



HAL
open science

Au-delà de la méthode du champ moyen par la méthode de la coordonnée génératrice

P.-H. Heenen

► **To cite this version:**

P.-H. Heenen. Au-delà de la méthode du champ moyen par la méthode de la coordonnée génératrice. École thématique. Ecole Joliot Curie "Les noyaux en pleines formes", Maubuisson, (France), du 16-21 septembre 1991 : 10ème session, 1991. cel-00648258

HAL Id: cel-00648258

<https://cel.hal.science/cel-00648258>

Submitted on 5 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Au delà de la méthode du champ moyen par la méthode de la coordonnée génératrice

P.-H. Heenen

*Physique Nucléaire Théorique, U.L.B.,
CP229, 1050 Bruxelles, Belgique*

Résumé

La méthode de la coordonnée génératrice permet d'étudier l'importance de plusieurs des approximations introduites dans les méthodes de champ moyen et d'aller au delà de ces méthodes à l'aide d'un formalisme purement quantique et variationnel. Cette méthode est expliquée en détail. Son intérêt est montré sur des applications aux déformations octupolaires et à l'étude de la superdéformation dans la région des Hg. Les restaurations de symétrie qui sont un cas particulier de la méthode sont étudiées en détail dans le cas des restaurations de la parité et du bon nombre de particules.

Abstract

The principle of the generator coordinate method is presented in these lectures. It is shown that this method permit to study the errors due to some of the approximations of mean field methods and to correct them with the help of a purely quantal and variational formalism. The interest of the generator coordinate method is demonstrated on applications to octupole deformed nuclei and to superdeformed states in the Hg region. Restoration of symmetries which are a particular case of the method are studied in details in the cases of parity and particle number.

1. Introduction

Le modèle collectif est à la base de notre compréhension de la spectroscopie nucléaire ^{1,2}). Il permet de classer les différents types de spectre que l'on rencontre, principalement par la connaissance de l'énergie de déformation du noyau en fonction de quelques degrés de liberté astucieusement choisis. Ces surfaces d'énergie peuvent être obtenues de différentes façons: semi microscopiquement par la méthode de Strutinsky ou de façon plus fondamentale au moyen d'une interaction nucléaire effective à deux corps et des méthodes de Hartree Fock+BCS (HFBCS) ou de Hartree Fock Bogolioubov (HFB). Ces méthodes, basées sur l'introduction d'un champ nucléaire moyen, ont été testées dans de nombreuses régions de la table de masse et leurs prédictions sont généralement en bon accord avec les données expérimentales.

Sur la figure 1 est représentée, pour le ^{194}Hg , la variation de l'énergie totale en fonction du moment quadrupolaire axial, obtenue par la méthode HFBCS avec une interaction de Skyrme Skm^* ⁸⁾. Le dessin s'étend jusqu'aux déformations correspondant à des états superdéformés (SD). Des résultats très semblables à celui-ci ont été obtenus par la méthode HFB avec une interaction de Gogny ⁴⁾ et par la méthode de Strutinsky ⁵⁾. L'énergie de déformation présente un minimum absolu pour un moment quadrupolaire aplati d'environ -10b. L'état HFBCS correspondant à ce minimum est assimilé à l'état fondamental du noyau. Deux minima relatifs apparaissent également dans cette courbe. Ils sont généralement interprétés comme approchant des états excités du noyau, l'état à 42b étant un état superdéformé.

Une certaine prudence s'impose cependant dans l'interprétation des résultats "champ moyen". Les surfaces d'énergie sont en général déterminées en fonction d'un petit nombre de degrés de liberté. Les degrés de liberté non traités explicitement sont soit complètement relâchés, soit inaccessibles parce que des symétries sont imposées à la fonction d'onde totale. Rien n'assure que les minima trouvés ne sont en fait des points selles en fonction de ces degrés de liberté non traités. Le minimum trouvé dans le ^{194}Hg à 20b est par exemple un point selle en fonction de γ lorsque l'on impose pas à la fonction d'onde totale d'être symétrie axiale. De la même façon, la figure 19 montre un exemple de minimum absolu obtenu en fonction de Q qui devient un point selle lorsque l'on permet à la densité nucléaire de présenter des déformations octupolaires. Il est donc crucial de déterminer dans chaque cas les degrés de liberté relevant.

Les résultats présentés sur la figure 1 présentent d'autres défauts, dont la correction necessitent d'aller au delà d'une approximation de la fonction d'onde totale du système par une fonction d'onde à particules (ou à quasi particules) indépendantes.

Le hamiltonien HFBCS brise plusieurs symétries du hamiltonien nucléaire. L'invariance par translation, les symétries correspondant au nombre de particules, au moment angulaire total et à la parité sont les plus fréquemment brisées. En conséquence, la fonction d'onde correspondant au minimum obtenu par une méthode de champ moyen ne possède pas les propriétés d'un fondamental. Ce défaut entraîne une erreur sur l'énergie du noyau. Deux types d'approche permettent de corriger ce problème. La plus simple consiste à calculer la dispersion de l'opérateur correspondant à la symétrie brisée (ΔJ^2 dans le cas de la symétrie par rotation par exemple), et à estimer le moment d'inertie correspondant à ce mode (par la méthode du cranking, ou d'après les données expérimentales pour la rotation). L'énergie corrigée est alors donnée par:

$$E_{cor} = E - \frac{\langle \Delta J^2 \rangle}{I} \quad (1.1)$$

où E est l'énergie champ moyen et I un moment d'inertie.

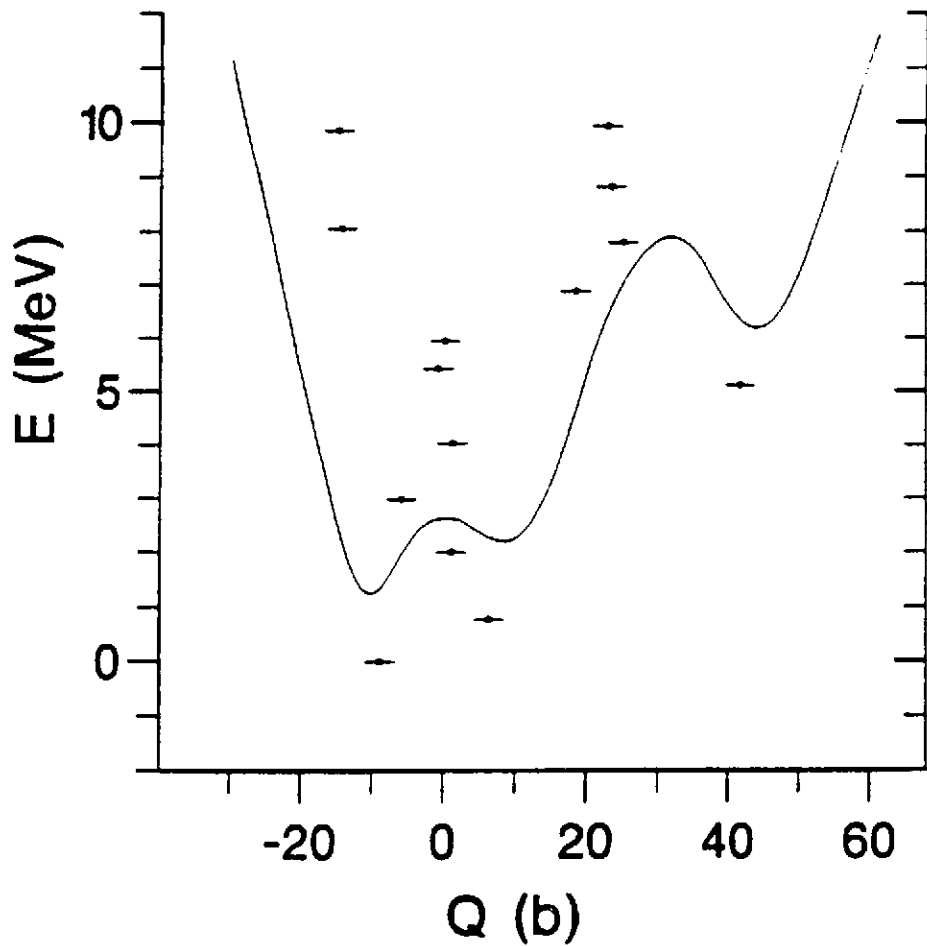


Figure 1

Variation de l'énergie HFBCS en fonction du moment quadrupolaire axial (en trait plein). Les points noirs indiquent les énergies et les moments quadrupolaires moyens des états GCM

Nous verrons dans la deuxième partie de ce cours une méthode plus fondamentale permettant de restaurer exactement des symétries brisées.

Un deuxième problème qui amène à regarder les résultats obtenus par une méthode champ moyen avec une certaine circonspection concerne la stabilité des structures observées en fonction d'une variable collective donnée. Vu de façon semi classique, le noyau est susceptible de vibrer à l'intérieur du puits de potentiel, l'amplitude de ces vibrations dépendant de la géométrie du puits (hauteur de

la barrière, profondeur du puits). L'énergie de vibration peut être déterminée par une approximation harmonique du fonds du puits. Une prescription doit alors aussi être choisie pour la masse associée à cette vibration. Contrairement à l'énergie de brisure de symétrie, qui abaisse l'énergie totale, cette énergie de point zéro augmente l'énergie. D'autre part, l'état correspondant à un minimum du potentiel peut être instable par effet tunnel et se désintégrer dans le premier puits avec un temps qui est fonction de la largeur et de la hauteur de la barrière de potentiel. Cet effet tunnel peut être calculé par des méthodes semiclassiques. La méthode de la coordonnée génératrice (GCM) permet une approche variationnelle et purement quantique à ces deux problèmes.

La suite de ce cours est consacrée à la GCM. Cette méthode est présentée au chapitre 2. Nous montrerons sur une application à l'étude de la superdéformation que la GCM apporte une réponse très simple à la fois au problème de la stabilité des minima calculés par des méthodes de champ moyen et à celui de la vibration dans un puits de potentiel. Au chapitre 3, nous montrerons que les restaurations de symétrie sont un cas particulier de la GCM. Enfin, au chapitre 4, nous montrerons l'importance d'aller au delà de la méthode du champ moyen dans l'étude des déformations octupolaires.

2. La méthode de la coordonnée génératrice

2.1. Présentation de la méthode

Une première méthode permettant de corriger certains des défauts de HF-BCS pourrait consister à mélanger les configurations correspondant aux minima obtenus en fonction du degré de liberté étudié. Dans le cas de la figure 1, cela revient à mélanger les trois fonctions correspondant aux minima aplati, allongé et superdéformé. Cependant les éléments de matrice non diagonaux entre ces états sont extrêmement petits: leur rapport avec les éléments de matrice diagonaux est de l'ordre de 10^{-12} pour l'état superdéformé qui est donc totalement découplé. Les éléments de matrice entre les états à déformation normale sont environ 10^{-5} fois plus petits que les éléments diagonaux, ce qui amène des corrections à l'énergie de l'ordre de quelques dizaines de keV et donc non significatives.

La figure 2 indique comment varie le recouvrement entre les trois minima et leurs voisins. Ces recouvrements sont très piqués et en première approximation d'allure gaussienne, ce qui est la base de l'approximation du recouvrement Gaussien discutée dans le cours de J.F. Berger.. Les éléments de matrice du Hamiltonien ont une dépendance en moment quadrupolaire très similaire. Il est donc clair qu'un couplage entre états ne peut être obtenu qu'en considérant un réseau beaucoup plus dense et inclure bien plus que les seuls minima de la figure 1. Cette variation rapide des recouvrements se comprend assez facilement si on regarde le nombre de croisements de niveaux que l'on a pour passer de la configuration

aplatie à l'état superdéformé: ce nombre est de l'ordre de quinze. Ceci fournit une idée d'un pas du réseau réaliste: il doit être de l'ordre du rapport entre la différence de moment quadrupolaire entre ces deux minima extrêmes et le nombre de croisements de niveau, soit environ 4b.

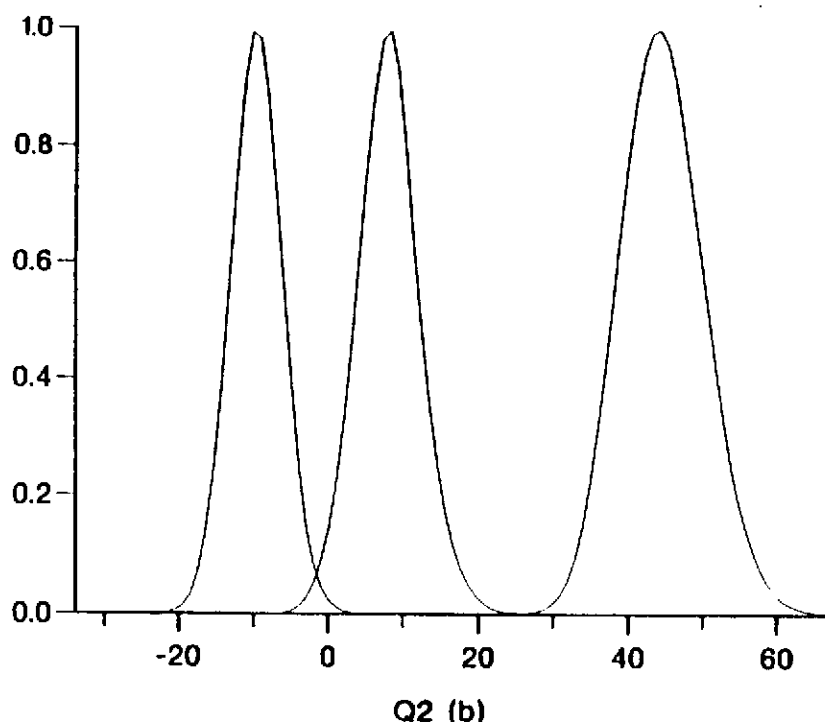


Figure 2

Recouvrements entre les fonctions d'onde correspondant aux minima de la figure 1 et les fonctions HFBCS correspondant aux autres valeurs du moment quadrupolaire

La méthode la coordonnée génératrice ⁶⁾ consiste à considérer un réseau continu sur la variable collective étudiée, et à effectuer un mélange de configurations sur cette variable continue.

Deux ingrédients sont nécessaires à la GCM:

-une famille de fonctions d'onde $|\Phi(q)\rangle$ dépendant d'un (ou éventuellement de plusieurs) paramètre continu q . Dans notre cas, cette famille est constituée de fonctions d'onde HFBCS et le paramètre continu sera le plus souvent le multiplicateur de Lagrange associé à un mode de déformation.

-un Hamiltonien \hat{H} comprenant une interaction à deux corps. Dans notre cas, ce sera la même interaction que celle qui a servi à construire les fonctions d'onde HFBCS.

