



**HAL**  
open science

## La théorie statistique : perspectives et limites

D. Dominique Durand, B. Tamain

► **To cite this version:**

D. Dominique Durand, B. Tamain. La théorie statistique : perspectives et limites. École thématique. Ecole Joliot Curie "Les noyaux en 1993 : une nouvelle façon d'exister", Maubuisson, (France), du 13-18 septembre 1993 : 12ème session, 1993. cel-00648749

**HAL Id: cel-00648749**

**<https://cel.hal.science/cel-00648749>**

Submitted on 6 Dec 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## LA THEORIE STATISTIQUE: PERSPECTIVES ET LIMITES

D. Durand et B. Tamain

Laboratoire de Physique Corpusculaire, IN2P3, ISMRA, 14050 CAEN CEDEX

### Résumé

La théorie statistique de Weisskopf est l'outil fondamental qui permet d'analyser les propriétés des noyaux lorsqu'ils ont une énergie d'excitation suffisante. Les fondements de cette théorie, son application au noyau et les limitations associées sont décrites ainsi que la dérivation des relations habituellement utilisées. Un ingrédient essentiel est la densité de niveaux. Une discussion est présentée sur son extraction, tant sur le plan théorique, qu'expérimental. La théorie statistique permet aussi de décrire la fission des noyaux ou l'émission de fragments. Mais dans ce cas, une autre approche qui permet d'introduire des effets dynamiques, est plus performante : il s'agit de la méthode de l'état de transition. Elle est décrite dans sa version simplifiée et dans celle qui introduit la viscosité de la matière nucléaire. Une importante limitation de la théorie statistique se trouve dans les temps caractéristiques de décroissance. Une discussion est présentée sur les estimations théoriques de ces temps et sur les conséquences expérimentales. Quelques aspects sur la désexcitation des résonances géantes et des noyaux exotiques sont donnés en conclusion.

### Abstract

The statistical theory of Weisskopf is the fundamental tool to describe the properties of nuclei with sufficient excitation energies. The basis of this theory, its application to nuclei and the corresponding limitations are discussed. A main ingredient is the level density. A discussion is given on its extraction from models and on its experimental determination. The statistical theory is also used to describe fission or fragment emission. However, in this case, another approach is used which can also include some dynamics: it is the transition state method. It is described in its simplified version and also when friction is included. An important drawback of the statistical theory is related to time-scales considerations. A discussion is presented on the role of decay times both in theory and experiments. Lastly, some aspects of the decay properties of giant resonances and exotic nuclei are presented.

## PLAN

### Introduction générale

#### I- La théorie de Weisskopf

- Le principe
- Le formalisme
- Température: introduction du concept et limites
- Relation densité d'états-température: spectre en énergie des particules évaporées
- La compétition entre l'émission de diverses particules
- Le cas des photons
- Remarque sur la notion de température nucléaire

#### II- Le calcul des densités d'états

- Le modèle à niveaux équidistants
- Parité et moment angulaire
- Le modèle du gaz de Fermi
- Introduction des effets de couche et de pairing
- Le paramètre de densité de niveaux
- Le paramètre de densité de niveaux: au delà du gaz de Fermi
- Le paramètre de densité de niveaux et l'expérience

#### III- Le cas particulier de l'émission de fragments

- L'émission de fragments et la théorie de Weisskopf
- La méthode de l'état transitoire
- La théorie de Kramers
- Application à la fission et à l'émission de fragments
- Les barrières de fission à température finie
- Vers un traitement cohérent

#### IV- Le temps et la théorie statistique

- Aspects théoriques
  - L'hypothèse fondamentale
  - Le temps de thermalisation
  - Calcul du temps d'émission neutron
  - Estimation théorique du temps de fission
  - Le cas des résonances géantes
  - Conclusions
- Aspects expérimentaux
  - Vie et mort de la fission
  - Vie et mort des résonances géantes
  - Emission rapide de fragments: vers la multifragmentation

#### V- Conclusions et perspectives

## INTRODUCTION GENERALE

Les niveaux d'énergie d'un noyau peuvent être classés en deux catégories. Ceux qui ne se recouvrent pas et qui relèvent de l'approche spectroscopique et ceux qui se recouvrent et qui peuvent être décrits de façon statistique. Dans cette seconde limite (c'est-à-dire, à énergie d'excitation suffisante), une désexcitation d'un noyau reflète des propriétés de type espace des phases car les éléments de matrice de transition pour les divers états subissent un "moyennage" à cause du grand nombre d'états concernés. Les modèles statistiques présentés dans ce cours s'inscrivent dans ce cadre.

### I - LA THEORIE DE WEISSKOPF

#### I-1) Le principe

La théorie de Weisskopf (1,6,8) est une description statistique de la désexcitation des noyaux. On y admet que la durée de vie du système est grande devant son temps de formation. Il a donc tout oublié de cette phase initiale hormis les grandeurs conservatives, et tous les états quantiques accessibles le sont avec une égale probabilité, en vertu du principe fondamental de la thermodynamique statistique des systèmes isolés (description microcanonique).

L'invariance par renversement du temps permet alors de relier les probabilités de transition entre états:

$$\rho_1 P_{12} = \rho_2 P_{21} \quad (I-1)$$

Dans cette relation, connue sous le nom de principe de la balance détaillée, on écrit que la probabilité de transition  $P_{12}$  de l'état 1 vers l'état 2 est proportionnelle au nombre d'états d'accueil (densité d'état  $\rho_2$ ) avec le même coefficient de proportionnalité que celui qui caractérise la transition de l'état 2 vers l'état 1 et qui est proportionnelle à la densité d'état d'accueil correspondante ( $\rho_1$ ).

On peut déjà, à ce niveau, faire une remarque : le noyau est un être quantique. A une durée de vie donnée correspond une largeur en énergie  $\Gamma$  qui recouvre généralement plusieurs états quantiques. L'application de la relation (I-1) ne conduit pas à des phénomènes d'interférence parce que les phases des divers éléments de matrice concernés sont alatoires. Cette hypothèse est sous-jacente dans la description statistique de la désexcitation d'un noyau. Elle revient à nouveau à admettre que les voies d'entrée et de sortie (formation et désexcitation) sont décorrélées.

#### I-2) Le formalisme

Dans le cas particulier où l'on écrit la relation (I-1) pour la désexcitation statistique d'un noyau initial d'énergie d'excitation  $E_i^*$  en un noyau final d'énergie d'excitation  $E_f^*$  et une particule  $a$  de quantité de mouvement  $p$  à  $dp$  près, on a :

$$\rho_2 = \rho_f(E_f^*) \ g \ \frac{4\pi p^2 dp}{h^3} \ V$$

$$P_{12} = P_a(\epsilon) d\epsilon$$

$$\rho_1 = \rho_i (E_i^*)$$

$$P_{21} = \frac{v}{V} \sigma_c(\epsilon)$$

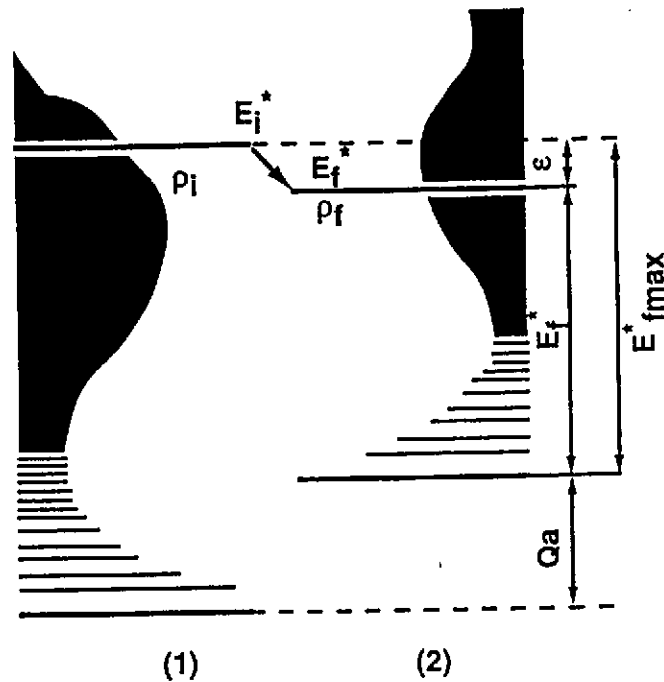


Figure 1:

Schéma de désexcitation d'un noyau initial  $i$  en un noyau final  $f$   
et une particule  $a$  d'énergie cinétique  $\epsilon$

On obtient ces expressions en notant que  $\rho_2$  correspond au nombre d'états associés au système noyau final-particule émise (évacuée), c'est-à-dire au produit des nombres d'états associés à ces deux objets ;  $g$  est le facteur de dégénérescence dû au spin ( $g=2s+1$ ). La particule  $a$  est supposée rester dans son état fondamental ;  $V$  est le volume d'une boîte fictive où se réalise la désexcitation.  $\rho_1$  correspond au nombre d'états associés au noyau initial ;  $P_{12}$  est la probabilité de désintégration par unité de temps conduisant au noyau final défini et à la particule  $a$  d'énergie  $\epsilon$  à de près ;  $P_{21}$  est la probabilité inverse donc la probabilité de capture par unité de temps de la particule  $a$  par le noyau final pour redonner le noyau initial. Enfin,  $\sigma_c$  est la section efficace de capture correspondante et  $v$  est la vitesse de la particule.

Avec ces ingrédients et en notant que  $d\epsilon/dp = v$ , la relation (I-1) s'écrit :

$$P_a(\epsilon) d\epsilon = \frac{\rho_f(E_f^*)}{\rho_i(E_i^*)} g \frac{4\pi p^2}{h^3} \sigma_c(\epsilon) d\epsilon \quad (I-2)$$

Remarque: Pour obtenir l'expression (I-2), on a implicitement admis que la masse de la particule  $a$  était négligeable devant celle du noyau final.  $\epsilon$  est en fait l'énergie cinétique relative de ces deux objets.

La probabilité totale de désintégration par unité de temps est l'intégrale sur toutes les énergies et les natures de particules:

$$P = \sum_a \int P_a(\epsilon) d\epsilon$$

La probabilité relative correspondant à l'émission de la particule  $a$  avec l'énergie  $\epsilon$  à de près est:

$$\frac{P_a(\epsilon) d\epsilon}{P} = \frac{g p^2 \sigma_c(\epsilon) \rho_f(E_f^*) d\epsilon}{\sum g \int_0^\infty p^2 \sigma_c(\epsilon) \rho_f(E_f^*) d\epsilon} \quad (I-3)$$

Elle ne dépend que des sections efficaces de capture et des densités d'états relatives à chaque noyau final accessible. Les sections efficaces de capture sont généralement déduites de l'expérience ou des modèles de fusion bien que dans le cas qui nous concerne il s'agisse de capture par un noyau excité.

C'est dans les densités d'état que se trouve l'essentiel de la physique des noyaux excités. On ne pourra les obtenir qu'à partir de modèles nucléaires comme nous le discuterons dans le § II. Toutefois, avant de passer à cette phase, il est possible de modifier la relation (I-3) et de la rendre plus directement utilisable ; ceci, en introduisant le concept thermodynamique de température. Le § I-3 nous rappelle la signification et les limites de ce paramètre. Le § I-4 nous montre l'intérêt de son introduction dans la relation I-3.

### I-3) Température: introduction du concept et limites

La température est généralement introduite en thermodynamique statistique lorsqu'on utilise la représentation canonique pour décrire un système. Le système est alors en équilibre avec un thermostat qui lui impose une température thermodynamique  $\beta = 1/T$  (on prend ici la constante de Boltzmann  $k$  égale à 1). Son énergie interne n'est alors définie qu'en moyenne et vaut:

$$\bar{E} = - \frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} \quad (I-4)$$

si  $Z$  est la fonction de partition du système. Les représentations microcanonique et canonique d'un système ne sont donc pas équivalentes. Dans la première, l'énergie totale du système est définie (système isolé) ; dans la seconde, c'est la température qui est imposée par le thermostat et l'énergie interne du système fluctue puisque des échanges d'énergie ont lieu avec le thermostat. En pratique cependant, pour les systèmes macroscopiques, ces fluctuations sont négligeables. La variance associée à la distribution en énergie d'excitation d'un système en équilibre avec un thermostat à température  $T$  s'écrit en effet :

$$\sigma^2 = \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \beta^2}$$

$\sigma$  est très petit relativement à  $\bar{E}$  dès que le nombre de constituants du système est grand. L'exemple du gaz parfait monoatomique de Boltzmann comportant  $A$  molécules permet d'illustrer ce point. On a :

$$\sigma = T \sqrt{\frac{3}{2} A} \quad \text{et} \quad \bar{E} = \frac{3}{2} AT$$

$$\text{d'où} \quad \frac{\sigma}{\bar{E}} = \sqrt{\frac{2}{3A}} - \frac{1}{\sqrt{A}}$$

Dès que le nombre  $A$  de constituants du système est grand  $\sigma/\bar{E}$  est quasiment nul et représentations microcanonique et canonique se recouvrent.

Dans le cas du noyau toutefois,  $A$  est limité ( $\sim 100$ ), et il apparaît à ce niveau une première limitation du concept de température en physique nucléaire. Ce concept n'a qu'une signification imparfaite car sa corrélation avec l'énergie interne (ou d'excitation) n'est pas parfaite mais floue.

Le tableau I où l'on trouve le rapport:

$$\frac{\sigma}{E^*} = \frac{\sigma}{E - E_0} \quad (E_0 \text{ énergie du fondamental})$$

donne une idée quantitative de ce problème qui reste toutefois non fondamental. C'est la raison pour laquelle on le négligera dans cet exposé et on confondra  $\bar{E}$  et  $E$  (ou les énergies d'excitation associées qui interviennent dans les relations I-2 et I-3). On retiendra que la température nucléaire ne peut être qu'un concept approximatif, qui perd même toute signification lorsque l'énergie d'excitation est si faible que peu d'états quantiques sont concernés dans l'histoire du système.

A(uma)	50	100	150	200	250	300
T(MeV)						
1	0,58	0,40	0,32	0,28	0,24	0,22
3	0,32	0,22	0,18	0,16	0,14	0,14
5	0,24	0,18	0,14	0,12	0,12	0,10

TABLEAU I : rapport  $\sigma/E^*$  mesurant la fluctuation relative d'énergie d'excitation d'un système de  $A$  fermions maintenu à une température  $T$ . Les calculs ont été menés dans le cadre du modèle du gaz de Fermi (cf. § II-3).

#### I-4) Relation densité d'état-température : spectre en énergie des particules évaporées

La fonction de partition introduite dans la relation (I-4) s'écrit :

$$Z(\beta) = \int_0^{\infty} \rho(E) e^{-\beta E} dE \quad (I-5)$$

où  $E$  est l'énergie totale du système.

On obtient  $\rho(E)$  par une transformée de Laplace inverse:

$$\rho(E) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} Z(\beta) e^{\beta E} d\beta \quad (I-6)$$

que l'on peut intégrer en choisissant le parcours d'intégration dans le plan complexe (méthode de la plus grande pente ou de la phase stationnaire <sup>3</sup>):

$$\rho(E) = \frac{\exp[\ln Z(\beta) + \beta E]}{(2\pi \frac{d^2 \ln Z(\beta)}{d\beta^2})^{1/2}} \quad (I-7)$$

On retrouve dans l'argument de l'exponentielle du numérateur l'expression connue pour l'entropie dans la représentation canonique :

$$\rho(E) = \frac{\exp S}{(-2\pi \frac{dE}{d\beta})^{1/2}} \quad (I-8)$$

Dans cette expression, on voit que  $\rho(E)$  est une fonction continue, ce qui manifeste les effets de moyenne du calcul précédent, effets inhérents à tout calcul de type statistique \*).

Le terme dominant est bien-sûr le numérateur qui varie beaucoup plus vite que le dénominateur et on peut dériver:

$$\ln \rho(E) = S - \ln(-2\pi \frac{dE}{d\beta})^{1/2}$$

$$\frac{d \ln \rho(E)}{dE} = \frac{dS}{dE} - \text{terme négligé}$$

qui s'écrit en fonction du second principe de la thermodynamique (voir remarque du § I-7).

$$\frac{d \ln \rho(E)}{dE} = \beta = \frac{1}{T} \quad (I-9)$$

---

\*) Il est clair que de tels effets de moyenne ne sont pas justifiés lorsque le spectre de niveaux est très discret c'est-à-dire à énergie d'excitation faible.



On a l'habitude de choisir l'origine des énergies au niveau fondamental du noyau et d'écrire plutôt :

$$\frac{d \ln \rho (E^*)}{dE^*} = \beta = \frac{1}{T} \quad (\text{I-9 bis})$$

relation strictement équivalente à (I - 9). Cette expression permet de relier densité d'état et température nucléaire avec les réserves faites ci-dessus quant aux limites de ce concept pour un petit système.

Elle conduit à :

$$\ln \rho (E^*) = \int \frac{dE^*}{T}$$

$$\rho (E^*) \propto \exp \left( \frac{E^*}{T} \right) \quad (\text{I-10})$$

relation vraie sur un intervalle où T peut être considéré comme constant.

Le report de (I-9) dans (I-3) donne :

$$P_a (\varepsilon) = C g p^2 \sigma_c (\varepsilon) \exp \left( -\frac{\varepsilon}{T} \right) \quad (\text{I-11})$$

On a regroupé dans la constante C le dénominateur de (I-3), la constante de proportionnalité de (I-10) et la contribution de l'énergie d'excitation maximale du noyau final ( $E^*_{fmax}$  sur la figure 1). Il est important de noter que l'écriture de la relation (I-11) suppose que la température soit une constante sur tout le domaine d'intérêt pour l'émission de la particule  $a$ . Cela ne peut être vrai à très basse énergie d'excitation.

On peut remplacer  $\sigma_c(\varepsilon)$  par sa valeur <sup>13</sup>):

$$\sigma_c (\varepsilon) = \sum_l (2l+1) \pi \kappa^2 T_l (\varepsilon) \quad (\text{I-12})$$

Une approximation classique revient à assimiler à l'unité les coefficients de transmission  $T_l$ :

$$\sigma_c (\varepsilon) = \begin{cases} 0 & \text{pour } \varepsilon < B_a \\ \pi R^2 \left( 1 - \frac{B_a}{\varepsilon} \right) & \text{pour } \varepsilon > B_a \end{cases} \quad (\text{I-12bis})$$

expression qui revient à considérer le noyau comme un corps noir, absorbant toute particule avec sa section efficace géométrique ;  $B_a$  est la barrière coulombienne associée.

Le report dans (I-11) donne :

$$P_a(\epsilon) \propto \begin{cases} 0 & \text{pour } \epsilon < B_a \\ (\epsilon - B_a) e^{-\frac{\epsilon}{T}} & \text{pour } \epsilon \geq B_a \end{cases} \quad (\text{I-13})$$

Pour une particule sans barrière coulombienne (cas des neutrons), on a :

$$P_n(\epsilon) \propto e^{-\frac{\epsilon}{T}} \quad (\text{I-13 bis})$$

Les relations I-13 et I-13bis sont souvent écrites sous forme normalisée ( $\int P d\epsilon = 1$ ) :

$$P_a(\epsilon) = \begin{cases} 0 & \text{pour } \epsilon < B_a \\ \frac{(\epsilon - B_a)}{T^2} e^{-\frac{(\epsilon - B_a)}{T}} & \text{pour } \epsilon \geq B_a \end{cases} \quad (\text{I-14})$$

$$P_n(\epsilon) = \frac{\epsilon}{T^2} e^{-\frac{\epsilon}{T}} \quad (\text{I-14 bis})$$

Les expressions (I-14) et (I-14bis) sont des relations fondamentales de la théorie de l'évaporation des particules par les noyaux excités. Il est frappant de constater qu'elles ont été obtenues sans faire appel à quelque modèle nucléaire que ce soit. On se rappellera aussi que, bien que très généralement utilisées, elles ont été obtenues moyennant les deux approximations évoquées ci-dessus: approximation classique pour  $\sigma_c$ , approximation de température indépendante de  $\epsilon$ . Ces approximations auront des effets non négligeables à faible énergie d'excitation. Rappelons aussi que les calculs ont été menés en négligeant le recul du noyau final.

