le célèbre paramètre de densité de niveaux "a" qui permet de relier énergie d'excitation thermique et température ( $E^* = a T^2$ ) et qui permet d'évaluer la densité d'états accessibles au système excité <sup>32</sup>).

Dans un modèle de mélange statistique nucléaire le nombre de noyaux de type  $i$  est donné par

$$n_i = Z_i(T) \left( 2 \pi \frac{\hbar^2}{m_i T} \right)^{-3/2} \exp(\alpha_i + B_i/T)$$

où  $m_i$  est la masse du noyau  $i$ ,  $B_i$  son énergie de liaison (donnée par exemple par une formule de type Bethe-Weiszäcker <sup>12</sup>) et  $\alpha_i$  est un paramètre de dégénérescence modifié, prenant en compte la faible interaction entre noyau et gaz. La fonction de partition  $Z_i(T)$  du noyau  $i$  est généralement obtenue à partir de la densité d'états  $\rho(E^*)$

$$Z_i(T) = \int_0^\infty \rho(E^*) \exp(-E^*/T) dE^*$$

où  $\rho(E^*)$  peut être calculée à l'aide de formules du type Bethe <sup>31</sup>)

$$\rho(E^*) \approx E^{*5/4} \exp(2\sqrt{aE^*})$$

Dans cette dernière équation "a" est le paramètre de densité de niveaux dont une valeur moyenne expérimentale est  $a \approx A/8$  (aux effets de couche près) <sup>32</sup>).

### Exercice

On considère un noyau de masse  $A$ , à la température  $T$ , décrit par un modèle à particules indépendantes (gaz de Fermi ou oscillateur harmonique par exemple). On se donne le spectre des niveaux d'énergie à une particule  $\epsilon_\nu$ . On supposera que l'énergie potentielle du noyau est indépendante de la température, autrement dit que toute l'énergie d'excitation est d'origine cinétique. On définit la densité de niveaux à une particule par

$$g(\epsilon) = \sum_\nu \delta(\epsilon - \epsilon_\nu)$$

Chaque niveau est donc occupé avec une probabilité égale à un facteur de Fermi. On notera  $\epsilon_F(T)$  l'énergie de Fermi du système.

i) Montrer que l'énergie cinétique totale est

$$E = \int_0^\infty \epsilon \frac{1}{1 + \exp((\epsilon - \epsilon_F(T))/T)} d\epsilon$$

ii) Montrer que dans la limite de basse température le facteur de Fermi peut s'écrire

$$\frac{1}{1 + \exp((\epsilon - \epsilon_F(T))/T)} \approx \Theta(\epsilon - \epsilon_F(T)) - \frac{\pi}{6} T^2 \delta'(\epsilon - \epsilon_F(T))$$

où  $\delta'$  désigne la dérivée de la distribution de Dirac et  $\Theta$  la fonction d'échelon de Heaviside.

iii) En déduire que l'énergie d'excitation du noyau peut s'écrire sous la forme

$$E^* \approx a T^2 \approx \frac{\pi^2}{6} g(\epsilon_F(T=0)) T^2$$

où apparaît le paramètre de densité de niveaux "a".

iv) Montrer que si l'on décrit le noyau par un gaz de Fermi dégénéré en spin et isospin, on a

$$a = \frac{\pi^2}{4} \frac{A}{\epsilon_F(T=0)}$$

Calculer explicitement "a" dans ce modèle. Comparer à la valeur expérimental  $a \approx A/8$ . Conclure. Pour une discussion détaillée du calcul de la densité d'états accessibles au système et de la validité de la relation  $E^* = a T^2$  on pourra se reporter à l'appendice II B de A. Bohr et B. Mottelson, "Nuclear Structure", vol. 1, page 281.

### 2.1.2. Approches microscopiques

Au dessus de  $10^{13}$  g.  $\text{cm}^{-3}$  les interactions entre agrégats nucléaires et gaz de nucléons ne sont plus négligeables<sup>28)</sup>. En effet la température augmentant avec la densité les nucléons évaporés par les agrégats constitue un gaz suffisamment dense pour avoir une interaction non négligeable avec les noyaux. L'équilibre statistique nucléaire précédent n'est donc plus applicable et il faut se tourner vers une description microscopique du système.

La structure du système évolue également : de plasma il devient cristal, cristal de noyaux, baignés par un gaz de nucléons et de leptons. Cette transition plasma/cristal peut paraître surprenante. Elle est liée à la faible valeur de l'entropie par baryon qui en quelque sorte "fige" le système dans un état "ordonné". Plus précisément on peut évaluer le degré de cristallisation d'un système par le paramètre de plasma<sup>33)</sup>

$$\Gamma = (Z_{ag} e)^2 / (R_{ag} T) \tag{2-3}$$

qui n'est autre que le rapport entre énergie de cohésion coulombienne du cristal (l'indice "ag" réfère aux agrégats constitutifs) et énergie de vibration thermique. Si  $\Gamma$  est grand le système est cristallin, s'il est petit c'est un plasma. Quand la densité augmente les agrégats grossissent. Comme la température augmente doucement à cause de la faible entropie par baryon, le paramètre de plasma devient grand et il y a cristallisation. Ce point est fondamental car il permet de réduire la description du système à un constituant élémentaire du réseau, ou à une maille dans le cas de calculs à trois dimensions. On décrit donc le système par une cellule représentative dite de Wigner-Seitz<sup>34)</sup> qui contient l'agrégat le plus probable, les gaz de nucléons, électrons et neutrinos correspondants. Le problème s'est donc compliqué avec la nécessité d'une description microscopique, simplifié grâce à la nature cristalline du système. Dans la pratique des calculs on néglige le plus souvent les fluctuations liées à la taille des agrégats. L'utilisation de l'agrégat moyen est une bonne approximation en général.

La thermodynamique du système est donc contenue dans l'énergie libre totale d'une cellule de Wigner-Seitz que l'on peut écrire sous la forme

$$F_{\text{cell}} = F_{\text{nucl}} + F_e + F_\nu + E_{\text{coul}} \quad (2-4)$$

où  $F_{\text{nucl}}$  désigne la partie nucléaire (agrégats + gaz),  $F_e$  l'énergie libre d'un gaz d'électrons libres et  $F_\nu$  celle d'un gaz de neutrinos libres. L'énergie coulombienne se compose de plusieurs termes (avec des notations évidentes)

$$E_{\text{coul}} = E_{ee} + E_{pp} + E_{pe} \quad (2-5)$$

La somme  $E_{ee} + E_{pe}$  s'appelle l'énergie de réseau et joue un rôle fondamental dans la détermination de la taille des agrégats qui résulte d'un équilibre délicat entre termes coulombiens et énergie de surface. L'énergie de surface décroît plus vite que l'énergie coulombienne quand la température augmente, si bien que des noyaux chauds "isolés" ne peuvent exister (ne serait-ce que transitoirement) au delà de températures de quelques MeV ( $T \approx 5-10$  MeV). Les électrons, en écrantant le champ coulombien des agrégats jouent donc un rôle stabilisateur et permettent à ces agrégats de subsister à plus haute température.

Le modèle nucléaire choisi pour décrire les agrégats et le gaz fixe la forme de  $F_{\text{nucl}}$ . A densité  $\rho$  et fraction de leptons  $Y_l$  données on cherche alors la taille de l'agrégat moyen représentatif, c'est à dire  $A$  et  $Z$  tels que  $F_{\text{cell}}/A$  soit minimum à une température donnée (pour des raisons pratiques il est beaucoup plus simple de travailler à température plutôt qu'entropie par baryon constante). On réajuste alors la température à la valeur physique de l'entropie par baryon ( $S/A \approx 1$ ). Ceci fixe donc la température et la masse dans la cellule de Wigner-Seitz que nous choisissons pour représenter le système. L'état d'équilibre est alors celui obtenu en minimisant  $F_{\text{cell}}$  pour ces valeurs particulières de  $A$  et  $T$ .

Dans cette procédure le choix du modèle nucléaire approprié à la description des noyaux chauds reste un problème délicat. Avant d'examiner les solutions qui ont été adoptées nous allons brièvement rappeler les difficultés que soulève la description d'un système nucléaire chaud.

## 2.2. Problématique des noyaux chauds

Dans un système de fermions à l'équilibre thermodynamique à la température  $T$  les niveaux à une particule sont occupés avec une probabilité égale à un facteur de Fermi <sup>35</sup>). La description d'un noyau à température finie pose donc a priori deux problèmes

- i) une description complète (dans le cadre d'une approche à un corps, pour simplifier!) nécessite a priori la connaissance de tous les niveaux du spectre et de leur nombres d'occupations;
- ii) l'occupation de niveaux d'énergie élevée traduit la métastabilité du système, autrement dit l'incapacité d'une approche statique à décrire un processus dynamique d'évaporation.

Dans le coeur des pré-supernovae le point ii) ne pose guère de problèmes, puisque agrégats et gaz de nucléons coexistent naturellement. Par contre aux cours des réactions d'ions lourds (Chapitre III) une telle description statique est insuffisante, rendant la définition d'une température nucléaire difficile 36).

Le point i) est essentiellement une difficulté technique. Les calculs quantiques de noyaux à température finie montrent que les effets de couches disparaissent à relativement basse température, de l'ordre de  $T = 2-3 \text{ MeV}$  37). Ceci suggère donc l'emploi de formalismes semi-classiques, qui s'avèrent ainsi fournir une description simple et précise des propriétés moyennes de noyaux chauds 38). Notons que la disparition des effets de couche ne signifie pas que le noyau atomique n'est plus un objet quantique au delà de  $T = 2-3 \text{ MeV}$ ; il suffit pour s'en persuader d'évaluer les nombres d'occupation des niveaux au voisinage du niveau de Fermi. Ainsi à  $T = 4 \text{ MeV}$  le facteur d'occupation d'un niveau situé à 20% en dessous du niveau de Fermi reste de l'ordre de 90%! Les approches semi-classiques constituent néanmoins une très bonne approximation tant que les valeurs moyennes sont concernées 38).

La plus simple (ordre zéro en  $\hbar$ ) des approximations semi-classiques est la méthode dite de Thomas-Fermi. On y assimile localement le noyau à un gaz de Fermi. Si  $\rho$  est la densité du noyau au point  $r$  le moment de Fermi local est donc pris égal à  $k_F \propto \rho^{1/3}$  (cf. approximation de densité locale, section 3.2.1 du Chapitre I). A température finie la relation entre  $k_F$  et  $\rho$  n'est plus analytique mais le principe reste le même. Il est également possible de développer des approximations semi-classiques au-delà de l'ordre zéro en  $\hbar$  (ordres 2 et 4) et qui sont donc plus "proches" du cas quantique que Thomas-Fermi (elles donnent en particulier une description plus précise de la surface). Ces méthodes sont connues sous le nom de calculs Thomas-Fermi-Étendus. Une fois que l'on a choisi un niveau d'approximation il est possible par exemple d'exprimer la densité d'énergie cinétique comme fonctionnelle de la densité. Ceci est particulièrement intéressant dans le cas des forces de Skyrme, la densité d'énergie devenant alors une fonctionnelle de la densité du noyau  $\rho(r)$  seule. Ceci simplifie grandement les calculs, en particulier à température finie où les approches quantiques deviennent très pénalisantes sur le plan numérique, à cause de la probabilité finie d'occupation de tous les niveaux du spectre. Les calculs Thomas-Fermi ont donc été largement utilisés dans la physique des noyaux "chauds", en particulier dans le contexte des coeurs de supernovae. Ils permettent des calculs systématiques aisés.

### Exercice

On décrit le noyau dans une approximation de gaz de Fermi local, c'est à dire telle qu'en tout point  $r$  on suppose que le système est un gaz de Fermi dans un puits de potentiel à un corps  $V(r)$ . On suppose que le noyau est à une température  $T$ . Montrer que la densité du système  $\rho(r)$  peut s'écrire ( $g=4$ ) 38)

$$\rho(r) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\hbar^2}{2mT} \right)^{-3/2} J_{1/2} \left( \frac{\mu - V(r)}{T} \right)$$

où  $\mu$  est le potentiel chimique et  $J_k$  désigne la fonction de Fermi d'ordre  $k$

$$J_k(y) = \int_0^\infty \frac{x^k}{1 + \exp(x-y)} dx$$

En prenant des valeurs réalistes de  $\mu$  et  $V$ , estimer la valeur asymptotique de  $\rho(r)$  quand  $r \rightarrow \infty$ . En déduire qu'un noyau chaud est métastable ou coexiste avec un gaz de nucléons de densité finie non nulle dont on donnera l'expression en fonction de  $\mu$  et  $T$ .

### 2.3. Modèles nucléaires utilisés dans les descriptions microscopiques de la phase finale de l'effondrement

#### i) Matière nucléaire infinie <sup>39, 40)</sup>

Dans ce modèle on décrit la coexistence agrégat-gaz comme l'équilibre de deux phases de matière nucléaire infinie ayant donc même pression et même potentiel chimique. Une simple construction de Maxwell sur une équation d'état nucléaire typique (voir par exemple Figure 1-7 du chapitre I) donne l'équation d'état sous la forme  $P(\rho)$ .

#### ii) Goutte liquide chaude <sup>41)</sup>

Cette approche étend le modèle précédent en prenant en compte les effets liés à la taille finie et les effets coulombiens. Les agrégats sont décrits par un modèle de goutte liquide à température finie. Un ingrédient important est la dépendance en température de l'énergie de surface qui doit être insérée de façon ad hoc.

#### iii) Champ moyen à température finie <sup>42)</sup>

Pour pallier aux insuffisances des approches i) et ii) des calculs complètement quantiques furent effectués au début des années 80. La composante nucléaire du système est décrite dans l'approximation du champ moyen Hartree-Fock étendue au cas de la température finie. Agrégat et gaz forment alors un seul et même système, dense en certaines régions de la cellule élémentaire (agrégat), beaucoup moins dense ailleurs ("gaz"). Dans ce contexte les questions liées au traitement correct des interactions agrégat-gaz sont automatiquement résolues. Ces calculs sont en général effectués à l'aide d'une force phénoménologique de type Skyrme (voir chapitre I) qui permet des calculs assez simples.

#### iv) Approximation semi-classique des calculs Hartree-Fock <sup>43, 44)</sup>

Comme nous l'avons déjà mentionné à la section 2.2 les calculs quantiques à température finie sont extrêmement lourds sur le plan numérique et peuvent avantageusement être remplacés par des approximations semi-classiques dès que la température dépasse 2 à 3 MeV. Des calculs Thomas-Fermi ont ainsi été développés et ont permis des études systématiques de l'équation d'état, dans un contexte microscopique. De plus la comparaison avec les résultats Hartree-Fock est excellente <sup>44)</sup>.