On construit une nouvelle fonction d'essai:

$$|\Psi\rangle = \int f(q)|\Phi(q)\rangle dq \quad , \quad (2.1)$$

la fonction $f(q)$ étant la nouvelle inconnue.

L'énergie totale est donnée par:

$$E = \frac{\langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \quad (2.2)$$

et $f(q)$ est déterminé par variation de l'énergie. La variation de $|\Psi\rangle$ par rapport à $f(q)$ conduit à l'équation de Hill et Wheeler dont $f(q)$ est solution:

$$\int (H(q, q') - E I(q, q')) f(q') dq' = 0 \quad (2.3)$$

Les noyaux de recouvrement et Hamiltonien sont donnés par:

$$I(q, q') = \langle \Phi(q) | \Phi(q') \rangle \quad (2.4)$$

$$H(q, q') = \langle \Phi(q) | \hat{H} | \Phi(q') \rangle \quad (2.5)$$

L'équation de Hill et Wheeler est une équation intégrale, qui est en pratique discrétisée.

2.2. Résolution de l'équation de Hill et Wheeler

On pourrait en principe inverser l'opérateur de norme $I(q, q')$ et diagonaliser l'opérateur $I^{-1}H$. Ceci présente cependant deux inconvénients majeurs. L'opérateur à diagonaliser n'est pas hermitique. D'autre part, I possède des valeurs propres très petites qui nécessitent un traitement particulier. La méthode usuellement utilisée pour résoudre l'équation de Hill et Wheeler⁷⁾ permet d'éviter ces deux inconvénients.

Cette méthode procède en plusieurs étapes. On commence par diagonaliser I :

$$\int I(q, q') u_k(q') dq' = n_k u_k(q) \quad (2.6)$$

En se basant sur les propriétés des vecteurs propres d'un opérateur intégral:

$$\sum_k u_k^*(q) u_k(q') = \delta(q - q') \quad \int u_k^*(q) u_{k'}(q) dq = \delta_{k, k'} \quad (2.7)$$

on construit la racine carrée de la matrice de norme:

$$I^{1/2}(q, q') = \sum_k u_k^*(q) \sqrt{n_k} u_k(q') \quad (2.8)$$

et l'inverse de cette racine carrée:

$$I^{-1/2}(q, q') = \sum_k u_k^*(q) (\sqrt{n_k})^{-1} u_k(q') \quad (2.9)$$

Le facteur $n_k^{-1/2}$ est très grand pour de petites valeurs propres de $I(q, q')$. Ces petites valeurs propres sont dues au fait que la base générée par les fonctions d'onde HFBCS est quasi redondante. Ainsi que nous le verrons dans la suite, l'équation de Hill et Wheeler est résolue par discrétisation de la variable collective. Pour obtenir des résultats qui ne dépendent pas du choix de la discrétisation, le recouvrement entre deux points voisins doit être au moins de l'ordre de 80%. Les petites valeurs propres qui résultent de cette quasi redondance sont la cause de problèmes numériques, bien qu'en théorie, elles ne devraient pas influencer les résultats. Ce problème est éliminé en n'introduisant dans 2.9 que les valeurs propres n_k supérieure à une borne ϵ .

Une nouvelle fonction inconnue $g(q)$ est définie à partir de la racine carrée de I:

$$g(q) = \int I^{1/2}(q, q') f(q') dq \quad (2.10)$$

ainsi qu'une transformation pour tout opérateur \hat{O} :

$$\tilde{O}(q, q') = \int I^{-1/2}(q, q_1) O(q_1, q_2) I^{-1/2}(q_2, q') dq_1 dq_2 \quad (2.11)$$

où $O(q, q')$ est calculé à partir des fonctions d'ondes HFBCS:

$$O(q, q') = \langle \Phi(q) | \hat{O} | \Phi(q') \rangle \quad (2.12)$$

L'équation de Hill et Wheeler devient:

$$\int \tilde{H}(q, q') g_\alpha(q') dq' = E_\alpha g(q)_\alpha \quad (2.13)$$

ce qui est une équation intégrale aux valeurs propres.

En pratique, l'équation de Hill et Wheeler est discrétisée. L'équation 2.13 se transforme ainsi en une équation matricielle qui se résoud par les méthodes classiques de diagonalisation de matrices.

La méthode de la coordonnée génératrice appelle plusieurs remarques:

1. La solution des équations de Hill et Wheeler ne peut dépendre ni de la façon dont cette équation est discrétisée, ni de la borne inférieure choisie pour les valeurs propres de la matrice de norme.

2. L'équation 2.13 possède autant de valeurs propres que de points de discrétisation en q . Seules les valeurs propres les plus basses seront réellement indépendantes de la discrétisation.

3. La GCM est une méthode variationnelle. Elle conduit donc toujours à un abaissement de l'énergie.

4. Les fonctions $f_\alpha(q)$ ne sont pas orthonormées. On a en effet:

$$\int f_\alpha(q) I(q, q') f_{\alpha'}(q') dq dq' = \delta_{\alpha, \alpha'} \quad (2.14)$$

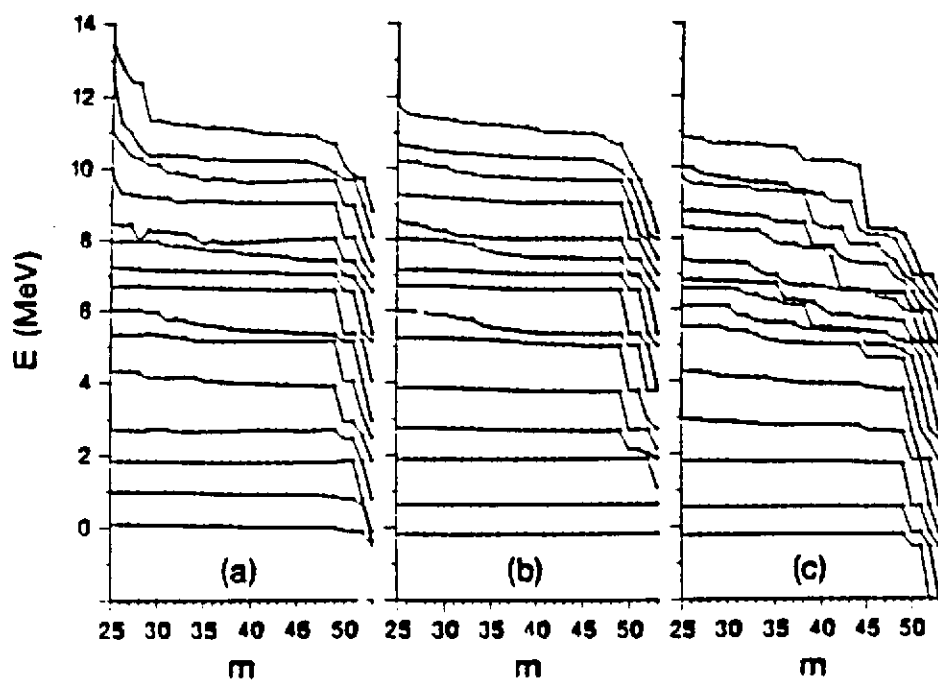


Figure 3

Convergence des valeurs propres obtenues par la GCM pour le ^{194}Hg en fonction du nombre m de valeurs propres de l'opérateur de norme retenues

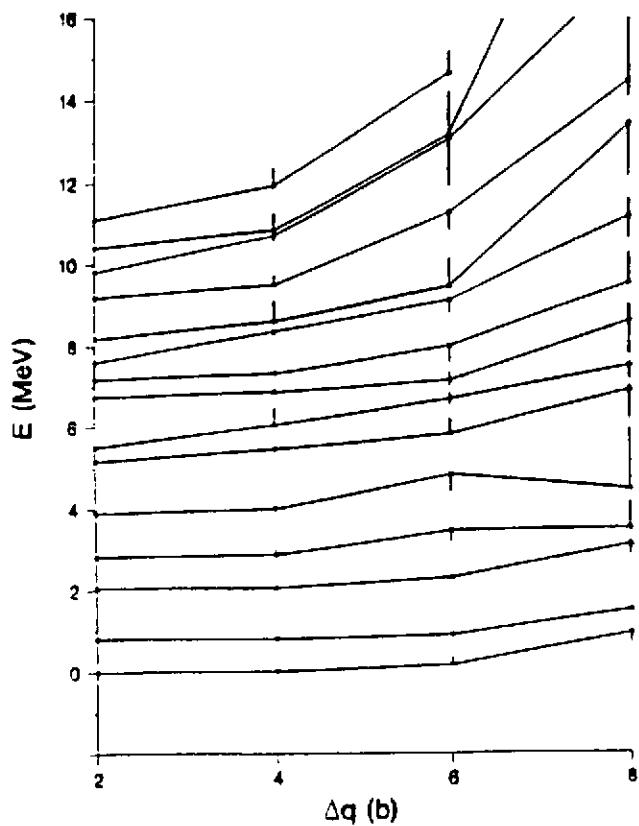


Figure 4

Convergence des valeurs propres GCM en fonction du pas du réseau

Les carrés des modules de ces fonctions ne peuvent donc pas représenter une densité de probabilités. Ce sont les fonctions g_α qui sont identifiées à des fonctions d'ondes collectives.

5. Les fonctions d'onde HFBCS brisent des symétries du Hamiltonien nucléaire. Les fonctions GCM les brisent également (sauf, bien sûr dans le cas de symétries que l'on restaure, voir chapitre 3). Le bon nombre de particules est imposé en moyenne sur les fonctions d'onde HFBCS. Pour obtenir des fonctions d'onde GCM ayant également en moyenne le bon nombre de particules, il est nécessaire d'introduire des multiplicateurs de Lagrange dans l'équation de Hill et Wheeler. Les erreurs dues à un nombre moyen de particules incorrectes peuvent complètement fausser les résultats GCM. L'erreur sur l'énergie étant de l'ordre de 8MeV par particules, l'erreur sur l'énergie d'une fonction d'onde qui n'a pas le bon nombre de particules à 0.1 près est de l'ordre de 800keV, ce qui est beaucoup trop grand.

6. L'équation de Hill et Wheeler fournit bien sûr des énergies, mais aussi des fonctions d'onde avec lesquelles il est possible de calculer des éléments de matrice de transition.

2.3. Quelques résultats GCM obtenus dans l'étude d'états superdéformés

Sur les figures 3 et 4 est testée la précision de la résolution de l'équation de Hill et Wheeler en fonction de la borne inférieure prise pour les valeurs propres de la matrice de norme $I(q, q')$ (figure 3) et du pas du réseau (figure 4). Ce résultat est tiré d'une étude⁸⁾ du ^{194}Hg avec le moment quadrupolaire comme coordonnée génératrice (cf. figure 1). Le calcul comprend 55 points de discrétisation pour un pas Δq de $2b$. On voit que jusqu'à 10 MeV d'énergie d'excitation, une très bonne stabilité des valeurs propres est obtenue à condition d'éliminer les trois ou quatre plus petites valeurs propres de I et de prendre un pas de $4b$ au maximum (ce qui confirme l'évaluation du pas du réseau que nous avons fait précédemment). Les plus petites valeurs propres de l'opérateur de norme font apparaître des valeurs propres (et des vecteurs propres) non physiques de l'équation de Hill et Wheeler. Ces états spurieux se reconnaissent à leur énergie qui varie beaucoup plus rapidement que celle des autres valeurs propres lorsqu'on diminue ϵ . Un signe encore plus net de la pathologie de ces états est la forme des fonctions d'onde qui y sont associées: ces fonctions d'onde présentent un nombre de noeuds beaucoup plus grand que celui qu'elles devraient avoir en fonction de leur position dans le spectre. En général, ces vecteurs propres changent très rapidement de signe en fonction de q .

Sur la figure 4, l'incertitude sur chaque valeur propre due au choix des points du réseau est indiquée par des barres. On peut en effet construire deux réseaux de pas $4b$ à partir d'un réseau à $2b$, trois à $6b$ et quatre à $8b$. La précision obtenue sur les huit premières valeurs propres avec un pas de $4b$ est de l'ordre de 100 à 200 keV, ce qui est tout à fait suffisant vu les incertitudes liées au choix de l'interaction

nucléaire et plus particulièrement à l'appariement.

Les états obtenus par la GCM dans cette étude du ^{194}Hg sont indiqués par des barres sur la figure 1. L'abscisse du centre de ces barres est égale à la valeur moyenne du moment quadrupolaire pour l'état considéré. Le fondamental GCM a un moment quadrupolaire moyen très proche de celui du fondamental HFBCS. Le gain en énergie obtenu grâce à la GCM est de l'ordre de 1.5MeV. Sur la figure 5 sont représentées pour le fondamental, le premier état excité et l'état superdéformé les carrés des modules des fonctions d'onde collectives $g_\alpha(Q)$. La fonction d'onde du fondamental est très nettement piquée à une déformation proche de celle de l'état HFBCS. Le premier état excité présente une structure à deux composantes. La plus importante correspond à la déformation du minimum allongé observé précédemment, la seconde à celle du fondamental. Il en résulte (cf figure 1) que le moment quadrupolaire moyen est assez différent du minimum HFBCS allongé. L'énergie d'excitation du premier état excité est prédite environ 200 keV plus bas par la GCM que par HFBCS.

