



HAL
open science

Rayonnement de canalisation et phénomènes de champ fort

X. Artru

► **To cite this version:**

X. Artru. Rayonnement de canalisation et phénomènes de champ fort. École thématique. Ecole Joliot Curie "Matière hadronique ou..aujourd'hui et demain avec des électrons", Maubuisson, (France), du 14-19 septembre 1992: 11ème session, 1992. cel-00648094

HAL Id: cel-00648094

<https://cel.hal.science/cel-00648094>

Submitted on 5 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

RAYONNEMENT DE CANALISATION ET PHENOMENES DE CHAMP FORT

X. Artru

Institut de Physique Nucléaire de Lyon,
IN2P3-CNRS et Université Claude Bernard,
43 boulevard du 11 Novembre 1918, F-69622 Villeurbanne cedex, France

RESUME. Nous donnons ici une brève introduction théorique au rayonnement de canalisation, en comparant les approches classique et quantique et insistant sur les effets relativistes. Nous mentionnons les applications possibles. Puis nous donnons un aperçu des phénomènes de champ fort en Electrodynamique Quantique qui peuvent être testés avec des faisceaux d'électrons ou de photons de haute énergie interagissant avec un cristal en condition de canalisation.

ABSTRACT. We give a short theoretical introduction to channeling radiation, comparing the classical and quantum mechanical approaches and emphasizing on the relativistic effects. We mention the possible applications. Then we survey the phenomena of Quantum Electrodynamics in strong fields which can be tested with high energy electron or photon beams interacting with a crystal under channeling conditions.

1. INTRODUCTION

Les phénomènes de canalisation sont de mieux en mieux connus de la communauté des physiciens et J. Remillieux nous a montré de nombreux exemples d'application industrielles. Ceux-ci concernent jusqu'à présent des projectiles ioniques à basse énergie. Par contre, le *rayonnement de canalisation*, appelé aussi *rayonnement Kumakhov*¹⁾, semble encore dans l'enfance de la recherche fondamentale. Le but de cet article est de familiariser le lecteur avec les principaux phénomènes qui président au rayonnement de canalisation : effets relativistes, Doppler et quantiques. La théorie de la canalisation (sans rayonnement) sera supposée connue. Pour une documentation plus complète, le lecteur pourra consulter la revue de V. V. Beloshitsky et F. F. Komarov²⁾ sur le rayonnement Kumakhov et celle de J. C. Kimball et N. Cue³⁾ sur les phénomènes de champ fort en condition de canalisation. L'article expérimental de J. F. Bak *et al*⁴⁾ et la thèse de A. Belkacem⁵⁾ contiennent également des introductions théoriques concises.

Nous utiliserons les unités naturelles rationalisées : $\hbar = c = 1$ ($1 \text{ \AA}^{-1} = 1973 \text{ eV}$; $m^{-1} = 386 \text{ \AA}$) ; $e^2/(4\pi) = \alpha = 1/137$.

2. THEORIE QUANTIQUE

En complète analogie avec la physique atomique, nous avons des transitions radiatives

$$e^\pm \rightarrow e'^\pm + \gamma \quad (1)$$

entre états propres de E_T . Celles ci peuvent être de trois types (Fig. 1) : état lié \rightarrow état lié, état libre \rightarrow état lié, état libre \rightarrow état libre. Le *bremsstrahlung cohérent* fait partie de ce dernier cas. La règle d'or de Fermi nous donne la probabilité de transition par unité de temps :

$$\frac{d(\text{probabilité } i \rightarrow f)}{dt} = \sum_{\vec{\epsilon}} \int \frac{d^3k}{2\omega} 2\pi \delta(E' + \omega - E) \times \left| e \int d^3X \Psi_f^\dagger(\mathbf{X}) \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{X}) \vec{\epsilon}^* \cdot \vec{\alpha} \Psi_i(\mathbf{X}) \right|^2, \quad (2)$$