Ces calculs semi-classiques ont également permis des extensions à des géométries autres que sphérique, à laquelle la plupart des calculs avaient été restreints jusqu'alors. Quand la densité augmente les agrégats peuvent ainsi se présenter sous des formes variées (noyaux, barres, tubes, plans...), le passage d'une configuration à l'autre s'effectuant par transition de phase <sup>45, 46)</sup>.

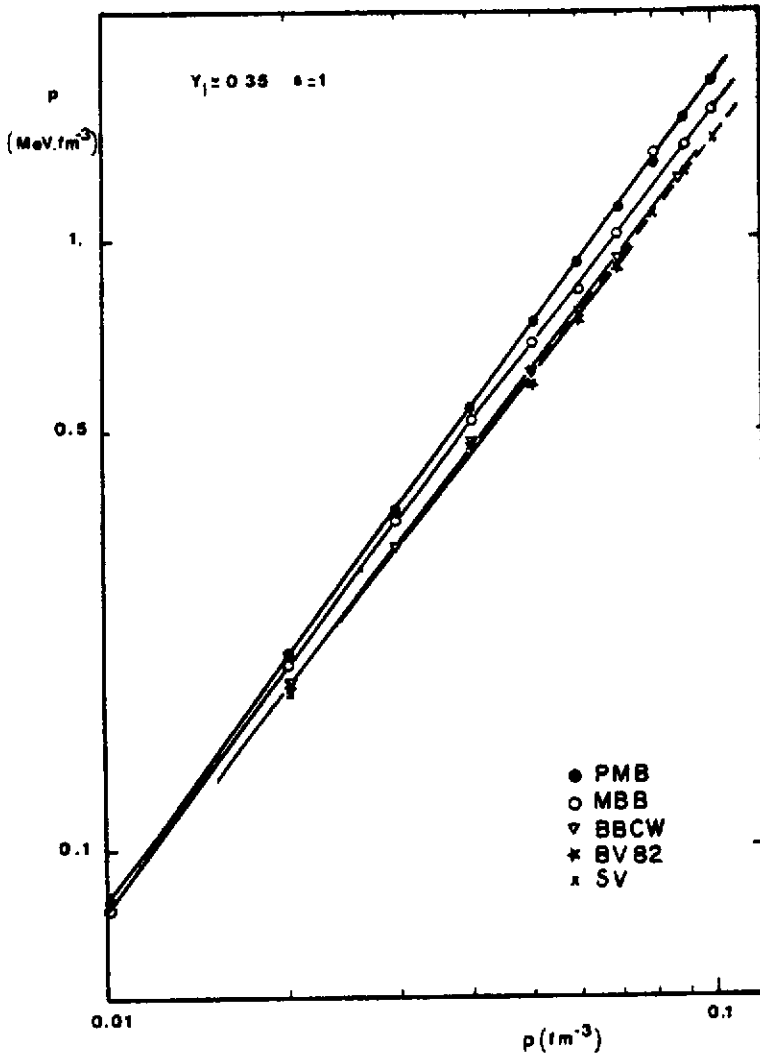
### 2.4. Résultats

#### i) Comparaison des diverses approches microscopiques

Sur la Figure 2-3 sont comparées les résultats des calculs correspondants aux différents modèles de la section précédente. Dans cette région de densité pas trop élevée ( $\rho \leq 0.08 \text{ fm}^{-3}$ ) les agrégats se présentent essentiellement sous forme de noyaux. Les divers calculs donnent des résultats



très voisins pour l'équation d'état, ce qui confirme la bonne connaissance globale que nous avons du système.



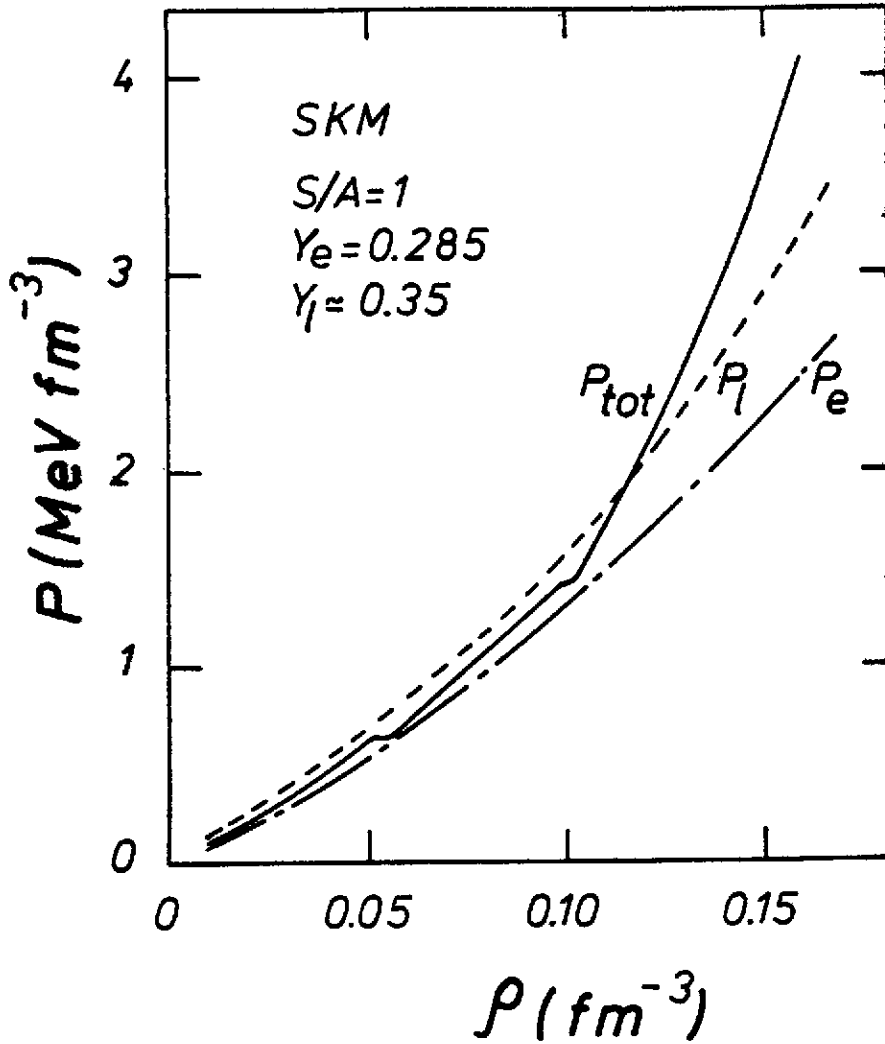
**Figure 2-3: Equations d'état microscopiques** (Adaptée de D. Vautherin, dans "Collapse and Numerical Relativity", NATO, ASI serie C 34(1984)69)

Comparaison de diverses équations d'état microscopiques (pression  $P$ , en  $\text{MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$ , en fonction de la densité  $\rho$ , en  $\text{fm}^{-3}$ ) dans la phase "noyaux", pour une fraction de leptons fixée à  $Y_1 \approx 0.35$  et une entropie par baryon égale à 1. Les points pleins ("PMB", M. Pi et al, Il Nuovo Cimento 75A(1983)100) correspondent à un calcul de matière infinie, les points vides ("MBB", Réf. 43) et les croix ("SV", Réf. 44) à deux calculs Thomas-Fermi, les triangles vides ("BBCW", H. A. Bethe et al, Nucl. Phys. A 403(1983)625) à une approche goutte liquide et les points vides ("BV82", Réf. 42) à un calcul complètement quantique. Noter (à l'exception peut-être du calcul de matière infinie) l'excellent accord entre les différents résultats.

### ii) Exemple d'équation d'état

L'accord précédent entre les différents calculs permet de se contenter d'un seul modèle pour notre analyse. Nous montrons sur la Figure 2-4 les résultats d'un calcul de type Thomas-Fermi (une dimension, 1-D) <sup>44</sup>). Notons la contribution relative des différentes composantes (leptonique et nucléaire) à la pression totale. Les agrégats, en particulier, génèrent une pression "négative"<sup>\*)</sup>. La pression totale présente des discontinuités en fonction de la densité, correspondant aux transitions noyaux-bulles (la seule transition agrégat-agrégat visible dans une approche à une dimension) et bulles-matière infinie. La transition noyaux-bulles est un artefact de la dimension 1, des phases de géométries variées pouvant s'intercaler entre les noyaux et le bulles (voir ci dessous iii)).

<sup>\*)</sup> C'est à dire que si l'on soustrait de la pression totale la contribution de gaz libres d'électrons et de neutrinos le résultat est une "pression" négative.



**Figure 2-4: Constituants de l'équation d'état** (Adaptée de E. Suraud, *Astron. Astrophys.* 143(1985)108)  
 Exemple d'équation d'état microscopique (pression  $P$ , en  $\text{MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$ , en fonction de la densité  $\rho$ , en  $\text{fm}^{-3}$ ) dans un formalisme Thomas-fermi, pour une fraction de leptons  $Y_l \approx 0.35$  et une entropie par baryon égale à 1. La fraction d'électrons vaut environ  $Y_e = 0.285$ . Les calculs ont été effectués avec la force de Skyrme SKM. Le trait plein représente la pression totale ( $P_{\text{tot}}$ ). Noter les discontinuités dues aux transitions noyaux-bulles et bulles-matière infinie. La pression purement électronique est également indiquée (courbe  $P_e$ ), ainsi que la pression leptonique (électrons + neutrinos, courbe  $P_l$ ). Noter que tant que les agrégats sont présents,  $P_{\text{tot}} < P_l$ .

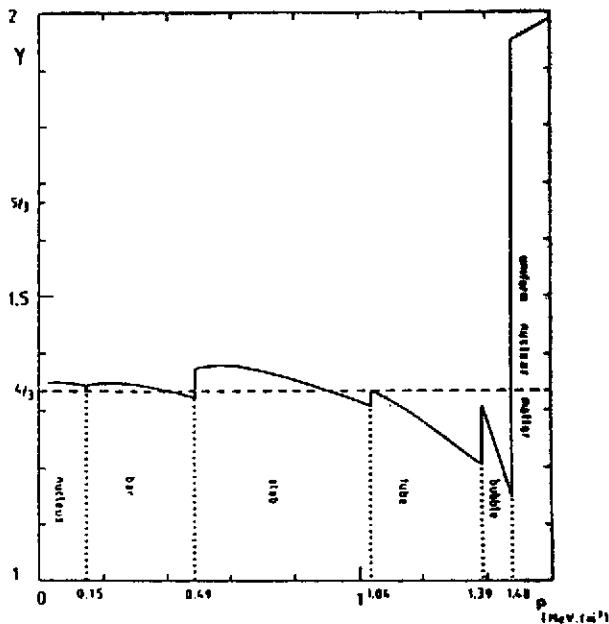
iii) Indice adiabatique

La valeur de l'indice adiabatique  $\gamma$  (Eq. (2-1)) détermine l'arrêt de l'effondrement. D'un point de vue pratique les calculs d'équation d'état que nous venons de décrire ne font pas l'hypothèse Eq.(2-1). Une fois la pression calculée on peut néanmoins évaluer  $\gamma$  comme

$$\gamma = \left( \frac{\partial \text{Log } P}{\partial \text{Log } \rho} \right)_{S/A, Y_l} \quad (2-6)$$

L'indice adiabatique  $\gamma(\rho)$  pour une équation d'état de type Thomas-Fermi en trois dimensions (3-D) est présenté sur la Figure 2-5<sup>46)</sup>. Les discontinuités de  $\gamma$  correspondent aux transitions de phases entre les diverses géométries.

D'un point de vue pratique il s'avère que les résultats des calculs 3-D ne modifient pas les conditions énergétiques initiales du choc car la disparition des agrégats se produit approximativement à la même densité que dans une approche 1-D. Néanmoins ces calculs 3-D apportent une perspective nouvelle sur l'équation d'état nucléaire. En effet il est traditionnel de tracer la pression ou l'énergie en fonction de la densité. Briser la symétrie sphérique revient à se demander si la densité est le seul paramètre relevant pour décrire un système nucléaire.



**Figure 2-5: Géométries 2-D** (M. Lassaut et al, *Astron. Astrophys.* 183(1987)L3)  
 Indice adiabatique  $\gamma$  (Eq. (2-6)) en fonction de la pression ( $P$ , en  $\text{MeV} \cdot \text{fm}^{-3}$ ) pour les différentes phases de la matière du coeur. La valeur critique  $4/3$  est indiquée par un trait pointillé horizontal. A la disparition des agrégats  $\gamma$  devient subitement très grand et l'effondrement s'arrête. Le calcul est effectué dans un formalisme Thomas-Fermi à trois dimensions, pour explorer des géométries de dimensions variées. La fraction de leptons vaut  $Y_1 = 0.35$ , l'entropie par baryon 1 et la force utilisée est la force de Skyrme SKM. La séquence de phases observées est noyaux, barres, plaques, tubes, bulles et enfin matière infinie.

Doit-on conclure de ces divers résultats que l'équation d'état du coeur est bien comprise. La réponse est en grande partie positive. Certains détails sont encore peu pris en compte dans les calculs comme l'effet d'écrantage sur le coulomb des électrons <sup>47)</sup>, les fluctuations sur la taille des agrégats <sup>48)</sup> ou la faible valeur du paramètre de plasma  $\Gamma$  juste avant la fin de l'effondrement <sup>47)</sup>. Dans l'attente de contraintes astrophysiques supplémentaires, en particulier dans le transport des neutrinos, on peut donc conclure que l'essentiel de la physique est sous contrôle, en tout cas pour ce qui concerne la partie nucléaire du calcul.

### 3. Equation d'état nucléaire et étoiles à neutrons

Les scénarios classiques d'explosion de supernovae de type II prédisent la formation éventuelle d'une étoile à neutrons, astre extrêmement dense ( $\approx 10^{15} \text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$  soit 3 à 5 fois la densité de saturation!), et relativement "froid", du point de vue nucléaire ( $\approx 10^6 \text{K}$  soit environ  $10^{-4} \text{MeV}$ ). La question s'est posée depuis longtemps d'étudier la structure de ces étoiles composées à 90% de neutrons qui offrent un cas unique de matière nucléaire infinie ( $\approx 10^{58}$  nucléons!) et qui plus est avec un rapport d'isospin  $(N-Z)/A = 1 - 2Y_e$  voisin de 1 <sup>7)</sup>.