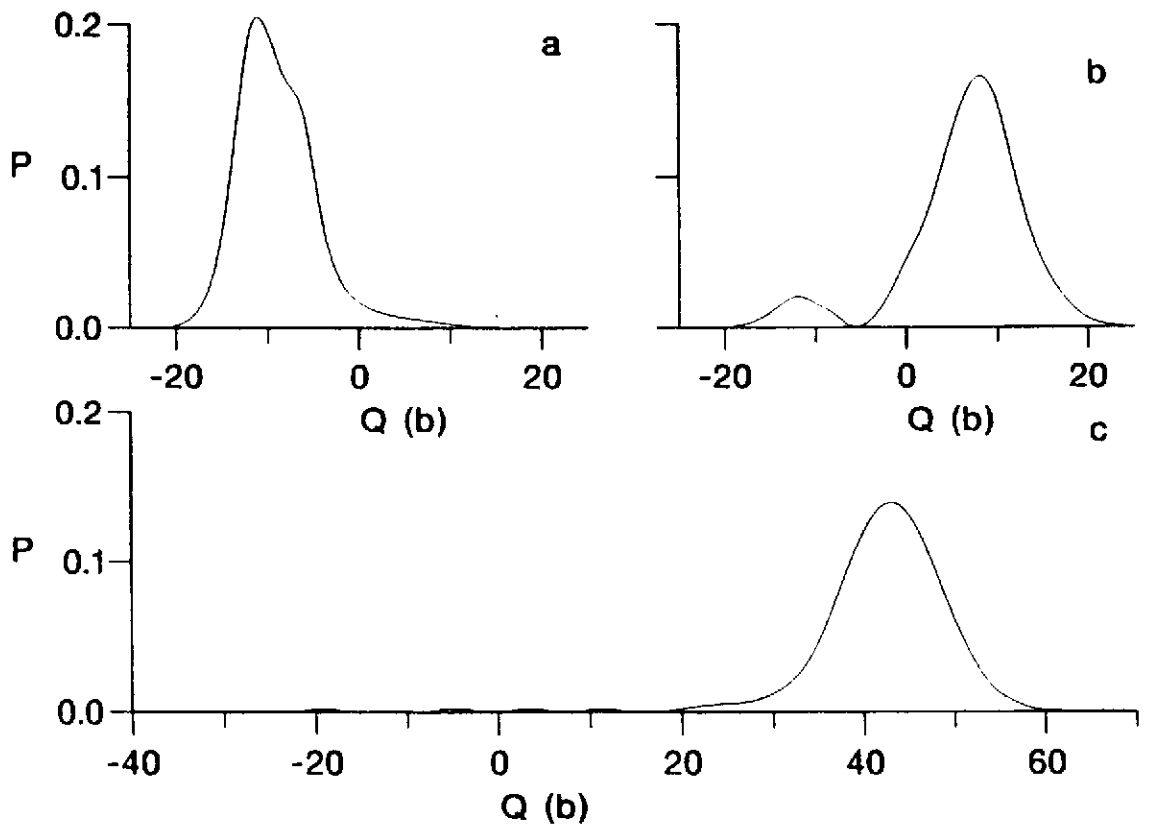


Figure 5

Carré des modules des fonctions collectives $g_\alpha(Q)$ obtenues pour le fondamental, le premier excité et l'état SD du ^{194}Hg .

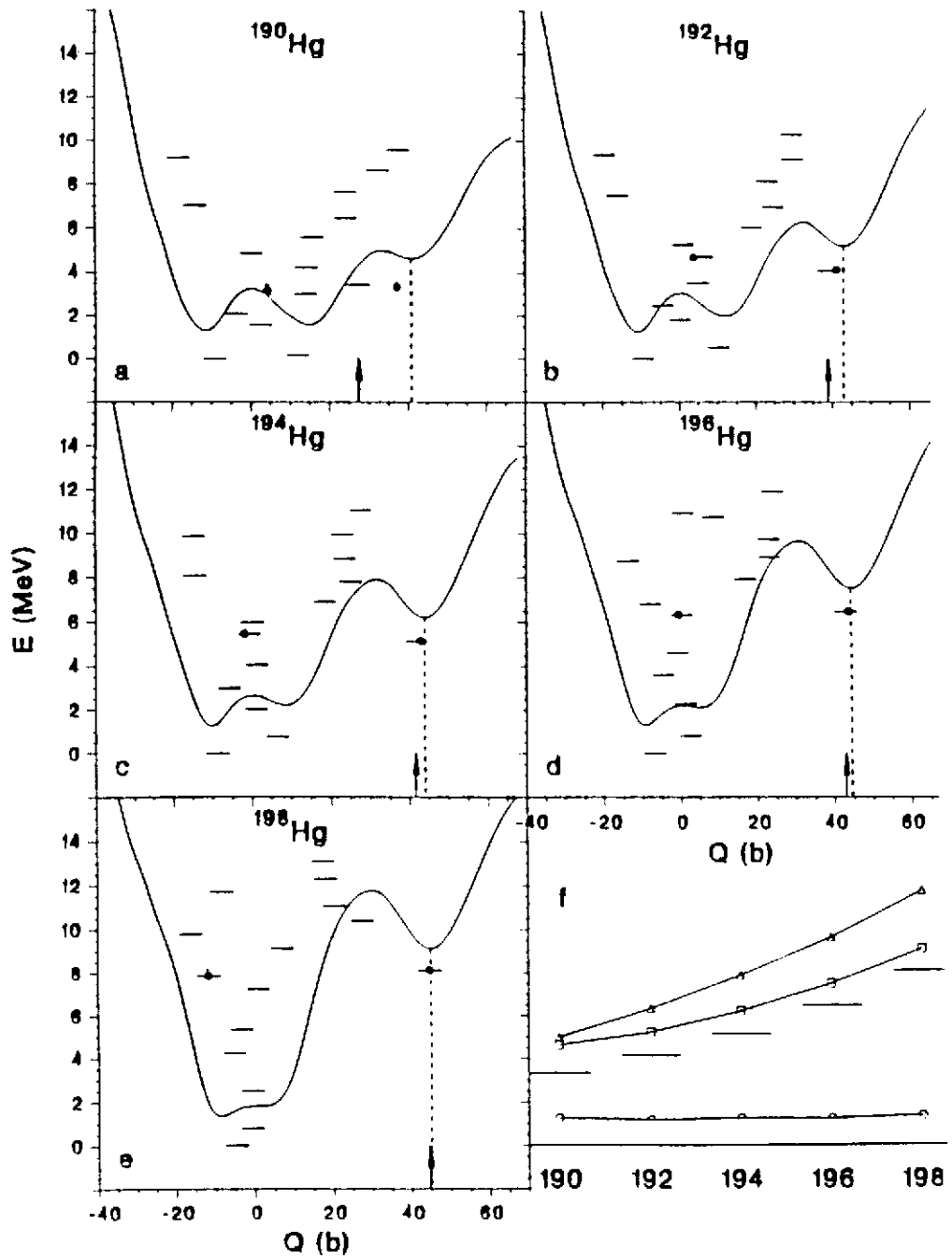


Figure 6

Variation de l'énergie HFBCS et valeurs propres GCM obtenues pour différents isotopes du Hg. Les points noirs indiquent les états obtenus après découplage du moment quadrupolaire (voir texte). Dans la partie inférieure droite, sont indiquées (en prenant le fondamental GCM comme zéro pour chaque noyau) les énergies HFBCS du fondamental (\circ), de l'état SD (\square) et de la barrière (\triangle). Les états SD GCM sont indiqués par des barres.

De la même façon, le moment quadrupolaire moyen de l'état GCM superdéformé est légèrement abaissé par rapport au minimum de la courbe d'énergie potentielle. Ceci est dû à la légère dissymétrie de la fonction d'onde SD par rapport à son maximum: cette fonction d'onde présente une queue de faible amplitude dans le premier puits. C'est cette composante dans le premier puits, qui est responsable du couplage électromagnétique quadrupolaire entre l'état SD et les états à déformation normale. Ce couplage permet d'expliquer la désexcitation rapide de la bande SD en fonction du spin.

La figure 6 reprend les résultats obtenus par la GCM pour cinq isotopes du Hg. La variation de l'énergie HFBCS en fonction du moment quadrupolaire axial dépend fortement du nombre de neutrons. Pour le ^{198}Hg , le minimum superdéformé est bien marqué, avec une profondeur du puits de potentiel supérieure à 3 MeV. Par contre, la surface ne présente pas de minimum bien marqué aux petites déformations. Lorsque le nombre de neutron diminue, la situation s'inverse. Pour le ^{190}Hg , le minimum superdéformé est très peu marqué tandis que deux minima aplatis et allongés sont séparés par une barrière proche de 2 MeV. Ces différences de comportement se retrouvent dans la GCM. Le fondamental et le premier état excité GCM ont des déformations proches de celles prédites par HFBCS pour tous les isotopes sauf le ^{198}Hg . Par contre, la déformation de l'état SD diminue avec le nombre de neutrons. Elle reste cependant proche de la déformation champ moyen jusqu'au ^{192}Hg . Pour le ^{190}Hg , plus aucun état GCM ne présente une déformation moyenne que l'on pourrait identifier à celle d'un état SD.

Les fonctions d'onde reprises sur la figure 7 confirment cette analyse. A déformation normale, les fonctions d'onde collectives de l'état fondamental et du premier état excité présentent des maxima pour des déformations proches de celles des minima HFBCS. Par contre, l'étalement des fonctions d'onde varie très fortement. Il est le plus grand pour le ^{198}Hg et est très faible pour le ^{190}Hg . Dans le cas de l'état SD, la situation s'inverse. L'état SD du ^{198}Hg ne présente qu'un étalement très réduit dans le premier puits. Cet étalement augmente fortement lorsque N diminue. Cependant, pour tous les isotopes, il subsiste un état présentant un maximum marqué pour un moment quadrupolaire supérieur à 40b. Dans le cas du ^{190}Hg , l'état présentant un tel maximum est indiqué par une flèche sur la figure 6. On voit que la queue de cette fonction d'onde collective dans le premier puits est telle que la valeur moyenne du moment quadrupolaire est très différente du maximum de la fonction d'onde.

Sur la figure 7 est aussi reprise la fonction d'onde de l'état du premier puits dont l'énergie est la plus proche de celle de l'état SD. Pour le ^{190}Hg , la structure de cette fonction d'onde dans le premier puits ressemble fort à celle de l'état SD. Ceci permet de proposer un mécanisme expliquant qu'un état SD est observé pour des spins (probablement) supérieur à 10 dans ce noyau. L'élément de matrice quadrupolaire entre l'état SD et son voisin en énergie est très grand. En diagonalisant la matrice quadrupolaire 2×2 entre ces deux états, on obtient deux

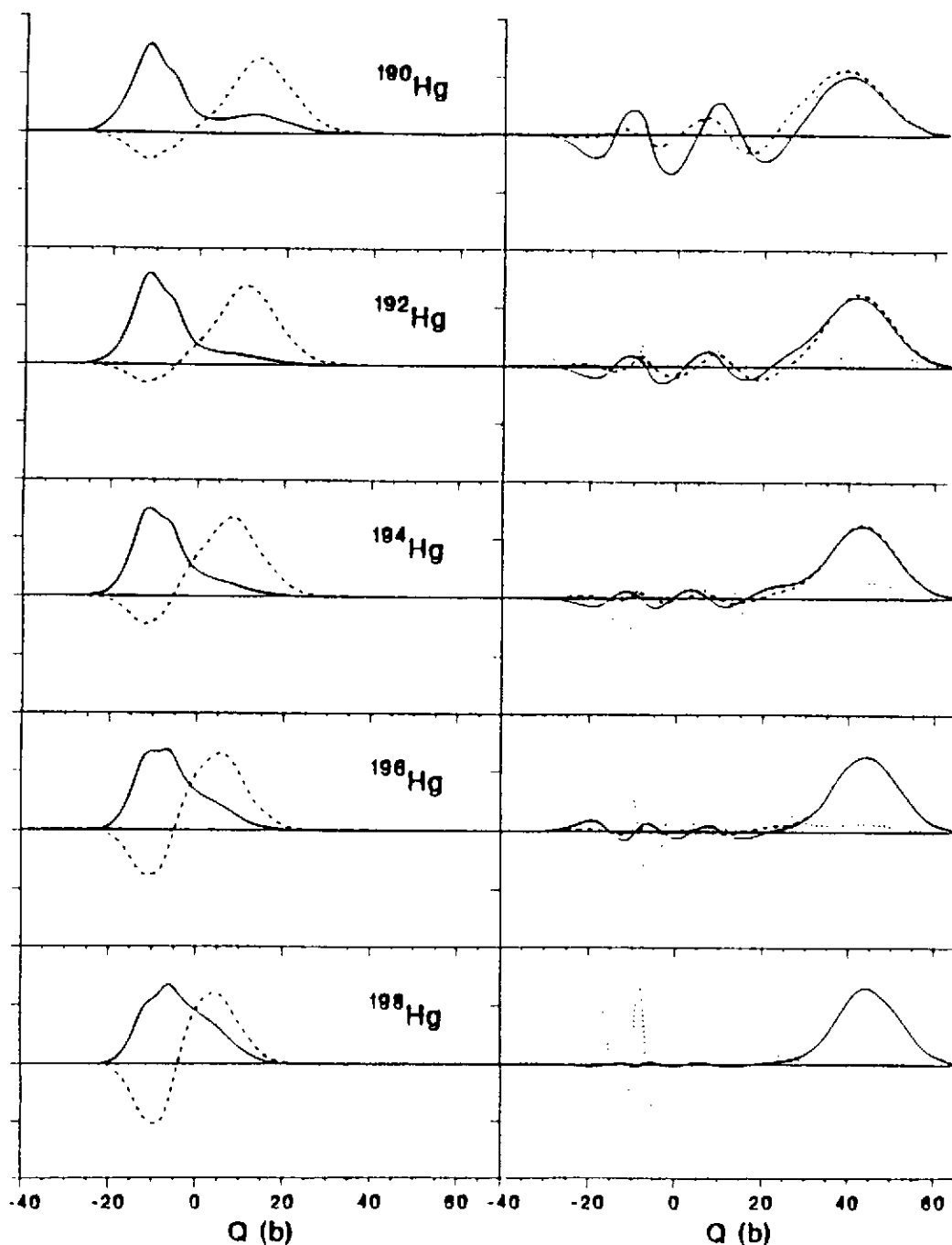


Figure 7

Fonctions d'onde collectives g_α obtenues par la GCM pour le fondamental (trait plein) et le premier état excité (tireté) sur la partie gauche, l'état SD (trait plein) et l'état du premier puits le plus proche en énergie de l'état SD (pointillé) sur la partie droite. Sur cette partie est aussi indiquée en tireté l'état SD découplé.

nouveaux états (représentés par des ronds noirs sur la figure 6) qui sont découplés en quadrupoles mais ne sont bien sûr plus états propres du hamiltonien. Cependant l'élément de matrice de couplage de \hat{H} est donné par la GCM et est faible: de l'ordre de quelques centaines de keV. On peut donc supposer que cet élément de matrice est suffisamment grand pour coupler les états des deux puits à bas spin. Par contre, pour des moments angulaires de quelques unités, la différence entre les moments d'inertie normaux et SD rend ce couplage de quelques centaines de keV négligeable vis à vis de la différence entre les énergies dues à la rotation. Les états observés à des spins de l'ordre de 10 sont donc les états découplés, les états GCM obtenus sans découplage l'étant à bas spin. On s'attend donc à ce que des états SD ne soient pas observables à bas spins dans les noyaux les plus légers (le ^{190}Hg et peut-être le ^{192}Hg).

Sur la figure 6 sont portées les différences entre les énergies des fondamentaux GCM et les fondamentaux et états superdéformés HFBCS, ainsi que les énergies d'excitation SD obtenues par la GCM. On voit que l'effet de la GCM sur les énergies consiste principalement en un décalage global et que les énergies d'excitation prédites par le champ moyen sont de bonnes approximations.

Remarquons en conclusion que la GCM incorpore dans un formalisme purement quantique et par une méthode variationnelle des effets que l'on essaye de traiter en général par des méthodes semi-classiques: vibrations d'un état à l'intérieur d'un puits de potentiel, décroissance d'un état par effet tunnel. L'image de la désexcitation d'un état SD vers le premier puits obtenu par la GCM est que c'est le couplage par un opérateur électromagnétique (quadrupolaire dans ce cas-ci) entre la queue de la fonction d'onde SD et les états de ce premier puits qui est responsable de la désexcitation.