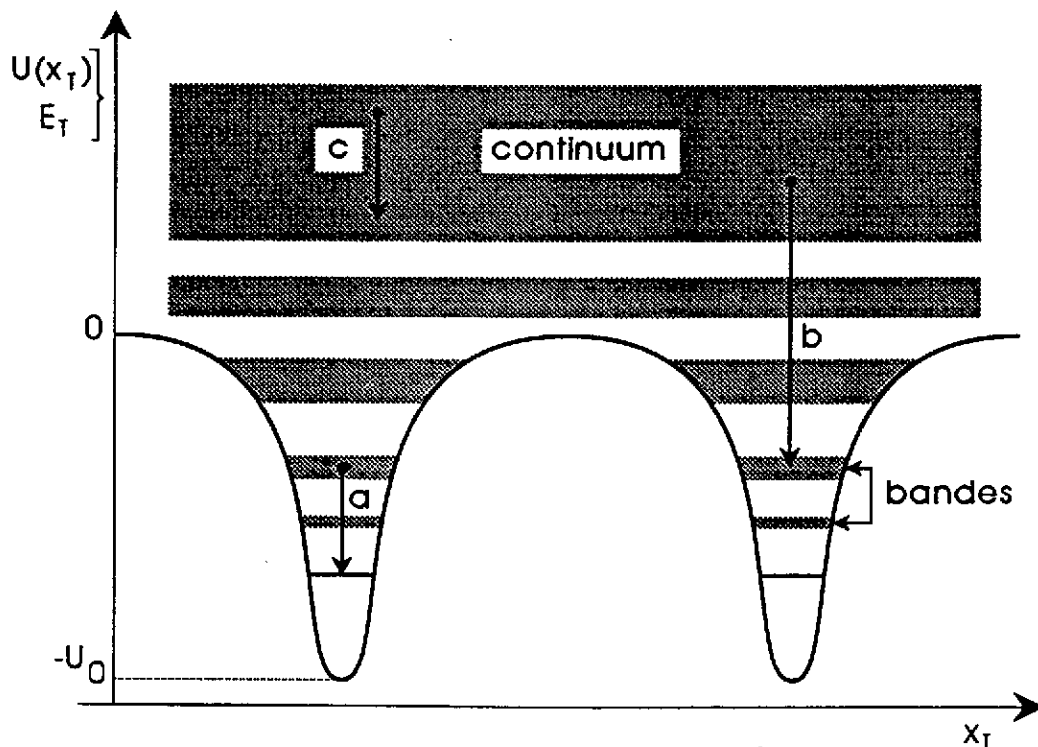


Fig. 1. Transitions radiatives entre niveaux d'énergie transverse : a) état lié \rightarrow état lié, b) état libre \rightarrow état lié, c) état libre \rightarrow état libre.

L'énergie et l'impulsion longitudinale sont conservées au cours de ce processus :

$$E = E' + \omega, \quad p_z = p'_z + k_z.$$

par différence, on obtient

$$E_T + m^2/(2E) = E'_T + m^2/(2E') + k_T^2/(2\omega), \quad (3)$$

ce qui peut s'écrire aussi

$$E_T - E'_T = \frac{\omega}{2}(\gamma^{-2} + \theta^2). \quad (4)$$

($\gamma = E/m \gg 1 \gg \theta = \text{angle entre le photon et l'axe des } z$). Cette équation montre qu'on peut obtenir des photons quasi-monochromatiques à θ fixé par transition entre états canalisés profonds. Noter la grande différence d'ordre de grandeur entre le saut en énergie transverse ($\Delta E_T \sim 5 \text{ eV}$) et l'énergie d'un photon émis vers l'avant ($\omega = 2\gamma^2 \Delta E_T \sim 100 \text{ keV}$ pour $E = 50 \text{ MeV}$). On peut le comprendre avec l'argument relativiste (mais non rigoureux) suivant : Dans le référentiel accompagnateur RA (animé de la vitesse $\langle \vec{v} \rangle$), le potentiel est multiplié par un facteur voisin de γ à cause de la contraction de la chaîne d'atome (ou parce que U est la composante temps d'un quadrivecteur). Ainsi, dans ce référentiel, $\omega_{RA} = \text{saut d'énergie transverse} = \gamma \Delta E_T(\text{lab.})$. Retournant dans le référentiel du laboratoire, l'effet Doppler entraîne $\omega = 2\gamma \omega_{RA}$. En outre, la transformation de Lorentz fait passer d'une distribution angulaire symétrique dans RA à une distribution piquée vers l'avant ($\theta \sim \gamma^{-1}$) dans le laboratoire.