Les conditions physiques qui règnent à l'intérieur de ces étoiles les éloignent de la physique nucléaire traditionnelle fondée sur le nucléon, pour deux raisons principales:

i) Le passage au domaine relativiste

Assimilons l'étoile à un gaz de Fermi. La vitesse de Fermi correspondante est donc  $v_F \propto \rho^{1/3} \approx 0.45-0.5 c$ , ce qui en fait un système clairement relativiste. Rappelons toutefois le succès des approches non relativistes pour les systèmes à la densité normale de saturation, qui correspond à une vitesse de Fermi de l'ordre de  $0.3 c$ .

ii) Le rôle des pions

Dans un milieu nucléaire à haute densité des pions sont créés et sont susceptibles de former un condensat (au moins du point de vue théorique) qui pourrait ainsi absorber une part importante de

l'énergie de l'étoile<sup>49</sup>). Le débat reste ouvert. Néanmoins la présence possible de cette phase soulève le délicat problème des pions dans un milieu nucléaire dense et transforme un problème basé sur le nucléon en un problème nucléons+pions (à cause de la forte interaction nucléon-pion) et nous éloigne donc de l'équation d'état purement nucléonique.

### 3.1. Le modèle de Walecka

En 1974 fut proposé par J. D. Walecka un modèle relativiste minimum pour décrire l'équation d'état des systèmes nucléaires denses comme les étoiles à neutrons<sup>50</sup>). Bien que ce modèle parte d'une représentation extrêmement schématique de l'interaction nucléon-nucléon il permet des calculs très simples et surtout a servi de base à bon nombre de calculs relativistes plus sophistiqués.

L'interaction nucléon-nucléon est décrite par un méson scalaire  $\sigma$  pour l'attraction à portée intermédiaire et un méson vectoriel  $\omega$  pour la partie répulsive à courte portée. Dans le cas limite de nucléons lourds on peut exprimer cette interaction à l'aide d'un potentiel de la forme

$$V(r) = g_{\omega}^2 \frac{e^{-m_{\omega}r}}{r} - g_{\sigma}^2 \frac{e^{-m_{\sigma}r}}{r} \quad (2-7)$$

où  $g_{\omega, \sigma}^2$  sont les constantes de couplages et  $m_{\omega, \sigma}$  les masses des deux champs mésiques. Le système est donc décrit par les champs baryoniques des neutrons et protons  $\Psi_{n, p}$ , et deux champs mésiques  $\Phi_{\sigma}$ , et  $V_{\omega}$ . Ces champs sont respectivement solutions d'équations de Dirac, Klein-Gordon et Proca<sup>51</sup>). Le Lagrangien a été choisi de façon à générer un couplage minimal entre les différents champs. Pour plus de détails le lecteur pourra se reporter à la monographie de J. D. Walecka et B. D. Serot sur ce modèle et ses extensions<sup>51</sup>).

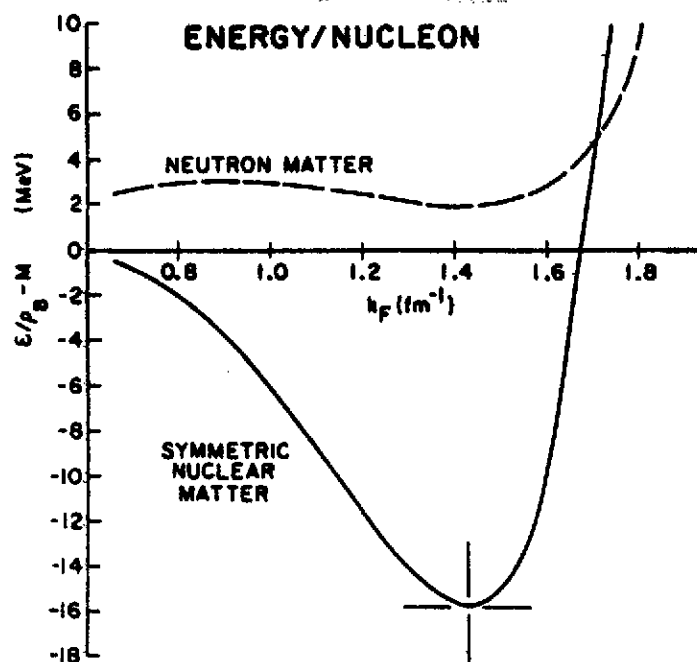
Le point intéressant est que, dans un système dense, ce modèle peut être résolu de façon quasi-analytique. Si la densité est élevée on peut en effet appliquer l'approximation dite du champ moyen qui consiste à remplacer les champs mésiques par leurs valeurs moyennes et calculer ces valeurs moyennes simplement à partir des champs baryoniques

$$\Phi \rightarrow \langle \Phi \rangle = \Phi_0 = \frac{g_{\sigma}}{m_{\sigma}} \bar{\Psi} \Psi$$

et

$$V_{\mu} \rightarrow \langle V_{\mu} \rangle = \delta_{\mu 0} V_0 = \frac{g_{\omega}}{m_{\omega}} \bar{\Psi} \gamma_0 \Psi \quad (2-8)$$

avec les notations habituelles en spineurs  $\Psi$  et matrice de Dirac  $\gamma_{\mu}$  (indice d'isospin omis). Il est alors facile de calculer en fonction de  $\Psi$  et  $\bar{\Psi}$  énergie, pression et densité baryonique d'où l'on déduit l'équation d'état du système (Figure 2-6)<sup>51</sup>). Dans le modèle de Walecka original l'équation d'état de la



**Figure 2-6: Walecka/saturation** (B. D. Serot et J. D. Walecka, *Adv. Nuc. Phys.* 16(1986)1)

Courbe de saturation (énergie par nucléon, en MeV, en fonction du moment de Fermi  $k_F$ , en  $\text{fm}^{-1}$ ) du modèle de Walecka original pour la matière symétrique (trait plein) et la matière de neutrons (trait pointillé). Ces résultats ont été obtenus en fixant le point de saturation en densité et énergie (croix) ce qui épuise tous les paramètres libres du modèle. Ceci produit une équation d'état beaucoup trop dure ( $K_\infty \approx 550 \text{ MeV}$ ).

matière symétrique a un module d'incompressibilité de  $K_\infty = 550 \text{ MeV}$ , ce qui est sans doute hors des barres d'erreur de la valeur admise actuellement (voir Chapitre I, section 2.4). Des améliorations ont été apportées à ce modèle pour corriger ce défaut et pour augmenter ses performances. L'intérêt essentiel de ce calcul reste néanmoins sa simplicité (vite perdue quand on cherche à trop le raffiner) et son caractère générique pour de nombreux calculs relativistes.

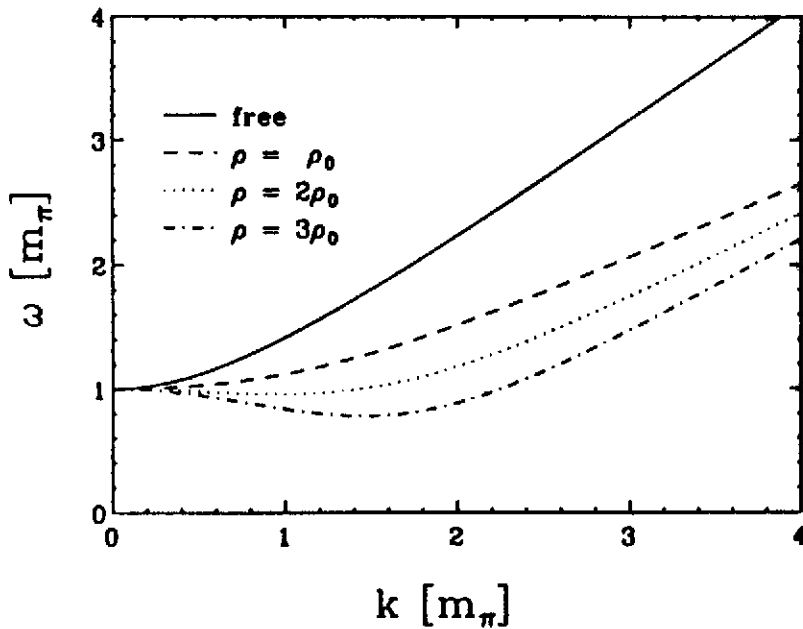
### 3.2. Condensation de pions

Les pions ne sont pas pris en compte de façon spécifique dans le modèle original de Walecka. Pourtant ils sont susceptibles de jouer un rôle important dans la matière dense. On écrit traditionnellement l'énergie d'un pion dans un milieu nucléaire sous la forme de sa relation dite de dispersion qui donne son énergie  $\omega_\pi$  en fonction de son moment  $k_\pi$  49)

$$\omega_\pi^2 = m_\pi^2 + k_\pi^2 + \Pi(k_\pi, \omega_\pi) \tag{2-9}$$

où  $m_\pi$  désigne la masse et  $\Pi$  s'appelle la polarisation du pion. L'évaluation de  $\Pi$  est un problème difficile. Pour calculer correctement  $\Pi$  il faudrait par exemple développer une approche de type Brückner en traitant simultanément et sur un même pied les champs pioniques et nucléoniques. Nous ne disposons pour l'instant que de relations de dispersions phénoménologiques comme celle présentée sur la Figure 2-7 52).

Notons également que ce problème de l'interaction pion-nucléon dépasse le seul cadre des étoiles à neutrons. Dans les collisions d'ions lourds (voir Chapitre III, section 4.1) de nombreux pions peuvent être créés et devraient être pris en compte de façon cohérente dans les calculs. Les premières estimations de ces effets pioniques montrent une influence importante par exemple sur la section



**Figure 2-7: Relation de dispersion des pions** (G. F. Bertsch et al, Nucl. Phys. A490(1988)745)

Energie ( $\omega$ , en masse du pion) en fonction du nombre d'onde ( $k$ , en masse du pion) des pions dans un milieu nucléaire de densité variable. A  $\rho = 3\rho_0$  la relation de dispersion présente un minimum ce qui permettrait de gagner de l'énergie en "condensant" les pions. Ces effets de milieu sur les pions, et réciproquement les effets des pions sur les nucléons sont encore mal maîtrisés, mais devraient jouer un rôle important dans les étoiles à neutrons et les collisions d'ions lourds à quelques centaines de MeV par nucléon.

efficace d'interaction élémentaire nucléon-nucléon, ce qui pourrait modifier l'ensemble de la dynamique de la collision 52,53).

### 3.3. Etoiles à neutrons et équation d'état nucléaire

On affirme souvent que les propriétés des étoiles à neutrons (masse maximum, ...) et/ou celles de leurs progéniteurs les supernovae de type II (énergie du choc, ...) contraignent de façon significative l'équation d'état de la matière nucléaire (en particulier la valeur de  $K_{\infty}$ ). Comme nous l'avons déjà mentionné précédemment (section 2.4.2 du Chapitre I) ce point de vue est excessif. Les systèmes astrophysiques sont dans des conditions beaucoup trop "exotiques" (densité et/ou température) pour pouvoir nous renseigner de façon directe sur l'équation d'état au voisinage de la saturation. La seule issue est de partir des régions connues pour prédire ces comportements "exotiques" et non pas l'inverse. Il faut donc intégrer dans un modèle de physique nucléaire tout notre connaissance du voisinage de la saturation et essayer d'appliquer ce modèle par exemple aux étoiles à neutrons.

## 4. Conclusions

Dans ce chapitre nous avons décrit quelques problèmes d'astrophysique liés à l'équation d'état nucléaire. Nos conclusions peuvent se résumer de la manière suivante;

i) Coeur des supernovae de type II (densité de l'ordre de la densité de saturation, températures inférieures à 10 MeV environ)

- La "macrostructure" de l'équation d'état de ce système est sous contrôle

- le coeur est un mélange d'agrégats et de gaz de neutrons, protons, électrons et neutrinos

- il évolue à entropie par baryon constante et faible ( $S/A \approx 1$ ) et fraction de leptons constante ( $Y_l \approx 0.45$ )

- la pression est essentiellement électronique mais les agrégats jouent un rôle primordial: l'effondrement s'arrête quand ils disparaissent pour laisser place à un gaz de nucléons libres.

• La fin de l'effondrement doit être décrite à l'aide de modèles nucléaires microscopiques

- ceci nécessite le développement de formalismes adaptés à la physique des noyaux chauds; les approches semi-classiques trouvent là un domaine d'application de choix

- la partie purement nucléaire de l'équation d'état est bien comprise, à la précision des contraintes astrophysiques près (transport de neutrinos, ...)

ii) Etoiles à neutrons (densités de l'ordre de trois fois la saturation, température nulle)

La physique des étoiles à neutrons soulève deux problèmes de fond de physique nucléaire:

• les descriptions relativistes

• les effets liés à la présence des pions

Les étoiles à neutrons ne donnent pas de contrainte directe sur l'équation d'état nucléaire au voisinage de la saturation, mais demeurent un cas limite dont une bonne théorie de la matière nucléaire devrait pouvoir prédire les propriétés.

## Chapitre III

### Equation d'état et collisions d'ions lourds

Les collisions d'ions lourds sont un domaine en pleine expansion avec la possibilité offerte par diverses machines (BEVALAC, GSI, SATURNE, GANIL, ...) d'accélérer des ions à des énergies variées allant de la barrière coulombienne (10-20 MeV/A) à des énergies de plusieurs GeV par nucléon<sup>54</sup>). Nous ne considérerons dans la suite que des énergies inférieures à environ 500-600 MeV/A pour lesquelles les collisions restent essentiellement dominées par les effets nucléoniques. A travers l'étude de ces collisions d'ions lourds on espère pouvoir atteindre les propriétés sous-jacentes de l'équation d'état nucléaire. De fait les résultats expérimentaux obtenus jusqu'à présent montrent que ces collisions permettent d'explorer une plage de température allant jusqu'à environ 10 MeV, pour des densités moyennes inférieures à 2-3 fois la densité de saturation<sup>55</sup>). Elles constituent donc a priori un outil de choix pour l'étude de la matière nucléaire et offrent également des conditions thermodynamiques similaires à celles des supernovae ou des étoiles à neutrons.