Des propriétés bien connues des relations (I-13) et (I-14) sont :

$$\begin{aligned} P(\epsilon) & \text{ maximal pour } \epsilon = B_a + T \\ \langle \epsilon \rangle & = B_a + 2T \end{aligned}$$

L'intégration de la relation (I-13) entre 0 et  $\infty$  conduit à la probabilité totale d'émettre la particule  $a$ . On trouve :

$$P_a \propto gm\rho(E^*_{fmax} - B_a) \quad (\text{I-15})$$

avec

$$E^*_{fmax} = E^*_i + Q_a$$

$Q_a$  est l'énergie de liaison de la particule  $a$ .

Si l'on veut aller au delà, il faut déterminer la densité d'états  $\rho$  ce qui permet aussi bien d'exploiter la relation (I-15) que de relier température et énergie d'excitation. Cet objectif sera celui du paragraphe II.

### I-5) La compétition entre les émissions de diverses particules

La théorie statistique de Weisskopf s'applique à toute particule ou fragment avec les réserves qui seront exprimées au paragraphe III-1. Pour comparer les probabilités d'émission de deux particules distinctes  $a$  et  $b$ , il suffit d'utiliser la relation I-15 :

$$\frac{P_a}{P_b} \propto \frac{g_a m_a \rho (E_{fmax}^* - B_a)}{g_b m_b \rho (E_{fmax}^* - B_b)} \quad (I - 16)$$

$$\frac{P_a}{P_b} \propto \frac{g_a m_a \rho (E_i^* - Q_a - B_a)}{g_b m_b \rho (E_i^* - Q_b - B_b)}$$

Compte-tenu de la variation exponentielle de  $\rho$  avec  $E_i^*$  (relation I-10), le terme dominant est le rapport des deux densités d'état, donc les valeurs relatives de  $Q_a+B_a$  et  $Q_b+B_b$ . La particule qui "dépense" le moins d'énergie d'excitation est donc fortement favorisée. A énergies de liaison égales ( $Q_a = Q_b$ ), les particules peu ou pas chargées (neutrons en particulier) seront hautement favorisées. Par contre, les agrégats (Li, Be, B) ne peuvent être émis que si  $E_i^*$  est tellement grand que les effets relatifs des barrières se trouvent atténués.

La fission peut aussi être décrite par la théorie statistique. On développera ce point essentiellement au § III. La façon la plus simple de traiter le problème est de considérer que l'énergie "dépensée" par la fission est la hauteur de la barrière  $B_f$ . La probabilité de fission sera alors écrite :

$$P_f \propto \rho (E_i^* - B_f)$$

### I-6) Le cas des photons

La théorie statistique décrit aussi l'émission de photons. Toutefois dans ce cas il faut bien sûr utiliser la cinématique relativiste:  $p_\gamma^2 = \varepsilon_\gamma^2$ . Si l'on note que la section efficace de capture  $\gamma$  en-dessous de 15 MeV est proportionnelle à leur énergie  $\varepsilon_\gamma$ , la relation I-13 devient :

$$P_\gamma(\varepsilon_\gamma) \propto \varepsilon_\gamma^3 \cdot e^{-\frac{\varepsilon_\gamma}{T}}$$

$$\langle \varepsilon_\gamma \rangle = 4T$$

$$P(\varepsilon_\gamma) \text{ est maximal pour } \varepsilon_\gamma = 3T$$

Notons aussi que la probabilité de décroissance du noyau composé par émission  $\gamma$  est faible car la section efficace inverse est très réduite puisque les  $\gamma$  ne subissent pas l'interaction forte. On voit ici que la théorie statistique n'est pas qu'une théorie d'espace des phases ; les éléments de matrice d'interaction sont cachés dans les sections efficaces de réaction inverse. Cette remarque prendra tout son sens dans le paragraphe III.

### I-7) Remarque

La relation (I-9) est obtenue à partir de la relation (I-8) en négligeant la contribution du dénominateur. En toute rigueur, elle est donc incorrecte. D'une autre façon, on peut dire qu'elle définit une température  $T$  qui n'est pas exactement la température thermodynamique de la relation (I-7). Dans le papier d'Ericson (1), deux températures sont ainsi définies: la température thermodynamique et la température issue de (I-9) appelée par Ericson température nucléaire. Ces deux températures sont voisines dès que  $E^*$  est grand. Plus précisément, on peut montrer (dans le cadre du modèle du gaz de Fermi (§ II-3)), la relation entre les deux :

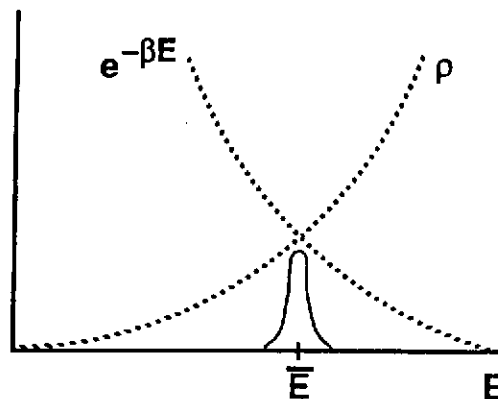
$$\frac{1}{T} = \frac{1}{T'} - \frac{2}{E^*} = \frac{1}{T'} \quad \text{pour } E^* \gg T$$

si on appelle  $T'$  la température nucléaire et  $T$  la température thermodynamique.

On peut comprendre le sens physique de cette différence en reprenant la dérivation de (I-7) à partir de (I-5). On peut en effet écrire :

$$Z(\beta) = \int_0^{\infty} \rho(E) e^{-\beta E} dE \sim \rho(E_\beta) e^{-\beta E_\beta} \Delta E \quad (\text{I-17})$$

L'approximation est justifiée dès que représentations microcanonique et canonique se recouvrent c'est-à-dire dès que le nombre de constituants du système est suffisant (voir § I-3). En effet, dans ce cas  $\rho(E)$  est une fonction tellement vite croissante de  $E$  que le produit  $\rho(E) e^{-\beta E}$  n'est significativement non nul qu'au voisinage immédiat de  $E_\beta$  qui est l'énergie d'excitation moyenne ( $\bar{E}$  dans le paragraphe I-3) pour la température  $\beta$ .  $\Delta E$  est l'intervalle sur lequel  $\rho(E) e^{-\beta E}$  est significativement voisin de sa valeur non nulle. Il est d'autant plus petit que représentations microcanonique et canonique se recouvrent.



Il est facile de se convaincre que (I-17) conduit à (I-7) :

$$\rho(E) = \frac{Z(\beta) e^{\beta E}}{\Delta E} = \frac{\exp[\ln Z(\beta) + \beta E]}{\Delta E}$$

expression identique à I-7 si on assimile  $\Delta E$  au dénominateur. On a ici remplacé  $E_\beta$  par  $E$  pour retrouver l'écriture de I-7.

On a alors :

$$\ln \rho(E) = \ln Z(\beta) + \beta E - \ln \Delta E$$

$$\ln \rho(E) = S - \ln \Delta E$$

et le second terme est d'autant plus petit que les représentations microcanonique et canonique se confondent. En d'autres termes, la définition de la température par la relation (I-9) est d'autant plus correcte que le concept même de température l'est : on retrouve les conclusions du § I-3.

## II - LE CALCUL DE LA DENSITE D'ETATS

La spécificité du système nucléaire se trouve dans la densité d'états qui intervient en particulier dans les relations I-3 et I-9. On ne peut atteindre cette quantité qu'à travers un modèle nucléaire. Le plus simple est celui du modèle à niveaux de fermions équidistants. Un modèle un peu plus adapté est celui du gaz de Fermi. Les approches microscopiques de type Hartree Fock ou Thomas Fermi étendu sont les plus réalistes.

### II-1) Le modèle à niveaux équidistants

Le système (noyau) est constitué de N fermions dont l'énergie totale est E, chaque fermion pouvant occuper des états quantiques équidistants de d. Si on appelle  $n_s$  les taux d'occupation de ces états de valeur propre  $\epsilon_s$ , on a :

$$\sum_s n_s \epsilon_s = E$$

$$\sum_s n_s = N$$

La densité d'état vaut :

$$g(\epsilon) = g_0 = \frac{1}{d}$$

La fonction de partition du système global est obtenue à partir de la grande fonction de partition:

$$\ln Z(\beta) = \ln Z(\beta, \alpha) - \alpha N$$

$$\ln Z(\beta, \alpha) = \sum_s \ln [1 + e^{-\beta(\epsilon_s - \mu)}] = \int_0^\infty g(\epsilon) \ln [1 + e^{-\beta(\epsilon - \mu)}] d\epsilon \quad (\text{II-1})$$

$\alpha = \beta\mu$ ,  $\mu$  potentiel chimique ou niveau de Fermi.

On peut transformer cette expression :

$$\int_0^\infty g(\epsilon) \ln [1 + e^{-\beta(\epsilon - \mu)}] d\epsilon = \int_0^\mu g(\epsilon) \ln [1 + e^{-\beta(\epsilon - \mu)}] d\epsilon + \int_\mu^\infty g(\epsilon) \ln [1 + e^{-\beta(\epsilon - \mu)}] d\epsilon$$

La seconde intégrale peut s'écrire :

$$J = \int_\mu^\infty g(\epsilon) \ln [1 + e^{-\beta(\epsilon - \mu)}] d\epsilon = \int_0^\infty g(\mu + x) \ln (1 + e^{-\beta x}) dx$$

On peut ajouter la contribution

$$\int_{\mu}^{\infty} g(\mu-x) \ln(1+e^{-\beta x}) dx$$

car  $g(\epsilon)$  est nul pour  $\epsilon < 0$  :

$$J = \int_0^{\infty} [g(\mu+x) + g(\mu-x)] \ln(1+e^{-\beta x}) dx - \int_0^{\mu} g(\mu-x) \ln(1+e^{-\beta x}) dx$$

Au total :

$$\begin{aligned} \ln Z(\beta, \alpha) = & \int_0^{\mu} g(\epsilon) \ln[1+e^{\beta(\mu-\epsilon)}] d\epsilon - \int_0^{\mu} g(\epsilon) \ln[1+e^{-\beta(\mu-\epsilon)}] d\epsilon \\ & + \int_0^{\infty} [g(\mu+x) + g(\mu-x)] \ln(1+e^{-\beta x}) dx \end{aligned}$$

L'approximation  $\mu \gg 1/\beta$  conduit à :

$$\ln[1+e^{\beta(\mu-\epsilon)}] = \beta(\mu-\epsilon)$$

$$\ln[1+e^{-\beta(\mu-\epsilon)}] = 0$$

$$\begin{aligned} \ln Z(\beta, \alpha) = & \beta \int_0^{\mu} g(\epsilon)(\mu-\epsilon) d\epsilon + \int_0^{\infty} [g(\mu+\epsilon) + g(\mu-\epsilon)] \ln(1+e^{-\beta\epsilon}) d\epsilon \\ = & \beta E_0 + \alpha N + \int_0^{\infty} [g(\mu+\epsilon) + g(\mu-\epsilon)] \ln(1+e^{-\beta\epsilon}) d\epsilon \end{aligned}$$

En remplaçant  $g(\epsilon)$  par  $g_0$ , on obtient :

$$\ln Z(\beta, \alpha) = -\beta E_0 + \alpha N + \frac{\pi^2}{6} g_0 \beta^{-1} \quad (\text{II-2})$$

$\mu_0$  : potentiel chimique pour  $T = 0$

$E_0$  : énergie du fondamental.

La relation (I-4) permet d'obtenir l'énergie interne  $E$  du système et son énergie d'excitation au-dessus du fondamental.

$$E^* = E - E_0 = \frac{\pi^2}{6} g_0 \beta^{-2} - \frac{g_0}{2} (\mu - \mu_0)^2$$

Le potentiel chimique variant très peu avec l'énergie d'excitation :

$$E^* \approx \frac{\pi^2}{6} g_0 \beta^{-2} = \frac{\pi^2}{6} g_0 T^2 \quad (\text{II-3})$$

$E^*$  est donc de la forme \* :  $E^* = a T^2$  (II - 3bis)

où  $a = \pi^2 g_0/6$  est appelé le paramètre de densité de niveau.

La densité d'état est alors donnée par (I-7).

$$\begin{aligned} \rho(E^*) &= \frac{\exp(\ln Z + \beta E_0 + \beta E^*)}{\sqrt{\frac{2\pi d^2 \ln Z}{d\beta^2}}} \quad (\text{II-4}) \\ &= \frac{\exp(2\sqrt{a E^*})}{\sqrt{48 E^*}} \end{aligned}$$

Cette expression est modifiée si l'on distingue les protons et les neutrons du noyau. Si les espacements respectifs de leurs niveaux sont  $d_n$  et  $d_p$ , les densités de niveaux associées :

$$g_n = \frac{1}{d_n} \quad \text{et} \quad g_p = \frac{1}{d_p}, \quad \text{on a :}$$

$$\rho(E^*) = g_0 \left( \frac{g_0^2}{4g_n g_p} \right)^{1/2} \frac{6^{1/4}}{12} \frac{\exp 2\sqrt{a E^*}}{(g_0 E^*)^{5/4}} \quad (\text{II-5})$$

Les relations (II-4) et (II-5) montrent que  $\rho$  varie comme  $\exp(2(aE^*)^{1/2})$  à haute énergie d'excitation. Ce résultat reflète seulement la combinatoire de la répartition de l'énergie d'excitation entre les divers nucléons du noyau <sup>1)</sup>. Il dépend fortement du détail de la densité de niveaux des nucléons autour du niveau de Fermi. Plus précisément, le nombre moyen de nucléons excités est :

$$\begin{aligned} \int_{\mu}^{\infty} \bar{n} &= 2 \int \frac{g_0}{1 + e^{\epsilon - \mu/T}} d\epsilon \\ &= 2 g_0 T \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + e^x} dx \\ \bar{n} &= 2 g_0 T \ln 2 \quad (\text{II-6}) \end{aligned}$$

et leur énergie d'excitation moyenne est :

$$\bar{\epsilon} = \frac{E^*}{\bar{n}} = \frac{\pi^2}{12 \ln 2} T \approx T \quad (\text{II-7})$$

Les nucléons excités subissent autour du niveau de Fermi une excitation moyenne de l'ordre de la température et les niveaux concernés sont dans la bande d'énergie de largeur  $\sim T$

qui entoure le niveau de Fermi. Les noyaux qui présentent des anomalies dans cette région (noyaux magiques) auront des propriétés de désexcitation modifiées par ces anomalies.

## II-2) Parité et moment angulaire

Dans les développements précédents, on a négligé le rôle du moment angulaire et de la parité. Le cas de la parité est simple. La parité du noyau résulte de la superposition des contributions de ses nucléons excités et il est facile de montrer que la combinatoire associée conduit à des probabilités voisines de trouver le noyau dans les deux états possibles. La parité ne joue donc aucun rôle dans la désexcitation statistique. La situation est plus complexe pour le moment angulaire.

Le moment angulaire total du noyau résulte de la superposition des moments angulaires individuels de ses nucléons. En moyenne, ceux-ci combinent leurs moments angulaires de telle sorte que la projection  $M$  du moment angulaire résultant sur un axe soit nulle. C'est la fluctuation autour de cette situation moyenne qui conduit avec une probabilité non nulle à des valeurs non nulles de  $M$ .

La probabilité moyenne pour qu'un état quantique  $s$ , d'énergie propre  $\epsilon_s$ , soit peuplée est:

$$n_s = \frac{1}{e^{\beta(\epsilon_s - \mu)} + 1} \quad (\text{II-8})$$

La probabilité  $n_s$  pour qu'un état quantique en moyenne peuplé avec la probabilité  $n_s$  ne le soit pas est:

$$v_s = n_s (1 - n_s) = \frac{e^{\beta(\epsilon_s - \mu)}}{[1 + e^{\beta(\epsilon_s - \mu)}]^2} \quad (\text{II-9})$$

Le nombre de particules et de trous qui sont hors de l'état où ils sont en moyenne, s'obtient à partir de (II-9) comme (II-6) à partir de (II-8).

$$v = 2g_0 \int_{-\infty}^{\infty} v_s = -2 \frac{g_0}{\beta} \frac{1}{1 + e^{\beta(\epsilon_s - \mu)}} \Big|_{-\infty}^{\infty} = g_0 T$$

Chacune de ces particules ou trous porte une projection  $m$  de moment angulaire avec une probabilité  $p(m)$  et on peut définir:

$$\langle m \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} m p(m) dm = 0$$

$$\langle m^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} m^2 p(m) dm \neq 0$$

Si  $v$  est grand, la superposition aléatoire des projections  $m$  de chaque nucléon (ou trou) conduira à une distribution gaussienne des états entre les diverses valeurs de  $M$ .

$$\rho(E^*, M) = \frac{\rho(E^*)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-M^2/2\sigma^2} \quad (\text{II-10})$$



avec  $\sigma^2 = v \langle m^2 \rangle = g_0 T \langle m^2 \rangle$  appelé paramètre de spin cut-off.

Ce résultat est valable dès que  $v$  est grand, donc pour des excitations suffisantes pour que l'approximation de la distribution gaussienne soit raisonnable.

A partir de (II-10), on obtient la distribution correspondante pour  $j$  si l'on note que la densité d'états correspondants est la différence des densités associées à  $M$  et  $M+1$ .

$$\begin{aligned} \sigma(E^*, j) &= \frac{\rho(E^*)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} [e^{-j^2/2\sigma^2} - e^{-(j^2+2j+1)/2\sigma^2}] \\ &= \frac{\rho(E^*)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(j^2+j)/2\sigma^2} [e^{(j+1/2)/2\sigma^2} - e^{-(j+1/2)/2\sigma^2}] e^{-1/2\sigma^2} \\ &= \frac{\rho(E^*)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-j(j+1)/2\sigma^2} \frac{2j+1}{4\sigma^2} 2e^{-1/2\sigma^2} \frac{\text{sh } x}{x} \quad (\text{II-12}) \\ &\quad \text{avec } x = \frac{j+1/2}{2\sigma} \end{aligned}$$

On peut alors assimiler  $\text{sh } x/x$  à 1 ce qui est vrai pour les valeurs de  $j+1/2$  nettement inférieures à  $5\sigma^2$ , condition peu restrictive devant l'approximation de la relation II-10.

En assimilant à 1 la quantité  $e^{-1/2\sigma^2}$ , on a alors:

$$\rho(E^*, j) = \frac{(2j+1) \rho(E^*)}{2\sqrt{2\pi}\sigma^3} e^{-j(j+1)/2\sigma^2} \quad (\text{II-11})$$

chacun des états correspondants étant bien sûr dégénéré  $2j+1$  fois.

A l'approximation classique  $2j+1 \sim 2j$ , la densité d'états pour  $j$  appartenant à  $[j, j+dj]$  est :

$$\rho_1(E^*, j) dj = \frac{4j^2 \rho(E^*)}{2\sqrt{2\pi}\sigma^3} e^{-j^2/2\sigma^2} dj$$

et pour une valeur de  $\bar{j}$  à  $d^3j$  près:

$$\rho_2(E^*, \bar{j}) d^3j = \frac{d^3j}{4\pi j^2} \frac{4j^2 \rho(E^*)}{2\sqrt{2\pi}\sigma^3} e^{-j^2/2\sigma^2}$$

$$= \frac{\rho(E^*)}{(2\pi\sigma)^{3/2}} e^{-j^2/2\sigma^2} d^3j$$

On peut évaluer  $\sigma^2$  à partir de ce résultat si l'on note que  $\rho(E^*, j)$  est inférieure à  $\rho(E^*, 0)$  car une partie de l'énergie a été gelée en énergie de rotation. On peut donc écrire :

$$\rho(E^*, j) = \rho(E^*, j=0) e^{-j^2/2\sigma^2} = \rho(E^* - j^2/2\sigma^2, j=0)$$

Cette dernière égalité est justifiée par l'évolution exponentielle de  $\rho(E^*)$  en fonction de  $E^*$  (relation I-10). Le terme  $j^2/2\sigma^2$  est donc assimilable à  $\hbar^2/2JT$  où  $J$  est le moment d'inertie pour la rotation. On a donc :

$$\sigma^2 = JT/\hbar^2 \quad (\text{II-12})$$

On peut remarquer les ordres de grandeur : pour une température de 1 MeV et une masse de 100 u.m.a, on a  $\sigma^2 \sim 29 \gg 1$ , ce qui justifie les approximations ci-dessus.