Sachant que $\Delta E_T \sim \gamma^{-1/2}$, les raies de canalisation croissent comme $\gamma^{3/2}$. Nous avons donc une source *directionnelle* et accordable de rayons gamma.

L'approximation dipolaire est valable si $p_T \ll m$, c.à.d. si l'électron est non relativiste dans le repère accompagnateur. Elle conduit à des règles de sélection analogues à celles de la spectroscopie atomique ; en particulier on n'a de transition (forte) qu'entre états transverses de parité opposées. Dans le cas de positons canalisés planairement, le potentiel est approximativement parabolique, les niveaux $E_T(n)$ sont équidistants et on a la règle $n' = n - 1$, d'où une raie unique.

Enfin, dernière propriété intéressante dans le cas planaire, le rayonnement est *polarisé linéairement* perpendiculairement au plan de canalisation.

3. THEORIE CLASSIQUE ($\omega \ll E$).

Le nombre d'états liés augmentant rapidement avec l'énergie, la théorie quantique devient impraticable à des énergies de l'ordre du GeV et un traitement classique devient réaliste. Une charge classique en mouvement rayonne une énergie W avec le spectre différentiel

$$I(\omega, \hat{n}) \equiv \frac{dW}{d\omega d^2 \hat{n}} = \frac{\alpha}{4\pi^2} \omega^2 |\tilde{w}_\perp(\omega)|^2 = \frac{\alpha}{4\pi^2} |\tilde{a}_\perp(\omega)|^2, \quad (5)$$

$$\tilde{a}_\perp(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i\omega\tau} a_\perp(\tau) \quad (\text{idem pour } \tilde{w}_\perp \text{ and } w_\perp). \quad (6)$$

Ci-dessus, \hat{n} désigne la direction de l'observateur, $\tau = t - \hat{n} \cdot \mathbf{X}(t)$ le "temps retardé", $w_\perp = d\mathbf{X}/d\tau$ la vitesse transverse apparente (qui peut être plus grande que la vitesse de la lumière !) et a_\perp l'accélération transverse apparente. Ici, "transverse", symbolisé par \perp se rapporte à \hat{n} (ne pas confondre avec τ). Nous pourrions utiliser

$$d\tau \simeq \frac{1}{2}(\gamma^{-2} + v_\perp^2), \quad v_\perp \simeq v_T - \hat{n}_T.$$

Noter la non-linéarité de τ en fonction de t , sauf dans le cas de l'approximation dipolaire. Si le mouvement est *périodique* (à un mouvement rectiligne uniforme près ; c'est le cas de

la canalisation planaire ou du bremsstrahlung cohérent), le spectre est composé de raies données par

$$\frac{2N\pi}{T} = \frac{\omega}{2} (\gamma^{-2} + \langle v_{\perp}^2 \rangle) \quad (N \text{ entier}). \quad (7)$$

Cette équation, qui ressemble à (4), s'applique aussi bien aux onduleurs. Pour un mouvement de rosette, remplacer N/T par $N_r/T_r + N_a/T_a$ où T_r et T_a sont les périodes radiales et angulaires (en général non commensurables). Un mouvement chaotique ($E_T > 0$ en canalisation axiale⁶) devrait donner un spectre à allure fractale. Dans tous les cas, on a une *fréquence de coupure*

$$\omega_c = \gamma^2 \max \left\{ \frac{F}{m}, \frac{1}{\Delta t} \right\}, \quad (8)$$

où Δt est l'échelle de temps des variations d'accélération.