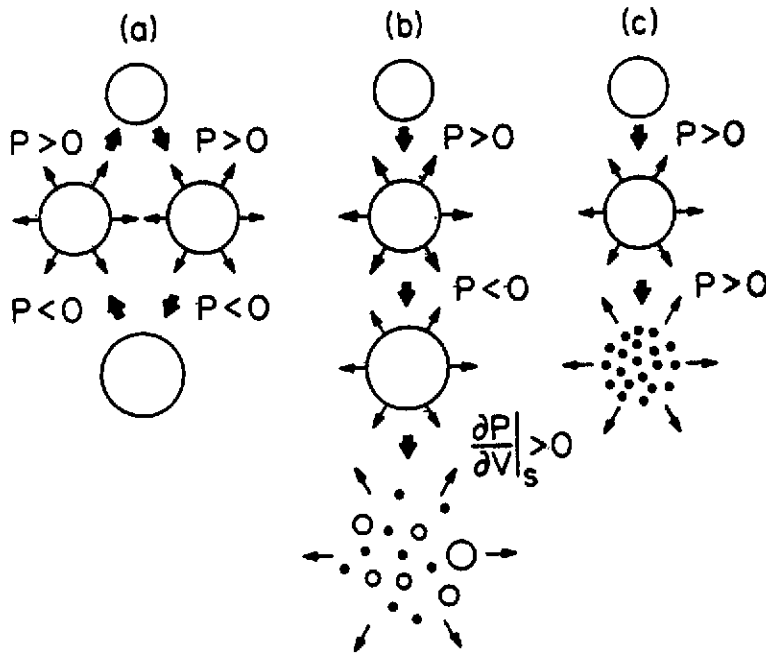
Les problèmes essentiels auxquels se heurtent ces études sont liés à la dynamique des réactions qui peuvent induire des effets importants et voiler le lien avec les propriétés de l'équation d'état nucléaire. Le plus trivial de ces effets est simplement lié à la durée de la collision ( $\approx 10^{-20}$  s, au mieux) qui rend toute observation non seulement indirecte mais largement moyennée sur le temps. Décrypter les comportements caractéristiques de l'équation d'état nécessite donc le passage par une description théorique aussi complète que possible de la dynamique des collisions. De nombreux calculs ont été entrepris dans ce sens depuis plusieurs années et commencent à fournir un certain nombre de résultats assez généralement admis. Nous mentionnerons quelques aspects de ces calculs un peu plus loin. Notons enfin que cette forte composante dynamique permet également d'obtenir des informations sur d'autres propriétés de la matière nucléaire que l'équation d'état. En particulier ses propriétés de transport<sup>56</sup>), comme par exemple la viscosité, commencent à être mieux connues, et ceci est tout aussi intéressant que l'obtention de l'équation d'état, qui ne résume en quelque sorte les propriétés statiques de la matière nucléaire.

#### 1. Quelques éléments sur les collisions d'ions lourds en dessous de quelques centaines de MeV/A

Les comportements observés dans les collisions d'ions lourds dépendent de l'énergie de faisceau et du paramètre d'impact. Le but de ce chapitre n'est pas de discuter les mécanismes de réaction, mais plutôt de tenter d'extraire quelques effets physiques liés à l'équation d'état de la matière nucléaire. Nous nous restreindrons donc implicitement à des collisions centrales (petits paramètres d'impact) qui paraissent bien adaptées à la formation de "zones chaudes" et/ou comprimées et qui



devraient donc nous permettre (en principe!) d'explorer l'équation d'état (plan pression-densité, par exemple). L'image qui sous tend ce type de réactions est donc la formation d'un système "chaud" et comprimé qui se dilate plus ou moins brutalement, en fonction de l'énergie de la collision (Figure 3-1). A faible énergie de faisceau (typiquement 20-30 MeV/A pour un couple projectile-cible symétrique en masse) le système va osciller faiblement autour de la densité de saturation: on a formé un noyau chaud (on parle de réaction de fusion incomplète). A plus haute énergie la dilatation est suffisamment violente pour casser le système en une multitude de noyaux de masses variées (on parle souvent de "multifragmentation"). Enfin aux énergies de faisceau au delà typiquement de 100 MeV par nucléon (pour un système symétrique) il y a "vaporisation" en un gaz de nucléons avec production éventuelle de mésons légers.



**Figure 3-1: Réactions entre ions lourds** (Ph. Siemens et A. S. Jensen, "Elements of nuclei", Addison-Wesley, 1987, Chapitre XI) Représentation schématisée des mécanismes de réactions centrales dans les collisions d'ions lourds en dessous de quelques centaines de MeV par nucléon. Un système excité, chaud et comprimé, est formé en fin de voie d'entrée. L'évolution ultérieure est une dilatation. A faible énergie de faisceau ( $E/A \approx 20-30$  MeV/A) on forme un noyau "chaud" (a). A plus haute énergie le noyau est cassé en un ensemble de fragments de masses variées (b). Au delà typiquement de 100 MeV par nucléon (pour un système symétrique) le noyau est littéralement vaporisé (c) sous forme d'un gaz de particules légères (nucléons, deutons, ...). Le signe de la "pression" du système est également donné à titre indicatif (voir aussi Figure 3-2).

Avant de passer à une étude plus détaillée de quelques aspects de ces collisions nous allons brièvement rappeler les difficultés que soulèvent les collisions d'ions lourds, tant du point de vue expérimental que théorique.

### 1.1. Aspects expérimentaux

Nous nous limiterons ici à discuter les problèmes physiques d'interprétation des expériences sans entrer dans le détail des questions plus proprement techniques.

La difficulté essentielle est de caractériser la réaction étudiée. Par exemple, un problème récurrent est la détermination du paramètre d'impact "b", quantité indispensable pour la confrontation

aux modèles théoriques. Des recherches nombreuses ont été menées pour tenter d'identifier le paramètre d'impact par exemple à l'aide des multiplicités de particules produites. Ce n'est que très récemment que les barres d'erreur sur "b" ont pu être réduites de manière significative <sup>57</sup>).

Comment caractériser une réaction entre ions lourds? Expérimentalement on recueille une partie (plus ou moins grande) des produits de la réaction (noyaux légers ou lourds, particules légères (n, p, d, t, He, ...), éventuellement  $\gamma$  et mésons légers ( $\pi$ ,  $\eta$ , K, ...)) que l'on identifie en charge et masse et dont on peut connaître la vitesse.

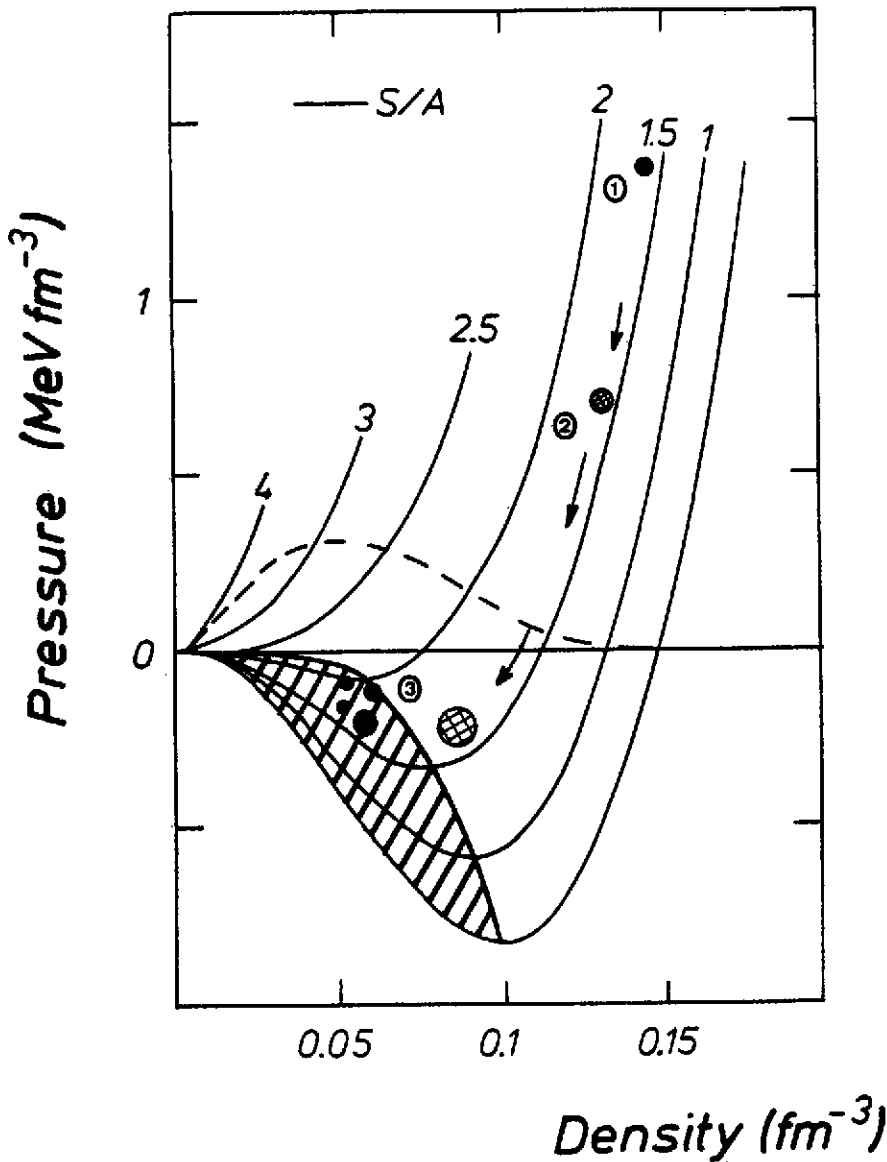
Dans une première génération d'expériences dites inclusives ces diverses informations ont été recueillies de manière globale, ce qui revenait à faire une moyenne sur un grand nombre de collisions, éventuellement très différentes du point de vue des mécanismes physiques sous-jacents. Les expériences inclusives ont souvent correspondues à des phases exploratoires de recherche (par exemple dans l'identification des processus dissipatifs et la formation des noyaux chauds <sup>36</sup>) durant lesquelles l'appareillage de mesure lui même était inclusif. Les résultats obtenus ont donc été principalement qualitatifs et ont conduit à la construction de nouveaux détecteurs permettant des mesures dites exclusives, c'est à dire dans lesquelles les caractéristiques de chacun des produits de la réaction sont enregistrées <sup>54</sup>). On peut alors en principe reconstituer la cinématique de chaque évènement et tenter de le caractériser du point de vue physique. Ceci suppose une bonne couverture efficace de l'angle solide autour de la chambre de réaction, ce qui ne devrait être effectivement réalisé que dans la prochaine génération d'appareillages. Les premiers détecteurs dits  $4\pi$  couvraient en moyenne 50 à 60% de l'angle solide, ce qui laissait une incertitude importante sur l'analyse de la dynamique. La nouvelle génération de détecteurs vise une couverture efficace de 80 à 90% de l'angle solide.

Disposer des caractéristiques de la plupart des produits de la réaction ne résoud cependant pas tous les problèmes. Il reste à extraire de cet énorme corpus de données les informations physiques pertinentes. Autrement dit il s'agit de trouver, pour un évènement donné, les quelques observables physiques qui vont effectivement caractériser cette réaction et permettre de faire un lien avec les modèles théoriques et la physique sous-jacente. Prenons l'exemple des analyses en variables globales <sup>58</sup>). A partir des impulsions des divers produits de la réaction on reconstitue la distribution des impulsions au moment de la collision. En étudiant la forme et l'orientation de cette distribution on peut classer les évènements en diverses catégories et par exemple essayer d'établir un lien entre ces formes et le module d'incompressibilité de la matière nucléaire. Les études portant sur la production de particules rares (mésons sous le seuil,  $\gamma$ ) procèdent de la même méthodologie: en confrontant les taux de production observés aux prévisions théoriques on espère pouvoir caractériser la région d'espace de phase où elles ont été produites et peut-être accéder à la température et la densité du système lors de la collision <sup>59</sup>).

## 1.2. Aspects théoriques

Une description théorique réaliste des collisions d'ions lourds nécessite le développement d'approches dynamiques microscopiques <sup>60</sup>). C'est également un passage obligé pour faire le lien avec l'équation d'état. Supposons par exemple que l'on forme en début de collision un système comprimé

(par exemple 20% au dessus de la saturation) et "chaud" (à une température de quelques MeV). Interpréter la collision dans un plan pression-densité (qui serait l'équation d'état pour un système infini) requiert une bonne connaissance de la dynamique qui fixe à la fois la condition initiale et l'évolution ultérieure du système (en général une phase d'expansion approximativement isentropique). Autrement dit n'importe quel point de l'équation d'état n'est pas forcément accessible du point de vue dynamique (Figure 3-2). La condition initiale elle-même intègre de façon non triviale toute l'histoire de la première phase de la collision, comme par exemple l'émission énergétique de particules dites de pré-équilibre, qui emportent une large fraction de l'énergie initialement disponible <sup>36)</sup>. Les discussions sur la coexistence possible de phases liquide-gaz (un peu comme dans les supernovae), où sur la température "critique", suggérées par la forme de l'équation d'état <sup>3)</sup>(voir Chapitre I, section 1.3) ne peuvent elles aussi être menées que dans un contexte dynamique.



**Figure 3-2: Equation d'état schématisée** (E. Suraud, XXVIII Winter meeting on nuclear physics, Bormio, Italie, 1990, 190)  
Equation d'état schématisée (pression P, en MeV. fm<sup>-3</sup>, en fonction de la densité de la matière nucléaire ρ, en fm<sup>-3</sup>) de la matière nucléaire. La région spinodale, mécaniquement instable, correspond à la partie hachurée. Les isentropes S/A = 1, ..., 4 sont indiquées. La phase de dilatation (voir Figure 3-1) étant essentiellement isentropique le système formé dans une collision d'ions lourds évolue schématiquement sur l'une de ces lignes. A titre indicatif un évènement de type multifragmentation (partie centrale de la Figure 3-1 et Figure 3-3) a été représenté. Il est possible que la multifragmentation soit relié à la pénétration dans la région spinodale. Une réaction de vaporisation, par contre, suivrait typiquement une ligne S/A = 4 sans entrer dans la région spinodale.

Quels sont les ingrédients d'une approche dynamique? Le régime d'énergies que nous considérons ici est un régime transitoire entre les basses énergies, proches de la barrière coulombienne et dominées par le champ moyen nucléaire, et les hautes énergies ( $\geq 500$  MeV/A) dominées par les "collisions à deux corps", c'est à dire les processus élémentaires nucléon-nucléon, voire plus généralement baryon-baryon et baryon-méson <sup>60</sup>). A basse énergie la dynamique est assez bien décrite par les calculs quantiques Time-Dependant-Hartree-Fock (TDHF) <sup>61</sup>), tandis qu'à haute énergie les calculs complètement classiques de cascade intranucléaire constituent un bon point de départ <sup>62</sup>). Devant la difficulté d'étendre les calculs quantiques TDHF à un régime dissipatif (c'est à dire qui prenne en compte non seulement le champ moyen mais également l'interaction résiduelle ou "collisions à deux corps") des approches semi-classiques ont été développées depuis le milieu des années 80 <sup>60</sup>). On peut voir ces calculs soit comme une version semi-classique d'une extension de TDHF, soit comme une extension des calculs de cascade où l'on aurait inclu le champ moyen et les effets du principe de Pauli. Il est également possible, et c'est sans doute l'interprétation la plus satisfaisante, de dériver ce type d'équations dans le cadre d'une théorie cinétique traditionnelle, fondée sur la hiérarchie des équations couplées gouvernant l'évolution temporelle des densités partielles à 1, 2, ... N corps (hiérarchie BBGKY <sup>63, 64</sup>). L'équation cinétique ainsi obtenue a la forme d'une équation de type Boltzmann, mais adaptée au cas nucléaire c'est à dire dans laquelle le principe de Pauli est intégré de façon minimale et l'hypothèse de gaz dilué modifiée par une formulation en termes d'une matrice de Brückner prenant proprement en compte l'interaction nucléaire <sup>64</sup>).