3. Les restaurations de symétrie

3.1. Position du problème

Ainsi que nous l'avons déjà vu, les fonctions d'onde HFBCS brisent des symétries du Hamiltonien nucléaire. Ceci signifie qu'il existe un groupe de symétrie généré par des opérateurs $\hat{R}(\Omega)$ tel que \hat{H} soit invariant et $|\Phi\rangle$ soit modifié:

$$|\Phi(\Omega)\rangle = \hat{R}(\Omega)|\Phi\rangle \quad \langle\Phi(\Omega)|\hat{H}|\Phi(\Omega)\rangle = \langle\Phi|\hat{H}|\Phi\rangle \quad (3.1)$$

Exemples:

-Parité: Soit \hat{P} l'opérateur de parité (inversant le signe des coordonnées d'espace). Si $|\Phi\rangle$ brise la parité, cette fonction est dégénérée avec $\hat{P}|\Phi\rangle$, mais différente. Dans ce cas-ci le groupe ne comporte que deux éléments.

-Moment angulaire: Une solution déformée des équations HFBCS possède un moment quadrupolaire non nul et donc:

$$\langle\Phi|\hat{Q}_\mu|\Phi\rangle \neq 0 \quad \hat{Q}_\mu = r^2 Y_2^\mu \quad (3.2)$$

Cette solution brise la symétrie par rotation et n'a pas un bon moment angulaire. L'opérateur générant des fonctions d'onde équivalentes est l'opérateur de rotation:

$$\hat{R}(\Omega) = \exp(i\gamma\hat{J}_z) \exp(i\beta\hat{J}_y) \exp(i\alpha\hat{J}_z) \quad (3.3)$$

où α, β et γ sont trois angles d'Euler. Si la fonction d'onde HFBCS a une symétrie axiale, seule la rotation autour de \hat{J}_y est à considérer. Dans ce cas-ci, on obtient un ensemble continu de fonctions d'onde dégénérées.

Toutes les fonctions d'onde obtenues grâce à $\hat{R}(\Omega)$ ayant la même énergie peuvent être mélangées par la GCM. On construit ainsi une nouvelle fonction d'essai:

$$|\Psi\rangle = \int f(\Omega)\hat{R}(\Omega)|\Phi\rangle d\Omega \quad , \quad (3.4)$$

En appliquant $\hat{R}(\Omega)$ à $|\Psi\rangle$, on voit tout de suite que cette nouvelle fonction est invariante pour l'opération considérée (le produit de deux opérations d'un groupe étant une opération du groupe). Le mélange obtenu par la GCM permet donc de restaurer des symétries brisées.

La fonction poids $f(\Omega)$ peut être déterminé à priori. Nous allons examiner ici quelques cas particuliers.

3.2. Parité

Ce cas est particulièrement simple. Une fonction d'onde à bonne parité est obtenue à partir de $|\Phi\rangle$ en prenant les combinaisons:

$$|\Psi^\pm\rangle = |\Phi\rangle \pm \hat{P}|\Phi\rangle \quad (3.5)$$

On vérifie immédiatement que:

$$\hat{P}|\Psi^\pm\rangle = \pm|\Psi^\pm\rangle \quad (3.6)$$

3.3. Nombre de particules

L'opérateur nombre de particules \hat{N} est donné par:

$$\hat{N} = \sum_k a_k^\dagger a_k \quad (3.7)$$

où a_k^\dagger et a_k sont les opérateurs de création et de destruction d'un nucléon dans l'état k . Pour un état HFBCS

$$|\Phi\rangle = \prod_k (u_k + v_k a_k^\dagger a_{\bar{k}}^\dagger) |0\rangle \quad (3.8)$$

où \bar{k} est l'état renversé du temps de k , le nombre moyen de particules est donné par:

$$\langle \Phi | \hat{N} | \Phi \rangle = \sum_k v_k^2 \quad (3.9)$$

La valeur de ce nombre est fixée au bon nombre de particules par un multiplicateur de Lagrange (qui représente le niveau de Fermi) dans les équations BCS. On vérifie cependant facilement que la dispersion du nombre de particules n'est pas nulle pour $|\Phi\rangle$:

$$\langle \Phi | (\hat{N}^2 - N^2) | \Phi \rangle = \sum_k u_k^2 v_k^2 \neq 0 \quad (3.10)$$

sauf pour un état Hartree-Fock pur ($v_k = 1$ pour les états occupés, 0 pour les autres).

On montre que la forme de l'opérateur de projection sur le nombre de particules A est donnée par ⁷⁾:

$$\hat{P}^A = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\phi(\hat{N} - A)) d\phi \quad (3.11)$$

On vérifie facilement que \hat{P}^A est un projecteur en le faisant agir sur un état $|\Phi\rangle$ écrit sous la forme:

$$|\Phi\rangle = \sum_l c_l |\alpha l\rangle \quad (3.12)$$

où $|\alpha l\rangle$ est un état propre de \hat{P}^A avec la valeur propre l (α spécifiant d'autres nombres quantiques éventuels).

On construit ainsi une fonction d'onde à bon nombre de particules à partir d'un état HFBCS $|\Phi\rangle$ grâce à une double intégrale pour rétablir à la fois le nombre de neutrons et de protons:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\phi_N(\hat{N} - N)) d\phi_N \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\phi_Z(\hat{Z} - Z)) d\phi_Z |\Phi\rangle \quad (3.13)$$

L'action de $\exp(i\phi\hat{N})$ sur $|\Phi\rangle$ peut s'écrire explicitement:

$$\begin{aligned} |\Phi(\phi)\rangle &= \exp(i\phi\hat{N})|\Phi\rangle \\ &= \exp(i\phi\hat{N}) \prod_k (u_k + v_k a_k^\dagger a_k^\dagger) |0\rangle \\ &= \prod_k (u_k + \exp(i\phi) v_k a_k^\dagger a_k^\dagger) |0\rangle \end{aligned} \quad (3.14)$$

Cette formule se démontre en développant $\exp(i\phi\hat{N})$ et en ne retenant que les termes qui contribuent aux contractions, ce qui permet de faire réapparaître $\exp(i\phi)$ dans chaque terme du produit.

La forme obtenue en 3.14 s'interprète simplement. La phase entre les solutions u et v des équations BCS est arbitraire. Le choix habituel consiste à prendre des u et v positifs, mais n'importe quel autre choix de phase conduit à des fonctions HFBCS dégénérées en énergie. La restauration du bon nombre de particules revient à mélanger les fonctions d'onde correspondant à tous les choix de phases possibles.

La restauration du bon nombre de neutrons et de protons revient à effectuer un calcul à deux coordonnées génératrices, les angles ϕ_N et ϕ_Z , avec des fonctions poids connues, $\exp(i\phi_N N)$ et $\exp(i\phi_Z Z)$.

En pratique, les intégrales sur ϕ sont discrétisées. Un choix judicieux de la discrétisation permet d'éliminer les composantes spurieuses de la fonction HFBCS ayant le poids le plus grand. Remarquons tout d'abord, au moyen de 3.12 que pour un noyau pair-pair, qui par construction ne comporte que des composantes à nombre pair de particules, on a:

$$\exp(i\pi\hat{N})|\Phi\rangle = |\Phi\rangle \quad (3.15)$$

et les intégrales intervenant dans l'équation 3.14 se réduisent à des intégrales de 0 à π . Discrétisons cette intégrale au moyen de M points équidistants de 0 à $(M-1)\pi$. Le pas choisi est donc

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{M} \quad (3.16)$$

On obtient ainsi (en se limitant pour simplifier l'écriture, à un seul type de particules):

$$|\Psi_Z\rangle = \sum_{l,n} c_l \exp(i\Delta\phi(l-Z)n) |\alpha l\rangle \quad (3.17)$$

La somme sur n est la somme des termes d'une progression géométrique qui se réécrit:

$$|\Psi_Z\rangle = \sum_l c_l \frac{1 - \exp(i\pi(l-Z))}{1 - \exp(i\Delta\phi(l-Z))} |\alpha l\rangle \quad (3.18)$$

ce qui donne 0 pour les composantes ayant un nombre de particules l différent de Z de 2 jusqu'à $2M$ particules.

Remarquons enfin que cette méthode permet de projeter une fonction d'onde HFBCS non seulement sur le nombre de particules moyen imposé dans la résolution

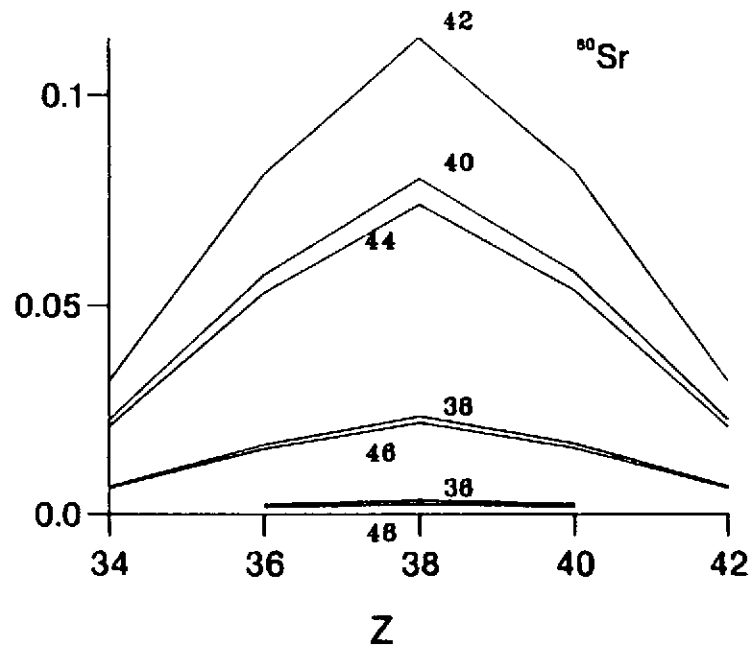


Figure 8

Coefficients de la décomposition de la fonction d'onde du ^{80}Sr HFBCS correspondant à une déformation quadrupolaire allongée de $1b$, en fonction des états à bon nombre de protons (en abscisse) et de neutrons.

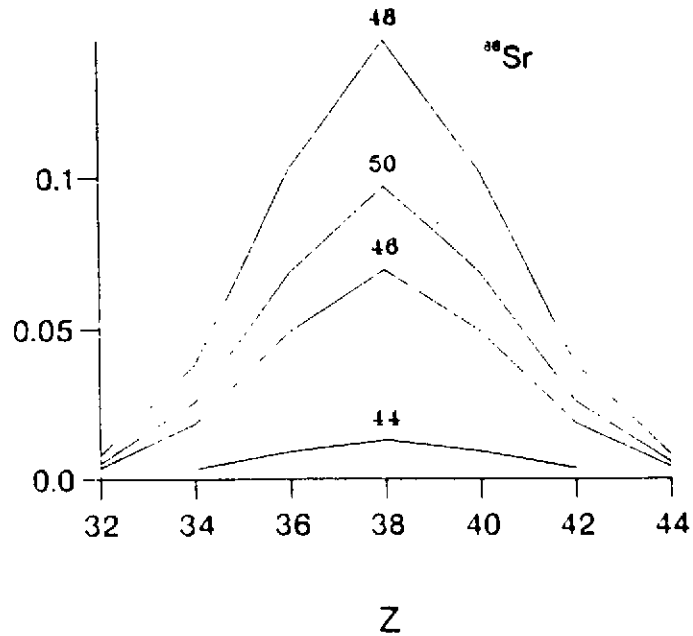


Figure 9

Même légende que la figure 8, pour une fonction d'onde du ^{86}Sr de moment quadrupolaire aplati de $1b$

des équations BCS, mais aussi sur n'importe quel autre nombre de particules de même parité. Cette propriété a été utilisée pour déterminer les poids des différentes composantes de fonctions d'onde de deux isotopes du Sr, qui sont portés sur les dessins des figures 8 et 9. Sur ces figures, on voit que le poids de la composante de la fonction d'onde à bon nombre de particules n'est que légèrement supérieur à 10%. La répartition des poids est à peu près symétrique par rapport à son maximum pour le ^{80}Sr : les composantes à 40 et 44, 38 et 46,... neutrons ont des poids très proches quel que soit le nombre de protons, la même propriété se vérifiant pour les composantes protons. On a ainsi une illustration simple de la façon dont le bon nombre de particules est obtenu, par compensation des erreurs dues aux noyaux situés symétriquement par rapport au noyau étudié. Ceci montre aussi que d'autres grandeurs, comme l'énergie ou le rayon carré moyen sont une moyenne entre de nombreuses composantes à nombre de particules différent de celui étudié. Des grandeurs variant de façon très rapides avec le nombre de particules seront difficilement reproduites par un méthode de champ moyen sans restauration de symétrie.

La décomposition de la fonction d'onde du ^{86}Sr (qui a 48 neutrons) montre un autre phénomène intéressant: l'influence d'une fermeture de couche. A cause de la fermeture à $N = 50$, le poids des composantes à plus de 50 neutrons est tout à fait négligeable. La symétrie observée dans le cas du ^{80}Sr n'apparaît plus pour les neutrons, et le bon nombre de neutrons est obtenu par des compensations plus subtiles entre les différentes composantes. Ceci peut avoir un effet non négligeable sur l'énergie et le rayon carré moyen du noyau et explique que HFBCS soit souvent moins précis près des fermetures de couche.

Nous avons jusqu'à présent parlé de projection de fonctions d'onde obtenues en résolvant les équations HFBCS. Le point de départ de cette méthode est la minimisation de l'énergie:

$$E = \frac{\langle \Phi | \hat{H} | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \Phi \rangle} \quad (3.19)$$

sur l'ensemble des fonctions HFBCS à bon nombre moyen de particules. On extrait de la solution $|\Phi\rangle$ une fonction à bon nombre de particules en utilisant 3.13 et l'énergie est déterminée à partir de la fonction d'onde projetée:

$$E = \frac{\langle \Phi | \hat{H} \hat{P}^{N,Z} | \Phi \rangle}{\langle \Phi | \hat{P}^{Z,N} | \Phi \rangle} \quad (3.20)$$

en tenant compte du fait que le projecteur $\hat{P}^{N,Z}$ commute avec le hamiltonien et qu'il ne faut donc projeter que le ket. Une telle procédure est appelée une variation avant projection (VAP).

D'un point de vue variationnel, cette méthode n'est pas satisfaisante. Rien n'assure en effet que la projection d'une autre fonction BCS, qui ne serait pas solution des équations HF ne conduirait pas après projection à une énergie plus

basse. Un calcul plus exact consiste à varier 3.20, c'est à dire l'expression de l'énergie calculée sur des fonctions d'onde déjà projetées, ce qui conduit à un calcul de variation après projection (VAP). Les calculs de VAP sont souvent appelés dynamiques car ils vont au delà de l'approximation à un seul Slater (ou fonction d'onde à quasi particules).