### II-3) Le modèle du gaz de Fermi

Une meilleure approche du noyau que le modèle à niveaux équidistants est celle du gaz de Fermi. On peut y calculer le niveau de Fermi du noyau dans son état fondamental par :

$$V \frac{4 \int_0^{\mu_0} 4\pi p^2 dp/d\varepsilon d\varepsilon}{h^3} = A$$

Le facteur 4 tient compte des divers états de spin et d'isospin du nucléon. On obtient :

$$\mu_0 = \frac{\hbar^2 (9\pi)^{2/3}}{8m r_0^2}$$

$m, r_0$ : masse et rayon du nucléon.

La densité d'états autour du niveau de Fermi s'obtient par différentiation :

$$g_0 = \left( \frac{dA}{d\varepsilon} \right)_{\mu_0} = \frac{3}{2} \frac{A}{\mu_0}$$

On peut utiliser cette valeur de  $g_0$  et les résultats du modèle à niveaux équidistants du § III-1 puisque nous avons vu que seuls les états autour du niveau de Fermi contribuent de façon significative à l'excitation. La densité d'états du noyau, si on inclue les effets de moment angulaire (§ III-2) est alors :

$$\rho(E^*, j) = \frac{\pi}{3} (2j+1) e^{-\hbar^2 j(j+1)/2JT} j(j+1) \frac{1}{32\sqrt{2}} \frac{\hbar^3}{j^{3/2}} \sqrt{\frac{A}{\mu_0}} e^{-\frac{\pi \sqrt{AE^*/\mu_0}}{E^*}}$$

La température correspondante est donnée par :

$$\frac{1}{T} = \frac{d \ln \rho(E^*, j)}{dE^*} = \sqrt{\frac{A}{f E^*}} - \frac{2}{E^*} \quad \text{avec} \quad f = 4 \mu_0 / \pi^2$$

Dès que  $E^*$  excède largement  $T$ , on peut négliger le second terme et on a alors:

$$T \sim \sqrt{\frac{f E^*}{A}} \quad E^* = \frac{A}{f} T^2 \quad (\text{II-13})$$

On retrouve l'expression II-3bis avec  $a = A/f$  mais cette relation n'est qu'approximative \*) dans le modèle du gaz de Fermi <sup>2)</sup> alors que la relation équivalente (II-3) était rigoureuse dans le modèle à niveaux indépendants. Elle est justifiée seulement si seul l'environnement du niveau de Fermi contribue l'excitation.

#### II-4) L'introduction des effets de couche et de pairing

Plusieurs auteurs ont modifié le modèle du gaz de Fermi pour introduire les effets de couche. Ceci peut être réalisé soit en introduisant des gaps dans le modèle à niveaux équidistants soit de façon plus réaliste en utilisant le modèle en couches. Dans tous les cas, les résultats du modèle du gaz de Fermi sont retrouvés <sup>2,4)</sup>, à condition de remplacer l'énergie d'excitation réelle par une énergie différente (plus petite quand on approche d'une couche fermée ou pour les noyaux pair-pair).

Les figures 2-a et 2-b montrent des résultats de calculs de type Nilsson pour des noyaux voisins du  $^{208}\text{Pb}$  qui est doublement magique. La densité d'état est minimale pour le  $^{208}\text{Pb}$  même à 20 MeV d'énergie d'excitation, les écarts étant relativement énormes à excitation faible. Le paramètre de spin cut-off  $\sigma^2$  (figure 2-b) est aussi minimal pour le  $^{208}\text{Pb}$ . Sa variation reflète l'évolution de la densité d'états et des fluctuations des spins pour les niveaux de particules.

Sur la figure 3, on trouve l'effet de l'appariement des nucléons traité dans le cas du modèle à niveaux équidistants. La quantité portée mesure la corrélation de pairing. Elle s'annule pour une température critique inférieure au MeV (ordonnée) ou un moment angulaire de l'ordre de  $15 \hbar$  (abscisse).

#### II-5) Le paramètre de densité de niveaux

La relation la plus importante de ce § II est la relation II-3bis retrouvée au § II-3. Elle permet de relier l'énergie d'excitation à la température.

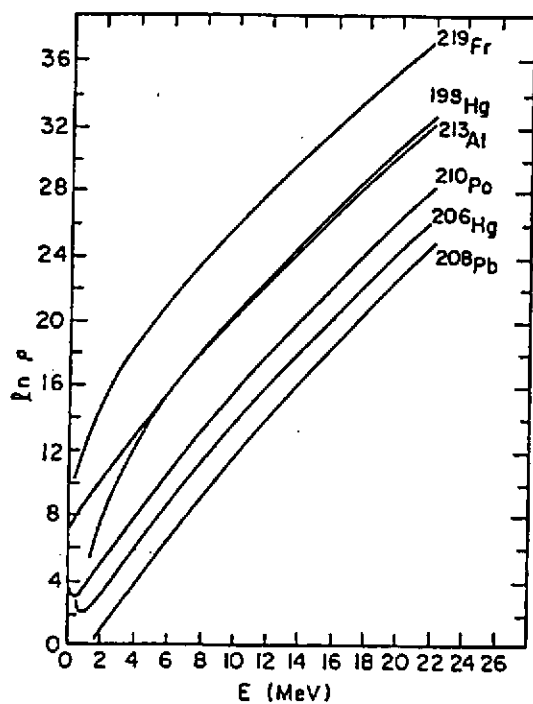
$$E^* = a T^2 \quad (\text{II-14})$$

#### \*) Remarque :

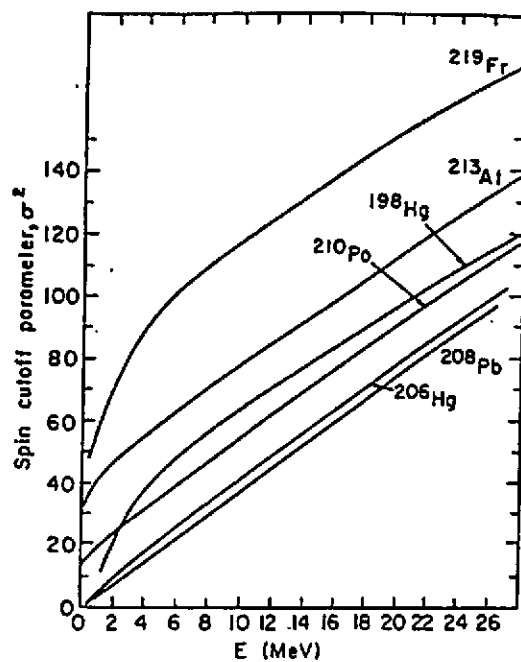
Un calcul complet de la relation entre  $E^*$  et  $T$  à partir du gaz de Fermi peut être trouvé dans la référence 20. Il conduit à :

$$E^* = a T^2 - T$$

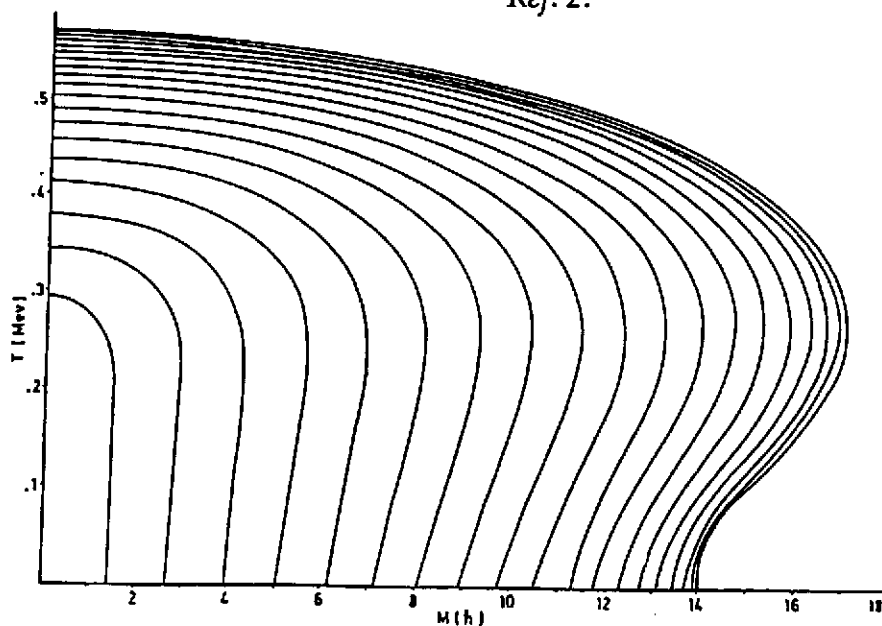
Cette relation est parfois utilisée à la place de la relation II-13 mais les remarques des paragraphes I-3 et II-7 montrent que cette correction n'est pas essentielle.



**Figure 2-a**  
Densité d'état en fonction de l'énergie d'excitation autour du noyau doublement magique de  $^{208}\text{Pb}$ . Ref. 2



**Figure 2-b**  
Paramètre de spin cut-off en fonction de l'énergie d'excitation pour plusieurs noyaux autour du noyau doublement magique de  $^{208}\text{Pb}$ . Ref. 2.



**Figure 3**  
Energie de corrélation de pairing calculée dans la théorie BCS en fonction de la température (ordonnée) et du moment angulaire (abscisse). Ref. 2.

Le paramètre  $a$  est appelé le paramètre de densité de niveaux car il intervient aussi dans la relation II-4. Dans le modèle du gaz de Fermi, il est complètement déterminé et vaut:

$$a = \frac{A \pi^2}{4 \mu_0}$$

soit compte-tenu du fait que  $\mu_0$  dépend peu du noyau concerné :

$$a = \frac{A}{14}$$

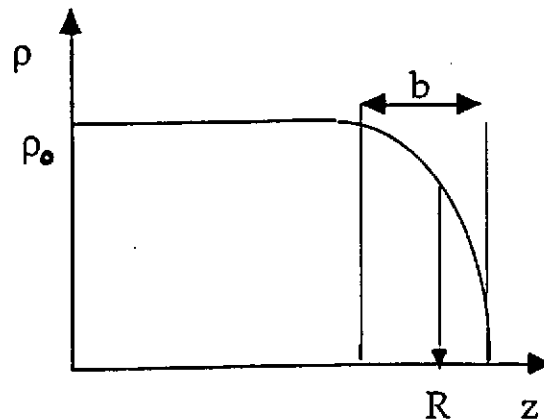
Mais bien-sûr le modèle du gaz de Fermi est très approximatif puisqu'il néglige les interactions résiduelles entre nucléons, les effets de surface et les excitations collectives des noyaux. Pourtant, la simplicité de ses résultats a conduit à conserver son formalisme et à ajuster la paramètre  $a$  sur l'expérience ou des modèles plus élaborés. Dans les deux paragraphes qui suivent, nous illustrons ce point par des données théoriques (§ II-6) et par des résultats expérimentaux (§ II-7).

## II-6) Le paramètre de densité de niveaux: au-delà du gaz de Fermi

Le modèle du gaz de Fermi souffre des trop grandes approximations qui le sous-tendent. Dans ce paragraphe, nous abordons plusieurs approches qui tentent de le corriger.

### II-6.a - Le développement leptodermique de Toke et Swiatecki

Toke et Swiatecki <sup>22)</sup> ont d'abord proposé une façon simple de tenir compte des surfaces diffuses des noyaux en appliquant le modèle du gaz de Fermi à un noyau dont la paramétrisation de densité est indiquée sur la figure ci-contre.



En appliquant le modèle du gaz de Fermi à un tel objet, ils trouvent que la densité d'états individuels  $g_0$  devient :

$$g = \frac{3}{2} \frac{g_0}{\mu_0} \iiint \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{1/3} d^3 r$$

et que le paramètre de densité de niveaux peut s'écrire :

$$a = \frac{A}{f} = \frac{\pi^2}{4 \mu_0} A \left[ 1 + 3 \frac{b}{R} v_0 F_2 + \dots \right]$$

où  $F_2 = \int_S d\sigma / 4\pi R^2$  s'écarte de 1 lorsque le noyau est déformé (le numérateur est la surface du système équivalent à bords abrupts) ;  $v_0$  est un facteur qui dépend de la forme choisie pour la densité du noyau. Pour un exemple réaliste, les auteurs de ce calcul trouvent :

$$a = \frac{A}{f} = \frac{A}{14,61} \left[ 1 + \frac{3,114}{A^{1/3}} + \frac{5,626}{A^{2/3}} + \dots \right] \quad (\text{II} - 15)$$

Le facteur  $f$  du paramètre de la densité de niveau ne serait donc pas indépendant de  $A$  comme le donne le modèle simple du gaz de Fermi. La figure 4 illustre ce résultat et montre que le type de variation observée pour la fonction  $f(A)$  est comparable à ce qui est prévu dans des calculs nettement plus élaborés que nous abordons maintenant, même si les valeurs absolues restent écartées.

#### II-6.b - Les calculs Thomas Fermi ou Hartree Fock

Un calcul sophistiqué des paramètres de densité de niveau peut être fait dans le cadre du formalisme Hartree Fock <sup>7)</sup> ou dans l'approximation semi-classique de Thomas Fermi <sup>21)</sup>. On utilise alors une interaction effective dépendant de la densité et de son gradient et par minimisation de l'énergie libre on obtient l'énergie du fondamental et le profil de densité.

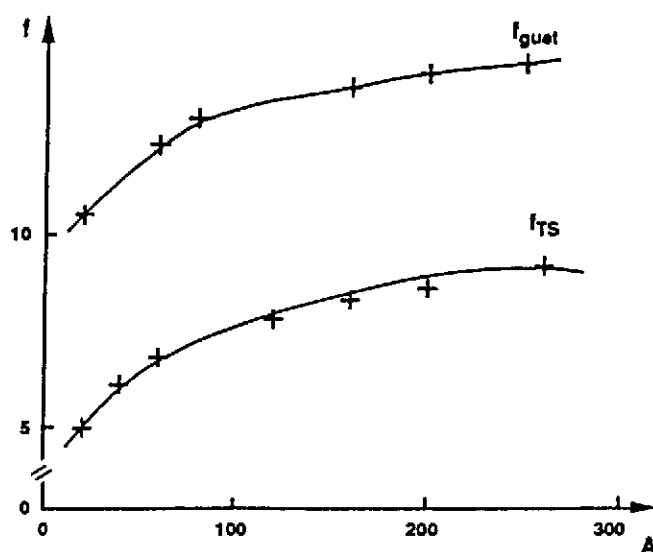


Figure 4

Evolution du paramètre  $f$  avec  $A$  telle qu'elle est prévue dans les calculs simples de Toke et Swiatecki <sup>22)</sup> d'une part et dans ceux plus élaborés de Guet et al <sup>21)</sup> d'autre part.

A titre d'exemple, nous donnons ci-dessous quelques résultats obtenus dans le formalisme de Thomas Fermi étendu <sup>21,23)</sup> c'est-à-dire quand on considère  $T \neq 0$ . On trouve d'abord que les effets de couche disparaissent pour des températures aux alentours de 2,5 à 3 MeV. Ensuite l'énergie libre à  $T$  donnée est obtenue comme un développement en puissance de  $A$  :

$$F = a\varphi (1 - x_v T^2) A + a\varphi (1 - x_s T^2) A^{-2/3} + \dots \quad (\text{II} - 16)$$

où l'on reconnaît les coefficients à température nulle de la formule de Weisacker. Pour obtenir le développement de l'énergie, on utilise :

$$E = F + TS = F - T \frac{\partial F}{\partial T}$$

d'où :

$$E(T) = a_v^0 (1 + x_v T^2) A + \dots$$

et pour le paramètre  $f$  introduit au § II-3 :

$$\frac{1}{f} = a_v^0 x_v + \frac{a_s^0 x_s}{A^{1/3}} + \dots \quad (\text{II-17})$$

avec les valeurs suivantes pour le terme de volume et de surface (le développement complet de la formule de goutte liquide peut se trouver dans la référence 21 dans le cas de la force effective SKM\*):

	$a_v$	$a_s$
$a_i(0)$	- 15.776	17.22
$10^3 x_i$	- 3.36	5.53

La variation correspondante de ces paramètres ainsi que du module d'incompressibilité est illustrée sur la figure 5.

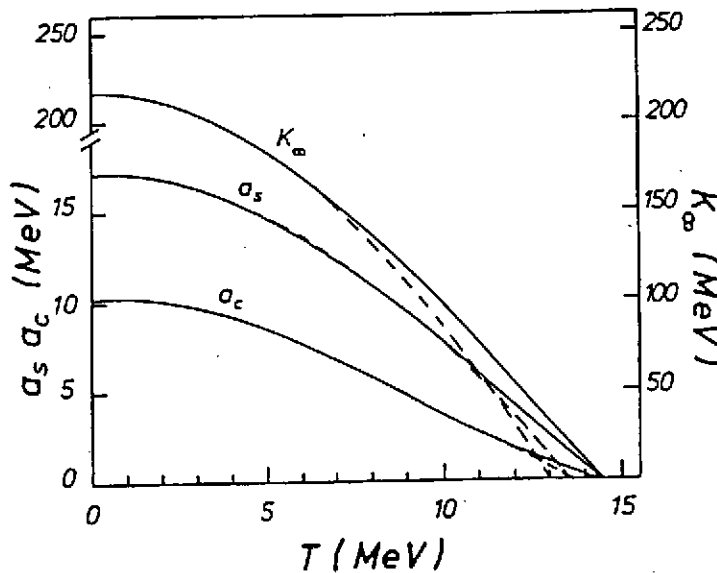


Figure 5

Module d'incompressibilité  $K_\infty$  et  $a_s$  coefficient d'énergie de surface, en fonction de la température pour un noyau de  $^{208}\text{Pb}$ . Extrait de la ref. 21.

Utilisant ces paramètres et la relation précédente pour  $f$ , on obtient (36) :

$$a = \frac{A}{f} = \frac{A}{18,87} \left[ 1 + \frac{1,797}{A^{1/3}} + \frac{1,049}{A^{2/3}} + \dots \right] \quad (\text{II-18})$$

Il est intéressant de comparer cette expression à la relation équivalente (II-15) du § précédent. La figure 4 illustre ce point. Le paramètre de densité de niveaux calculé dans le formalisme de Thomas Fermi est beaucoup plus petit ( $f$  plus grand) que la quantité équivalente obtenue par Toke et Swiatecki. Il faut voir là un effet de variation du niveau de Fermi et de la masse effective du nucléon avec la densité au niveau du bord du noyau. Les résultats de Toke et Swiatecki montrent que cet effet peut être très fort. La figure 6 donne l'évolution de la masse effective avec la distance au centre telle qu'elle est calculée en fonction de la température dans un calcul semi-classique (24).

Une autre comparaison intéressante est faite sur la figure 7 relative à des résultats de calculs Thomas Fermi étendus d'une part et de calculs Hartree Fock d'autre part. Dans les deux cas, les paramètres de densité de niveau obtenus sont les mêmes sauf à très basse énergie d'excitation où les effets de couche sont mieux traités dans les calculs Hartree Fock. On retiendra que le paramètre de densité de niveaux varie peu avec la température.

Figure 6

Evolution de la masse effective avec la température et la distance au centre du noyau, pour un noyau de masse 160 uma. Extrait de la ref. 24.