L'équation de Boltzmann nucléaire est donc une équation cinétique pour la distribution à un corps en espace de phase  $f(r, p, t)$  et peut s'écrire (dans le cas d'un potentiel moyen à un corps  $U(r)$  indépendant des vitesses)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \cdot \vec{\nabla}_r f - \vec{\nabla}_r U(\rho(r)) \cdot \vec{\nabla}_p f = I_{UU}(f) \quad (3-1)$$

Dans cette expression  $I_{UU}$  désigne le terme dit de collision, évalué dans l'approximation de Uehling Uhlenbeck <sup>60</sup>)

$$I_{UU}(f(r,p,t)) = \frac{1}{h^3} \int d\vec{p}_2 d\vec{p}_3 d\vec{p}_4 W(12,34) (f_3 f_4 \bar{f}_2 - f_2 \bar{f}_3 \bar{f}_4) \quad (3-2)$$

où  $W(12,34)$  désigne le taux de transition, essentiellement proportionnel à la section efficace élémentaire nucléon-nucléon  $d\sigma/d\Omega$ ,  $f_i = f(r, p_i, t)$  et  $\bar{f}_i = 1 - f_i$ . En principe  $d\sigma/d\Omega$  et le potentiel moyen  $U(r)$  ne sont pas indépendants mais doivent être directement dérivés d'une même matrice de Brückner  $G$  dont la partie réelle donne  $U$  et la partie imaginaire  $d\sigma/d\Omega$  <sup>64</sup>). En pratique un tel calcul s'avère très difficile à réaliser. En général on se contente donc d'une paramétrisation simple de  $U$ , le plus souvent à l'aide d'une force de type Skyrme, et l'on renormalise la section efficace nucléon-nucléon libre expérimentale par un facteur simulant les effets de milieu. Ces corrections de milieu, qui seraient

naturellement incluses dans une vraie matrice de Brückner, ne sont pas connues de façon très précises et restent l'objet de débats.

Bien que plus simple que l'équation quantique, l'équation de Boltzmann nucléaire n'est pas facile à résoudre dans les cas réalistes de collisions d'ions lourds (problème à 7 dimensions, dans le cas le plus simple où l'on intègre la dépendance en énergie!). Des simulations numériques ont donc été développées, essentiellement à partir de la cascade intranucléaire, en insérant le champ moyen et le principe de Pauli, de manière minimale. Elles sont connues dans la littérature sous différents noms, correspondants aux divers calculs: Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck (BUU) <sup>65</sup>, Vlasov-Uehling-Uhlenbeck (VUU) <sup>66</sup>, Landau-Vlasov <sup>67</sup>, .... Ces simulations ne donnent que des solutions approchées de l'équation de Boltzmann <sup>68</sup>, ce qui introduit donc un facteur numérique supplémentaire entre le modèle théorique et l'interprétation physique des données expérimentales.

Les simulations de l'équation de Boltzmann nucléaire sont basées sur des méthodes dites particulières héritées de la cascade intranucléaire. La fonction de distribution à un corps  $f(r,p,t)$  est représentée par un ensemble de particules numériques. La propagation de ces particules se fait par des équations classiques d'Hamilton qui rendent compte des termes de dérive ( $p/m$ ) et de champ ( $\nabla U$ ) de l'équation de Boltzmann. Le terme de collision est simulé par des collisions élémentaires entre les particules numériques. Ceci n'est pas équivalent à évaluer explicitement ce terme de collision, d'où l'introduction d'un facteur numérique dont l'effet est parfois délicat à estimer! Les divers sigles BUU, VUU, Landau-Vlasov correspondent ainsi à différentes versions de ces algorithmes de collision. On peut cependant explicitement montrer à l'aide de modèles solubles de l'équation de Boltzmann <sup>68</sup> que ces algorithmes de résolution sont "assez proches" de la solution exacte, au moins dans certains cas.

Quel est le futur de ces approches dynamiques? L'équation de Boltzmann nucléaire n'est qu'une première étape de la description des collisions d'ions lourds en dessous de 500 MeV/A. Des succès incontestables ont été remportés par ces calculs en ce qui concerne en particulier les processus dissipatifs conduisant à la formation de noyaux chauds ou la compréhension des mécanismes de production de certaines particules (en particulier les photons), mais des développements sont nécessaires. Citons entre autres:

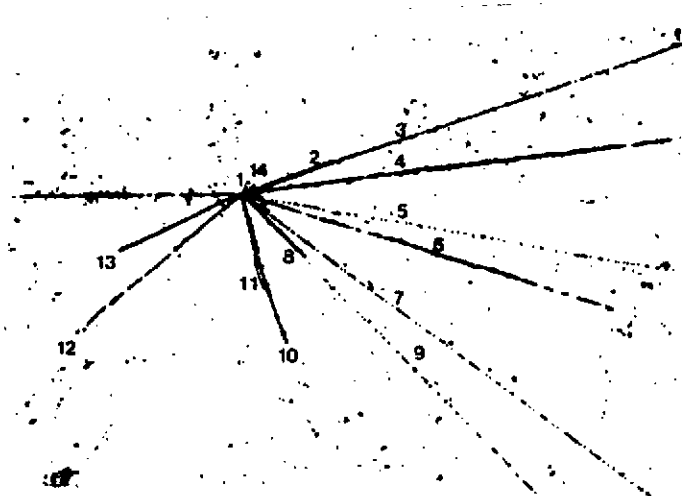
- i) l'inclusion de certaines propriétés quantiques, en particulier les effets hors couches <sup>69</sup>,
- ii) l'abandon de la description purement un corps pour tenir compte des fluctuations dynamiques <sup>70</sup> (ou même quantiques)
- iii) l'insertion des degrés de liberté pioniques qui jouent un rôle important au delà de 200-300 MeV (voir la discussion de la section 3.2 du Chapitre II) <sup>53</sup>
- iv) la formulation (et éventuellement la résolution) covariante relativiste de ce type d'équations cinétiques <sup>71</sup>.

Comme dans la section précédente consacrée aux aspects expérimentaux il est donc clair qu'après une première génération fructueuse de calculs la voie est ouverte à une nouvelle série de modèles théoriques, qui devraient nous permettre d'établir des liens plus clairs entre les résultats expérimentaux et l'équation d'état nucléaire. Avant de décrire quelques unes des grandes directions actuelles de recherche, rappelons que l'équation d'état n'est cependant pas le seul objectif de ces

travaux, qui donnent également des renseignements précieux sur les caractéristiques dynamiques de la matière nucléaire (viscosité,...).

## 2. Production de fragments de masse intermédiaire et équation d'état nucléaire

On observe expérimentalement que dans les collisions centrales (faible paramètre d'impact), à des énergies de faisceau de quelques dizaines de MeV/A, on produit un nombre important de fragments de masse intermédiaire. Un exemple d'une telle réaction est présenté sur la Figure 3-3 pour la réaction C + Br/Ag à 85 MeV/A. On a coutume de parler alors de multifragmentation <sup>36, 72</sup>. Ce régime est intermédiaire entre la "fusion incomplète" observée à plus basse énergie de faisceau (formation d'un seul noyau lourd excité, qui se désexcite ensuite par évaporation de particules légères et/ou par fission) et les réactions de "vaporisation" dans lesquelles le système explose brutalement sous la forme d'un gaz de nucléons ou de noyaux très légers (d, t, He, ...) (Figure 3-1).



**Figure 3-3: Fragments de masse intermédiaire** (B. Jacobsson et al, Zeit. Phys. A307(1982)293)

Plaqué photographique d'une réaction conduisant à la formation de nombreux fragments de masse intermédiaire. Le faisceau est du  $^{12}\text{C}$  à 85 MeV/A sur une cible de Br/Ag. On a pu identifier dans cette collision la production de deux noyaux de  $^{12}\text{C}$  (traces 8 et 14), un  $^{10}\text{B}$  (trace 10), un  $^9\text{Be}$  (trace 2), un  $^7\text{Be}$  (trace 4) et trois  $\alpha$  (traces 1, 3 et 11), trois protons (traces 6, 7 et 9), un deutérium (trace 5) et deux tritium (traces 12 et 13).

Ce phénomène est-il intéressant? Il est tentant de faire une analogie avec l'équation d'état qui prédit la possibilité de coexistence de phases liquide-gaz et l'existence d'un point critique. Cette analogie n'est cependant pas suffisante. A cause des effets liés à la taille finie des noyaux la trace d'une éventuelle "transition de phase" serait fortement adoucie. De plus, comme nous le mentionnions dans la section 1.2 de ce chapitre, il est difficile de s'affranchir de la dynamique pour comprendre ce phénomène. Une première étape est donc de mieux comprendre l'origine de ces fragments. A l'heure actuelle deux écoles cohabitent. Une première explication s'appuie essentiellement sur l'image traditionnelle de la fission. Les fragments pourraient ainsi être formés par une séquence de fissions binaires successives. Se rattachent à cette image implicite les approches statiques du type "multifragmentation statistique" <sup>72</sup>). Une deuxième explication se fonde non pas sur la région de coexistence liquide-gaz de l'équation d'état nucléaire mais sur la partie basse densité de cette zone, la région spinodale. Cette partie du plan  $P, \rho$  est mécaniquement instable, c'est à dire qu'une perturbation, qui serait amortie dans la matière nucléaire à la densité normale, s'y trouve amplifiée. Ainsi une

fluctuation de densité peut "grossir" jusqu'à devenir de l'ordre de grandeur de la densité elle-même et donc casser le système en fragments de masse intermédiaire. Ce mécanisme fut proposé dès 1983 par G. F. Bertsch et Ph. Siemens <sup>73)</sup>, sur la base de la forme de l'équation d'état. Il a été par la suite étudié en détails, dans le cadre plus général des liquides de Fermi <sup>74)</sup>. Cette image de l'instabilité spinodale est tentante car elle intègre la dynamique à l'équation d'état : le système, initialement comprimé et chaud, se dilate et pénètre la région instable dans laquelle les fluctuations s'amplifient et, au bout d'un temps suffisant, brisent le noyau en fragments (Figure 3-2). Les approches dynamiques qui tentent de décrire la multifragmentation s'appuient généralement sur ce concept d'instabilité spinodale.

La multifragmentation reste donc un problème très ouvert tant du point de vue théorique (aucune théorie dynamique raisonnable n'est encore réellement disponible) qu'expérimental. En effet, comme nous le mentionnions dans la section précédente dans un cadre général, des difficultés expérimentales importantes subsistent pour caractériser de façon opérationnelle les événements de type multifragmentation. Une grande activité est ainsi développée dans la recherche de variables adéquates pour l'analyse d'évènements mesurés dans les détecteurs  $4\pi$ .

### Exercice

Nous allons tenter d'estimer la section efficace de multifragmentation dans un modèle très simple inspiré du mécanisme compression-dilatation de Bertsch et Siemens <sup>73)</sup> en prenant comme critère de multifragmentation l'entrée dans la région spinodale. Pour ce faire nous allons estimer l'énergie cinétique collective disponible (qui va nous donner en quelque sorte l'état initial du système comprimé dans le plan  $P, \rho$ ). On considère donc une réaction entre un projectile de masse  $A_p$  (et charge  $Z_p$ ) et une cible de masse  $A_c$  (et charge  $Z_c$ ). L'énergie de faisceau est  $E_{lab}/A$  et le paramètre d'impact  $b$ . Nous travaillerons dans le référentiel centre de masse.

i) Ecrire l'énergie cinétique collective  $E_{coll}$  en fonction de l'énergie disponible, de l'énergie d'excitation thermique et de l'énergie de rotation. On supposera dans la suite que l'énergie d'excitation thermique vaut approximativement 2.5 MeV par nucléon.

ii) On paramétrise l'énergie disponible par le fit expérimental (S. Iser, Journ. Phys. 47(1986)C4-275)

$$E_{disp} = \frac{\alpha A_c}{\alpha A_p + A_c} E_{lab}$$

où  $\alpha$  vaut 1 si la vitesse relative  $v_{rel}$  des deux ions est inférieure à 0.1 c, et peut être paramétrisé par

$$\alpha = 1.19 - 1.904 v_{rel}$$

sinon. Dans ce cadre la masse du système formé dans la voie d'entrée est égale à  $\alpha A_p + A_c$ . On prend comme barrière coulombienne

$$V_c = 1.44 \frac{Z_p Z_c}{r_0 (A_p^{1/3} + A_c^{1/3})}$$

où  $r_0$  a la valeur canonique  $r_0 \approx 1.2$  fm. En déduire la valeur de  $v_{rel}$  et de  $E_{disp}$ .

iii) Calculer l'énergie de rotation en supposant le système sphérique.

iv) On suppose qu'au moment de la compression maximale toute l'énergie cinétique collective est stockée sous forme de compression. On prend également une paramétrisation parabolique de l'équation d'état (Eq. (1-7) du Chapitre I). En déduire la valeur de la compression maximum.

v) On suppose que la densité spinodale vaut approximativement 60% de la densité de saturation. Calculer la valeur maximale du paramètre d'impact qui permet de pénétrer la région spinodale, à une énergie de faisceau donnée. En déduire une estimation de la section efficace de multifragmentation  $\sigma_{MF}$  en fonction de l'énergie de faisceau. Comment varie  $\sigma_{MF}$  en fonction de la compressibilité  $K_{\infty}$  de l'équation d'état nucléaire?