Un exemple illustre bien les problèmes que peut poser une variation avant projection. La figure 10 reprend la variation des énergies de particules individuelles obtenues pour le ^{80}Sr en fonction du moment quadrupolaire. Ces courbes sont les équivalents microscopiques des courbes de Nilsson habituelles.

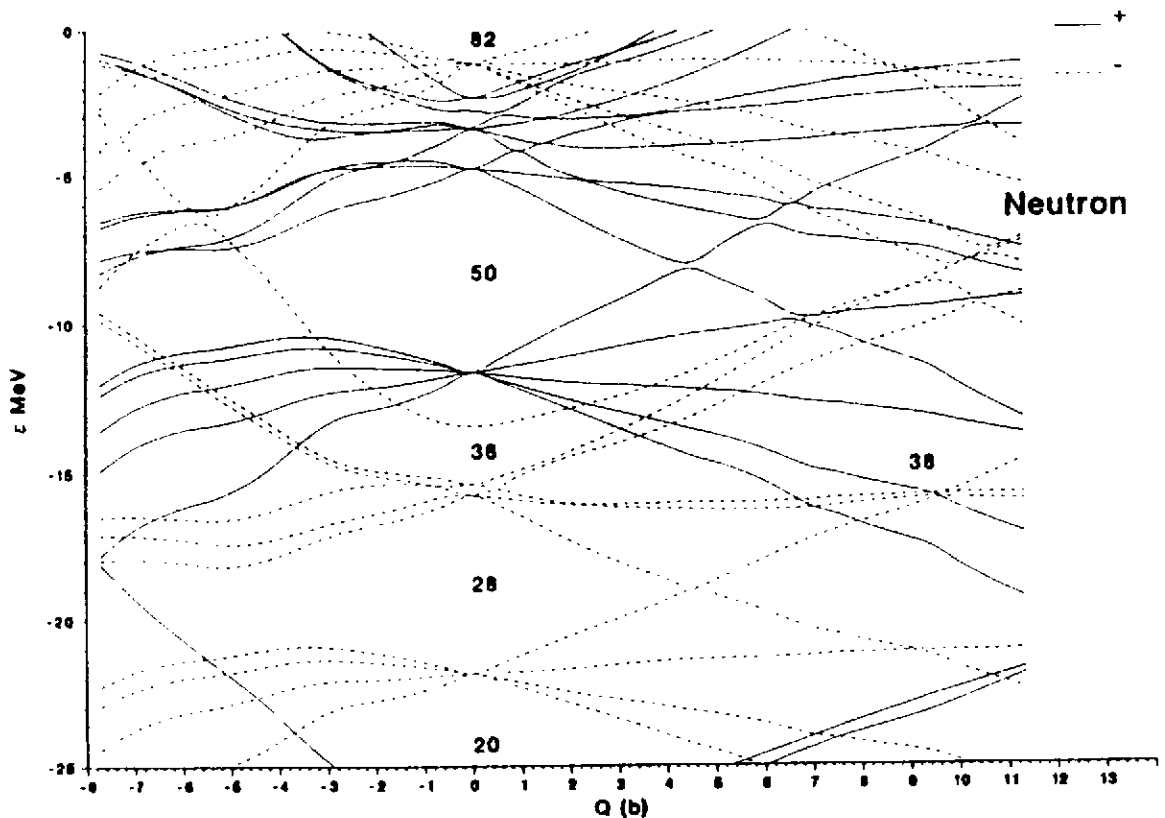


Figure 10

Variation, en fonction du moment quadrupolaire axial, des énergies de particules individuelles neutrons calculées par HFBCS pour le ^{80}Sr . Les nombres repris sur la figure indiquent les régions à faible densité de niveaux.

En fonction du moment quadrupolaire axial, on voit apparaître entre 6b et 12b une zone à faible densité de niveaux autour de $N=40$. Il en résulte que le pairing se déconnecte pour des déformations de cet ordre de grandeur. L'énergie HFBCS est bien sûr continue, puisque ce n'est que lorsque l'énergie sans pairing est plus basse que le pairing se déclenche. On passe à ce moment là d'une fonction d'onde BCS qui n'a pas le bon nombre de particules à une fonction purement

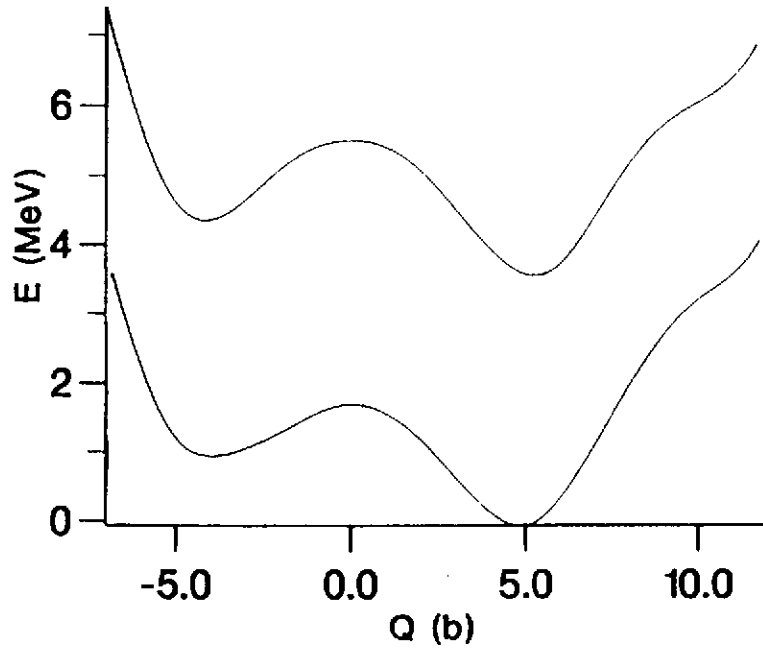


Figure 11

Variation en fonction du moment quadrupolaire axial de l'énergie HFBCS et de l'énergie obtenue en projetant après variation par la méthode de Lipkin Nogami des fonctions d'onde du ^{96}Zr . Le minimum projeté a été choisi comme zéro de l'énergie.

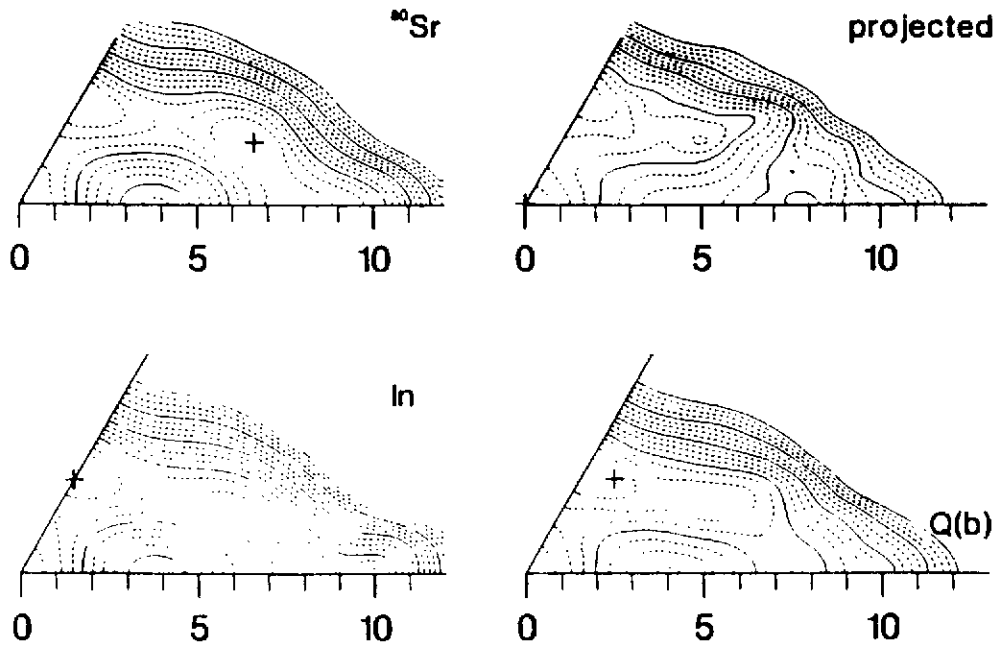


Figure 12

Variation de l'énergie du ^{80}Sr en fonction du moment quadrupolaire triaxial. A gauche, en haut, est portée l'énergie HFBCS et en bas l'énergie obtenue par la méthode de Lipkin Nogami sans projection. Sur la partie droite sont portées les énergies projetées obtenues à partir des fonctions d'onde de la partie gauche.

Hartree-Fock qui l'a. La projection sur le bon nombre de particules permettra donc dans le premier cas d'abaisser l'énergie totale, tandis qu'elle n'aura aucun effet dans second. L'énergie obtenue par projection après variation présentera ainsi une discontinuité à l'endroit où le pairing se déconnecte.

Un calcul exact de variation après projection est difficile à mettre en oeuvre dans le plupart des cas. Des méthodes approchées de VAP ont été proposées pour la projection sur le moment angulaire ou le bon nombre de particules (méthode de Lipkin Nogami, cranking self consistent,...)

Sur la figure 11 est reprise l'énergie du ^{96}Zr calculée en fonction du moment quadrupolaire axial par HFBCS et par une variation après projection sur le bon nombre de particules (la variation est faite par la méthode approchée proposée par Lipkin et Nogami). On voit que la projection n'affecte pas fortement les conclusions que l'on peut tirer du calcul HFBCS. L'effet de la projection est essentiellement un abaissement général de l'énergie d'environ 3.5MeV. La barrière entre les deux minima n'est pas sensiblement modifiée.

La figure 12 montre la variation de l'énergie du ^{80}Sr en fonction du moment quadrupolaire triaxial obtenue par HFBCS, en projetant directement les fonctions d'onde HFBCS ou en utilisant la méthode VAP approchée de Lipkin Nogami. On voit que la surface projetée obtenue directement à partir des fonctions d'onde HFBCS présente d'importantes irrégularités, liées à la disparition du pairing pour des déformations de l'ordre de 6 à 9b et des angles d'assymétrie γ entre 0 et 20 degrés. Lorsque l'on utilise la méthode de Lipkin Nogami, ces irrégularités disparaissent et la surface obtenue est beaucoup plus proche de la surface HFBCS. Le ^{80}Sr se trouve dans une région de la table de masse où la déformation varie très rapidement avec le nombre de neutrons. Le ^{78}Sr est un noyau bien déformé avec un état intrinsèque de déformation de l'ordre de 8b, tandis que les isotopes plus lourds sont influencés par la fermeture de couche à $N=50$ et ne présentent pas minima très déformés. On voit que la projection sur le nombre de particules élimine l'influence de la fonction d'onde du ^{78}Sr sur la déformation de l'état non projeté et ramène le fondamental du ^{80}Sr vers des déformations plus faibles.

3.4. Projection sur le moment angulaire

La restauration d'un bon moment angulaire pour une fonction d'onde sans symétrie axiale nécessite une intégration sur trois angles d'Euler:

$$|\Psi^{JM}\rangle = \sum_K g_K \int d\Omega D_{KM}^J \hat{R}(\Omega) |\Phi\rangle \quad (3.21)$$

où D_{KM}^J est une matrice de rotation de Wigner. L'intégration sur trois angles d'Euler est numériquement très lourde et la projection sur le moment angulaire n'a été effectuée que dans quelques problèmes où des interactions nucléaires simples sont utilisées.

La figure 13 montre un résultat intéressant obtenu en projetant des fonctions HFB sur le moment angulaire¹⁰⁾. Dans le cas de l' ^{168}Er , la surface d'énergie quadrupolaire est abaissée d'environ 2.5 MeV, ce qui correspond au gain en énergie auquel on s'attend d'après l'équation (1). Cependant, ce gain est à peu près le même pour tous les moments quadrupolaires et la topologie de la surface n'est pas fortement modifiée par la projection. Dans ce cas, les prédictions champ moyen sont donc fiables. Il en est tout autrement pour l' ^{188}Os , pour lequel les calculs HFB indiquent une très grande instabilité en fonction de γ . Dans ce cas, l'effet de la projection sur le moment angulaire est beaucoup plus grand pour les configurations triaxiales que pour les autres et la surface projetée présente un minimum marqué pour un angle de l'ordre de 30 degrés.

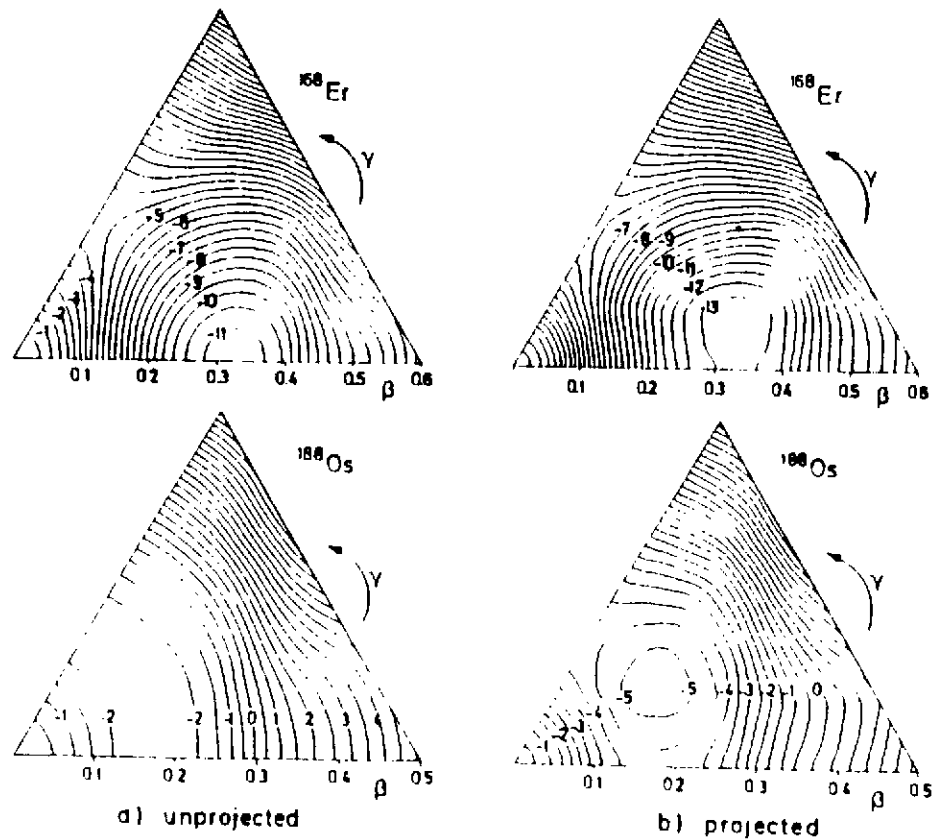


Figure 13

Carte de variation de l'énergie de déformation des noyaux ^{168}Er et ^{188}Os (d'après ¹⁰⁾)

4. Les déformations octupolaires

Les spectres nucléaires associés aux déformations octupolaires ¹¹⁾ (ainsi qu'à toutes déformations impaires de la densité nucléaire) présentent des caractéristiques différentes de ceux des noyaux ne présentant que des déformations quadrupolaires (ou de façon plus générale des déformations paires). Dans ce dernier cas, la bande fondamentale des noyaux pair-pair présente une succession d'états de spin pair et de parité plus. Des états de parité négative et de spin impair se trouvent éventuellement à des énergies de l'ordre de 1 à 2 MeV et sont généralement expliqués par des excitations à deux quasi-particules. Les noyaux présentant des déformations octupolaires possèdent en plus d'une bande de parité positive une bande de parité négative à basse énergie d'excitation, les deux bandes étant reliées par de fortes transition E1.