Règles de somme classiques. En utilisant la formule de Parseval-Plancherel, on obtient la suite infinie de règles de somme :

$$\int_0^{\infty} d\omega \omega^{2n-4} I(\omega, \hat{n}) = \frac{\alpha}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \left(\frac{d^n \mathbf{X}_{\perp}}{d\tau^n} \right)^2. \quad (9)$$

Le cas $n = 2$, intégré sur la direction du photon, donne la formule de Liénard⁷ qui, pour $\gamma \gg 1$, peut s'écrire

$$W = \frac{2}{3} \alpha \int_{-\infty}^{\infty} dt \left(\frac{\gamma F_{\perp}}{m} \right)^2 \quad (10)$$

(ici F_{\perp} est la composante de la force perpendiculaire à la vitesse). L'énergie rayonnée par unité de longueur est donc la même que dans une machine synchrotron (fictive) ayant un champ équivalent (en canalisation planaire, on a par exemple des champs de 30 volt/Å $\sim 10^3$ tesla). Cependant le spectre est beaucoup plus dur. Cette correspondance a été vérifiée avec une bonne précision dans une expérience faite à l'Accélérateur Linéaire de Saclay⁸).

D'après la règle de somme de Liénard, un électron rayonnerait à peu près la même énergie dans la matière amorphe et dans un cristal aligné, si on met pour F_T le champ microscopique au lieu du champ de Lindhard. Mais un tel champ donnerait des fréquences classiques telles que $\hbar\omega > E$, ce qui est impossible quantiquement. Il faut donc appliquer la formule de Liénard avec le champ "lissé" sur une longueur de l'ordre de γm^{-1} (pour avoir $\omega_c \leq E$). Ce lissage nous ramène pratiquement au champ de Lindhard. C'est pourquoi les électrons et les positons de haute énergie rayonnent beaucoup plus dans un cristal aligné que dans la matière amorphe (à numéro atomique égal).

Voici une autre manière (heuristique) de voir comprendre cette différence : Dans un matériau désordonné, le rayonnement est essentiellement du bremsstrahlung sur noyaux pris isolément, avec une section efficace proportionnelle à Z^2 . Dans un cristal, un groupe de N noyaux alignés parallèlement à la trajectoire de l'électron est "vu" par celui-ci comme un "supernoyau" de charge NZe (see Fig. 2) ; le bremsstrahlung est alors proportionnel à $(NZ)^2$, divisé par N puisqu'il y a N fois moins de "supernoyaux" que de noyaux. Le gain net est donc d'un facteur N (N est limité par la *longueur de cohérence* $\sim \gamma^2/\omega$).

Comme exemple d'application, le rayonnement de canalisation pourrait être utilisé pour produire des positons avec un rendement d'environ un e^+ par électron incident⁹⁾.