### 3. Analyse en variables globales. Angle de flot et flot.

#### 3.1. Notion d'angle de flot et de flot.

Historiquement les analyses en variables globales furent développées pour caractériser la distribution des produits (légers) formés dans des collisions d'ions lourds à haute énergie (plusieurs centaines de MeV/A) 58, 62). De quoi s'agit-il? On observe expérimentalement que la distribution d'impulsions des particules produites possède une direction privilégiée (effet de "flot" ou d'écoulement

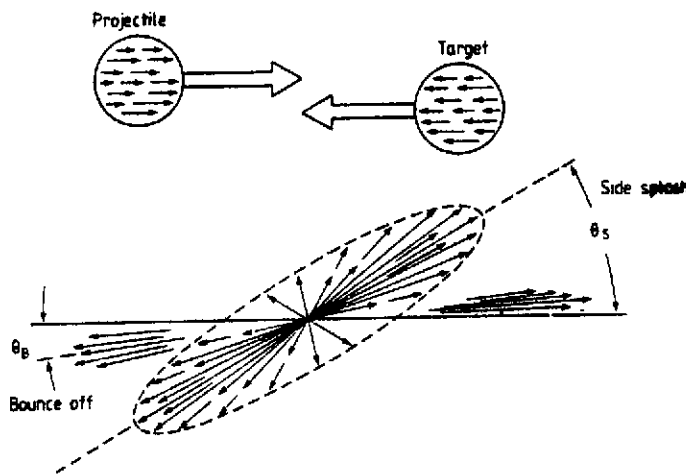


Figure 3-4: Ecoulement collectif et variables globales (K. H. Kampert, J. Phys. G15(1989)691)

Représentation schématique des effets d'écoulement collectif et définition des variables globales. L'axe du faisceau est l'axe horizontal. La "forme" de l'évènement (distribution d'impulsions) est représentée par un ellipsoïde dont l'orientation par rapport au faisceau est définie par l'angle de flot  $\theta_s$ . L'effet dit de rebond est une émission énergétique très proche de la direction du faisceau. On peut également caractériser l'évènement par un moment transverse, "projection" de la distribution de vitesse sur l'axe du plan de réaction perpendiculaire à la direction du faisceau.

latéral, Figure 3-4). L'idée est alors de caractériser la forme et l'orientation (par rapport à l'axe du faisceau) de cette distribution d'impulsions. Par conservation de la quantité de mouvement on peut, en principe, reconstituer la distribution d'impulsions au moment de la réaction, à l'aide des caractéristiques cinématiques et des masses des multiples particules mesurées (baryons ou mésons d'ailleurs). Ceci suppose donc une détection aussi proche que possible de  $4\pi$ . L'angle de flot donne alors la direction principale de la distribution d'impulsions par rapport à l'axe du faisceau. La forme de cette distribution ("cigare", "crêpe", sphère, ...) caractérise également l'évènement. On peut aussi mesurer la déflexion des particules par un moment transverse d'où l'on définit le flot (Figure 3-4). Un des intérêts de ces



variables globales (forme, angle de flot, flot), outre la caractérisation expérimentale des événements qu'elles donnent est le fait qu'elles peuvent être calculées relativement facilement dans les approches dynamiques à un corps <sup>55, 60</sup>).

Les techniques d'analyse en variables globales, issues des collisions à haute énergie commencent également à être appliquées en dessous de 100 MeV/A, à l'étude de la multifragmentation. Ce sont alors les impulsions des fragments qui servent de base à la reconstitution de la distribution d'impulsions lors de la collision. Ces études très récentes ouvrent une perspective intéressante pour caractériser les réactions de type multifragmentation <sup>75</sup>).

### 3.2. Tenseur de sphéricité

L'analyse de la forme de la distribution d'impulsions se fait à l'aide du tenseur de sphéricité  $T_{ij}$  défini par <sup>60</sup>)

$$T_{ij} = \sum_{\nu} \frac{1}{2m_{\nu}} p_i^{\nu} p_j^{\nu} \quad (3-3)$$

où la sommation ( $\nu$ ) porte sur les particules produites. En diagonalisant  $T_{ij}$  on peut caractériser la distribution d'impulsions par ses axes principaux, dont les longueurs respectives définissent la "forme" de l'évènement considéré. Par exemple un évènement en forme de "crêpe" (un petit axe suivant la direction de faisceau, deux grands axes équivalents perpendiculairement au faisceau) correspondra à une réaction où le pouvoir d'arrêt a été très grand. L'angle entre l'axe du faisceau et le plus grand axe principal est l'angle de flot.

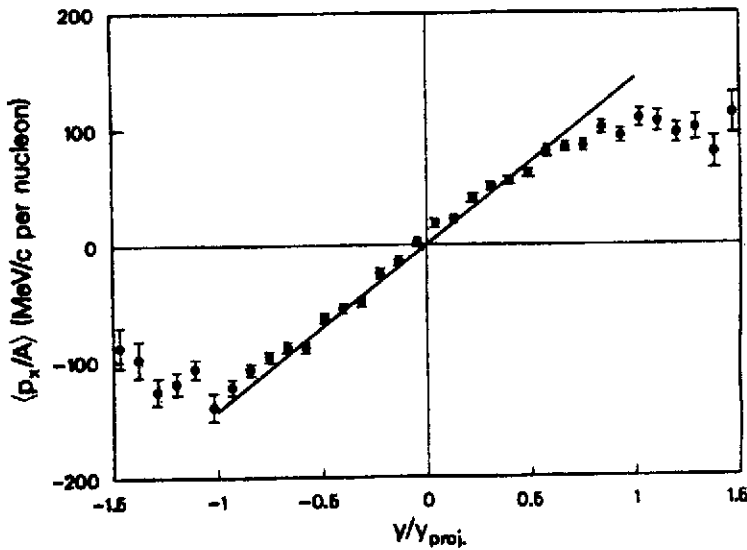
Ce type d'analyse suppose que l'on définisse précisément le plan de réaction. De plus un problème de base est lié à la taille finie des noyaux. En effet le petit nombre (du point de vue statistique) de particules produites crée des fluctuations importantes sur la forme de l'évènement et voilent sa caractérisation <sup>76</sup>). L'exemple d'un évènement "sphérique" est typique. Supposons que la forme réelle de la distribution d'impulsions ait été une sphère. Il est statistiquement impossible de donner une bonne représentation de cette forme sphérique à l'aide d'un nombre fini (faible!) de particules. On peut s'en persuader en tirant uniformément, au hasard, les impulsions de  $n$  particules dans une sphère. La distribution reconstituée à partir de ces  $n$  impulsions sera d'autant plus éloignée d'une sphère que  $n$  sera petit!

### 3.3. Moment transverse

C'est pour pallier au problème des fluctuations liées à la taille finie que l'on caractérise également la distribution d'impulsions par son moment transverse. Une première étape est de définir avec précision le plan de réaction. On introduit ainsi le vecteur plan de réaction <sup>76</sup>)

$$\vec{Q} = \sum_v \omega_v \vec{p}_v^t \tag{3-4}$$

où une fois encore la sommation porte sur les particules produites et où l'exposant "t" réfère à la direction transverse (perpendiculaire à l'axe du faisceau). Le poids  $\omega_v$  vaut +1 pour les particules de rapidités  $y_v$ \*) plus élevées qu'un certain cutoff  $\delta$ , 0 si  $-\delta < y_v < \delta$ , -1 sinon. Cette définition peut paraître un peu arbitraire. En fait, par un choix astucieux de  $\delta$  elle permet d'éliminer les particules de faible rapidité qui contribuent peu à définir le plan de réaction mais créent des fluctuations.



**Figure 3-5: Moment transverse** (G. F. Bertsch et S. Das Gupta, Phys. Rep. 160C(1988)189) **Forme caractéristique de la distribution de moments transverse** (en MeV/c, données expérimentales, K. G. R. Doss et al, Phys. Rev. Lett. 57(1986)302) dans une réaction Nb + Nb à 400 MeV/A. Le moment transverse  $\langle p_x/A \rangle$  dans le plan de réaction est donné pour différentes tranches de rapidités (par rapport à la rapidité du projectile), dans le centre de masse de la réaction. Noter la forme en S caractéristique. La pente de la courbe à l'origine définit le "flot".

Une fois le plan de réaction défini il est possible d'évaluer de façon fiable les impulsions transverses des particules détectées, dans ce plan de réaction. Cela permet également de séparer l'effet de déflexion dans le plan de réaction (ce que l'on appelle le flot) des effets hors plan de réaction (plus faibles mais présents, comme l'effet dit de "squeeze-out"). On définit alors le flot par

$$F = \frac{d \langle p_x \rangle}{d (y / y_{proj})|_{y=0}} \tag{3-5}$$

qui n'est autre que la pente du moment de la distribution de moment transverse, dans le plan de réaction (indice "x") à rapidité nulle par rapport au centre de masse du système<sup>60</sup>). Il s'avère que cette nouvelle quantité, si le plan de réaction est bien défini s'affranchit de la plupart des problèmes de fluctuations liés

\*) Rappelons que la rapidité d'une particule est définie par la relation

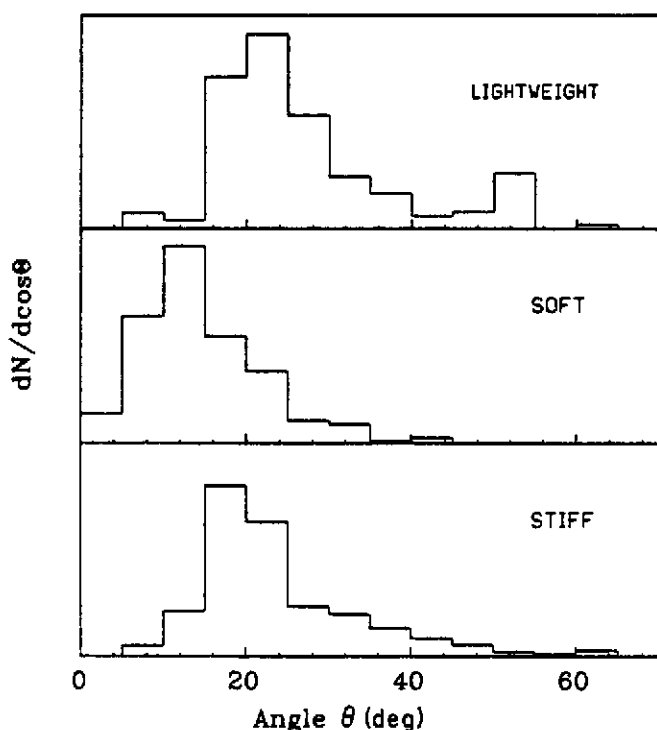
$$y_v = \frac{1}{2} \text{Ln} \left( \frac{E_v + p_v^{\parallel}}{E_v - p_v^{\parallel}} \right)$$

où l'exposant "||" désigne la composante longitudinale (suivant l'axe du faisceau) de l'impulsion et  $E_v$  est l'énergie de la particule v.

à la taille finie. Un exemple de distribution expérimentale de moments transverses (et donc de "flot") est présenté sur la Figure 3-5. On notera la forme caractéristique en S de cette distribution, indiquant que les particules de vitesses moyennes sont les plus sensibles à l'effet d'écoulement collectif.

### 3.4. Lien avec l'équation d'état de la matière nucléaire

On conçoit bien, intuitivement, que l'effet de flot (la déflexion des particules dans une direction particulière) doit être lié à la réaction de la matière nucléaire à une compression dans la direction du faisceau, d'où l'espoir de pouvoir caractériser la dureté de l'équation d'état à l'aide des mesures de flot et d'angle de flot <sup>55, 58, 62</sup>). Les premiers calculs ont cependant vite montré que les collisions à deux corps (donc la section efficace nucléon-nucléon  $d\sigma/d\Omega$ ) jouent également un rôle, créant une sorte de pression cinétique, répulsive. Le champ moyen, quant à lui, peut même avoir un effet attractif. Le lien que l'on espérait établir avec le module d'incompressibilité  $K_{\infty}$  de la matière nucléaire, n'est donc pas direct. Les premiers résultats intégrant champ moyen et collisions à deux corps suggéraient cependant une valeur de  $K_{\infty}$  très élevée ( $\approx 400$  MeV). La prise en compte (indispensable aux énergies de faisceau de quelques centaines de MeV/A) de la dépendance en impulsion de l'interaction nucléon-nucléon montre qu'une valeur canonique de  $K_{\infty}$  ( $\approx 200$  MeV) est cependant tout à fait compatible avec les données expérimentales sur les effets de flot (Figure 3-6) <sup>77</sup>).



**Figure 3-6: Angle de flot et équation d'état** (C. Gale, G. F. Bertsch et S. Das Gupta, Phys. Rev. C35(1987)1666)

Comparaison des distributions d'angles de flot obtenus dans des calculs dynamiques de type BUU et en utilisant diverses interactions nucléaires. La réaction est Nb + Nb à 400 MeV/A pour un paramètre d'impact de 2.1 fm. Les calculs "soft" (correspondant à une compressibilité  $K_{\infty} \approx 200$  MeV) et "stiff" à ( $K_{\infty} \approx 380$  MeV) ont été effectués avec des interactions effectives de type Skyrme simplifiées, sans dépendance en moments. Le calcul "lightweight" correspond à une interaction avec dépendance en moments, qui fournit une compressibilité de l'ordre de 200 MeV. On voit que la dépendance en moments est cruciale pour ce type de calculs. L'angle de flot ne contraint donc pas  $K_{\infty}$  à être élevée.

Autrement dit les effets de flot ne semblent pas discriminer une valeur particulière du module d'incompressibilité, ou encore ne contredisent pas la valeur obtenue par l'analyse de la résonance monopolaire géante. Cela signifie-t-il que cet effet d'écoulement latéral n'est pas une bonne observable physique? Pas nécessairement; en effet les calculs montrent que l'écoulement latéral résulte d'un

mélange subtil de trois effets que nous ne connaissons encore que de façon partielle : i) l'incompressibilité de la matière nucléaire, ii) les effets de milieu sur la section efficace nucléon-nucléon et iii) la dépendance en impulsions de l'interaction nucléon-nucléon. Il est sans doute intéressant de faire des calculs plus sophistiqués, éventuellement sur des composantes particulières du flot (flot de noyaux légers par exemple) ou d'étudier les effets de flot pioniques qui commencent à être observés <sup>78</sup>).