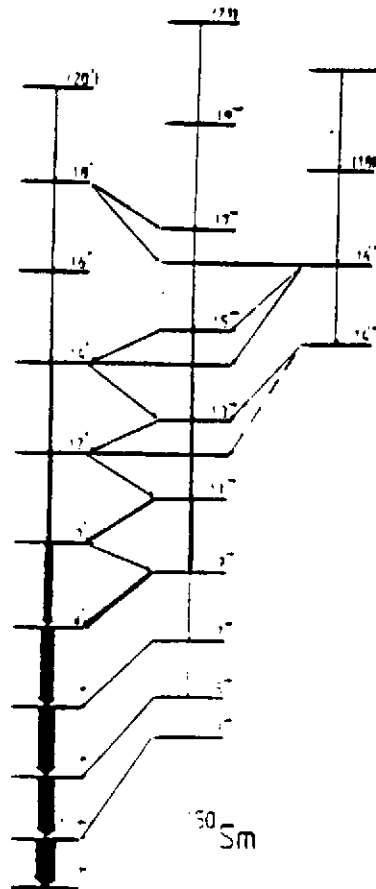


Figure 14
Schéma de niveaux partiel du ¹⁵⁰Sm ¹²⁾

Le spectre du ¹⁵⁰Sm ¹²⁾, repris sur la figure 14, est une bonne illustration de l'existence de déformations octupolaires. Dans ce spectre, coexistent des états

des deux parités, fortement reliés entre eux par des transitions électromagnétiques. L'état 1^- n'est pas connu et la bande de parité négative débute par un état 3^- situé à une énergie légèrement supérieure au 4^+ . Les différences d'énergie entre les états des deux parités diminuent avec le spin de telle sorte qu'à partir du 12^+ , les états de parité moins sont situés approximativement à mi distance des états de parité plus. D'autres noyaux présentent des caractéristiques similaires. Remarquons cependant qu'aucun noyau ne présente un état 1^- à une énergie inférieure au 2^+ et que la succession régulière des états des deux parités s'établit en général pour un spin de l'ordre de 7 ou 8.

Les transitions E1 importantes entre des états des deux parités, ainsi que les énergies relatives de ces états, suggèrent qu'ils peuvent être construits à partir d'un même état intrinsèque. Ceci suppose que cet état intrinsèque n'a pas une bonne parité et donc que la densité nucléaire possède des déformations d'ordre multipolaire impaire.

Une des conséquences des déformations octupolaires est que les transitions électriques impaires (E1 et E3) sont fortement augmentées. La figure 15 (d'après ¹³) reprend la variation expérimentale des $BE3(0_1^+ \rightarrow 3_1^-)$ ($M(E3)^2$ est proportionnel à $BE3$) en fonction du nombre de neutrons. Cette figure permet de délimiter les régions de la table de masse dans lesquelles on a le plus de chances de trouver des déformations octupolaires. Les régions de la table de masse particulièrement favorisées correspondent à des nombres de particules de l'ordre de 34 (région des Ge et Se), 56 (Zr), 88 (Ba et Sm), 134 (Ra et Th).

Le mécanisme à l'origine de l'apparition des déformations octupolaires peut se comprendre facilement à l'aide d'orbitales de Nilsson. Ces déformations apparaissent lorsque des orbitales différentes de 3 unités de moment angulaire deviennent voisines près du niveau de Fermi. Ces orbitales seront alors couplées par une interaction en Y_3^m . Les régions de la table de masse où ces orbitales jouent un rôle particulier apparaissent clairement sur la figure 16. Elles confirment les zones déduites de la figure 15.

La figure 17 montre une surface d'énergie de déformation en fonction des moments octupolaire et quadrupolaire axial obtenue pour le ^{96}Zr ¹⁶). La surface a été obtenue à l'aide de la méthode de Strutinsky et d'un champ moyen paramétrisé par un Saxon-Woods. Le résultat obtenu par cette méthode semi-microscopique est semblable à ceux obtenus par HFBCS et typique des déformations octupolaires. La surface d'énergie est très molle en fonction de β_3 . Le minimum obtenu pour une petite déformation octupolaire diffère de moins de 500 keV de la configuration symétrique que. Les déformations octupolaires constituent donc un cas typique où une approche champ moyen n'est pas suffisante et où il est nécessaire d'utiliser la GCM.

La figure 18 montre pour le même noyau la variation de l'énergie obtenue à moment quadrupolaire nul en fonction du moment octupolaire par HFBCS. Le minimum est ici à Q_3 nul, mais l'énergie varie de moins de 100keV jusqu'à 500fm^3 .

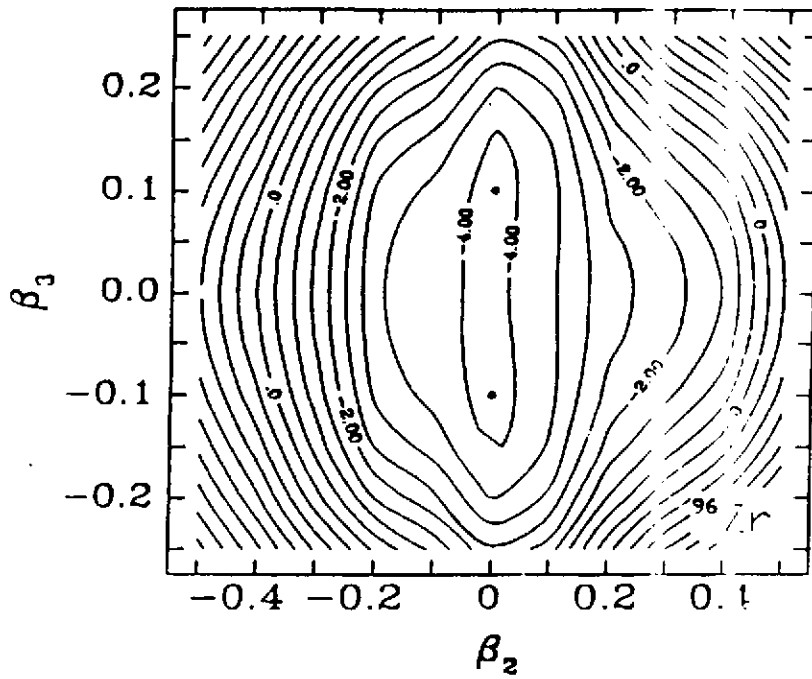


Figure 17

Surface d'énergie du ^{96}Zr obtenue en fonction des déformations quadrupolaire axiale et octupolaire par la méthode de Strutinsky (d'après ¹⁵).

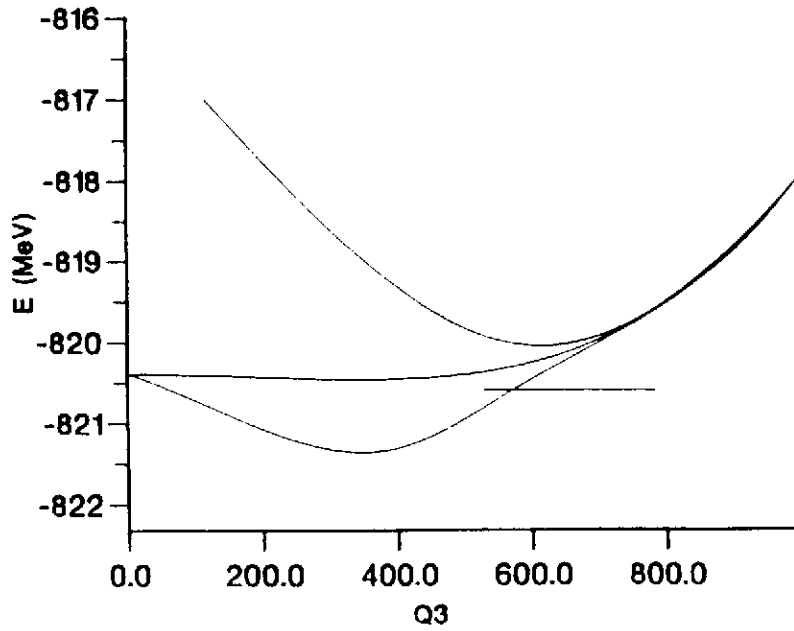


Figure 18

Energies HFBCS, et projetées sur la parité du ^{96}Zr obtenues en fonction de Q_3 . L'état GCM de parité plus est situé sur l'axe des abscisses, et l'état de parité moins est représenté par une ligne horizontale.

Pour chaque valeur de Q_3 , il est possible de restaurer la parité et d'obtenir au moyen de 3.5 deux états de parité plus et moins. Les courbes obtenues ainsi sont reprises sur la figure. Pour $Q_3 = 0$, les énergies des états HFBCS et de parité plus sont égales, l'énergie de la parité moins étant indéfinie (on peut en fait calculer la vraie valeur correspondant au rapport de deux 0 obtenus par 3.5 pour la parité moins à $Q_3 = 0$; on obtient ainsi une énergie égale à la promotion d'un nucléon dans la première couche de parité moins vide). A grand moment octupolaire (ici supérieur à 800 fm^3), les trois courbes sont confondues, le recouvrement entre fonction à $\pm Q_3$ devenant très petit. Les courbes des deux parités présentent des minima pour des moments octupolaires différents de zéro, le minimum de parité moins présentant une plus grande déformation. Ces deux courbes permettent déjà de tirer plusieurs conclusions:

- La projection sur la parité de fonctions d'onde HFBCS peut faire apparaître des minima alors que la courbe HFBCS n'en a pas. Ces minima sont souvent appelés dynamiques (parce qu'ils apparaissent lorsque l'on va au-delà de l'approximation à un Slater).

- Les courbes de parités plus et moins possèdent le plus souvent des minima pour des déformations octupolaires différentes, le minimum de parité moins apparaissant à plus grande déformation, à cause de sa limite élevée pour $Q_3 = 0$. On s'attend à ce que cette différence se traduise par des moments d'inertie différents pour les bandes de rotation construites sur les deux états intrinsèques. Cette propriété est en accord avec les données expérimentales, la bande de parité moins ayant souvent à bas spin un plus grand moment d'inertie.

- La différence entre les énergies des minima des deux parités peut être comparée à l'énergie d'excitation du premier état de parité moins expérimental. Dans le cas du ^{96}Zr et du calcul repris sur la figure 18, l'accord entre la théorie et l'expérience est bon.

- Les énergies des états projetés sont portées en fonction de Q_3 . Il faut cependant se souvenir que la valeur moyenne de Q_3 est nulle pour tout état de bonne parité (puisque c'est la valeur moyenne d'un opérateur impair par parité). Les éléments de matrice de transition dipolaires et octupolaires ne sont non nuls qu'entre les états intrinsèques des deux parités.

- La remarque précédente permet de préciser la signification des minima observés en fonction de Q_3 pour les courbes des deux parités. Les valeurs de Q_3 auxquelles sont situés ces deux minima ne sont pas liées à des déformations des têtes de bande des deux parités, puisque celles-ci sont nulles. Elles donnent plutôt une mesure de l'amplitude des fluctuations octupolaires présentes dans la fonction d'onde collective.

- Les minima obtenus pour les deux parités à des déformations octupolaires différentes indiquent les limites de l'image d'un état intrinsèque unique décrivant les bandes rotationnelles des deux parités.

Sur la figure 18 sont aussi reprises les énergies des deux premiers états obtenus par la GCM en considérant Q_3 comme coordonnée génératrice (avec Q_2 fixé à zéro). L'origine a été prise à l'énergie de la première valeur propre qui est de parité plus. On voit que les différences entre les énergies des deux bandes calculées par la GCM et la projection sur la parité sont fort proches.

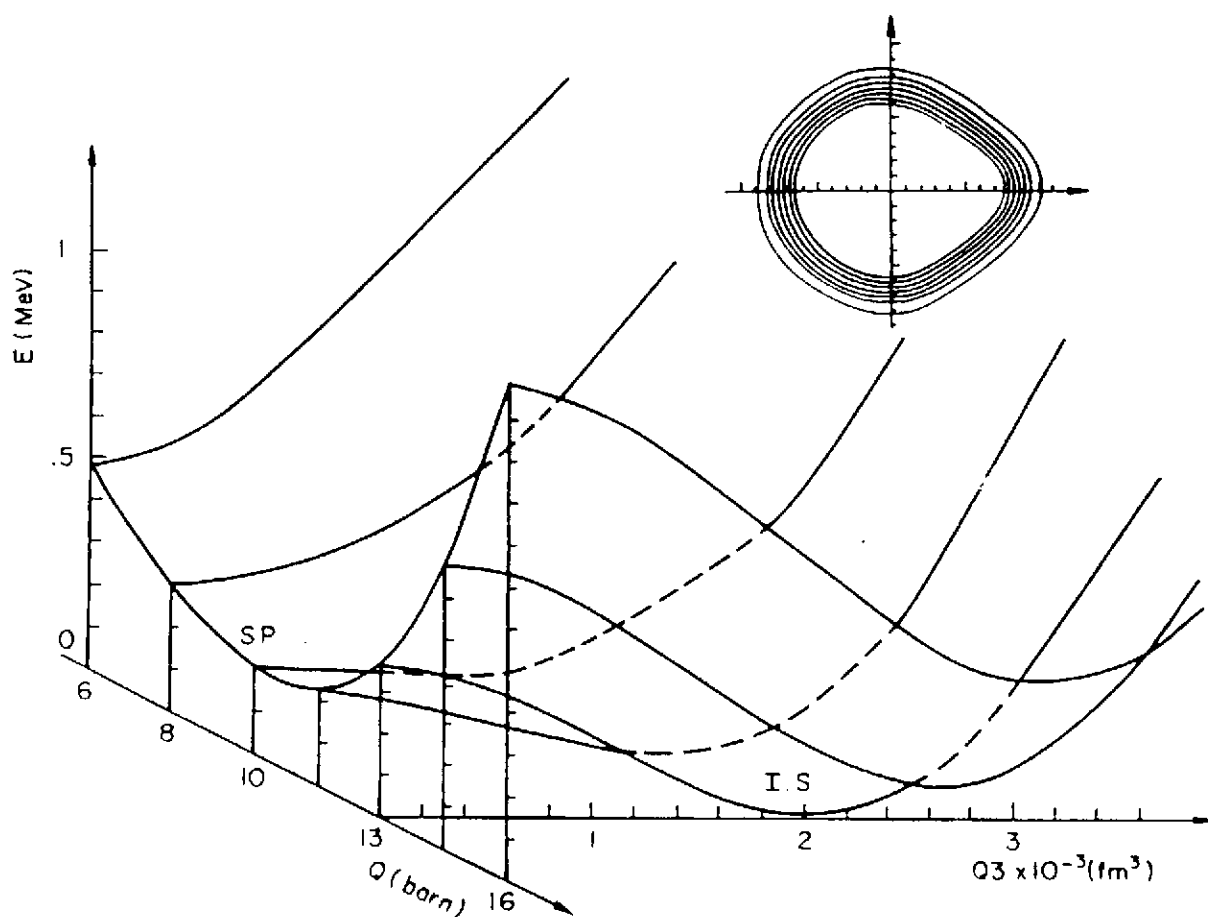


Figure 19

Variation de l'énergie HFBCS du ^{222}Ra en fonction des moments quadrupolaire axial et octupolaire. L'interaction de Skyrme Skm^* a été utilisée.