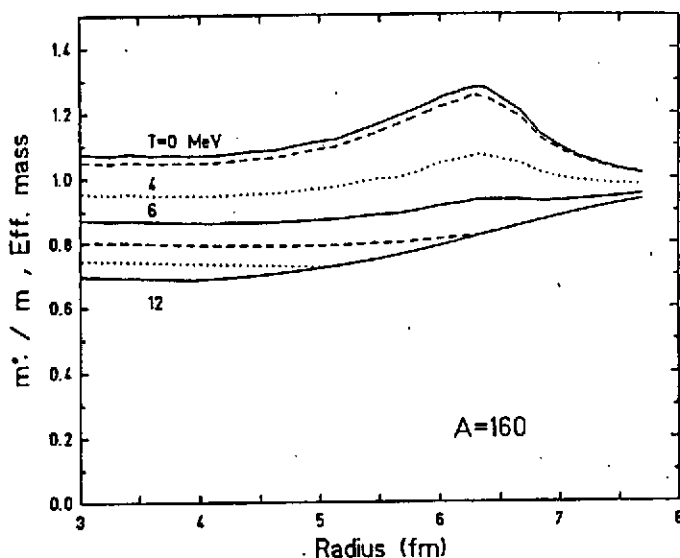
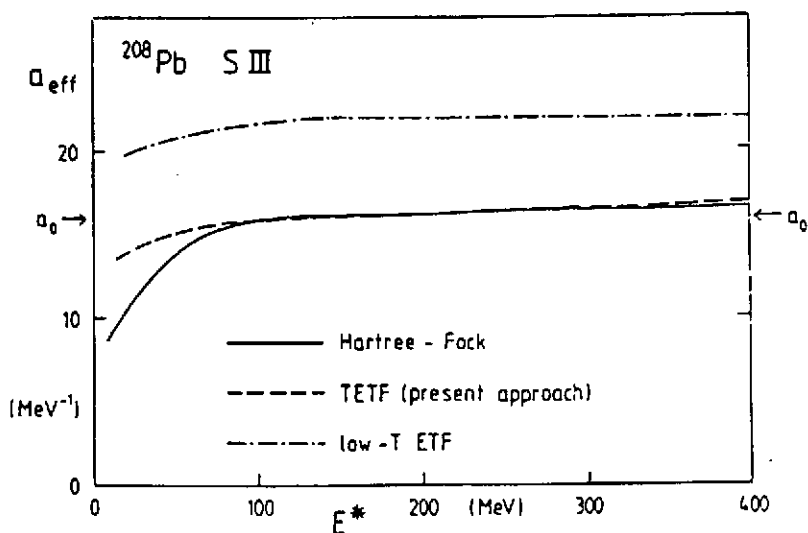


Figure 7

Paramètre de densité de niveaux en fonction de l'énergie d'excitation pour un noyau de  $^{208}\text{Pb}$ .

Trait plein : calcul HF (Ref. 7) ; pointillé : calcul Thomas Fermi étendu (Ref. 23). La courbe en point trait correspond à une approximation.





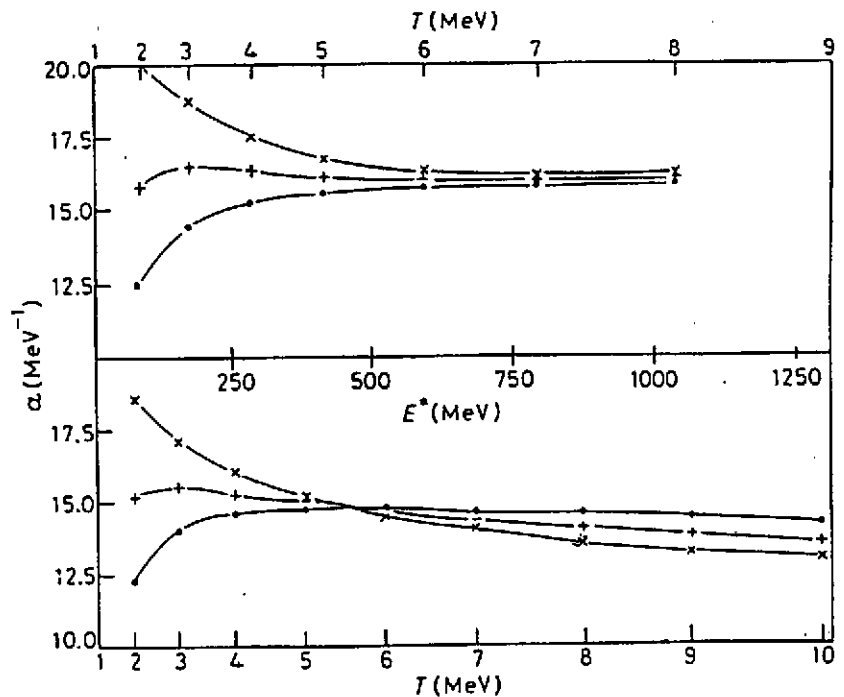
Enfin, la figure 8 montre le résultat de calculs Hartree Fock lorsque la densité de niveau est calculée selon trois relations obtenues dans le modèle du gaz de Fermi :

$$a = E^*/T^2 ; a = S / 2T ; a = S^2 / 4E^*$$

Si le modèle du gaz de Fermi était correct, ces trois relations conduiraient au même paramètre de densité de niveaux. Les divergences observées à températures modérées sont une excellente illustration des limites du modèle du gaz de Fermi et des formules auxquelles il conduit.

Figure 8

Calcul du paramètre de densité de niveaux à l'aide de plusieurs expressions obtenues dans le cadre du modèle du gaz de Fermi (voir le texte). Les parties supérieure et inférieure de la figure correspondent à l'utilisation de deux forces effectives différentes. Ref. 7.



## II-7) Le paramètre de densité de niveaux et l'expérience

On peut extraire le paramètre de densité de niveau de l'expérience soit en comptant les niveaux, soit de façon indirecte. Le comptage des niveaux ne peut bien-sûr être mené qu'à basse énergie d'excitation quand les niveaux sont discrets. Ceci a en particulier été réalisé dans les expériences de capture neutronique. La zone d'énergie atteinte excède un peu l'énergie de liaison du dernier neutron. La figure 9 donne le résultat d'une compilation pour toute une gamme de noyaux. Elle permet de constater que, conformément au modèle du gaz de Fermi, le paramètre de densité de niveau  $a$  est proportionnel au nombre de nucléons  $A$  mais que le facteur de proportionnalité  $1/f$  est de  $1/8$  et non de  $1/14$  comme le prévoit le modèle. Il y a là une divergence permanente avec le modèle du gaz de Fermi et même avec les calculs élaborés présentés en section II-6. Son origine doit être cherchée dans le mauvais traitement des effets de surface, le rôle des effets à 2 ou  $n$  corps et les modes d'excitation collective. En particulier, la masse effective du nucléon, trop faible près de la surface donc de l'énergie de Fermi, conduit à un spectre d'états individuels trop étalé. On note aussi sur la figure les effets de couche en particulier autour du  $^{208}\text{Pb}$ .

Figure 9

Evolution du paramètre de densité de niveau avec le nombre de nucléons.  $a$  est obtenu ici à partir du décompte des résonances neutroniques (Ref. 2).

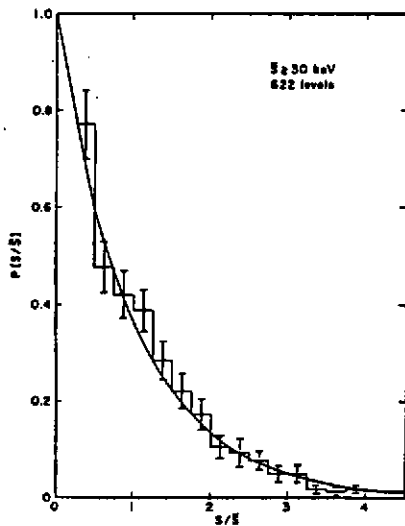
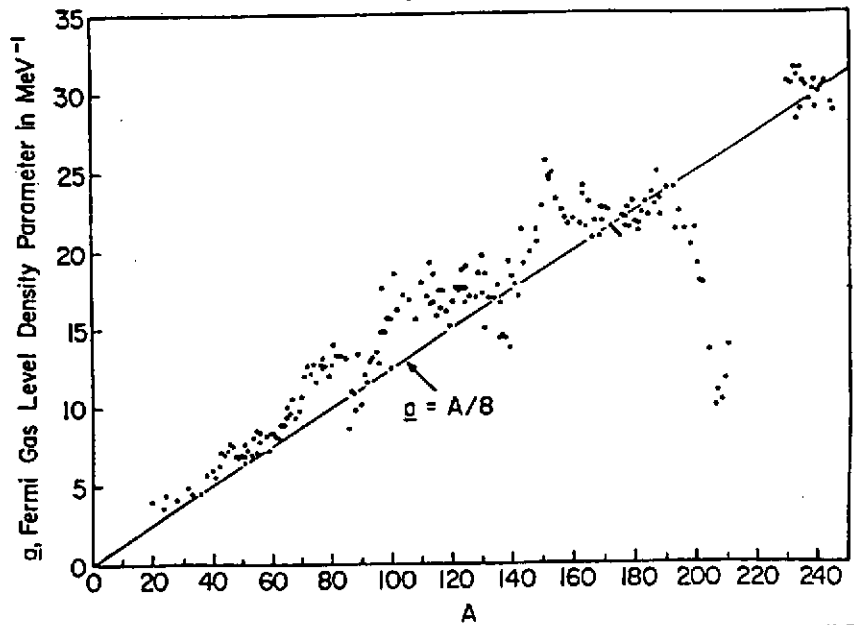


Figure 10

Distribution relative d'espacements de niveaux. L'histogramme est expérimental et la courbe calculée (Ref. 2).

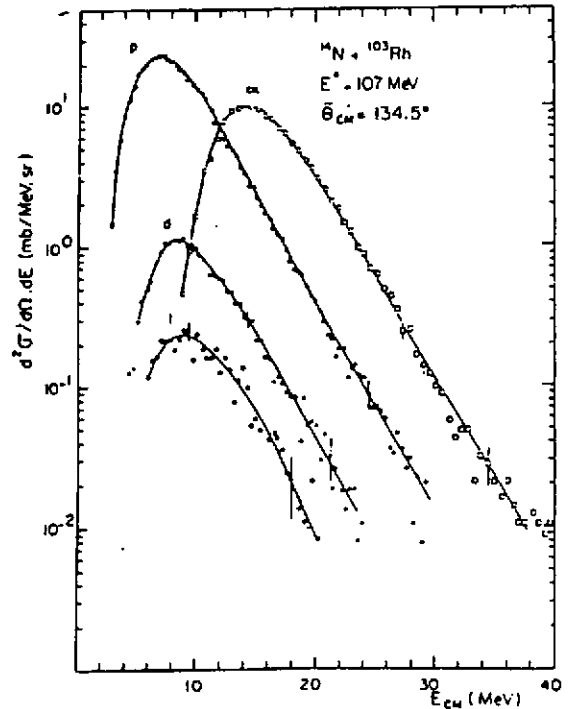


Figure 11

Spectres de particules évaporées obtenues pour un noyau composé de  $^{117}\text{Te}$ . Les points sont expérimentaux ; les courbes calculées. On voit nettement que la température est trouvée identique quelle que soit la particule détectée. Ref. 9.

La figure 10 montre l'évolution de l'espacement des niveaux qui, selon la relation II-4, doit varier exponentiellement avec l'énergie d'excitation. L'accord théorie-expérience est tout à fait satisfaisant. De même, la théorie statistique est parfaitement capable de reproduire les spectres en énergie cinétique de particules évaporées (relation I-13). La figure 11 en est un exemple. La pente des spectres qui sont montrés permet de déterminer la température  $T$  du noyau grâce à la relation I-13. Il y a là moyen de déterminer à nouveau  $a$ , si l'on mesure également l'énergie d'excitation  $E^*$ , puisque température et énergie d'excitation sont reliées par:  $E^* = a T^2$ .

L'utilisation de cette relation fondamentale donne la technique utilisée généralement à température moyenne ou élevée, lorsque les états quantiques ne peuvent plus être directement dénombrés. L'énergie d'excitation est mesurée en sommant les contributions de toutes les particules évaporées par le noyau, afin de reconstituer l'énergie d'excitation primaire. Il y a là une difficulté technique forte car les particules évaporées sont très variées (neutrons, particules chargées et gammas) et elles ne sont jamais toutes détectées. Des corrections sévères sont donc nécessaires.

Une seconde difficulté tient au fait que le spectre observé est le résultat d'une cascade d'évaporation. La température que l'on en déduit est donc une température moyenne sur cette cascade et il est nécessaire d'utiliser une procédure de soustraction si l'on veut remonter à la température du noyau primaire. K. Hagel <sup>10)</sup> propose de considérer deux familles de noyaux correspondant à des énergies d'excitation voisines  $E^*_1$  et  $E^*_2$  avec  $E^*_2 > E^*_1$ . Si  $M_1$  et  $M_2$  sont les multiplicités d'un type de particules données (protons par exemple) évaporées pour les deux énergies, si  $\langle T_1 \rangle$  et  $\langle T_2 \rangle$  sont les températures apparentes associées (ce sont donc les températures moyennées sur l'ensemble de la cascade d'évaporation), on peut définir une fonction  $f(M)$  qui exprime que  $\langle T_2 \rangle$  et  $\langle T_1 \rangle$  sont des moyennes sur la cascade :

$$\langle T_2 \rangle = \frac{1}{M_2} \int_0^{M_2} f(M) dM$$

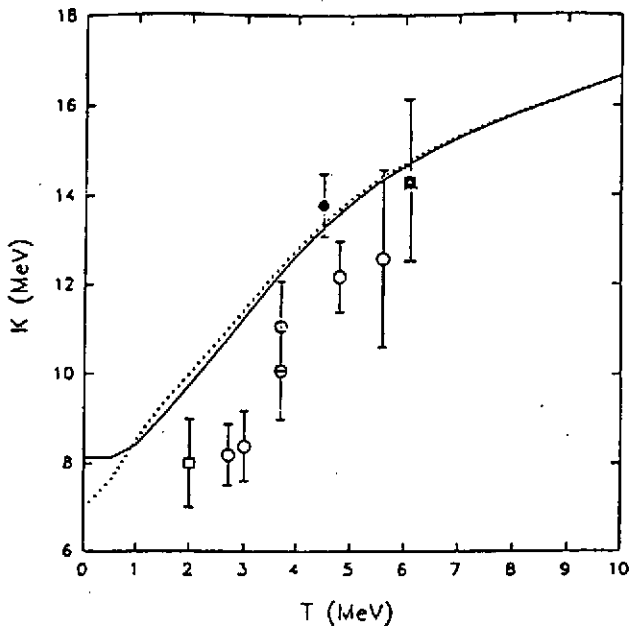
$$\langle T_1 \rangle = \frac{1}{M_1} \int_0^{M_1} f(M) dM$$

et :

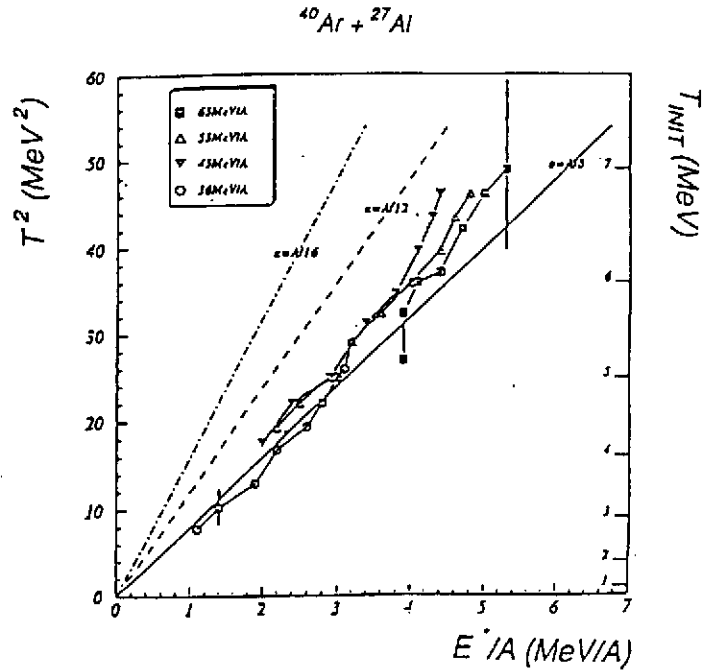
$$\langle T \rangle = \frac{M_2 \langle T_2 \rangle - M_1 \langle T_1 \rangle}{M_2 - M_1} = \frac{1}{M_2 - M_1} \int_{M_1}^{M_2} f(M) dM$$

est la température moyenne associée à l'intervalle d'énergie d'excitation  $[E^*_1, E^*_2]$ .

Les paramètres de densité de niveau obtenus par cette méthode semblent évoluer avec l'énergie d'excitation de  $A/8$  vers la limite du gaz de Fermi  $A/13$ . la figure 12 illustre ce résultat. Il faut toutefois noter que l'augmentation avec  $E^*$  du paramètre de densité de niveau a été trouvée moindre dans d'autres travaux comme l'illustre la figure 13.

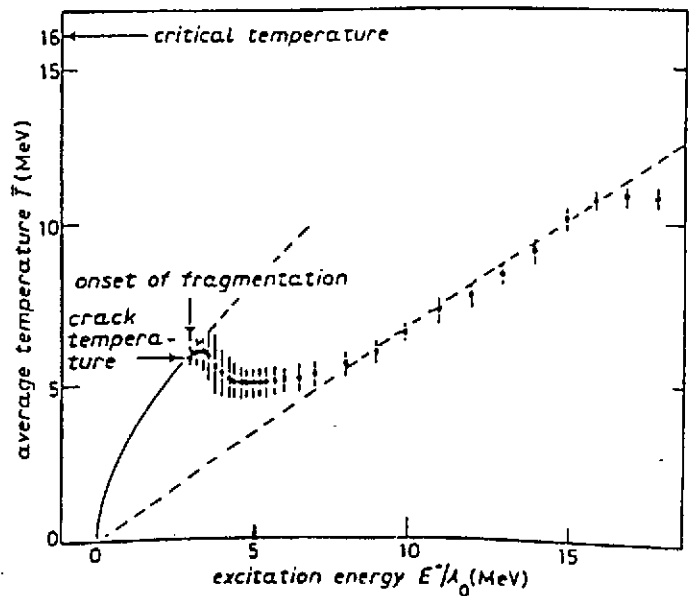


**Figure 12**  
 Evolution du paramètre  $f = A/a$  du § II-3 avec la température. Les points sont expérimentaux, la courbe est calculée en tenant compte des effets de masse effective et de couche. Ref. 14.



**Figure 13**  
 Relation température-énergie d'excitation mesurée pour des énergies d'excitation atteignant presque l'énergie de liaison. Ref. 15.

**Figure 14**  
 Relation énergie d'excitation par nucléon-température telle qu'elle est calculée dans le modèle statistique de Bondorf incluant la multifragmentation. Extrait de la Ref. 16.



### Remarques :

a - Il peut être dangereux d'extrapoler à trop haute énergie d'excitation les corrélations  $E^*/T$  que nous venons de discuter et que résume la relation  $E^* = aT^2$ . Pour s'en convaincre, il suffit de considérer les calculs statistiques de Bondorf <sup>16)</sup> qui incluent la voie de sortie multifragmentation (voir § IV-2.c). Dans ce calcul, la relation  $T = f(E^*/A)$  sature au-delà de 3 MeV (figure 14), simplement parce que l'ouverture de ce nouveau canal absorbe le surcroît d'énergie d'excitation sous la forme d'énergie de surface des fragments naissants. Dans ce cas, bien-sûr le rapport  $E^*/T^2$  ne renseigne plus sur la densité de niveau au sens où nous l'avons définie au § II-5. On voit aussi sur la figure que, pour les énergies d'excitation très élevées, la relation  $E^*/T$  tend vers  $E^* = 3/2 T$  qui caractérise un gaz de nucléons dilués (gaz de Boltzmann).

b - La température peut être appréhendée par d'autres méthodes que celle basée sur la pente des spectres en énergie de particules évaporées. La plus séduisante est celle fondée sur l'analyse des agrégats évaporés. Ceux-ci sont rares car nous avons vu au § I-5 qu'ils sont défavorisés par leur barrière coulombienne d'émission. Toutefois, à énergie d'excitation suffisante, leur contribution n'est pas négligeable. On peut alors considérer l'agrégat comme en équilibre avec un thermostat qui est le noyau qu'il quitte. Celui-ci lui impose sa température  $T$  en ce sens que la probabilité qu'a l'agrégat d'être dans un état quantique donné, d'énergie  $\epsilon^*$  est proportionnelle au facteur de Boltzmann  $\exp(-\epsilon^*/T)$ . Deux états quantiques de l'agrégat, d'énergies  $\epsilon_1^*$  et  $\epsilon_2^*$  seront donc observés avec des probabilités relatives:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{2s_1 + 1}{2s_2 + 1} e^{-\frac{\epsilon_1^* - \epsilon_2^*}{T}} \quad (\text{II-19})$$

relation qui peut aussi être directement déduite de la relation (I-16) dans laquelle  $g_a$  et  $g_b$  ont été exprimés en fonction des spins  $s_1$  et  $s_2$ .