#### 4. Production de particules "rares"

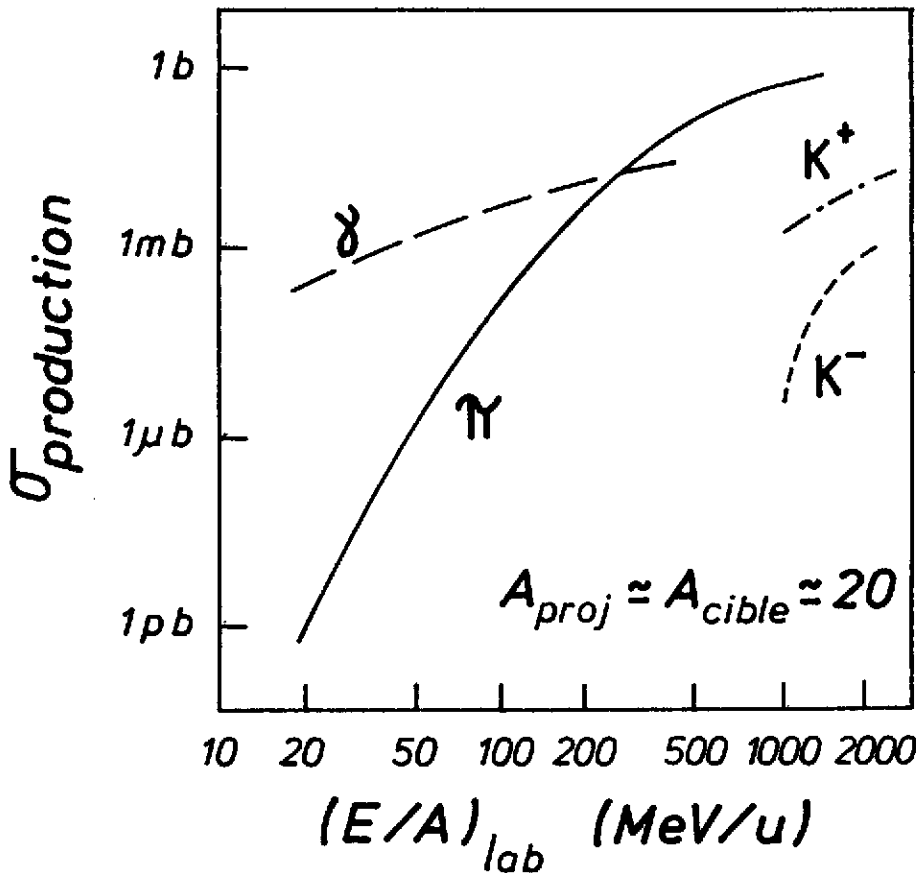
En étudiant la production des gammas "durs" (d'énergie supérieure à 30 MeV, c'est à dire au dessus de la région des résonances géantes) et des mésons légers ( $\pi$ , K,  $\eta$ , ...) on espère pouvoir caractériser la région de l'espace de phase où ils ont été produits. Ceci pourrait donner des informations précieuses sur le déroulement de la collision et ultimement permettre d'atteindre les propriétés thermodynamiques (densité, température entre autres) de la "zone chaude" formée dans la collision <sup>59</sup>).

Les gammas durs sont surtout intéressants à basse énergie ( $E/A \leq 100$  MeV) car ils sont alors principalement créés dans les premières collisions neutron-proton (rayonnement dit de freinage ("Bremstrahlung")). A plus haute énergie un nombre grandissant de  $\gamma$  provient de la désintégration électromagnétique des pions  $\pi_0$  et ne renseignent donc que très indirectement sur la dynamique de la collision <sup>59</sup>).

Les mésons légers permettent de balayer une gamme plus large d'énergies de faisceau pourvu qu'ils soient choisis judicieusement <sup>59</sup>). Pour un type de méson donné l'énergie du faisceau doit être suffisante pour permettre un taux de production sous le seuil suffisant. Inversement elle ne doit pas être trop élevée pour que les particules ne puissent être créées au cours de la première collision nucléon-nucléon, car elles n'apporteraient alors que des informations (déjà connues) sur le mode de production élémentaire nucléon-nucléon. Il faut au contraire que la production de particules requiert des conditions thermodynamiques particulières (densité, température) ne pouvant être obtenues qu'au cours de la collision, quand le système a partiellement thermalisé une "zone chaude". Ceci introduit une contrainte supplémentaire sur l'énergie qui doit rester suffisamment basse pour permettre au moins une thermalisation locale du système. On doit donc se placer assez en dessous du seuil de production élémentaire (c'est à dire de l'énergie nucléon-nucléon nécessaire), chaque méson permettant donc d'étudier une gamme d'énergie particulière. Ainsi les pions sont adaptés aux basses énergies ( $E/A \leq 100-200$  MeV, le seuil nucléon-nucléon étant de 290 MeV), tandis que les kaons sont mieux adaptés aux énergies de l'ordre de 500 MeV/A (le seuil nucléon-nucléon est de 2.4 GeV).

##### 4.1. Quelles particules choisir pour caractériser la dynamique?

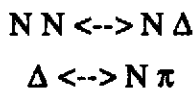
De nombreuses études ont été consacrées à ce problème. Nous mentionnons ici quelques résultats saillants.



**Figure 3-7:**  
**Production de particules** (Adaptée de V. Metzger, Nucl. Phys. A488(1988)483c)  
 Représentation schématique d'une compilation de données expérimentales sur la production de particules (section efficace  $\sigma_{\text{production}}$ , en barns) dans un système symétrique de masse 20 + 20, en fonction de l'énergie de faisceau ( $E/A$  en MeV par nucléon).  
 Noter les ordres de grandeur très différents des sections efficaces (12 ordres de grandeur!).  
 Chaque type de particules est adapté à une gamme d'énergie.

i) Pions et deltas.

Dans les collisions d'ions lourds le processus dominant de production de pions (dès que l'on est au dessus du seuil absolu pour une réaction donnée) est la voie "delta-trou", c'est à dire par la création d'un  $\Delta$  (état excité du nucléon) intermédiaire\*)



(3-6)

Historiquement le rôle des pions a été très important. On a tout d'abord pensé pouvoir relier la production massive de pions dans les réactions à haute énergie ( $\geq 500$  MeV/A) à la dureté de l'équation d'état <sup>79)</sup>, en comparant les résultats expérimentaux aux prédictions de calculs de cascade. Des calculs plus complets (avec champ moyen en particulier) montrent que le lien est plus difficile à établir qu'il ne paraît au premier abord. La raison majeure, qui rend l'étude des pions dans le milieu nucléaire si difficile, est la forte interaction entre nucléons et pions <sup>52)</sup>. Au cours d'une réaction les pions produits initialement sont en effet réabsorbés et rediffusés plusieurs fois avant de sortir du système, si bien que

\*) Notons que la production de  $\Delta$  dans les noyaux ou au cours des collisions est un objet d'étude en soi. Les effets de milieu sur le  $\Delta$  ont ainsi été largement étudiés par réactions d'échange de charge à des énergies de l'ordre du GeV/A, voir par exemple M. Roy-Stephan, Nucl. Phys. A488(1988)187c.

les caractéristiques des pions effectivement détectés sont sans doute bien différentes de celles des pions initialement produits. Les pions ne sont donc pas les particules les plus faciles à étudier pour caractériser la zone chaude qui les a produits. Dans l'attente d'une théorie plus complète intégrant pions et nucléons de façon cohérente <sup>53)</sup> (voir la discussion de la fin du Chapitre II) il est donc intéressant de se tourner vers des particules plus "spécifiques".

ii) Etas et kaons

Etas et kaons offrent des conditions cinématiques bien adaptées aux énergies moyennes (typiquement 500 MeV/A). Les  $K^+$  sont des particules "étranges" (étrangeté -1) qui n'interagissent donc que très faiblement avec les nucléons et constituent ainsi une sonde "propre" de la zone chaude que nous cherchons à caractériser. Aux énergies que nous considérons les  $K^+$  sont produits suivant la réaction



où le baryon B est un nucléon ou un  $\Delta$  et l'hypéron Y est un  $\Sigma$  ou un  $\Lambda$ . Les voies de production de  $K^+$  par les pions sont négligeables dans le cas des collisions d'ions lourds à ces basses énergies <sup>59)</sup>. De nombreux travaux tant expérimentaux que théoriques sont actuellement en cours pour étudier ces kaons. Les étas, bien que non étranges, pourraient également être très intéressants mais posent des problèmes d'identification expérimentale.

iii) Gammas durs et paires électron-positron

L'étude des  $\gamma$  durs a été entreprise depuis plusieurs années et l'on sait maintenant qu'en dessous de 100 MeV/A ils sont principalement produits par rayonnement de freinage neutron-proton. Ils constituent une sonde intéressante de la dynamique à ces énergies. A beaucoup plus haute énergie des paires électron-positron (qui se désexcitent en deux  $\gamma$ ) sont également formées et pourraient apporter de nouvelles informations sur la dynamique <sup>80, 81)</sup>.

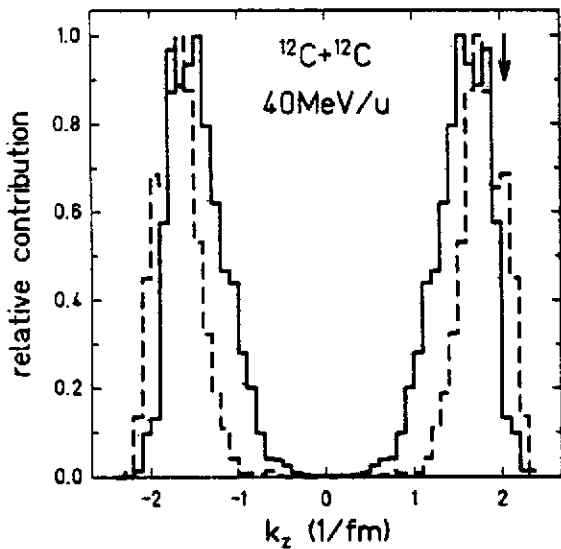
## 4.2. Quelques résultats

i) Mécanisme dynamique de production de particules (approches BUU, VUU, ...)

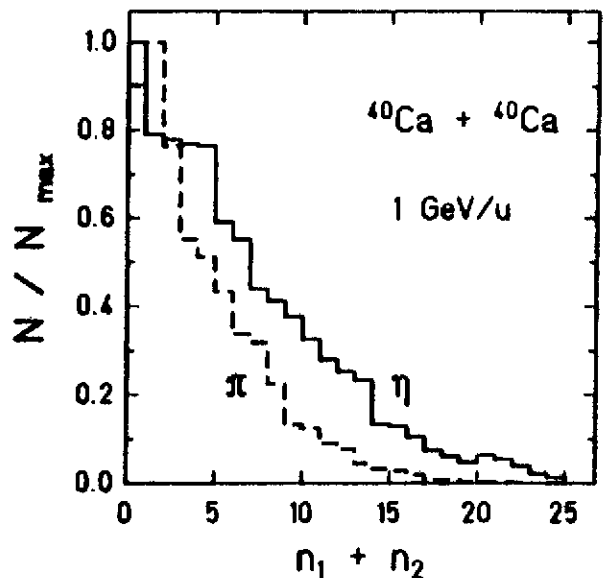
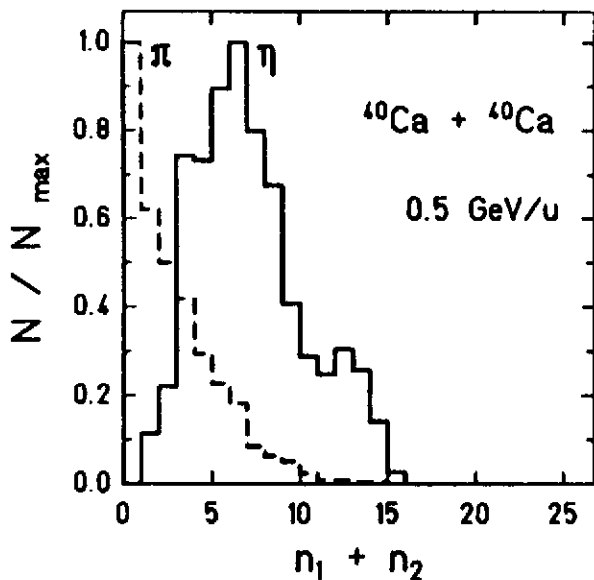
L'image qui sous-tend les calculs de production de particules dans ces approches est celle d'un mécanisme incohérent. Le nombre de particules produites est donné par la somme des probabilités individuelles de création au cours des interactions élémentaires nucléon-nucléon (ou plus généralement baryon-baryon et baryon-méson). Tant que l'énergie de faisceau reste bien en dessous du seuil de production nucléon-nucléon pour une particule donnée, il faut donc que la collision entre les deux ions crée une zone chaude dans laquelle certaines paires de nucléons auront effectivement une impulsion relative suffisante pour produire la particule. Le mécanisme de production incohérente teste donc bien les zones chaudes du système. Il ne s'applique pas aux énergies très proches du seuil absolu de production pour une réaction donnée (c'est à dire le cas pour lequel toute l'énergie de faisceau est utilisée pour créer la particule), énergies où les effets collectifs, absents du mécanisme incohérent,

jouent forcément un rôle prépondérant. Les résultats que nous présentons ci-dessous ont été obtenu dans des calculs de type BUU (voir section 1.2 de ce Chapitre) et sont basés sur ce mécanisme incohérent de production des particules.

ii) Caractérisation de la "zone chaude"



**Figure 3-8: Gammas et zone de l'espace de phase** (W. Cassing, V. Metag, U. Mosel et K. Niita, Phys. Rep. 188C(1990)363)  
 Localisation en espace de phase de la production de photons "durs" ( $E_\gamma \geq 30$  MeV) dans une collision  $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$  à 40 MeV par nucléon d'énergie de faisceau. La production relative de  $\gamma$  (intégrée sur les directions transverses) est tracée en fonction du moment relatif  $k_z$  ( $\text{fm}^{-1}$ ). La courbe en trait plein correspond à des photons de 50 MeV, celle en pointillé à des photons de 100 MeV. Ils sont produits par les bords extérieurs des sphères de Fermi des deux noyaux et ce d'autant plus que leur énergie est élevée. Il y a donc une localisation en espace de phase de la production de particules. Ces résultats proviennent d'un calcul dynamique de type VUU, amélioré pour prendre en compte certains effets de surface.



**Figure 3-9: Production de particules et temps** (W. Cassing, V. Metag, U. Mosel et K. Niita, Phys. Rep. 188C(1990)363)

Localisation en temps de la production de particules ( $\eta$  et  $\pi$ ) dans une collision  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$  à 0.5 et 1 GeV par nucléon. Le taux de production (normalisé à 1) est porté en fonction du nombre de collisions à deux corps subies par les nucléons. L'abscisse est donc une échelle de temps. A 500 MeV/A les  $\eta$ 's sont produits à un moment bien défini contrairement aux  $\pi$ 's pour lesquels le seuil nucléon-nucléon est largement franchi à cette énergie. Par contre à 1 GeV/A  $\eta$ 's et  $\pi$ 's sont produits en même temps. On voit donc qu'une localisation en temps est possible dans la région cinématique adaptée à une particule donnée, impossible sinon. Ces résultats proviennent d'un calcul dynamique de type VUU, amélioré pour prendre en compte certains effets de surface.