La figure 19 présente un exemple typique où imposer des symétries à la densité nucléaire peut amener à des conclusions erronées¹⁷⁾. Le noyau étudié est le ^{222}Ra , qui se trouve dans une zone de la table de masse où on s'attend à trouver des déformations octupolaires puisque ce noyau possède 134 neutrons. Si, en imposant à la fonction d'onde totale d'avoir une bonne parité, on empêche l'apparition de déformations octupolaires, on obtient la courbe d'énergie de déformation en fonction du moment quadrupolaire axial dessinée à $Q_3=0$. sur la figure 19. Elle

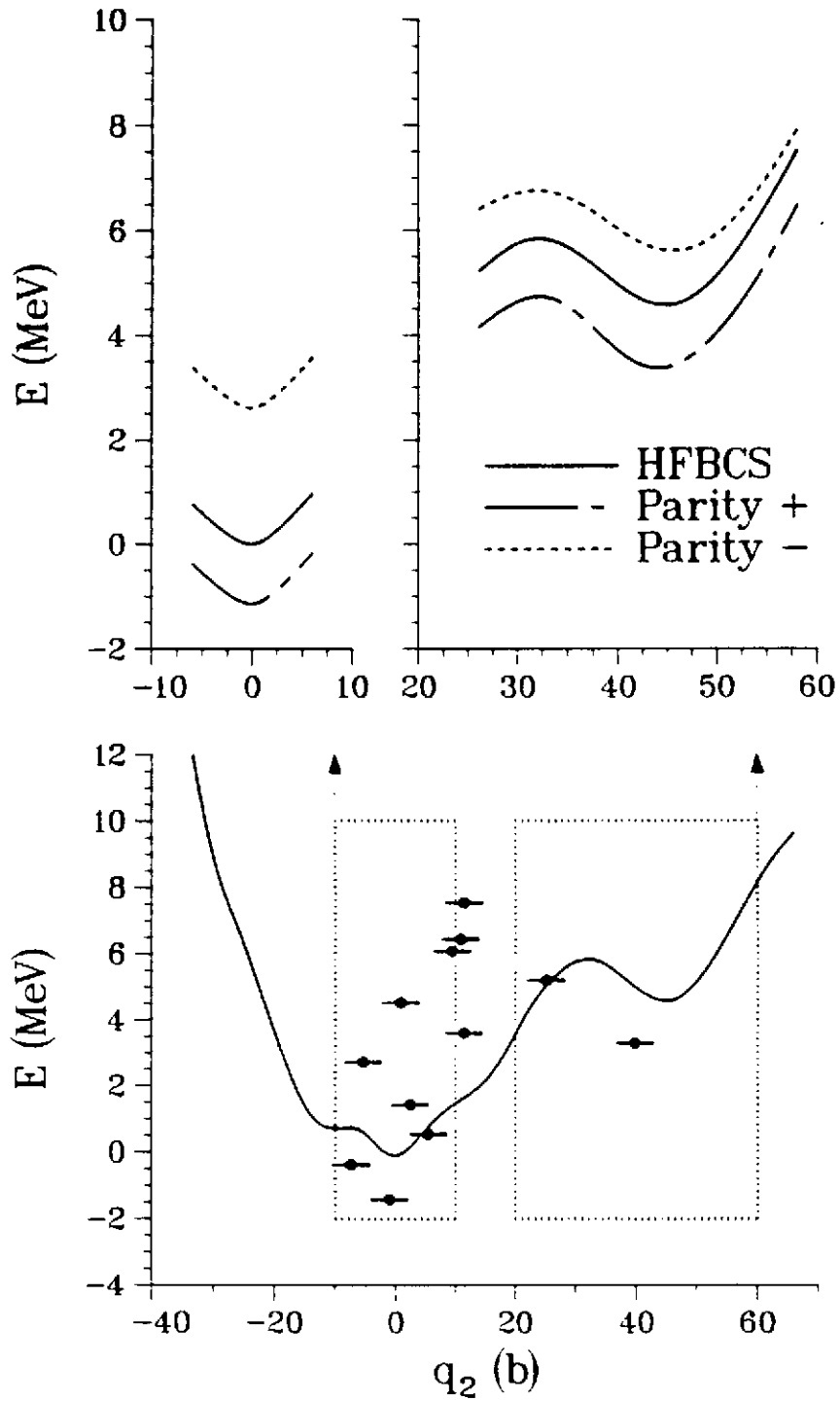


Figure 20

Courbe d'énergie de déformation HFBCS du ^{194}Pb en fonction du moment quadrupolaire axial, avec indication des états GCM (partie inférieure). Dans la partie supérieure sont repris les minima obtenus en fonction de Q_3 pour chaque valeur de Q_2 , dans la zone de déformation du fondamental et de l'état SD.

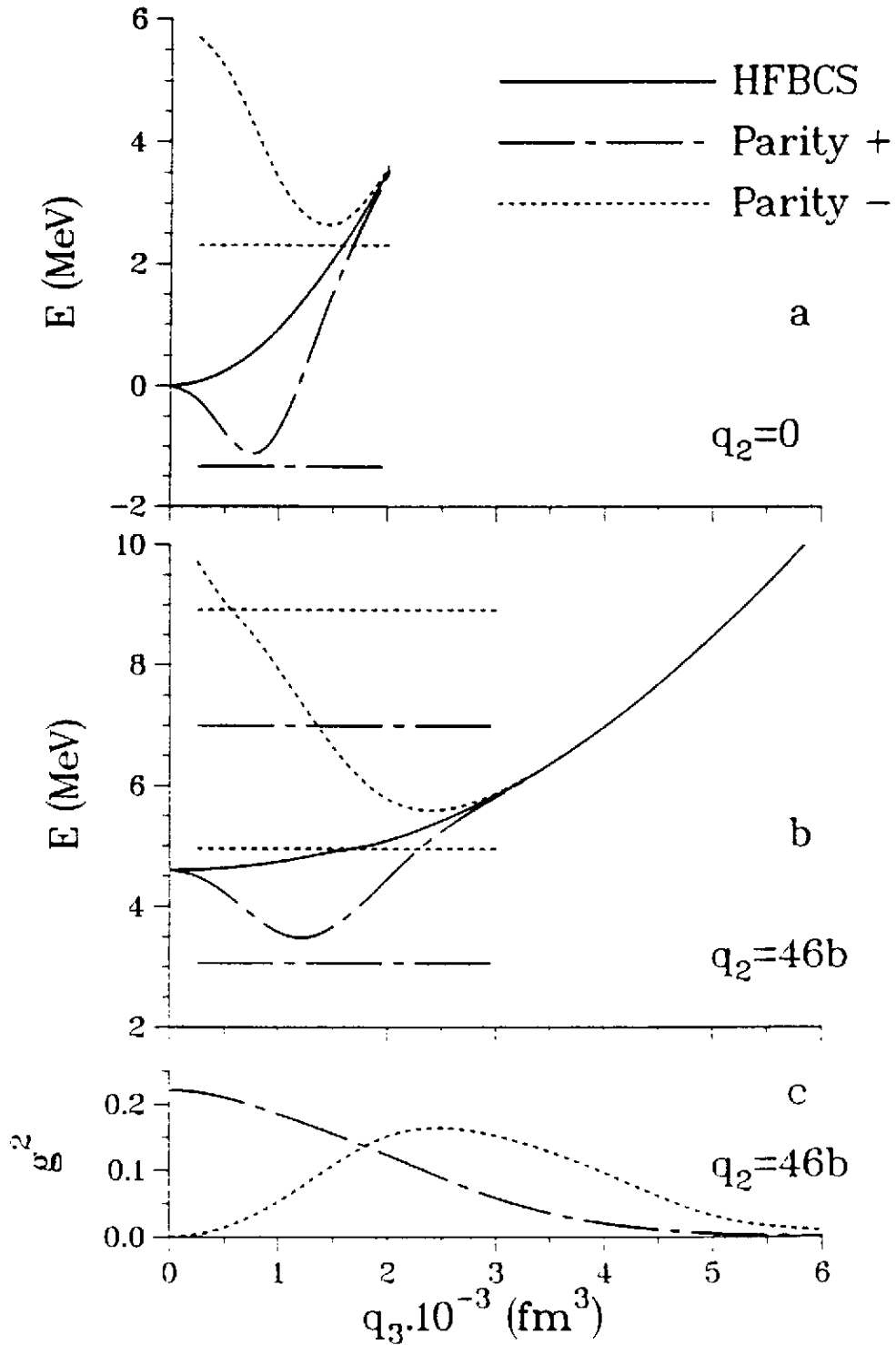


Figure 21

Courbes d'énergie de déformation octupolaire du ^{194}Pb pour (a) $Q_2=0$, (b) la déformation de l'état SD. En trait plein, est donnée l'énergie HFBCS, en trait d'axe la parité plus et la parité moins en pointillé (courbes projetées et états GCM). Dans la partie (c) sont représentées les fonctions d'onde des deux parités.

présente un minimum pour un moment quadrupolaire de l'ordre de 10b. Lorsque l'on permet des déformations octupolaires, ce minimum devient un point selle. Le minimum absolu ne s'obtient cependant pas pour la même valeur de Q_2 , mais pour une valeur plus grande (13b). La densité nucléaire au minimum absolu est dessinée également sur cette figure. L'effet des déformations octupolaires se voit clairement sur les lignes de niveau.

Les figures 20 à 23 reprennent un ensemble de résultats obtenus dans l'étude de l'effet des déformations octupolaires sur la superdéformation du ^{194}Pb (18).

Le bas de la figure 20 montre le résultat d'un calcul GCM avec le moment quadrupolaire axial comme coordonnée génératrice unique. Le fondamental HFBCS est sphérique, la valeur moyenne de Q_2 pour le fondamental GCM étant également nulle. Le cinquième état GCM possède une déformation proche de l'état HFBCS SD.

Sur le haut de la figure, la variation de l'énergie HFBCS en fonction de Q_2 est comparée aux courbes reprenant pour chaque valeur de Q_2 les minima obtenus en fonction de Q_3 pour les deux parités. Le moment octupolaire varie donc le long de ces deux dernières courbes. Les courbes des deux parités sont, entre 26b et 46b, en première approximation globalement décalée d'un peu plus d'un MeV par rapport à la courbe intrinsèque. En particulier, le moment quadrupolaire des états SD et les hauteurs de barrière des deux parités sont très proches. Par contre, l'énergie d'excitation de l'état SD par rapport à l'état du premier puits de même parité est plus faible pour la parité négative que pour la positive. On peut donc s'attendre à ce que la probabilité de désexcitation vers le premier puits soit plus faible pour la parité négative.

La figure 21 reprend les résultats obtenus par la GCM avec Q_3 comme coordonnée génératrice, pour les valeurs de Q_2 correspondant au fondamental et à l'état SD. La variation de l'énergie en fonction de Q_3 est beaucoup plus rapide pour les petites déformations que pour les grandes. Pour un moment quadrupolaire correspondant au fondamental, l'état de parité moins est obtenu à une énergie d'excitation de plus de 3 MeV. Cette énergie est nettement plus basse pour l'état superdéformé (environ 2MeV), ce qui s'explique par la différence de mollesse en Q_3 entre les petites et les grandes déformations. Les fonctions d'onde des deux parités sont aussi indiquées sur cette figure. On voit que la fonction d'onde de parité plus possède un maximum pour une déformation octupolaire nulle, mais s'étale jusqu'à de relativement grandes déformations. Le maximum de parité moins est bien sûr obtenu pour de grandes déformations.

Sur la figure 22 sont reprises les courbes d'énergie de déformation que l'on obtient en fonction de Q_2 pour différente valeur de Q_3 . Ces courbes s'étendent jusqu'à des déformations de l'ordre de 100b, ce qui permet de voir un troisième puits correspondant à ce que l'on appelle l'hyperdéformation. Les courbes obtenues en fonction de Q_3 sont de plus en plus resserrées lorsque Q_2 augmente. Pour la superdéformation, le minimum en Q_2 se déplace vers de plus grandes valeurs pour

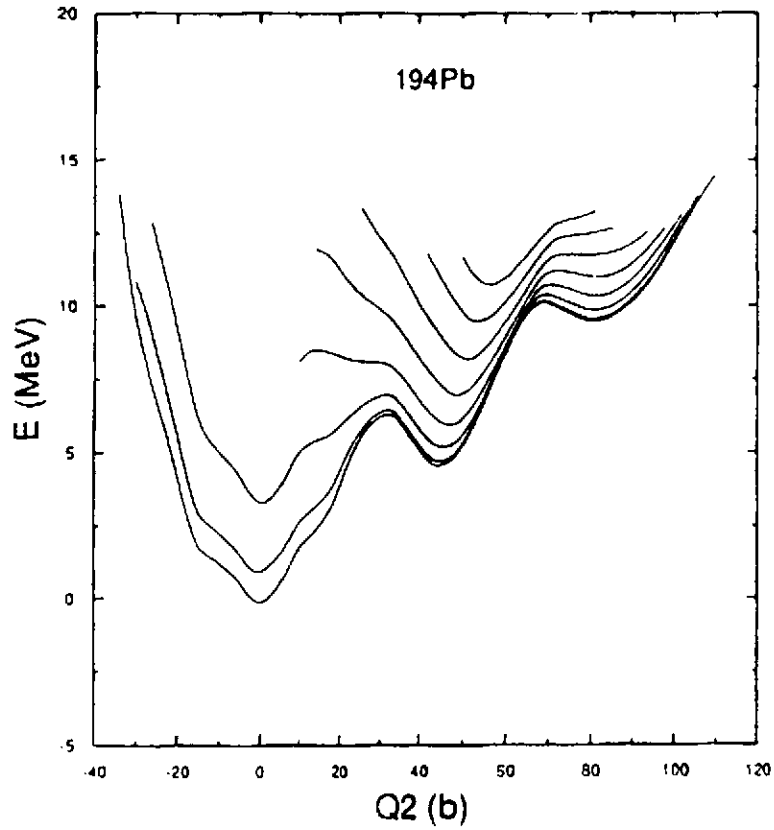


Figure 22

Courbes d'énergie de déformation HFBCS du ^{194}Pb en fonction du moment quadrupolaire axial, obtenues pour différentes valeurs de Q_3 , variant par pas de 1000 fm^3 .