Cette méthode a été largement mise en pratique par le groupe de K. Gelbke <sup>17)</sup>. La figure 15 en donne un exemple. On y voit les spectres en énergie d'excitation de différents agrégats. Chaque pic correspond à un état excité donné et les rapports  $P_i / P_j$  sont égaux aux nombres de coups dans les pics correspondants. Deux pièges doivent cependant être évités dans l'analyse <sup>18)</sup>. D'une part, les mesures sont perturbées par les désintégrations d'autres agrégats alimentant les états concernés. En second lieu, il est essentiel de s'assurer que les agrégats émis l'ont été par une source thermalisée et ne reflètent pas un mécanisme direct. On pourrait penser qu'une troisième difficulté tient au petit nombre de nucléons de l'agrégat, ce qui rend douteuse la validité du concept de température (cf. § I-3). En fait, il n'en est rien dès que les conclusions sont obtenues sur une collection d'événements (ce qui est toujours le cas), car alors la température obtenue est une moyenne des valeurs correspondant à chaque événement.

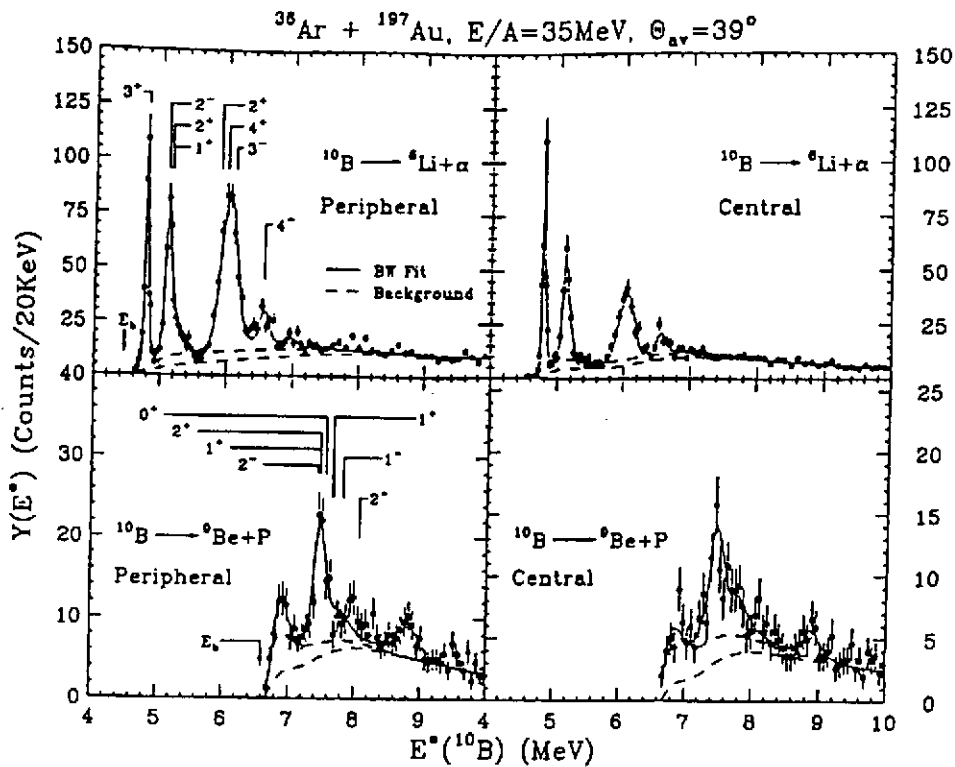


Figure 15

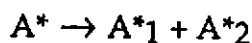
Exemple de taux de production de  $^{10}\text{B}$  dans divers états excités en fonction de l'énergie des états. Les probabilités  $P1$  et  $P2$  de la relation II-19 sont déduites de tels résultats. Ref. 19.

### III - LE CAS PARTICULIER DE L'EMISSION DE FRAGMENTS

Le formalisme décrit précédemment s'appliquait à l'émission de particules légères (notamment, on a implicitement supposé (sauf en fin de § II) que les particules évaporées n'avaient pas d'énergie d'excitation). Dans ce chapitre, nous étendons d'abord la théorie de Weisskopf au cas de l'émission de fragments. Nous discutons ensuite sa validité et développons un formalisme plus adapté: la méthode de l'état transitoire.

#### III-1) L'émission de fragments et la théorie de Weisskopf

La façon la plus simple de traiter statistiquement l'émission de fragments est d'étendre à cette situation le formalisme de Weisskopf. La principale différence avec l'émission d'une particule légère est que le fragment n'est en général pas émis dans son état fondamental. Nous considérons le processus suivant:



Soit  $E$  l'énergie cinétique totale de  $A^*_1$  et  $A^*_2$  dans la voie de sortie. Soient  $EL, EL_1, EL_2$  les énergies de liaison des noyaux  $A, A_1, A_2$ . Soit  $E_C$  l'énergie coulombienne d'interaction entre les fragments et  $E^*$  l'énergie d'excitation de  $A$ . Nous considérons des noyaux sans spin pour plus de simplicité. L'énergie cinétique maximale  $E_{\text{max}}$  disponible dans le processus de cassure est :

$$E_{\text{max}} = E^* + EL - EL_1 - EL_2$$

Soit  $d^2P/dE dt$  la probabilité de cassure par unité de temps avec une énergie cinétique  $E$  à  $dE$  près ; on a alors pour le taux de transition  $P_{12}(E)$  :

$$P_{12}(E) = \int_{E_c}^{E_{max}} dE \frac{d^2P}{dE dt}$$

et :

$$\frac{d^2P}{dE dt} = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} E \sigma_{12} \frac{\mu}{\rho_A(E^*)} \int_0^{E^*} d\varepsilon \rho_1(\varepsilon) \rho_2(E^* - \varepsilon) \quad (\text{III} - 1)$$

où  $\mu$  est la masse réduite du système,  $\rho_A(E^*)$  la densité d'états pour le noyau père à l'énergie d'excitation  $E^*$  et  $\sigma_{12}$  la section efficace pour le processus inverse. L'intégrale correspond au produit de convolution des densités d'états des deux noyaux fils qui se partagent l'énergie d'excitation :

$$E^* = E_{max} - E \quad (\text{III} - 2)$$

L'expression précédente est donc l'extension de la formule I-2 du § I. Elle tient compte du fait que les deux noyaux finals peuvent être excités.

On peut se poser la question de la validité de ce type d'approche pour l'émission de fragments ou la fission car la théorie de Weisskopf (voir § I) est basée sur le principe de la balance détaillée qui suppose la microreversibilité du processus. Cette hypothèse est vérifiée pour l'émission de particules légères, elle ne l'est probablement pas pour l'émission de fragments un peu plus lourds et ne l'est sûrement pas dans le cas de la fission. Nous verrons (IV-2.a) que les données expérimentales sur la fission indiquent que ce processus est lent et dissipatif. Par définition, tout processus dissipatif ne peut vérifier le principe de la balance détaillée ; en d'autres termes, le mécanisme dépend fortement du passage par tous les états intermédiaires du système et ne dépend pas uniquement de l'état asymptotique (deux fragments à l'infini qui n'interagissent plus). Il faut donc un formalisme différent tenant compte de ces effets. C'est le sujet des paragraphes suivants.

### III-2) La méthode de l'état transitoire

Avant d'aborder l'application de la méthode à la Physique Nucléaire, considérons le cas général. Soit le processus illustré figure 16. Il peut être appliqué à de nombreuses transformations en physique mais aussi en chimie (25).

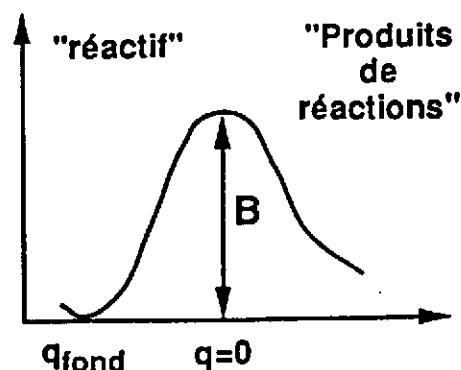


Figure 16 : Description schématique du processus

Il s'agit de la situation où un "réactif" et le résultat de sa dissociation (des "produits de réaction") sont séparés par une barrière de hauteur  $B$  située en  $q = 0$ . La variable  $q$  peut par exemple être associée à la déformation du système ou à toute autre modification gouvernant la réaction. Le point  $q = 0$  est appelé point-selle. On considère que le passage par le point-selle est un "moment de décision" et que c'est à cet endroit que se décide le destin du système. A l'inverse, dans le cas nucléaire tel qu'il était traité au § III-1, le taux de transition dépendait de l'état du système à l'infini, indépendamment de la façon dont le système avait atteint cet état. Dans la méthode de l'état transitoire, on se propose de calculer le taux de réaction, c'est-à-dire le nombre de réactions par unité de temps. A température nulle, le taux de réaction sera gouverné par l'effet tunnel (passage du système à travers la barrière). Nous nous plaçons à une température non nulle. Dans ce cas, si l'on ne considère pas les effets quantiques, les seules réactions possibles sont celles pour lesquelles l'énergie est supérieure à la barrière. Pour le système considéré (appelé "complexe activé"), les degrés de liberté autres que ceux associés à la variable  $q$  sont gelés. C'est l'hypothèse du couplage fort : l'équilibre thermodynamique est toujours vérifié et des déviations possibles ne sont pas prises en compte.

Soit  $k_{TST}$  le taux de transition du processus c'est-à-dire le nombre de passages par unité de temps du réactif vers les produits de réaction. Ce taux de transition sera calculé comme le rapport du flux de particules à travers le point-selle à la population du réactif.

Dans le cadre de la méthode de l'état transitoire (nous verrons une extension de cette méthode au paragraphe suivant), les trajectoires possibles des produits de réactions vers le réactif (réaction inverse) par l'intermédiaire de fluctuations au voisinage du point-selle ne sont pas pris en compte. Cette hypothèse implique que  $k_{TST}$  est maximal par rapport au taux de transition réel.

Se plaçant dans une description canonique, nous calculons d'abord le flux au passage du point-selle. Pour cela, nous définissons  $M$ , l'inertie du système par rapport à  $q$  ( $M$  peut éventuellement dépendre de  $q$ ) et  $p$  la variable conjuguée associée à  $q$ , on a alors :  $p = M\dot{q}$ , et  $k$  l'énergie cinétique associée vaut  $k = p^2/2M$ . Soit  $E$  l'énergie du système au-dessus du fondamental ; au voisinage du point-selle, l'énergie maximale  $k_{max}$  vaut  $E - B$  et l'énergie d'excitation est  $E^* = E - B - k$ .

Combien va-t-il y avoir de passages au point-selle pendant un temps  $\Delta t$  ? Il ne faut d'abord considérer que les états associés à une impulsion positive comprise entre 0 et  $p_{max} = \sqrt{2Mk_{max}}$  (c'est à-dire des trajectoires allant du réactif vers les produits de réactions) et localisés dans la bande de déformation comprise entre  $q = -v\Delta t$  et  $q = 0$  où  $v = p/M$ . Pour une zone de l'espace des phases de volume  $dp.dq$ , il y a  $dp dq/h$  états possibles peuplés avec un taux d'occupation :

$$\frac{e^{-\beta H(p,q)}}{Z}$$

où  $\beta = 1/T$ ,  $H(p, q)$  est l'hamiltonien du système et  $Z$  la fonction de partition associée.

On a :

$$H(p, q) = k + V(q)$$

$$\text{avec } V(q = 0) = B.$$

Le nombre total d'états d'intérêt, pondéré par leur taux d'occupation est donc :



$$N_{\text{tot}} = \frac{1}{Z_h} \int_0^{p_{\text{max}}} dp \int_{-v\Delta t}^0 dq e^{-\frac{k+V(q)}{T}} \quad (\text{III-3})$$

$$\approx \frac{1}{Z_h} \int_0^{p_{\text{max}}} v \Delta t dp e^{\frac{k}{T}} e^{-\frac{B}{T}} \quad (\text{III-3bis})$$

$$\approx \frac{\Delta t}{Z_h} \int_0^{k_{\text{max}}} dk e^{\frac{k}{T}} e^{-\frac{B}{T}} \quad (\text{III-3ter})$$

car  $v dp = dk$ . Si  $E-B$  est beaucoup plus grand que  $T$ , l'intégration conduit à :

$$N_{\text{tot}} \approx \frac{\Delta t}{Z_h} T e^{-\frac{B}{T}} \quad (\text{III-4})$$

Il faut maintenant, pour obtenir le flux (c'est-à-dire le nombre de particules par unité de temps), diviser par  $\Delta t$  et le nombre total d'états confinés en  $q < 0$ :

$$\begin{aligned} N_{\text{fond}} &\approx \frac{1}{Z_h} \int_{q \leq 0} dp dq e^{-\frac{k+V(q)}{T}} \\ &\approx \frac{1}{Z_h} \sqrt{2MT} \int_{q \leq 0} e^{-\frac{V(q)}{T}} dq \end{aligned} \quad (\text{III-5})$$

Cette dernière intégrale s'évalue par la méthode de la phase stationnaire et donne :

$$\int_{q \leq 0} e^{-\frac{V(q)}{T}} dq = \sqrt{\frac{2\pi T}{V''(q_{\text{fond}})}} e^{-\frac{V(q_{\text{fond}})}{T}}$$

si  $q_{\text{fond}}$  est la valeur de la déformation pour le fondamental.

On obtient donc finalement :

$$k_{\text{TST}} = \frac{\sqrt{V''(q_{\text{fond}}) / M}}{2\pi} e^{-B/T} \quad (\text{III-6})$$

On pose en général :

$$\omega_{\text{fond}} = \sqrt{\frac{V''(q_{\text{fond}})}{M}}$$

d'où :

$$k_{\text{TST}} = \frac{\omega_{\text{fond}}}{2\pi} e^{-B/T} \quad (\text{III-7})$$

On a pour le temps de vie:

$$\tau = \frac{1}{k_{\text{TST}}}$$

et pour la largeur correspondante :

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{\hbar \omega_{\text{fond}}}{2\pi} e^{-\frac{B}{T}} \quad (\text{III-8})$$

### III-3) La théorie de Kramers

Dans la dérivation précédente, on a supposé qu'il n'y avait pas de friction et par conséquent pas de retour en arrière possible: toute trajectoire qui passe au-delà du point-selle n'a aucune chance de retourner vers le puits de potentiel. Ceci est dû au fait que la friction est absente dans l'hamiltonien décrivant le système. L'introduction de la friction dans la description de ce type de processus a été proposée par Kramers dans un célèbre papier daté de 1940 (26). L'effet du bain thermique sur l'évolution du système consiste alors en une force de dissipation \*) de type  $-M\phi\dot{q}$  et d'une force aléatoire correspondante  $\xi(t)$ . Si cette force est de type bruit blanc gaussien (mouvement brownien), elle est markovienne. Son intensité est reliée à la température  $T$  par le théorème de fluctuation-dissipation. Il en résulte que, à une dissipation de l'énergie vers des degrés de liberté interne, correspond une fluctuation de trajectoires qui peut s'exprimer à travers un coefficient de diffusion par la relation d'Einstein :

$$D = 2M\phi T$$

qui est un cas particulier du théorème de fluctuation - dissipation.

La force  $\xi(t)$  a alors les caractéristiques suivantes :

$$\begin{aligned} \langle \xi(t) \rangle &= 0 \\ \langle \xi(t) \xi(t') \rangle &= D \delta(t-t') \end{aligned}$$

L'équation qui régit l'évolution de  $q$  est maintenant une équation de type Langevin:

$$M\ddot{q} = -\frac{\partial V}{\partial q} - M\phi\dot{q} + \xi(t)$$

et le flux  $k_{\text{TST}}$  devient une fonction du temps (ce qui n'était pas le cas au paragraphe précédent). La distribution des déformations centrée initialement autour de  $q_{\text{fond}}$  va s'étaler au cours du temps, la friction ralentit les trajectoires et la dissipation induit des "zig-zag".

\*) Dans la littérature, on trouvera souvent  $\beta$  au lieu de  $\phi$  mais nous avons ici voulu éviter la confusion avec  $\beta = 1/T$ .

Une analyse détaillée des propriétés des trajectoires permet de tirer deux conclusions importantes:

1 - La largeur d'émission est réduite par rapport à la valeur prédite par la méthode de l'état transitoire par un facteur proportionnel à la friction. Ceci est dû au fait que la friction autorise des "retours en arrière" à travers le point-selle.

2 - Le taux de transition dépend du temps et il faut un certain temps d'établissement avant d'atteindre la valeur asymptotique.

Le taux de transition asymptotique vaut maintenant :

$$k_{KRA} = \frac{\sqrt{\frac{\varphi^2}{4} + \omega_{\text{selle}}^2} - \frac{\varphi}{2}}{\omega_{\text{selle}}} k_{TST} \quad (\text{III-9})$$

où  $\omega_{\text{selle}}$  est l'équivalent de  $\omega_{\text{fond}}$  pour le potentiel au voisinage du point-selle.

Pour des valeurs très grandes de la friction correspondant au régime amorti ( $\varphi \gg \omega_{\text{selle}}$ ), on obtient :

$$k_{KRA} = \frac{\omega_{\text{selle}}}{\varphi} k_{TST} \quad (\text{III-10})$$

Anticipant l'application de ce formalisme au cas de la fission (qui fera l'objet du paragraphe suivant), nous montrons sur la figure 17 (extraite de (27)) comment le taux de transition varie au cours du temps en partant de 0 jusqu'à atteindre  $k_{KRA}$ . On remarque sur les deux cas étudiés l'influence de  $\varphi$  sur le temps d'établissement: à une plus grande valeur de  $\varphi$  correspond un temps d'établissement plus long et donc un régime transitoire plus important. Cet effet sera abondamment discuté (§ IV- 2.a). La raison pour laquelle la courbe présente des fluctuations est due à la méthode (essentiellement stochastique) de résolution de l'équation.

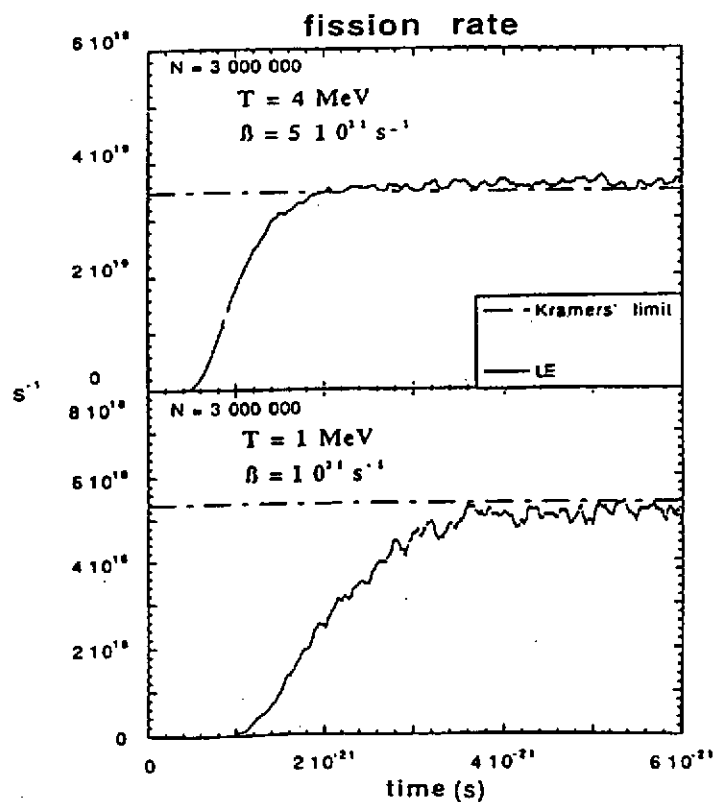


Figure 17

Taux de fission en fonction du temps pour un noyau de masse 248 à diverses températures  $T$  et friction  $\varphi$ . Extrait de la ref. 27.

### III-4) Application à la fission et à l'émission de fragments

#### III-4.a : *Application de la méthode de l'état transitoire*

La première application de la méthode de l'état transitoire en Physique Nucléaire est due à Bohr et Wheeler dans leur fameux papier sur la fission en 1939 (28). La possibilité (ou la nécessité) d'inclure des effets liés à la friction a été suggérée par Kramers lui-même (il y a maintenant plus de 50 ans !) dans son papier de 1940. Cependant, la plupart des modèles statistiques utilisent la méthode de l'état transitoire sans tenir compte des effets de friction à l'exception de quelques travaux sur lesquels nous reviendrons au § III-4.b.