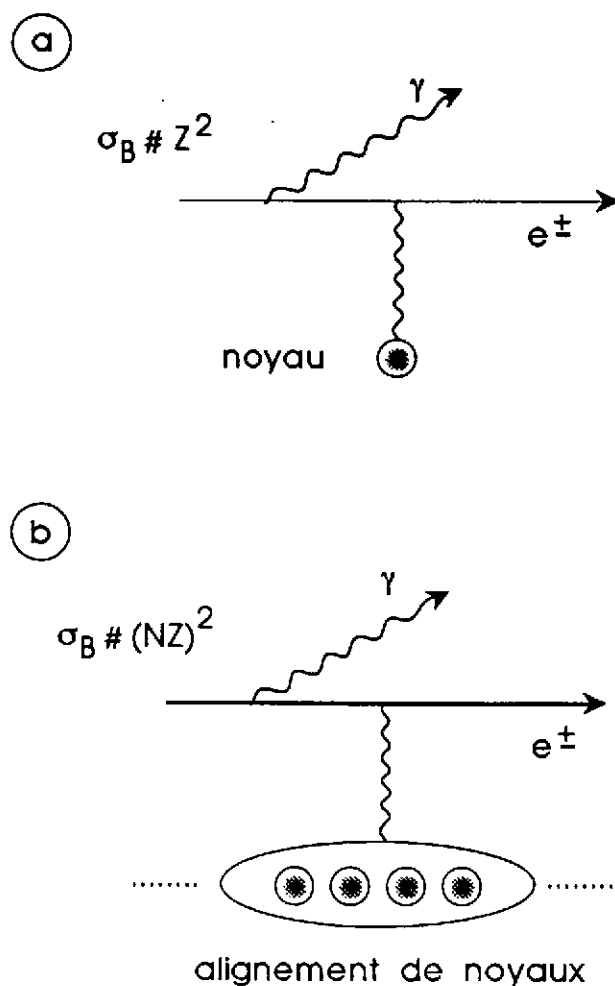


Fig. 2. Diagramme de Feynman pour le bremsstrahlung : a) processus incohérent ; b) processus cohérent sur plusieurs noyaux alignés.

4. PHENOMENES D'ELECTRODYNAMIQUE QUANTIQUE EN CHAMP FORT

En électrodynamique quantique (EDQ), on introduit un *champ critique*

$$\mathcal{E}_{cr} = \frac{m^2}{e} = 1.32 \times 10^8 \text{ volt}/\text{Å} = 4.41 \times 10^9 \text{ tesla} \quad (11)$$

dans lequel un électron est soumis à la "force critique" = m^2 = une masse d'électron par longueur Compton. Un champ statique uniforme crée spontanément (par effet tunnel) des paires $e^+ e^-$ avec un fréquence proportionnelle à $\exp(-\pi\mathcal{E}/\mathcal{E}_{cr})$ (le même mécanisme est à l'oeuvre pour la création de paires quark-antiquark le long d'une corde). Dans un cristal de germanium, par exemple, le champ de Linhard est "seulement" de l'ordre de $10^3 \text{ V}/\text{Å}$, mais on peut le renforcer artificiellement par transformation de Lorentz : un électron de 50 GeV canalisé le long de l'axe $\langle 110 \rangle$ du germanium "voit" un champ $\gamma\mathcal{E} \sim \mathcal{E}_{cr}$. La même situation arrive aussi en astrophysique où l'on a d'une part des électrons de très haute énergie, d'autre part des champs magnétiques intenses. Dans un cas comme dans l'autre, on s'attend à des effets inhabituels.

Faillite de la Théorie Classique du Rayonnement

En introduisant le *paramètre de criticité*

$$\chi = \gamma \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_{cr}}, \quad (12)$$

on peut récrire la fréquence de coupure en champ uniforme sous la forme $\omega_c = \chi E$; ainsi, pour $\chi > 1$ la théorie classique du rayonnement synchrotron prédit l'émission de photons d'énergie plus grande que celle de l'électron. En fait, elle ignore les effets de recul. Fort heureusement, il existe une formule *semi-classique*, dite de Baïer-Katkov¹⁰⁾, qui tient compte de tels effets. Tout d'abord, il faut remplacer ω dans les formules (6) et (7) par

$$\omega' = (E/E')\omega = E\omega/(E - \omega) \quad (13)$$

Aussi faut-il remplacer le membre de gauche de (8) par $\omega'_c = E\omega_c/(E - \omega_c)$, ω'_c pouvant dépasser E . Ensuite il faut modifier (5) ainsi

$$\frac{d(\text{nb. de photons})}{d\omega d^2\hat{n}} = \frac{\alpha}{8\pi^2} \omega \left[\left(\frac{1}{\gamma'} - \frac{1}{\gamma} \right)^2 |\bar{w}_0(\omega')|^2 + \left(1 + \frac{\gamma^2}{\gamma'^2} \right) \bar{w}_\perp(\omega') \cdot \bar{w}_\perp^*(\omega') \right], \quad (14)$$

où, par analogie avec (6), on a posé

$$\bar{w}_0(\omega') = \int d\tau \exp(i\omega'\tau) \frac{dt}{d\tau}. \quad (15)$$

Cette formule s'applique aussi au bremsstrahlung incohérent, si on prend comme trajectoire classique une ligne brisée correspondant aux diffusions multiples. Malheureusement, on ne peut en extraire des règles de somme simples ; celle de Liénard surestime l'énergie rayonnée.