Ces études sur la production de  $\gamma$  et de mésons sous le seuil sont en cours mais il semble maintenant établi que les  $\gamma$  et les  $K^+$ , en particulier, sont des sondes spécifiques d'une région de l'espace de phase (Figure 3-8) et d'un moment de la collision (Figure 3-9)<sup>59</sup>.

iii) Lien avec l'équation d'état

Pour l'instant aucune conclusion définitive n'a pu être tirée. Il ne semble pas que la production de  $\gamma$  ou  $K^+$  soit vraiment sensible à l'équation d'état nucléaire utilisée dans les calculs<sup>59</sup>. Des calculs supplémentaires sont sans doute nécessaires.

## 5. Conclusions

Nous avons vu dans ce chapitre que les collisions d'ions lourds sont un domaine en pleine évolution, tant dans le domaine expérimental (avec la mise au point d'une nouvelle génération de détecteurs  $4\pi$ ) que du point de vue théorique (avec le développement des équations cinétiques utilisées jusqu'à présent). En dépit des difficultés qu'elles soulèvent, en particulier au niveau de la prise en compte des effets dynamiques, ces collisions devraient pouvoir nous apporter des informations sur l'équation d'état nucléaire, mais aussi sur les propriétés de transport de la matière nucléaire.

Les résultats obtenus jusqu'à présent sont encore incomplets

i) la production de fragments de masse intermédiaire pourrait nous renseigner sur la région basse densité de l'équation d'état,

ii) les analyses en variables globales restent très intéressantes pour caractériser les réactions mais ne semblent pas pouvoir être directement reliées à la dureté de l'équation d'état. Les études d'écoulement de fragments ou de pions pourraient néanmoins être une perspective prometteuse.

iii) la production de particules ( $\gamma$ , mésons sous le seuil) est également une voie intéressante pour avoir accès aux caractéristiques de la dynamique de la collision. Les liens avec les propriétés de l'équation d'état ne sont pas encore établis de façon claire.

A la vue de ces quelques points le bilan global pourrait paraître mince. Il traduit surtout le caractère inachevé de ces recherches, qui possèdent donc sans doute un bel avenir.



## Conclusions

Peut-on conclure?

Comme nous le disions au début le sujet est vaste et ouvert, ...donc intéressant! Rappelons quelques points incontournables de notre promenade dans le diagramme de phases de la matière nucléaire.

Le premier chapitre était consacré à la notion d'équation d'état de la matière nucléaire. Nous avons vu comment émerge expérimentalement le concept de matière nucléaire infinie. Cette matière "sature" à la densité de saturation  $\rho_0$  et possède en ce point une énergie bien définie. La valeur de la courbure de l'équation d'état au point de saturation (module d'incompressibilité  $K_{\infty}$ ) est encore sujette à discussions. En dépit d'analogies formelles avec les fluides réels de type Van der Waals, le passage de l'interaction élémentaire nucléon-nucléon à l'équation d'état nucléaire reste un problème ouvert. La difficulté réside en grande partie dans les effets liés au principe de Pauli. Des approches plus phénoménologiques permettent toutefois de prédire des comportements très intéressants de l'équation d'état à température finie (coexistence de phases, ...).

Dans le deuxième chapitre nous avons abandonné le point de saturation ( $\rho = \rho_0$ ,  $T = 0$ ) pour les supernovae ( $\rho \approx \rho_0$ ,  $T \leq 10$  MeV) et les étoiles à neutrons ( $\rho \approx 3 \rho_0$ ,  $T = 0$ ). La macrostructure de l'équation d'état des supernovae de type II est assez bien comprise. C'est la présence d'agrégats nucléaires dans le système qui permet au coeur de s'effondrer jusqu'à des densités voisines de la saturation. La description de ce système doit être microscopique. Elle est aujourd'hui sous contrôle, en l'absence de contraintes astrophysiques plus précises. Dans les étoiles à neutrons la physique nucléaire "change de visage": une description relativiste et intégrant les effets pioniques doit être introduite. Contrairement à certaines idées reçues, les étoiles à neutrons ou l'explosion des supernovae ne nous apprennent rien de direct sur l'équation d'état nucléaire au voisinage de la saturation. Ces systèmes constituent surtout des cas limites qu'une bonne théorie de la matière nucléaire doit pouvoir décrire.

Les collisions d'ions lourds à des énergies inférieures à 500 MeV par nucléon (Chapitre III) sont un moyen d'exploration du diagramme de phases de la matière nucléaire, mais cette fois-ci d'un point de vue dynamique et non pas statique. De nombreux développements, tant théoriques qu'expérimentaux, sont en cours dans ce domaine. La formation de fragments de masse intermédiaire pourrait nous permettre d'explorer la région de basse densité du plan pression-densité. Les effets d'écoulement collectif sont intéressants pour caractériser les réactions. Le lien avec l'équation d'état elle-même n'est pas direct. La production de particules "rares" devrait, quant à elle nous renseigner sur le déroulement de la collision.

Enfin il faut rappeler que l'équation d'état n'est pas une fin en soi. Elle ne constitue qu'une étape vers une compréhension unifiée des noyaux atomiques.

## Références

- 1) R. Balian, "Du microscopique au macroscopique", Ellipses, Paris, 1982, Chapitre VIII
- 2) Réf 1), Chapitre XIII
- 3) P. Bonche, Ecole Joliot-Curie, 1985, page 1
- 4) "Theory of supernovae", Phys. Rep. 163C(1980)171, édité par G. E. Brown
- 5) G. E. Brown et A. D. Jackson, "The nucleon-nucleon interaction", North-Holland, 1976
- 6) Ph. Siemens et A. S. Jensen, "Elements of nuclei", Addison-Wesley, 1987, Chapitre XI
- 7) J. Cooperstein, Phys. Rev. C37(1988)786
- 8) S. Nagamiya, Nucl. Phys. A488(1988)3c
- 9) B. Frois et C. N. Papanicolas, Ann. Rev. Nuc. Part. Sci. 37(1987)133
- 10) M. A. Preston et R. K. Bhaduri, "Structure of the nucleus", Addison-Wesley, 1975, Chapitre IV
- 11) W. D. Myers et W.J. Swiatecki, Nucl. Phys. 81(1966)1
- 12) C. F. Weiszäcker, Zeit. Phys. 96(1935)431
- 13) J. P. Blaizot, Phys. Rep. 64C(1980)171
- 14) N. K. Glendening, Phys. Rev. C37(1988)2733
- 15) C. Mahaux and R. Sartor, Ecole d'hiver des Houches, 1989, NATO ASI series, B205,1
- 16) Réf. 10), Chapitre VI
- 17) B. F. Gibson et B. H. J. MacKellar, Few Body Syst. 3(1988)143
- 18) B. Friedmann et V. R. Pandharipande, Nucl. Phys. A361(1981)502
- 19) D. Vautherin et D. M. Brink, Phys. Rev. C5(1972)626
- 20) M. R. Anastasio, L. S. Celenza, W. S. Pong et C. M. Shakin, Phys. Rep. 100C(1983)327
- 21) B. ter Haar et R. Malfliet, Phys. Rep. 149C(1987)207
- 22) A. Lejeune, P. Grangé et J. Cugnon, Nucl. Phys. A453(1986)189
- 23) H. A. Bethe, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 38(1988)1
- 24) D. D. Clayton, " Principles of stellar evolution and nucleosynthesis", Univ. of Chicago Press, 1983, Chapitre II
- 25) S. Chandrasekhar, Rev. Mod. Phys. 56(1984)137
- 26) H. A. Bethe, G.E. Brown, J. Applegate et J. M. Lattimer, Nucl. Phys. A324(1979)487
- 27) W. D. Arnett, Astrophys. Journ. 218(1977)815
- 28) D. Vautherin, dans "Collapse and Numerical Relativity", NATO, ASI serie C 34(1984)69
- 29) T. J. Mazurek, J. M. Lattimer et G. E. Brown, Astrophys. Journ. 229(1979)713
- 30) M. F. El Eid et W. Hillebrandt, Astron. Astrophys. 42(1980)215
- 31) A. Bohr et B. Mottelson, "Nuclear Structure", vol 1, Benjamin, 1969, Chapitre II
- 32) J.R. Huizenga et L. G. Moretto, Ann. rev. Nuc. Part. Sci., 22(1972)427
- 33) S. Ichimaru, H. Iyetomi et S. Tanaka, Phys. Rep. 149C(1987)91
- 34) C. Kittel, "Introduction to solid state physics", Wiley, 1976, page 276
- 35) Réf. 1), Chapitre IX

- 36) E. Suraud, Ch. Grégoire et B. Tamain, *Prog. Part. Nuc. Phys.* **23**(1989)357
- 37) M. Brack et Ph. Quentin, *Phys. Lett.* **52B**(1974)159
- 38) M. Brack, C. Guet et H. K. Hakansson, *Phys. Rep.* **123C**(1985)276
- 39) M. Barranco et J. R. Buchler, *Phys. Rev.* **C22**(1980)1729
- 40) D. Q. Lamb, J. M. Lattimer, C. J. Pethick et D. G. Ravenhall, *Nucl. Phys.* **A360**(1981)459
- 41) D. Q. Lamb, J. M. Lattimer, C. J. Pethick et D. G. Ravenhall, *Phys. Rev. Lett.* **41**(1978)1623
- 42) P. Bonche et D. Vautherin, *Nucl. Phys.* **A372**(1981)496; *Astron. Astrophys.* **112**(1982)268
- 43) S. Marcos, M. Barranco et J. R. Buchler, *Nucl. Phys.* **A381**(1982)507
- 44) E. Suraud, *Astron. Astrophys.* **143**(1985)108
- 45) R. D. Williams et S. E. Koonin, *Nucl. Phys.* **A435**(1985)844
- 46) M. Lassaut, H. Flocard, P. Bonche, P. H. Heenen et E. Suraud, *Astron. Astrophys.* **183**(1987)L3
- 47) M. Barranco, F. Garcias, M. Pi et E. Suraud, *Research Reports in Physics, "Nuclear Astrophysics"*, ED. M. Lozano, M. I. Gallardo et J. M. Arias, Springer, 1989, page 265
- 48) A. Burrows et J. M. Lattimer, *Astrophys. Journ.* **285**(1984)294
- 49) A. B. Migdal, *Rev. Mod. Phys.* **50**(1978)107
- 50) J. D. Walecka, *Ann. Phys.* **83**(1974)491
- 51) B. D. Serot et J. D. Walecka, *Adv. Nuc. Phys.* **16**(1986)1
- 52) G. E. Brown, E. Oset, M. Vicente Vacas et W. Weise, *Nucl. Phys.* **A505**(1989)823
- 53) F. de Jong, B. ter Haar et R. Malfliet, *Phys. Lett.* **220B**(1989)485
- 54) Voir par exemple les compte-rendus de 3 conférences récentes: "Nucleus-Nucleus III", Saint-Malo, France, 1988, *Nucl. Phys.* **A488**(1988)1, "Workshop on nuclear dynamics", Bad-Honnef, RFA, 1988, *Nucl. Phys.* **A495**(1989)1 et "Workshop on nuclear dynamics", Elba, Italie, 1990, à paraître dans *Nucl. Phys. A*
- 55) H. Stöcker et W. Greiner, *Phys. Rep.* **137C**(1986)277
- 56) P. Danielewicz, *Phys. Lett.* **146B**(1984)168
- 57) J. Peter et al, "Second IN2P3-RIKEN Symposium on Heavy-Ion Collisions", Obernai, France, 1990, édité par B. Heusch et M. Ishihara, World Scientific, 1990, page 219
- 58) R. Babinet, Ecole Joliot-Curie, 1985, page 139
- 59) W. Cassing, V. Metag, U. Mosel et K. Niita, *Phys. Rep.* **188C**(1990)363
- 60) G. F. Bertsch et S. Das Gupta, *Phys. Rep.* **160C**(1988)189
- 61) Pour une revue voir J. W. Negele, *Rev. Mod. Phys.* **54**(1982)912
- 62) J. Cugnon, Ecole Joliot-Curie, 1985, page 91
- 63) L. P. Kadanoff et G. Baym, "Quantum statistical mechanics", Benjamin, 1962
- 64) W. Botermans et R. Malfliet, *Phys. Lett.* **171B**(1986)22
- 65) G. F. Bertsch, H. Kruse et S. Das Gupta, *Phys. Rev.* **C29**(1984)675
- 66) J. Aichelin, *Phys. Rev.* **C33**(1986)537
- 67) Ch. Grégoire, B. Rénaud, F. Sébille, L. Vinet et Y. Raffray, *Nucl. Phys.* **A465**(1987)317
- 68) G. Welke, R. Malfliet, Ch. Grégoire, M. Prakash et E. Suraud, *Phys. Rev.* **C40**(1989)2611

- 69) P. Danielewicz, Ann. Phys. **152**(1984)239 et 305
- 70) S. Ayik et Ch. Grégoire, Phys. Lett. **212B**(1988)269
- 71) W. Botermans et R. Malfliet, Phys. Lett. **215B**(1988)617
- 72) D. H. E. Gross, Rep. Prog. in Phys., **53**(1990)605
- 73) G. F. Bertsch et Ph. Siemens, Phys. Lett. **126B**(1983)9
- 74) H. Heiselberg, C. J. Pethick et D. G. Ravenhall, Phys. Rev. Lett. **61**(1988)818
- 75) R. Bougault et al, Nucl. Phys. **A488**(1988)255c
- 76) P. Danielewicz et G. Odyniec, Phys. Lett. **157B**(1985)146
- 77) C. Gale, G. F. Berstch et S. Das Gupta, Phys. Rev. **C35**(1987)1666
- 78) D. L'hôte, Nucl. Phys. **A488**(1988)457c
- 79) R. Stock et al, Phys. Rev. Lett. **49**(1982)1236
- 80) J. Carroll, Nucl. Phys. **A495**(1989)423c
- 81) C. Gale et J. Kapusta, Phys. Rev. **C35**(1987)2107

### **Remerciements**

*Les idées développées dans ces pages résultent de multiples discussions avec M. Barranco, P. Bonche, J. Cugnon, D. Cussol, Ch. Grégoire, R. Malfliet, S. Marcos, H. Nifenecker, M. Pi, B. Rémaud, P. Schuck, J. Treiner et D. Vautherin. Je tiens à leur exprimer toute ma gratitude pour ces moments privilégiés.*