Substituant à la description canonique du § III-2, une représentation microcanonique (équiprobabilité des états), la relation (III-3bis) devient :

$$N_{\text{tot}} = \int_0^{k_{\text{max}}} \frac{\Delta E}{h} \cdot v \cdot \Delta t \cdot dp \cdot \rho_s(E)$$

Dans cette relation, on a remplacé l'expression  $dp \, dq/h$  de la relation (III-3) par :

$$dp \cdot dq \cdot \rho_s(E) \cdot \Delta E$$

qui tient compte du fait que les nombreux degrés de liberté autres que  $p$  et  $q$  sont responsables pour une densité d'état  $\rho_s(E)$ , densité d'états autour du point-selle.

La relation (III-3ter) devient :

$$N_{\text{tot}} = \frac{\Delta t \cdot \Delta E}{h \cdot Z} \int_0^{k_{\text{max}}} dk \cdot \rho_s(k)$$

L'intégrale tient ici compte du partage de l'énergie disponible entre les degrés de liberté  $p$  et  $q$  d'une part et les autres degrés de liberté d'autre part. La relation (III-5) du § III-2 s'écrit maintenant en fonction de la densité d'état  $\rho_f$  pour la déformation du fondamental :

$$N_{\text{fond}} = \rho_f(E^*) \Delta E$$

Au total, la probabilité de fission par unité de temps est :

$$k_{\text{TST}} = \frac{1}{h} \frac{\int_0^{k_{\text{max}}} dk \cdot \rho_s(k)}{\rho_f(E^*)}$$

Le temps de fission  $\tau_f$  est l'inverse de cette quantité et on exprime souvent la largeur de fission :

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau_f} = \frac{1}{2\pi \rho_f(E^*)} \int_0^{E^* - B_f} \rho_s(\epsilon) d\epsilon \quad (\text{III - 11})$$

où  $B_f$  est la hauteur de la barrière de fission et  $E^* - B_f$  est l'énergie d'excitation au-dessus de la barrière de fission. En développant  $\rho_s(\epsilon)$  au voisinage de  $E^* - B_f$ , on a :

$$\ln(\rho_s(\epsilon)) = \ln(\rho_s(E^* - B_f)) - (E^* - B_f - \epsilon) \frac{\partial \ln(\rho_s(\epsilon))}{\partial \epsilon}$$

avec :

$$\frac{\partial \ln(\rho_s(\epsilon))}{\partial \epsilon} = \frac{1}{T_s} \quad \text{pour } \epsilon \text{ au voisinage de } E^* - B_f$$

$T_s$  est la température du "complexe activé". On trouve alors :

$$\Gamma_f(E^*) = \frac{\rho_s(E^* - B_{12})}{2\pi \rho_f(E^*)} T_s$$

La probabilité d'une voie donnée par rapport à toutes les autres est alors donnée par :

$$P_i(E^*) = \frac{\Gamma_i(E^*)}{\sum \Gamma_i(E^*)}$$

On voit à partir des formules précédentes que la compétition entre deux partitions distinctes est essentiellement gouvernée par la densité d'états au point-selle. Cette dernière n'est pas une quantité triviale à calculer. Si l'on suppose qu'au point-selle, les deux fragments naissant sont suffisamment séparés (ce qui est à peu près vrai pour des noyaux pas trop lourds, disons jusqu'à l'or), alors on peut écrire  $\rho_s$  comme un produit de convolution.

$$\rho_s(E^*) = \int_0^{E^*} \rho_1(E^* - \epsilon) \rho_2(\epsilon) d\epsilon$$

#### III-4.b : Application de la théorie de Kramers

Il est possible de modifier le formalisme que nous venons d'appliquer à l'émission de fragments (paragraphe III-4.a) pour tenir compte des effets transitoires <sup>41</sup>). On remplace d'abord les largeurs données par la méthode de l'état transitoire par celles données par la théorie de Kramers. On introduit ensuite une dépendance en temps de la largeur de fission afin de simuler les effets liés au temps d'établissement:

$$\Gamma_f(t) = \Gamma_f^{\text{Kramers}} [1 - e^{-t/\tau_{fs}}]$$

Le temps  $\tau_{fs}$  correspond à la transition du fondamental au point-selle. Ce temps (qui est en général long) est estimé au § IV-1.d. La compétition dans le modèle statistique est alors traitée de la façon suivante : on calcule le temps  $\tau_0$  du processus le plus rapide (en général, l'émission de neutron:  $\tau_0 = \tau_n$ ) et on considère alors la largeur de fission pour ce temps particulier :

$$\tau_f(\tau_0) = \Gamma_f^{\text{Kramers}} [1 - e^{-\tau_0/\tau_{fs}}]$$

Si  $\tau_0 \ll \tau_{fs}$ , alors:

$$\tau_f(\tau_0) = \Gamma_f^{\text{Kramers}} \frac{\tau_0}{\tau_{fs}}$$

La fission de première chance est ainsi fortement inhibée. On procède ainsi de la sorte pour la fission de seconde, troisième chance en estimant le temps écoulé  $\tau_{\text{écoulé}}$  après chaque émission de neutron:

$$\tau_{\text{écoulé}} = \sum_i^i \tau_n \quad (\text{III-12})$$

où  $\tau_n^i$  est le temps d'émission du neutron de  $i^{\text{ème}}$  chance. Ce faisant, on n'a pas encore complètement tenu compte des effets dynamiques car il faut encore estimer la possibilité de compétition neutron-fission du point-selle jusqu'au point de scission. Pour ce faire, on estime d'abord le temps pour aller du point-selle au point de scission  $\tau_{\text{SSC}}$ . On trouve en général  $\tau_{\text{SSC}}$  de l'ordre de  $3 \times 10^{-21}$  s. On estime alors le nombre de neutrons  $N^{\text{SSC}}$  (voire de particules légères chargées) émises du point-selle au point de scission par la relation:

$$\sum_{i=1}^{N^{\text{SSC}}} \tau_n^i \leq \tau_{\text{SSC}}$$

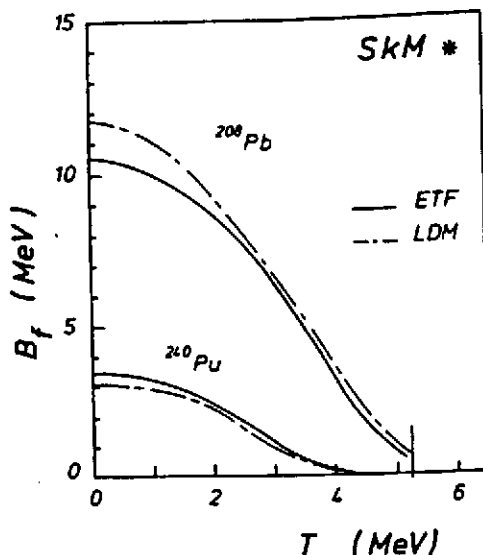
Par les procédures décrites ci-dessus, les auteurs de la référence (41) ont inclus dans un traitement purement statistique des effets dynamiques en se servant essentiellement des particules légères comme horloge pour pondérer les largeurs de fission.

Il existe un autre effet important qui devrait être pris en compte dans les modèles statistiques : c'est la dépendance en température des barrières. Nous consacrons maintenant un bref paragraphe à ce sujet avant de conclure.

### III - 5) Les barrières de fission à $T \neq 0$

Nous avons vu au § II-6 que l'on pouvait par des méthodes semi-classiques accéder à une formule de goutte liquide chaude, les paramètres habituels de la formule de Weisacker devenant maintenant des fonctions de  $T$ . On comprend alors que la dépendance de  $a_s$  (coefficient du terme de surface) et  $a_c$  (coefficient du terme coulombien) induisent une dépendance en  $T$  des barrières de fission. La figure 18 illustre le résultat pour deux noyaux lourds. L'abaissement des barrières de fission avec la température mène tout naturellement à la notion de température limite pour laquelle les noyaux ne sont plus stables vis à vis de ce mode. Pour les domaines de températures où l'on a  $B_f/T \ll 1$  (ce qui peut arriver pour des températures relativement modestes dans le cas des noyaux lourds), on atteint les limites de validité des théories décrites aux paragraphes précédents. Ce problème sera rediscuté au § IV-2.c quand l'émission rapide de fragments et la multifragmentation seront abordées.

**Figure 18**  
Evolution des hauteurs de barrière de fission avec la température telle qu'elle est obtenue dans les calculs de type Thomas Fermi étendu. Extrait de la ref. 23.



### III-6) Vers un traitement cohérent

Comme nous l'avons vu au cours des paragraphes précédents, il y a deux formalismes pour décrire les taux de transition selon que l'on considère les particules légères ou les fragments complexes. Dans les deux cas, le formalisme conduit à une probabilité  $P$  d'émission par unité de temps. La disymétrie des deux méthodes est problématique si l'on note que la probabilité relative d'émission de telle ou telle particule, un neutron par exemple, sera :

$$P_n = \frac{\Gamma_n}{\sum \Gamma_i}$$

La somme du dénominateur s'étend sur toutes les voies de sortie possibles et mélange donc des résultats obtenus dans les deux formalismes.

L'origine de la disymétrie précédente provient en partie de ce que, dans la théorie de Weisskopf, les trois degrés de liberté d'espace de la particule évaporée sont considérés alors qu'on se limite à une seule dimension (celle de la déformation) dans le cas du formalisme de l'état de transition. Cette disymétrie n'est pas en elle-même fondamentale puisqu'on peut réduire le formalisme de Weisskopf à une seule dimension <sup>33</sup>). Les relations du début du § I-2 s'écrivent alors :

$$p_2 = \rho_f(E^*_f) g \frac{dp \Delta q}{h}$$

$$P_{12} = \frac{v}{\Delta q}$$

où  $\Delta q$  est un petit élément de longueur (coordonnée  $q$ ) normal à la surface du noyau. Mais, ce faisant, on a fait disparaître de l'écriture de  $P_{21}$  la section efficace  $\sigma_c$  et toute la physique sous-jacente. Ceci revient à considérer que la probabilité du processus inverse n'est dictée que par des considérations cinématiques et qu'aucune contrainte (celles traduites par les coefficients de transmission par exemple) ne la réduit.

On alors :

$$P_n(\epsilon) d\epsilon = \frac{\rho_f(E_f^*)}{\rho_i(E_i^*)} \frac{g}{h}$$

soit, après intégration sur  $\epsilon$  :

$$P_n = \frac{g}{h \rho_i(E_i^*)} \int_0^{E_i^* - B_n} \rho_f(E_i^* - B_n - \epsilon) d\epsilon$$

soit pour la largeur correspondante :

$$\Gamma_n = \hbar P_n = \frac{g}{2\pi \rho_i(E_i^*)} \int_0^{E_i^* - B_n} \rho_f(\epsilon) d\epsilon$$

relation parfaitement équivalente à (III-11) où  $B_n$  est la quantité qui joue le rôle de la barrière de fission ou d'émission de fragment: c'est l'énergie de liaison du neutron.

On traite ainsi l'émission de particules légères, la fission et l'émission de fragments avec le même formalisme, ce qui est plus satisfaisant et n'introduit pas de discontinuité dans les largeurs d'émission. Cependant, il convient d'être prudent dans le cas où les processus ne sont pas gouvernés par des considérations géométriques mais plutôt par l'interaction elle-même c'est-à-dire lorsque la section efficace  $\sigma_c$  contient plus que la géométrie du système (c'est notamment le cas des  $\gamma$ ).

Dans la référence <sup>43)</sup>, l'approche "à la Weisskopf" et la méthode de l'état transitoire ont été comparées en étudiant la décroissance d'un noyau d'Au depuis l'évaporation de particules légères jusqu'à la fission sur une large gamme de températures. Les taux de transition sont montrés sur la figure 19. On voit que d'une façon générale les taux de transition "à la Weisskopf" sont plus grands que ceux prescrits par la méthode de l'état transitoire et les différences peuvent atteindre plusieurs ordres de grandeur. Il est très instructif de regarder à quel temps de vie ces largeurs peuvent mener. Cet aspect est étudié sur la figure 20. On voit que la théorie de Weisskopf mène rapidement à des temps irréalistes dès que des températures de l'ordre de 5 MeV sont atteintes. Il est intéressant de noter que l'évolution est plus douce avec la méthode de l'état transitoire. Ces calculs montrent que la détermination des temps de vie à l'aide de modèles statistiques dépend énormément des hypothèses utilisées surtout lorsque l'on atteint des températures très élevées.

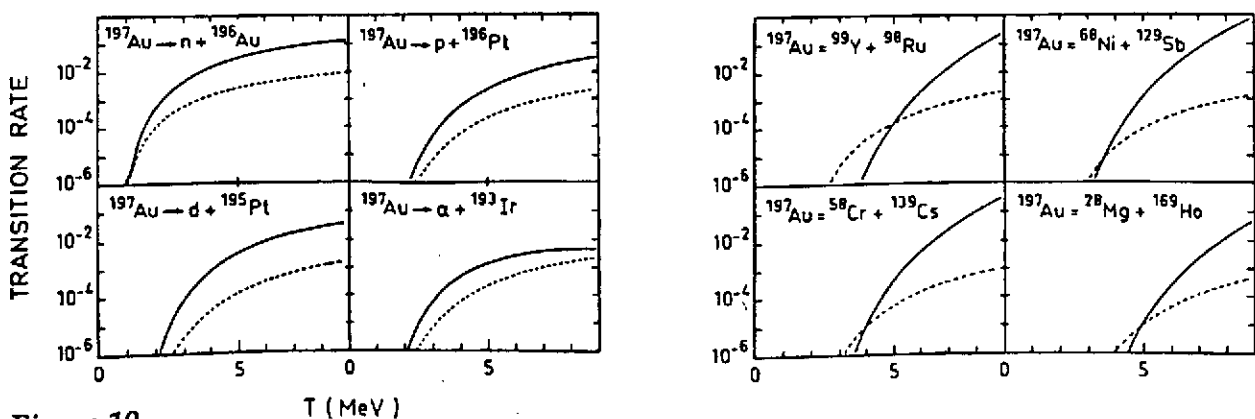


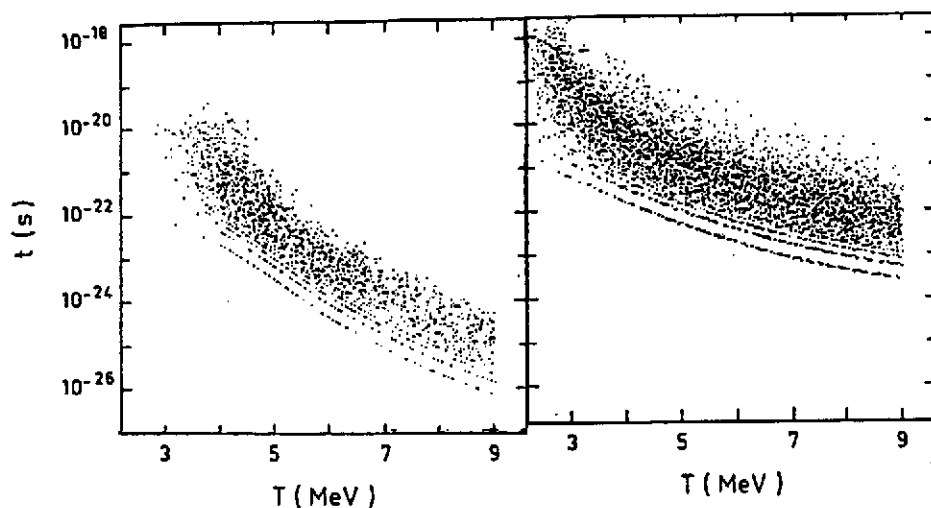
Figure 19

Taux de transition en fonction de la température  $T$  pour différentes cassures d'un noyau d'Or  
traits pleins : théorie de Weisskopf ; traits pointillés : méthode de l'état transitoire. Tiré de la réf. 43



Figure 20

Temps  
caractéristiques de  
décroissance pour les  
cassures binaires d'un  
noyau d'or (la charge  
du fragment émis est  
plus grande que 5).  
A gauche: théorie de  
Weisskopf; A droite:  
méthode de l'état  
transitoire. Tiré de <sup>43)</sup>



Comment tous ces formalismes sont-ils inclus dans les codes statistiques utilisés pour décrire les données ? Ces codes sont en général de type Monte-Carlo, c'est-à-dire que l'on simule un certain nombre de décroissances à partir d'un noyau donné ; les résultats finals seront obtenus en prenant des moyennes sur tous les événements créés. Pour chaque réalisation, et à chaque étape du processus, on "choisit" une voie particulière d'une façon aléatoire en tenant compte de sa largeur propre par rapport à toutes les autres décroissances possibles:

$$P_i = \frac{\Gamma_i}{\sum_i \Gamma_i}$$

A basse énergie d'excitation, on utilise souvent le code CASCADE <sup>34)</sup> ou ses versions modifiées pour tenir compte des effets transitoires dans la fission. Le code cascade est fondamentalement basé sur le formalisme de Hauser Feshbach, c'est-à-dire de Weisskopf dans lequel les effets des coefficients de transmission  $T_l$  sont inclus. Ces coefficients jouent justement un rôle important à basse énergie. A plus haute énergie d'excitation, l'émission de fragments de masse intermédiaire commence à jouer un rôle non négligeable. Cela revient à considérer de plus en plus de voies de décroissance dans les calculs par exemple dans le code GEMINI <sup>35)</sup> où les largeurs d'émission pour les particules légères sont tirées de Weisskopf alors que les largeurs d'émission pour les fragments sont obtenues dans le cadre de méthode de l'état transitoire. Dans ce code, on ne tient pas compte de la dépendance en température des barrières. Dans la réf. <sup>36)</sup>, elles ont été prises en compte ainsi que les effets temporels évoqués dans la section IV. Citons enfin la réf. <sup>37)</sup> où les probabilités de transitions (ou les largeurs) ont été calculées selon Weisskopf.

## IV - LE TEMPS ET LA THEORIE STATISTIQUE

### IV-1) Aspects théoriques

#### IV-1.a : *L'hypothèse fondamentale*

La théorie de Weisskopf oublie complètement les considérations temporelles. Le passage de l'état initial à l'état final est supposé instantané, la relation (I-2) donnant la probabilité associée. La situation est analogue dans la méthode de l'état transitoire : aucune considération temporelle ne vient perturber la désexcitation et le temps n'intervient que dans la vitesse de passage de l'état initial vers l'état final.

Cette hypothèse implicite des modèles statistiques n'est inoffensive que si les temps réels de passage de l'état initial vers l'état final sont courts devant tous les autres temps qui peuvent jouer un rôle. Quels sont ces temps ? Quand on considère un processus donné, ce sont d'une part le temps qu'il a fallu pour construire l'état initial, d'autre part les temps caractéristiques des mécanismes concurrents.

Prenons deux exemples :

Dans le cas de la fission, il va falloir comparer le temps de formation du noyau composé \*) au temps typique que dure la fission qu'il faudra lui-même comparer aux temps de décroissance par évaporation de neutrons ( $\tau_n$ ) ou d'autres particules.

Dans le cas d'une résonance géante, il faudra comparer le temps propre de la résonance avec le temps de formation du noyau initial (composé éventuellement chaud) et son temps de décroissance. De même interviendra le temps de couplage avec les autres états du noyau (2p - 2h, 3p - 3h, ...).

#### IV-1.b : *Le temps de thermalisation*

Dans tous les cas, les temps de formation d'un système thermalisé jouent un rôle décisif. L'ingrédient de base est le temps que met un nucléon pour se thermaliser dans le milieu. Il y a deux sortes de temps de thermalisation  $\tau_{th}$  selon que l'énergie du nucléon considéré est forte ou faible devant l'énergie de Fermi. A basse énergie, le principe de Pauli implique un libre parcours moyen grand et on est dans le régime de dissipation à un corps : les nucléons sont retenus par le puits du potentiel moyen induit par le reste du système. On a alors :

$$\tau_{th} \approx \frac{R}{v} \quad (IV-1)$$

où  $\bar{v}$  correspond à la vitesse moyenne d'un nucléon dans le noyau: environ  $.2c$ , ce qui conduit à une valeur de l'ordre de 20 à 30 fm/c.