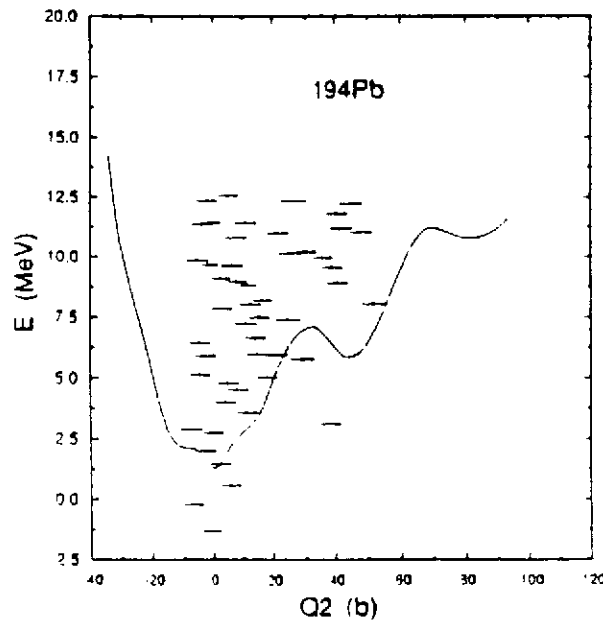


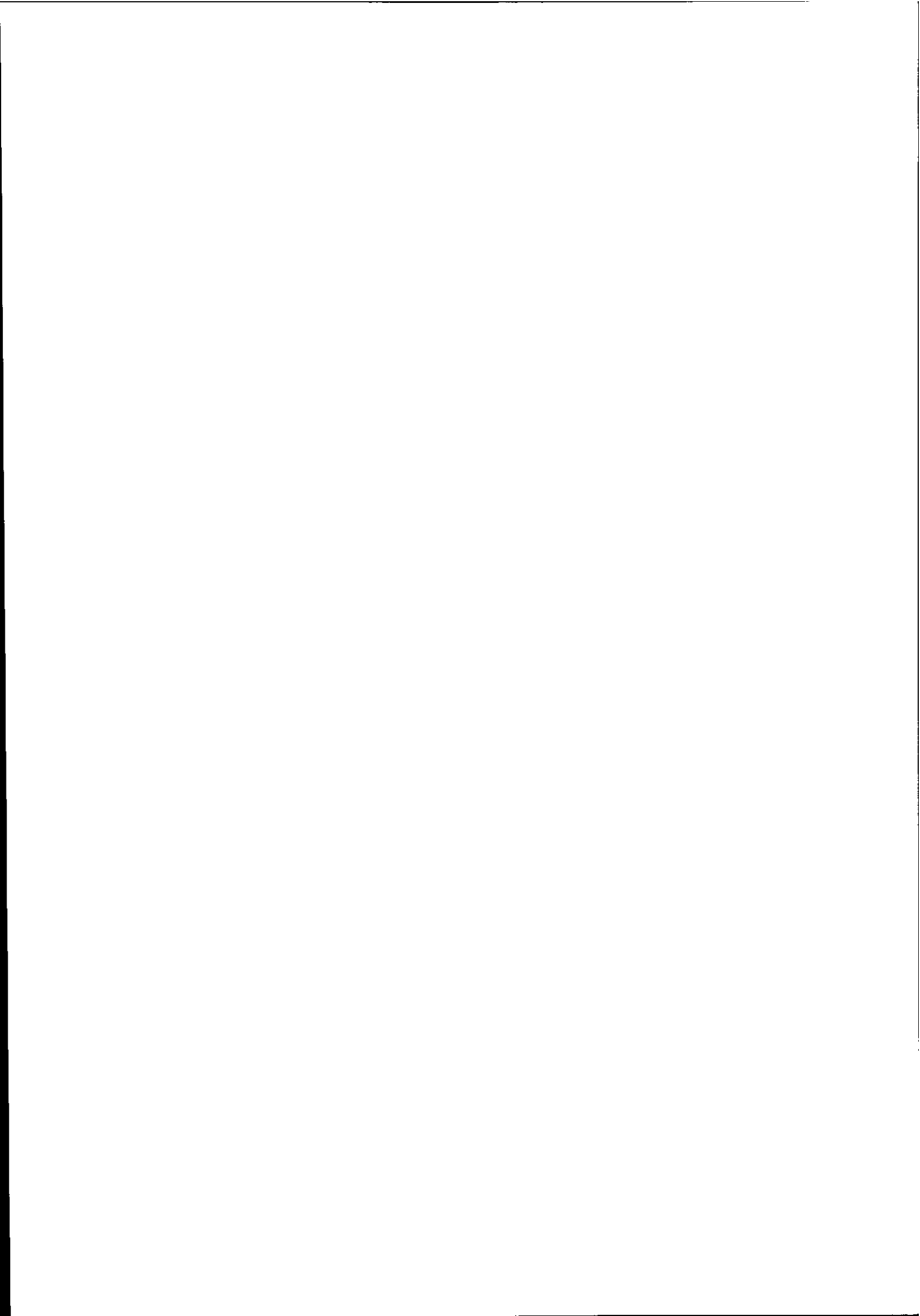
Figure 23

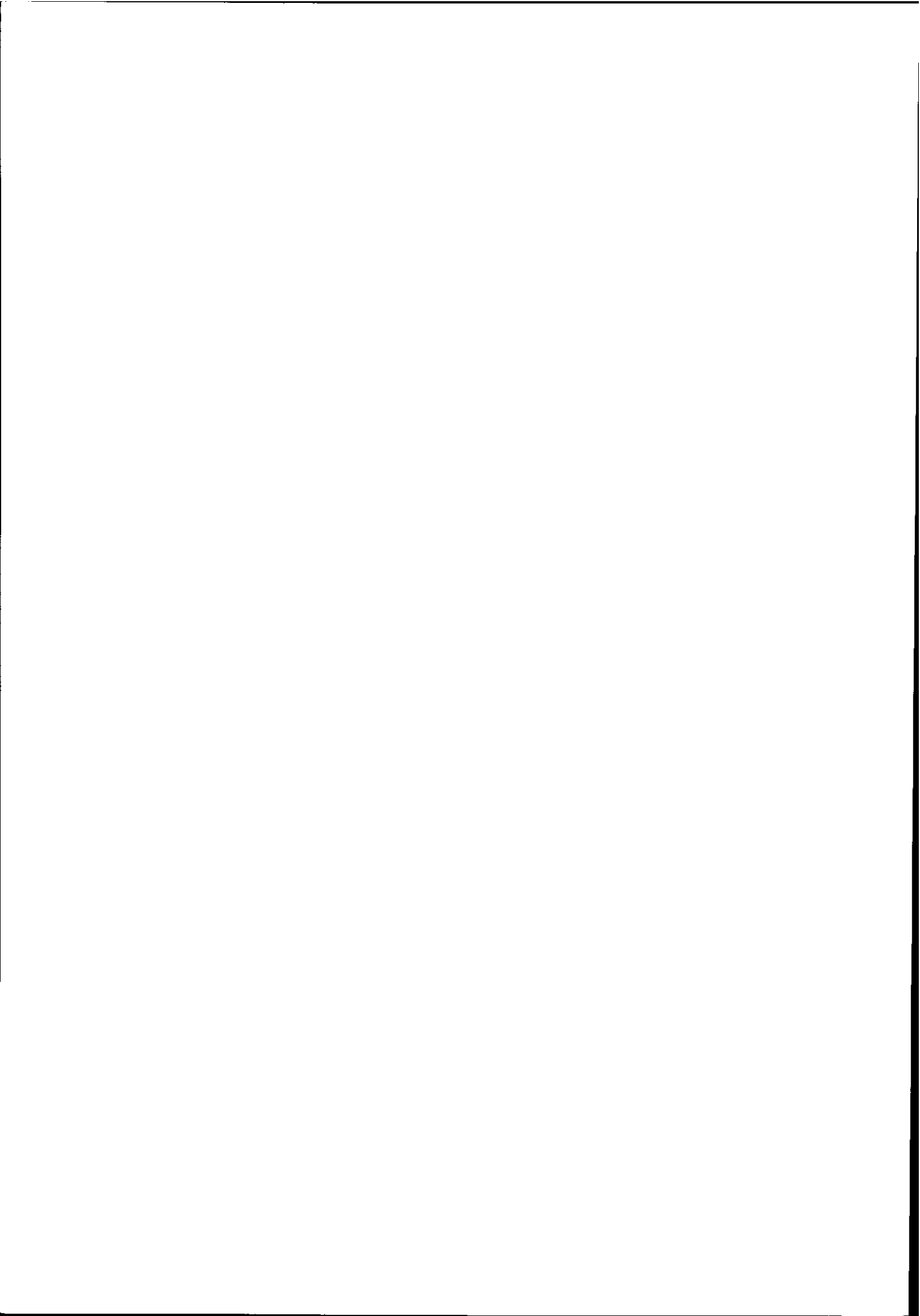
Etats GCM obtenus avec Q_2 et Q_3 (limité à 2000 fm^3) comme coordonnées génératrices pour le ^{194}Pb . Les états de parité négative sont repérés par des carrés noirs.

Q_3 augmentant.

Les résultats préliminaires d'un calcul GCM en Q_2 et Q_3 (pour $Q_3 = 0, 1000$ et 2000 fm^3) sont repris sur la figure 23. L'énergie d'excitation de l'état SD n'est pas significativement affectée par le couplage entre déformations quadrupolaire et octupolaire. Le premier état de parité négative du premier puits est obtenu à une énergie plus basse d'environ 500 keV par rapport à celui obtenu à $Q_2 = 0$, ce qui donne une mesure de l'importance du couplage entre les deux modes de déformation. Ce calcul préliminaire ne comprend pas encore suffisamment d'états HFBCS à grande déformation octupolaire pour tirer des conclusions définitives sur les propriétés de l'état SD de parité moins. Il montre cependant qu'il est aujourd'hui possible d'étudier au moyen de la GCM le couplage entre différents modes de déformation pour des noyaux aussi lourds que le Pb. Un calcul tel que celui-ci nécessite un pas de $4b$ en Q_2 et de 1000 fm^3 en Q_3 , soit plus de 200 fonctions d'onde HFBCS. Ce résultat illustre bien la puissance de la GCM dans l'étude de la dynamique nucléaire.

Remerciements Je remercie vivement P. Bonche, J. Dobaczewski, H. Flocard, S. Krieger, J. Meyer, J. Skalski et M. Weiss en collaboration avec qui de nombreux résultats présentés ici (parfois non encore publiés) ont été obtenus.





References

- 1) A. Bohr and B. Mottelson, Nuclear Structure (vol2) (1975) W. Benjamin, New York
- 2) Z. Szymanski, Cours donné à cette école.
- 3) P. Bonche, P. Quentin, S.J. Krieger, M. S. Weiss, J. Meyer, M. Meyer, N. Redon, H. Flocard et P.-H. Heenen Nucl Phys **A500** (1989) 308
- 4) M. Girod, J.P. Delaroche, D. Gogny et J.F. Berger, Phys. Rev. Lett. **62** (1989) 2452
- 5) M.A. Riley, D.M. Cullen, A. Alderson, I. Ali, P. Fallon, P.D. Forsyth, F. Hanna, S.M. Mullins, J.W. Roberts, J.F. Sharpey-Schafer, P.J. Twin, R. Poynter, R. Wadsworth, M.A. Bentley, A.M. Bruce, J. Simpson, G. Sletten, W. Nazarewicz, T. Bengtsson, and R. Wyss, Nucl. Phys. **A512** (1990) 178
- 6) D.L. Hill and J.A. Wheeler, Phys. Rev. **89** (1953) 1102
- 7) P. Ring and P. Schuck, The Nuclear Many-Body Problem (1980) Springer Verlag, Berlin
- 8) P. Bonche, J. Dobaczewski, H. Flocard, P.-H. Heenen and J. Meyer, Nucl. Phys. **A510** 466 (1990)
- 9) P. Bonche, J. Dobaczewski, H. Flocard, P.-H. Heenen, S.J. Krieger and M. S. Weiss, Nucl Phys **A519** (1990) 509
- 10) A. Hayashi, K. Hara et P. Ring, Phys. Rev. Lett. **53** (1984) 337
- 11) R. R. Chasman, Nuclear Structure, Reactions and Symmetries, 5 (1986), vol 1., R. A. Meyer et V. Paar éditeurs, World Scientific (Singapore)
- 12) W. Urban, R.M. Lieder, W. Gast, G. Hebbinghaus, A. Krämer-Flecken, K.P. Blume et H. Hübel, Phys. Lett. **185B** (1987) 331
- 13) R.H. Spear et W.N. Catford, Phys. Rev. **C41** (1990) 1351
- 14) W. Nazarewicz, P. Olanders, I. Ragnarsson, J. Dudek, G.A. Leander, P. Möller et E. Ruchowska, Nucl. Phys. **A429** (1984) 269
- 15) W. Nazarewicz, Proc. Intern. Conf on High Spin Physics and Gamma-Soft Nuclei, (1991) 406, J.X. Saladin, R.A. Sorensen et C.M. Vicent éditeurs, World Scientific (Singapore)
- 16) H. Mach, S. Ówiok, W. Nazarewicz, B. Fogelberg, M. Moszyński, J. Winger et R.L. Gill, Phys. Rev. **C42** (1990) R811

- 17) P. Bonche, P.-H. Heenen, H. Flocard et D. Vautherin, Phys. Lett. **B175** (1986) 387
- 18) P. Bonche, S.J. Krieger, M.S.Weiss, J.Dobaczewski, H. Flocard et P.-H. Heenen, Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 876