La théorie du rayonnement en champ fort a été testée pour la première fois dans l'expérience NA33 du CERN¹¹⁾. Des électrons ou des positons de 150 GeV étaient envoyés sur un cristal de germanium d'épaisseur 180 μm parallèlement à l'axe $\langle 110 \rangle$. Le cristal était refroidi à 100° K afin de renforcer le champ (en effet, les vibrations thermiques des atomes "émoussent" le potentiel de Lindhard). Tout était conforme aux prévisions, sauf un pic en $x = W/E_0$, à $x = 0,85$ dans le cas des électrons ($E_0 =$ énergie initiale = 150 GeV). Ce pic a été expliqué par la suite comme résultant d'une "cascade radiative auto-accélérée"¹²⁾ ; en effet, un photon émis emporte non seulement de l'énergie tout court mais aussi de l'énergie transverse ; le mouvement de rosette après émission est donc plus près de l'axe (Fig. 3), donc dans un champ plus fort. Ceci appelle une nouvelle émission et ainsi de suite.

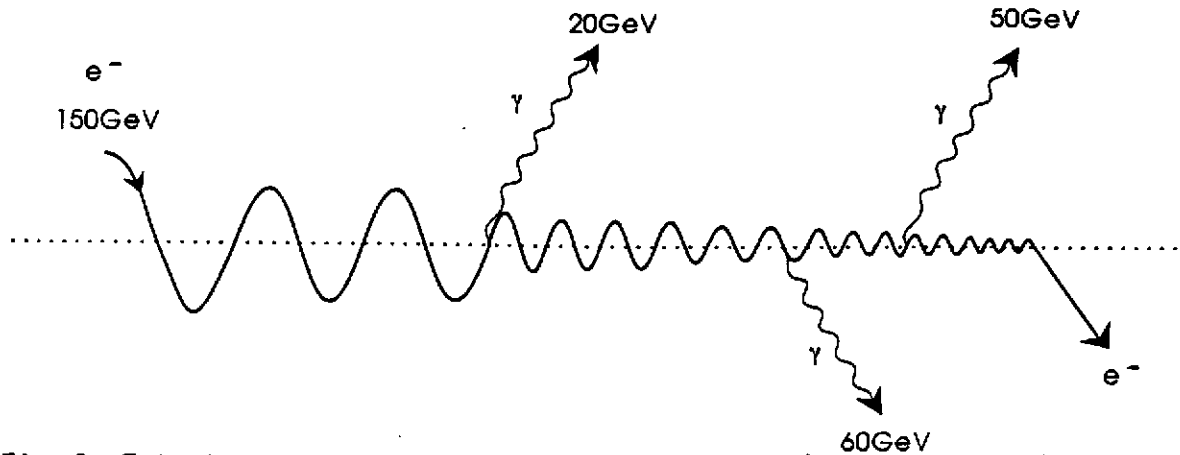


Fig. 3. Emissions successives de photons de haute énergie par un électron spiralant autour d'une chaîne d'atomes. Le rayon de la spirale décroît à chaque émission. A la fin, l'électron est décanalisé par une collision rapprochée avec un noyau.