A plus haute énergie, la thermalisation a lieu via des collisions nucléon-nucléon élastiques (à haute énergie, il conviendrait d'inclure aussi des collisions inélastiques : production de pions et de  $\Delta$  qui favorise probablement la thermalisation). Si l'on néglige les effets du blocage de Pauli (c'est-à-dire si l'on considère que toutes les collisions nucléon-nucléon dans le milieu sont

---

\*) Le temps de formation du noyau composé est aussi le temps de relaxation  $\tau_{th}$  discuté ci-dessous.

libres) alors le temps entre chaque collision s'écrit:

$$\tau_{th} \approx \frac{1}{\sigma \rho v} \quad (IV-2)$$

où  $\rho$  est densité de nucléons,  $\sigma$  la section efficace de collision nucléon-nucléon. On considère généralement que quelques collisions (de l'ordre de trois) sont suffisantes pour assurer la relaxation, ce qui conduit pour  $\sigma = 40 \text{ mb}$  et  $\rho = .16 \text{ fm}^{-3}$ , à un temps de thermalisation de l'ordre de  $20 \text{ fm}/c$ . Il apparaît que les temps de thermalisation calculés à partir des relations (IV-1) et (IV-2) sont comparables. Ils sont aussi voisins des temps de réaction pour les collisions aux alentours de l'énergie de Fermi. Il est important de les comparer aux autres temps caractéristiques du système: ceux-ci sont calculés dans les paragraphes ci-dessous.

#### IV-1.c : Calcul du temps d'émission neutron

On a l'habitude d'admettre que le temps que "dure" l'émission d'un neutron est nul et que le temps d'émission n'est contrôlé que par le taux correspondant donné par la relation (I-2) et qui donne:

$$P_n(\varepsilon) = \frac{4\pi \cdot p^2}{h^3} g_n \cdot \sigma_n(\varepsilon) \cdot \frac{\rho_f(E_f^*)}{\rho_i(E_i^*)} \cdot d\varepsilon$$

d'où :

$$\int P_n(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{1}{\tau_n} = \int \frac{4\pi \cdot p^2}{h^3} g_n \cdot \sigma_n(\varepsilon) \cdot \frac{\rho_f(E_f^*)}{\rho_i(E_i^*)} \cdot d\varepsilon$$

On prend généralement pour  $\sigma_n(\varepsilon)$  la section efficace géométrique :  $\sigma_n = \pi R^2$ .

A partir de  $E_f^* = E_i^* - Q_n - \varepsilon$ , on peut développer  $\ln(\rho_f(E_f^*))$  autour de  $E_i^*$  et on a alors :

$$\frac{\rho_f(E_f^*)}{\rho_i(E_i^*)} = e^{-\frac{(Q_n + \varepsilon)}{T}}$$

d'où :

$$\frac{1}{\tau_n} = \frac{m g_n T^2 R^2}{\pi \hbar^3} e^{-\frac{Q_n}{T}} \quad (IV-3)$$

On obtient numériquement:

$$\tau_n = 9 \cdot 10^3 T^{-2} A^{-2/3} e^{\frac{Q_n}{T}} \text{ fm} / c$$

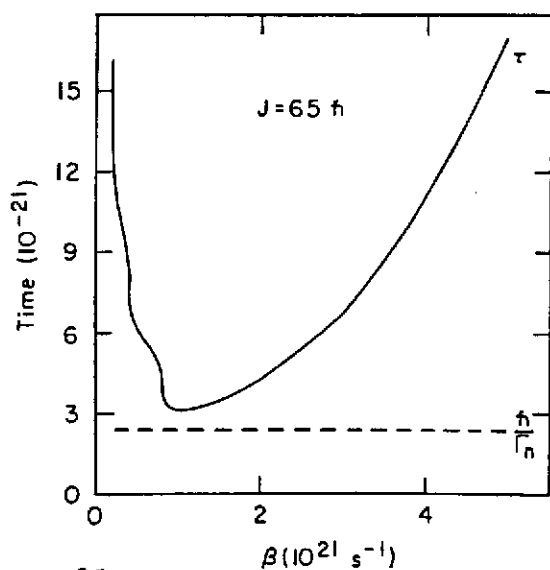
avec:  $R = r_0 A^{1/3}$ ;  $g_n = 2$ ;  $r_0 = 1.2 \text{ fm}$ .

Si l'on prend l'exemple du  $\text{Pb}^{208}$  ( $Q_n = 7,1 \text{ MeV}$ ), le temps de vie est de  $4.2 \cdot 10^5 \text{ fm}/c$  pour  $T = 1 \text{ MeV}$  et ne vaut plus que  $5 \text{ fm}/c$  pour  $T = 10 \text{ MeV}$  ! Il est clair que cette dernière valeur n'a aucun sens au vu des résultats du paragraphe précédent sur le temps de thermalisation  $\tau_{th}$ . On

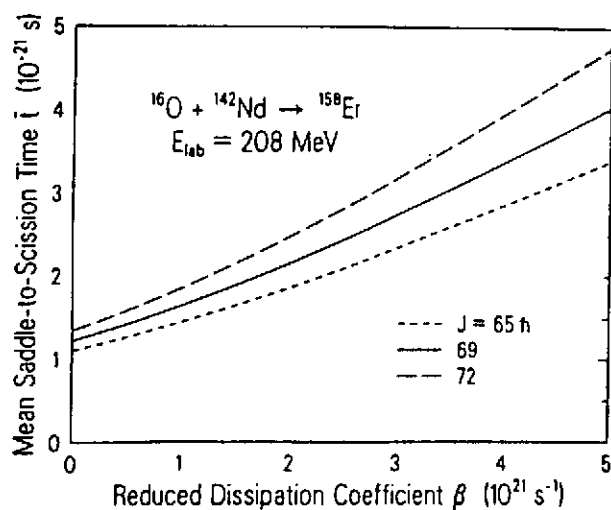
remarque enfin que  $\tau_n$  est de l'ordre de  $\tau_{th}$  pour des températures voisines de 5 MeV (voir § IV-1.f).

#### IV-1.d : Estimation théorique des temps de fission

Dans ce paragraphe, nous donnons une estimation des temps de fission à partir de l'approche développée par Grangé et al dans la référence 29). Dans ce papier, les auteurs utilisent le formalisme décrit au § III-3 basé sur l'équation de Langevin pour décrire le processus de fission. Pour définir le temps de fission, il est nécessaire d'estimer deux temps: d'abord le temps d'établissement du flux à travers le point-selle (ceci correspond au temps pour lequel le taux de fission atteint sa valeur asymptotique) et ensuite le temps nécessaire pour aller du point-selle jusqu'au point de scission. La figure 21 montre l'évolution du premier temps (appelé "transient time" en anglais) en fonction du coefficient de dissipation  $\phi$  de la formule III-10. On trouve des temps de l'ordre de quelques  $10^{-21}$  s. En pointillé, on a indiqué pour l'énergie d'excitation considérée (correspondant à la réaction de fusion  $O^{16} + Nd^{142}$  à 208 MeV) le temps de vie par émission neutron : il est plus court que le temps pour atteindre le point-selle. On doit donc s'attendre à une compétition sévère entre l'émission neutron et la fission. Ce point sera discuté au paragraphe IV-2.a. Le temps du point-selle au point de scission calculé dans le formalisme pour le même système est indiqué sur la figure 22 en fonction de la même variable  $\phi$ . Ce temps augmente avec la friction et vaut de l'ordre de quelques  $10^{-21}$  s. Les deux temps sont donc comparables et on aboutit à un temps de fission  $\tau_{fis}$  de l'ordre de quelques  $10^{-21}$  s à  $10^{-20}$  s, soit de l'ordre de 1500 à 3000 fm/c \*).



**Figure 21**  
Dépendance du temps d'établissement du flux de fission en fonction du coefficient de dissipation  $\phi$  pour un noyau de  $^{158}\text{Es}$  ayant un moment angulaire de 65 h. On compare ce temps au temps d'émission de neutrons (courbe en pointillés). Extrait de réf 29.



**Figure 22**  
Dépendance du temps de passage point-selle-point de scission en fonction du coefficient de dissipation  $\phi$  pour trois valeurs de moment angulaire. Extrait de rf. 29.

\* Il est important de ne pas confondre  $\tau_{fis}$  avec le temps  $\tau_f$  de la relation III-11. Le premier est le temps qui "dure" la fission; le second est l'inverse de la probabilité de fission par unité de temps.

IV-1.e : Le cas des résonances géantes 31-32)

Il est intéressant de s'arrêter un instant sur le cas des résonances géantes puisque celles-ci font l'objet d'un cours spécifique pendant cette Ecole. Rappelons seulement que les résonances géantes sont un état d'excitation particulier du noyau en ce sens que ce sont des états collectifs. Les plus connus sont les oscillations monopolaire, dipolaire ou quadrupolaire. On leur donne souvent abusivement le nom de résonance géante bien que les amplitudes d'oscillation soient faibles. Les résonances sont isoscalaires ou isovectorielles selon que les transitions associées sont à  $\Delta T = 0$  ou  $\Delta T = 1$  où T est l'isospin. De même, elles sont électriques ou magnétiques selon que les variations de spin sont  $\Delta S = 0$  ou 1. Dans ce cadre, le mode monopolaire isoscalaire électrique est la "respiration" du noyau et les modes isoscalaires électriques quadrupolaires ou de multipolarité plus élevée correspondent à un mouvement cohérent des nucléons qui induit une déformation de la surface. Quant au mode dipolaire isovectoriel électrique, il se représente par une oscillation en opposition de phase des protons et des neutrons. En fait, une approche microscopique plus réaliste des résonances géantes est donnée par la superposition d'états particule-trou d'énergies proches.

Une résonance géante peut être excitée soit par le champ coulombien soit par le champ nucléaire dans les collisions nucléaires. Elle peut être initiée par des diffusions de photons, d'électrons ou de hadrons. Elle peut être construite soit sur le fondamental, soit sur un état excité au moins dans le cas de la résonance géante dipolaire. La désexcitation d'une résonance géante peut comme la désexcitation de tout état relever de la théorie statistique. Celle-ci peut conduire soit à l'émission de particules (c'est le cas le plus fréquent) soit à l'émission de photons. La figure 23 en est un exemple: la décroissance de la résonance se trouve "cachée" dans l'épaule du spectre. Dans le cas d'une émission de photons, la relation (I-2) devient:

$$P_{\gamma}(\epsilon_{\gamma}) d\epsilon_{\gamma} = \frac{k^2}{h\pi} g \frac{P_f(E^*_f)}{P_i(E^*_i)} \sigma_0(\epsilon) d\epsilon \quad (IV-5)$$

si  $k=p/\hbar$  est le nombre d'onde du photon.

Bien-sûr  $P_{\gamma}$  dépend essentiellement des densités de niveau et de la section efficace de capture de photons. En remplaçant la densité d'états par son expression du gaz de Fermi, on obtient, par exemple pour la résonance dipolaire géante (GDR) :

$$P_{\gamma}(\epsilon_{\gamma}) d\epsilon_{\gamma} = \frac{2\epsilon_{\gamma}^2}{\pi(\hbar c)^2} \frac{\sigma_{abs}(\epsilon_{\gamma})}{3} \exp\left(-\frac{\epsilon_{\gamma}}{T}\right) \quad (IV-6)$$

où  $\sigma_{abs}$  est la section efficace d'absorption dipolaire. L'essentiel de la physique correspondante se trouve dans  $\sigma_{abs}$ . Celle-ci peut-être décrite comme la somme de deux Lorentziennes correspondant à des absorptions dipolaires selon deux axes de déformation du noyau (figure 24).

Figure 23

Un exemple de désexcitation de résonance géante dipolaire. La décroissance de la résonance se trouve cachée dans l'épaulement du spectre à cause du facteur exponentiel de la relation (IV-6). Les courbes en pointillé sont calculées dans le cadre du modèle statistique et correspondent à la désexcitation  $\gamma$  après émission de 0, 1, ...5 neutrons.

Extrait de la ref. 32.

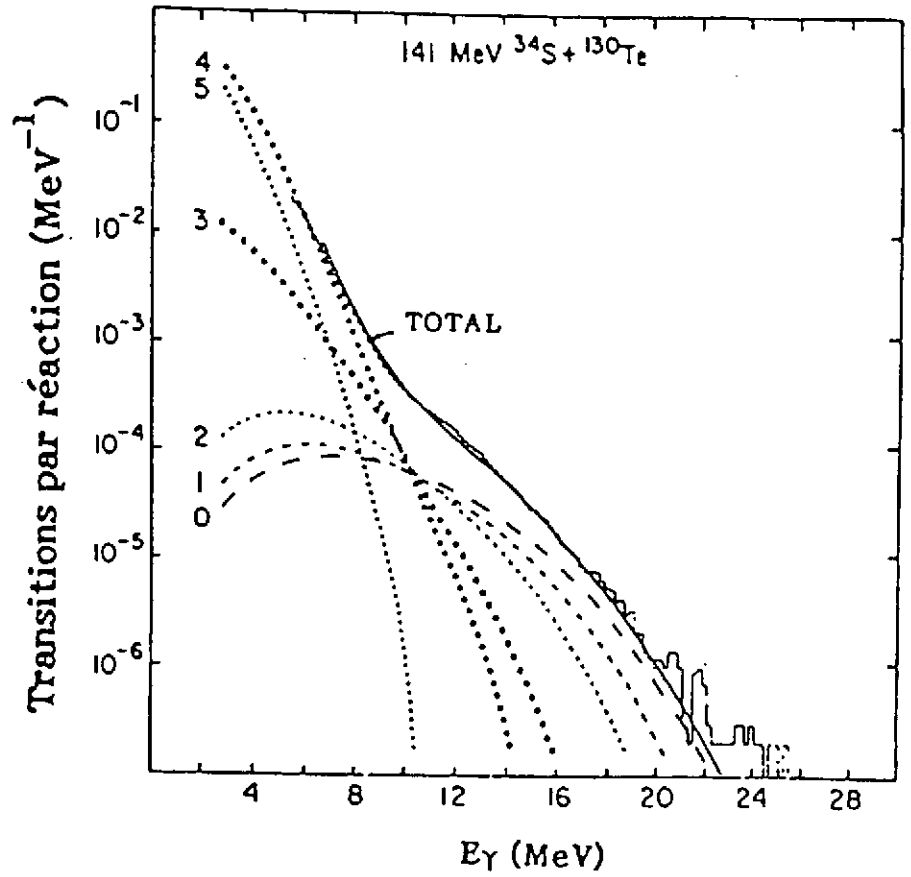
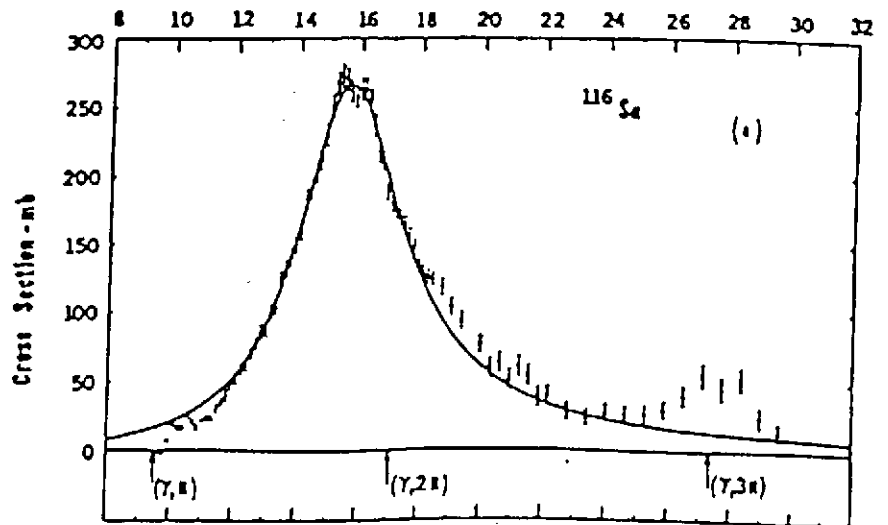


Figure 24

Exemple de section efficace de capture de photons par un noyau. Extrait de la ref. 38.



On a l'habitude d'écrire :

$$\sigma_{\text{abs}}(\epsilon_{\gamma}) = \frac{\sigma_0 \Gamma_{\text{GDR}}^2 \Gamma_{\gamma}^2}{(\epsilon_{\gamma}^2 - \epsilon_{\text{GDR}}^2)^2 + \Gamma_{\text{GDR}}^2 \epsilon_{\gamma}^2} \quad (\text{IV - 7})$$

Par ailleurs, la théorie de l'absorption dipolaire d'un photon permet d'écrire la section efficace totale:

$$\int \sigma_{\text{abs}}(\epsilon_{\gamma}) d\epsilon_{\gamma} = 6 \frac{NZ}{A} (\text{MeV.Fm}^2) \quad (\text{IV - 8})$$

où N, Z et A sont les nombres de neutrons, de charge et de masse du noyau concerné.

L'intégration de (IV-7) et la comparaison avec (IV-8) permet de normaliser (IV-6) et d'écrire :

$$P_{\gamma}(\epsilon_{\gamma}) d\epsilon_{\gamma} = \frac{4 e^2}{3\pi mc h^3 c^2} \frac{NZ}{A} S_{\text{GDR}} \frac{\Gamma_{\text{GDR}}^2 \Gamma_{\gamma}^2}{(\epsilon_{\gamma}^2 - \epsilon_{\text{GDR}}^2)^2 + \Gamma_{\text{GDR}}^2 \epsilon_{\gamma}^2} \exp\left(-\frac{\epsilon_{\gamma}}{T}\right) \quad (\text{IV - 9})$$

Dans cette expression  $S_{\text{GDR}}$  est un facteur de normalisation qui permet d'ajuster le résultat expérimental sur la théorie. Dans quelle mesure le temps intervient-il dans ces phénomènes? Deux temps caractéristiques doivent être pris en compte: la période d'oscillation du noyau et le temps de relaxation de la résonance géante.

Le premier est déduit de la position en énergie de la résonance :

$$E = 31.2 A^{-1/3} + 20.6 A^{-1/6} \text{ MeV}$$

Ce temps  $\tau_{\text{osc}}$  est de l'ordre de  $3 \times 10^{-22}$ s. Le second correspond au couplage des états 1p-1h initiaux au continuum. On peut les estimer à partir des largeurs de résonances géantes  $\Gamma_{\text{GDR}}$  qui sont de l'ordre de 4 MeV à température nulle. La durée de vie associée  $\tau_{\text{re}}$  est approximativement  $1,5 \times 10^{-22}$ s (= 50 fm/c), temps voisin de  $\tau_{\text{osc}}$ . A plus haute température ou énergie d'excitation,  $\Gamma_{\text{GDR}}$  croît (figure 25) mais les calculs théoriques interprètent la largeur supplémentaire comme un effet de fluctuation de formes des noyaux. On peut donc admettre que  $\tau_{\text{re}}$  est pour la GDR de l'ordre de  $1,5 \times 10^{-22}$ s à toute température.

#### IV-1.f : Conclusion

Nous venons de considérer dans les paragraphes précédents différents temps: temps de thermalisation de l'énergie  $\tau_{\text{th}}$ , temps de décroissance par évaporation de neutrons  $\tau_{\text{n}}$ , temps de fission  $\tau_{\text{fis}}$ , temps de relaxation de la résonance géante  $\tau_{\text{re}}$  ou temps d'oscillation associée  $\tau_{\text{osc}}$ . Il est clair que les comparaisons de ces divers temps vont sérieusement donner à réfléchir sur la validité des calculs de type statistique qui en oublient les implications.

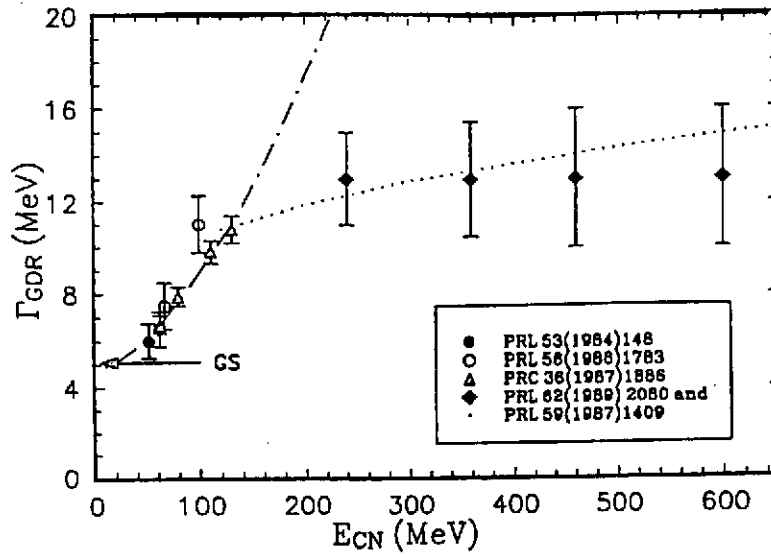


Figure 25

Evolution de  $\Gamma_{GDR}^{exp}$  avec l'énergie d'excitation d'un noyau Sn. Extrait de (39).