Création de Paires en Champ Fort

La substitution $E' \rightarrow -E'$ dans (14) permet, par croisement, de prédire la réaction

$$\gamma \rightarrow e^+ + e^- \quad (16)$$

aussi bien en champ inhomogène qu'en champ uniforme. La conservation de $E - p_z$ s'écrit

$$k_T^2/(2\omega) = E_T + m^2/(2E) + E'_T + m^2/(2E'), \quad (17)$$

qui peut se déduire de (3) par croisement. Pour $k_T^2/(2\omega) \gg U_0$ nous avons la *production cohérente de paires*, qui est le processus croisé du bremsstrahlung cohérent. Ce qui est

vraiment nouveau est la *création en champ uniforme* qui a lieu pour $k_T \simeq 0$, avec une intensité

$$\frac{d(\text{probabilité})}{dt} = \frac{\alpha m}{3^{3/2} \pi \gamma} \int_0^1 dy \frac{9-y^2}{1-y^2} K_{2/3} \left(\frac{8}{3\chi(1-y^2)} \right), \quad (18)$$

où χ est obtenu de (12) en prenant $\gamma = \omega/m$ et $K_{2/3}$ est la fonction de Bessel modifiée d'ordre $2/3$. Cette réaction est interdite classiquement mais permise quantiquement par effet tunnel. Elle a un seuil "cinématique" à $\omega = 2m^2/U_0$ ($\sim 1,5$ GeV pour le germanium $< 110 >$; $U_0 \sim 300$ eV est la profondeur du puit de potentiel); en fait, $K_{2/3}$ décroît exponentiellement aux grandes valeurs de l'argument, de sorte que le seuil "dynamique" est donné par $\chi \sim 1$ ($\omega \sim 50$ GeV pour le germanium).

Cet effet a également été testé pour la première fois dans l'expérience NA33¹³⁾.

A cause des productions de paires tant cohérentes qu'en champ fort, les cristaux orientés sont de meilleurs convertisseurs de gammas que la matière amorphe (à numéro atomique équivalent). Comme ils sont aussi de meilleurs radiateurs, ils pourraient être utilisés pour fabriquer des calorimètres électromagnétiques très compacts et directionnels pour la physique des particules et l'observation des sources gamma en astrophysique¹⁴⁾.

la Partition du Photon

En champ fort, un photon peut se convertir en *deux* photons par création puis annihilation d'une paire virtuelle (Fig.4) avec une probabilité d'ordre α^2/π^2 fois celle de la création de paire $e^+ e^-$ ¹⁵⁾. Encore une fois, le champ fort artificiellement créé dans un cristal orienté à haute énergie pourrait être le laboratoire de cet *effet non-linéaire* de l'EDQ. La principale difficulté réside dans l'obtention d'une source de photons isolés; les photons créés par bremsstrahlung sont contaminés par des paires de photons provenant du double bremsstrahlung au niveau de $\sim 1\%$. De telles paires peuvent simuler des événements de partition. Une solution serait d'utiliser des photons provenant de la désintégration de π^0 . Ceux-ci sont en paires, mais l'autre photon est suffisamment loin angulairement pour ne pas gêner.

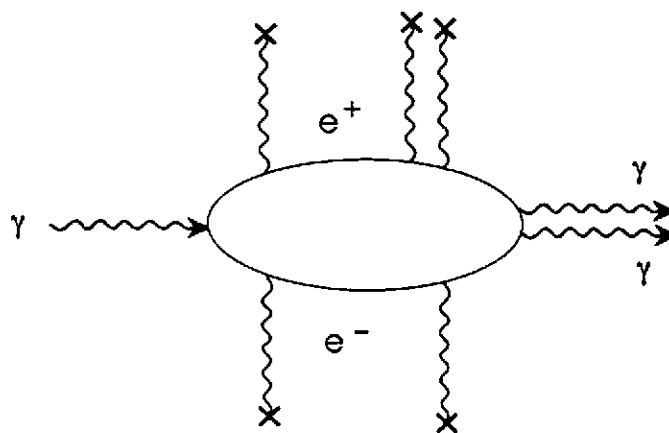


Fig. 4. Diagramme de Feynman de la partition du photon dans un champ électromagnétique intense. Celui-ci est représenté par les traits sinusoïdaux verticaux.

5. CONCLUSION

Pour un théoricien, le rayonnement de canalisation constitue un sujet d'étude très riche et excitant. Des phénomènes ultrarelativistes ($E \sim 10$ MeV jusqu'à des centaines de GeV) sont gouvernés par les potentiels "ténus" ($U_0 \sim 10$ à 10^3 eV) de la physique du solide ; On doit traiter des processus périodiques ou chaotiques, cohérents ou incohérents, perturbatifs ou non-perturbatifs. Bien que les différentes branches de la physique impliquées soient suffisamment bien connues, de nombreuses questions théoriques se posent dès qu'on les met en contact.

Pour la physique appliquée, le rayonnement de canalisation et la production de paires "assistée par cristal" ont un avenir prometteur : sources intenses, monochromatiques, accordables et polarisées de rayons gamma ; détecteurs directionnels pour l'astronomie gamma et la physique des particules ; sources intenses de positons. Une question importante, qui conditionne les "sources intenses", reste toutefois ouverte : Quelle dose de faisceau un cristal peut-il subir sans perdre ses propriétés canalisatrices ? Une expérience avec un faisceau de protons¹⁶⁾ a montré qu'un cristal de silicium tolère une fluence d'au moins 10^{19} particules par cm^2 . A 10^{21} cm^{-2} , chaque atome de la cible est délogé en moyenne une fois de son site cristallin, mais on peut compter sur des phénomènes de "recuit" pour atténuer ces défauts.

REFERENCES

- 1) M. A. Kumakhov, *Phys. Lett.* **57**, 17 (1976).
- 2) V. V. Beloshitsky, F. F. Komarov, *Phys. Rep.* **93**, 117 (1982).
- 3) J. C. Kimball et N. Cue, *Phys. Rep.* **125**, 69 (1985).
- 4) J. F. Bak *et al*, *Nucl. Phys.* **302**, 525 (1988).
- 5) A. Belkacem, *thèse de Doctorat d'Etat*, Institut de Physique Nucléaire de Lyon, publication n° LYCEN T 8657.
- 6) A. I. Akhiezer, V. I. Truten' et N. F. Shul'ga, *Phys. Rep.* **203**, 289 (1991).
- 7) J.D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York, 2^{ème} édition, 1965, formule (14.26)
- 8) M. Gouanère *et al*, *Phys. Rev.* **B38**, 4352 (1988). Par suite d'une erreur, tous les flux de photons exprimés en ($\text{eV}^{-1} \mu\text{m}^{-1} \text{sr}^{-1}$) dans les figures de cette référence doivent être divisés par 10^6 .
- 9) R. Chehab *et al*, *proc. of the IEEE 1989 Particle Accelerator Conference*, Chicago, II. (20-23 Mars, 1989)
X. Artru *et al*, *proc. of the IEEE 1991 Particle Accelerator Conference*, San Francisco, CA. (6-9 Mai, 1991)
- 10) V.N. Baïer et V.M. Katkov, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **53**, 1478 (1967) (*Sov. Phys. JETP* **26**, 854 (1968) ;
Zh. Eksp. Teor. Fiz. **55**, 1542 (1968) (*Sov. Phys. JETP* **28**, 807 (1969)) ;
V.N. Baïer, V.M. Katkov et V. S. Fadin, *Moscow Atomizdat* (1973) et Ref. 12.
- 11) A. Belkacem *et al.*, *Phys. Lett.* **B177**, 211 (1986) ; **B206**, 561 (1988).

- 12) V. V. Tikhomirov, *Phys. Lett. A* **125**, 411 (1987) ;
X. Artru, *Phys. Lett. A* **128**, 302 (1988) ;
V. N. Baïer, V. M. Katkov et V. M. Strakhovenko, *Phys. Lett. A* **132**, 211 (1988).
- 13) A. Belkacem *et al.*, *Nucl. Inst. Meth. B* **13**, 9 (1986).
- 14) V. N. Baïer, V. M. Katkov et V. M. Strakhovenko, *Nucl. Inst. Meth. A* **250**, 514 (1986).
- 15) V. N. Baïer, A. I. Milstein et R. Zh. Shaisultanov, *Phys. Lett. A* **120**, 255 (1987).