Il est par exemple clair qu'il n'est pas raisonnable de traiter la décroissance d'un système de façon statistique lorsque  $\tau_{th} > \tau_n$ . Dans ce cas, il y aura émission de particules de prééquilibre et ceci est un fait expérimental bien établi des collisions d'ions lourds au GANIL par exemple. La figure 26, qui indique l'évolution de  $\tau_n$  avec la température d'un noyau de masse 208, situe vers 5-6 MeV la température critique à partir de laquelle ce phénomène sera préoccupant. Il pourrait en particulier être responsable d'une saturation de la température apparente pouvant être atteinte. Il pourrait même être responsable du fait que le concept même de variable globale d'équilibre comme la température perde tout son sens.

Pour ce qui est de la compétition évaporation (de neutrons)-fission, la figure 26 montre que la fission sera défavorisée car trop lente dès que la température du noyau concerné excédera 2 MeV. La figure 27 illustre plus précisément cet aspect. Elle donne le résultat de deux calculs, l'un purement statistique et l'autre incluant la dynamique de la fission : la fission est alors traitée<sup>40)</sup> dans un calcul de type Fokker Planck. L'évolution du système en fonction du temps est suivie et, à chaque instant, la probabilité d'émettre un neutron est considérée. L'évaporation peut donc avoir lieu pendant le trajet vers la fission. Sur la figure 27, le temps est mesuré par le nombre de neutrons évaporés. La fission est, au début du processus, interdite puisque le système n'a pas eu le temps d'atteindre le point-selle. Il en résulte un affaiblissement considérable de  $\Gamma_f$  par rapport à ce que fournit le calcul statistique habituel. Un tel calcul est complètement confirmé par les données expérimentales discutées dans le paragraphe IV-2. Enfin, la comparaison des temps caractéristiques des résonances géantes  $\tau_{re}$  et  $\tau_{osc}$  avec le temps d'évaporation de neutrons (donc un temps de vie du système) permet de prédire qu'il sera difficile d'observer les résonances géantes de noyaux chauffés à des températures de plus de 4 MeV. Le paragraphe IV-2 donne quelques résultats expérimentaux qui permettent de tester tous les aspects temporels que nous venons d'évoquer.



Figure 26

Temps moyen nécessaire pour évaporer un neutron à partir d'un noyau de  $^{208}\text{Pb}$  porté à une température  $T$  (Réf 40). Les diverses courbes correspondent à plusieurs approches de la densité d'état (voir ref. 11). Sont aussi indiquées sur la figure les temps  $\tau_{th}$ ,  $\tau_f$  et  $\tau_{re}$  introduits dans les paragraphes IV-1.b à IV-1.e.

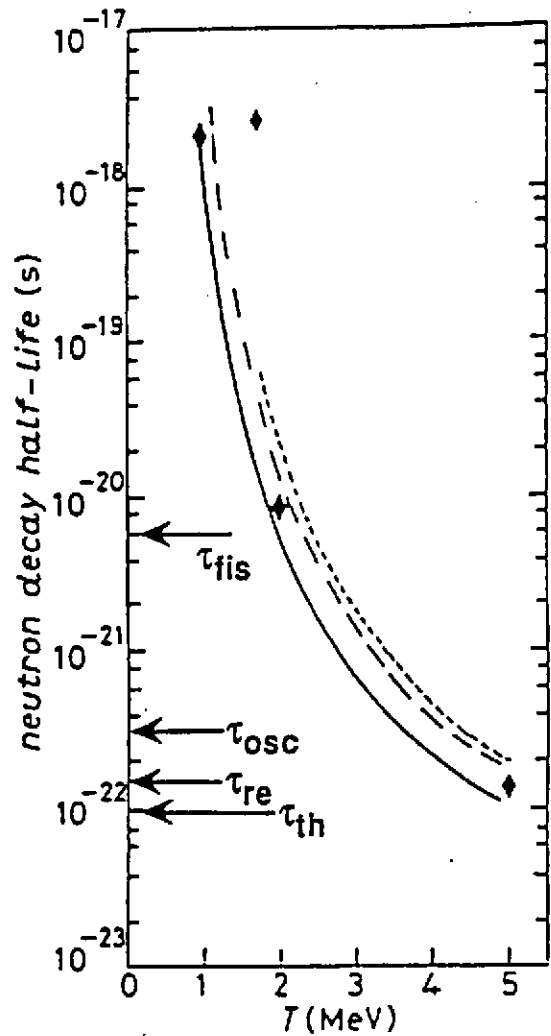


Figure 27

Evolution de la largeur de fission en fonction du temps exprimée à l'aide de la relation (III-12) par le nombre de neutrons émis. La courbe en trait plein est obtenue dans le cadre d'une équation de Fokker-Planck qui permet de suivre la déformation du système alors que la courbe en trait pointillé est obtenue dans une approche purement statistique.

Extrait de la ref. 40.

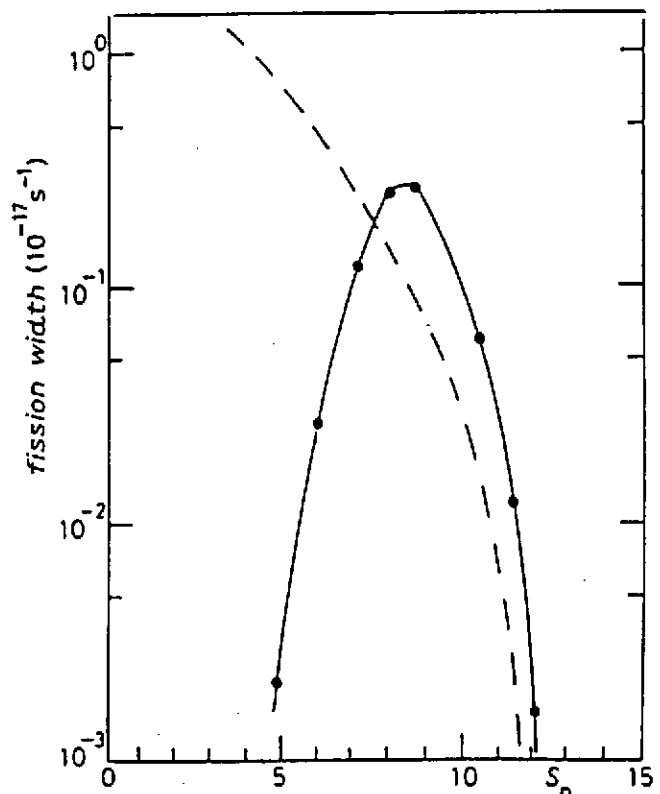


Figure 28.a)  
 Multiplicité de neutrons de pré-scission mesurée pour divers noyaux composés, en fonction de l'énergie d'excitation.

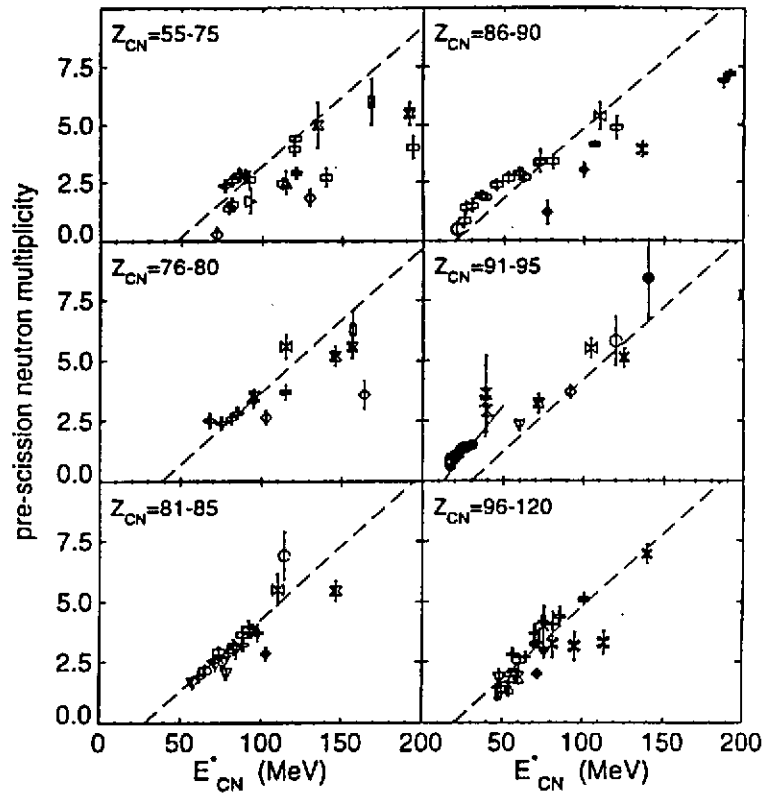
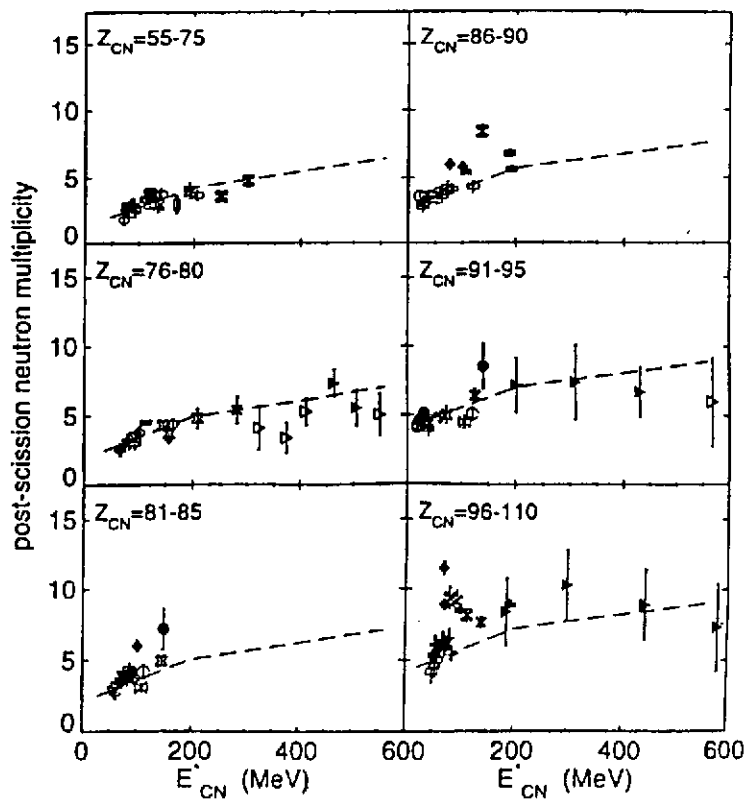


Figure 28.b)  
 Résultats identiques à ceux de la figure 28a mais pour les neutrons de post-scission. Extrait de la référence 30.



## IV-2) Aspects expérimentaux

### IV-2.a : Vie et mort de la fission (30)

Dans ce paragraphe, nous souhaitons montrer comment il est possible de mesurer le temps dans les processus nucléaires et en particulier dans le cas de la fission. Ensuite, nous montrerons qu'une simple description du processus à l'aide du modèle statistique est insuffisante et que seule une description dynamique peut permettre de comprendre le phénomène. Au cours du processus de fission, des neutrons sont émis. On peut décomposer cette émission en trois sources distinctes :

a) l'émission de pré-équilibre qui est essentiellement un phénomène de voie d'entrée et que nous ne discuterons pas ici.

b) l'émission par le noyau excité (noyau composé) avant la scission en deux fragments; on parle alors de neutrons de pré-scission.

c) l'émission par les deux fragments de fission ; on parle de neutrons de post-scission.

Les mesures comparées des multiplicités de neutrons provenant des processus b) et c) permettent d'obtenir des informations précieuses sur le temps de fission et la mesure de l'énergie des neutrons permet de remonter à l'énergie d'excitation du système aux différents stades de son évolution. La technique expérimentale, pour séparer les différentes sources d'émission, est basée sur des considérations cinématiques. Les neutrons émis par les fragments de fission bénéficient de la vitesse d'entraînement de ces derniers et sont donc focalisés dans leurs directions alors que les neutrons émis par le noyau composé ont une distribution isotrope dans le centre de masse. On peut donc par l'analyse des distributions angulaires séparer les différentes contributions.

Un certain nombre de résultats obtenus pour toute une gamme de noyaux composés à des énergies d'excitation variant entre 50 et 600 MeV ont été regroupés sur la figure 28. Ces résultats sont extrêmement instructifs : la multiplicité de neutrons de pré-scission augmente avec l'énergie d'excitation tandis que la multiplicité de post-scission saturé aux alentours de 150-200 MeV . Ceci s'interprète en disant que la fission n'a de toute façon lieu que quand le système a réduit son énergie d'excitation pour atteindre de l'ordre de 150-200 MeV. Toute l'énergie en surplus est évacuée par les neutrons de pré-scission. Ceci signifie que le processus de fission est lent. On peut alors remonter au temps de fission en associant à chaque neutron de pré-scission un temps d'émission :

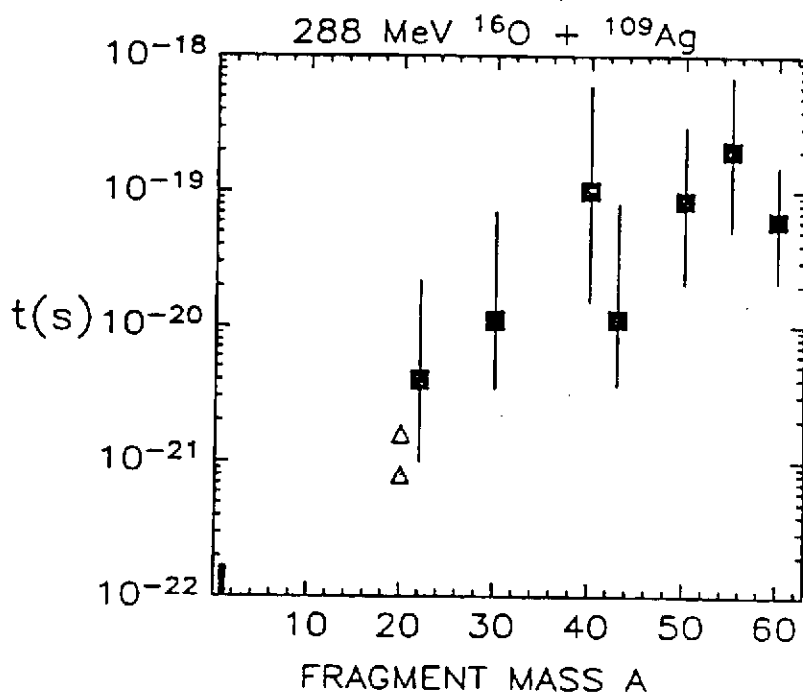
$$\tau_{pre} = \sum_{i=1}^{M_{pre}} \tau_i \quad (IV-4)$$

et en calculant les  $\tau_i$  à partir d'une cascade d'évaporations générées par un modèle statistique. On a alors accès au temps de fission et plus généralement au temps d'émission d'un fragment de masse ou charge déterminée.

Le résultat, dans le cas de la réaction  $^{16}\text{O} + ^{109}\text{Ag}$  à 288 MeV, est montré figure 29. On trouve, pour la fission d'un noyau de masse 120 , un temps de l'ordre de  $10^{-19}\text{s}$ , ou  $3 \times 10^4$  fm/c. D'une façon générale on trouve, quel que soit le noyau impliqué et son énergie d'excitation de départ, des temps de l'ordre de  $10^{-19}$  à  $10^{-20}\text{s}$ , c'est-à-dire des temps plutôt supérieurs à ceux obtenus théoriquement dans le paragraphe IV-1.d et notés sur la figure 26.

Figure 29

Temps d'émission des fragments en fonction de leur masse obtenus à partir du nombre mesuré de neutrons de pré-scission. Système O + Ag 288 MeV. Extrait de la ref. 30.



Ce résultat est impossible à interpréter dans le cadre des modèles statistiques où on confond temps moyen de fission et inverse de la probabilité  $P_f$  calculée dans les théories de Weisskopf ou de l'état transitoire. En d'autres termes, la théorie statistique ignore le temps que dure le processus et ce temps est incompressible car la déformation d'un noyau est lente.

Le désaccord flagrant théorie statistique-expérience est montré sur la figure 30. Examinons d'abord la partie inférieure de la figure (fig. 30.b) où est porté le temps de pré-scission en fonction de la température. Dans la théorie statistique, ce temps est  $1/P_f$  c'est-à-dire le temps moyen que met le noyau avant de "se décider à" fissionner. Dans l'expérience, il est déduit du nombre de neutrons reconnus comme émis avant le point de scission. Le temps mesuré sature à  $10^{-19}$ s car il ne peut être inférieur au temps que "dure" le mécanisme une fois qu'il est initié. Théorie et expérience divergent quand  $1/P_f$  devient inférieur au temps nécessaire pour assurer la déformation du système. On retrouve ici les prévisions théoriques discutées sur la figure 27. Beaucoup de neutrons sont émis avant fission, ce qui diminue la masse et l'énergie d'excitation du noyau concerné. Si la température initiale est suffisamment élevée, il peut se faire que cette étape d'évaporation conduise le noyau dans une zone de masse où la barrière de fission augmente suffisamment pour que la fission ne se produise plus. C'est ainsi que la section efficace totale de formation de résidus se trouve fortement renforcée (fig. 30.a) par rapport à ce que prévoit la théorie.

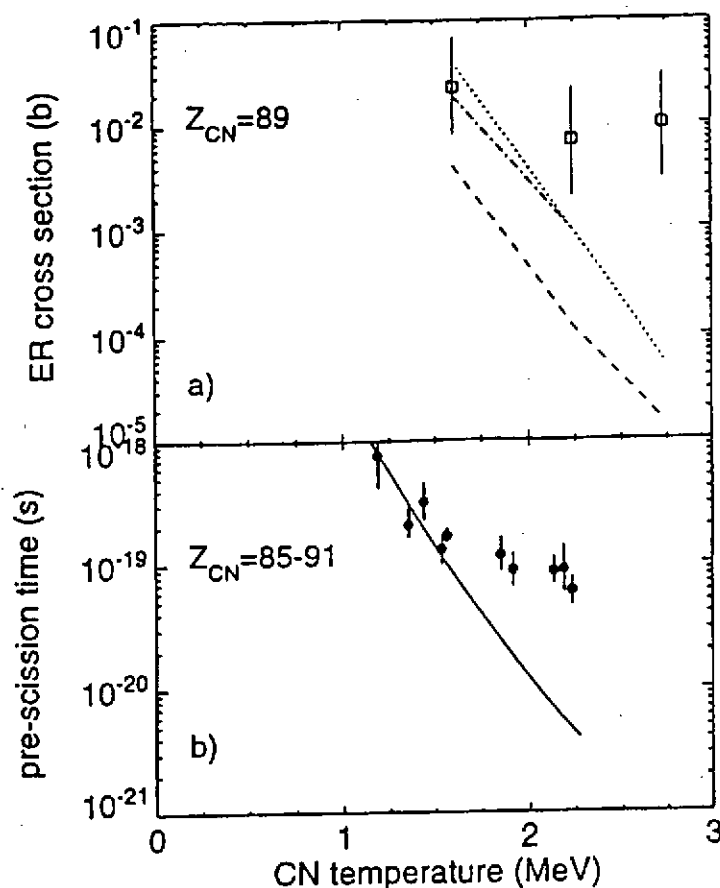
En conclusion de cette brève excursion dans le domaine de la fission, nous retiendrons pour le propos de ce cours que le modèle statistique ne permet pas de décrire correctement le phénomène de fission et notamment la compétition avec l'émission de particules dès que la température du système dépasse significativement le MeV.

Figure 30

a) Sections efficaces mesurées (points) et calculées (courbes) en fonction de la température du noyau composé. Les calculs sont fondés sur le modèle statistique.

Les diverses courbes correspondent à diverses valeurs de barrières coulombiennes.

b) Temps de pré-scission mesurés (points) en fonction de la température. Extrait de la ref. 30.



#### IV-2.b : Vie et mort des résonances géantes

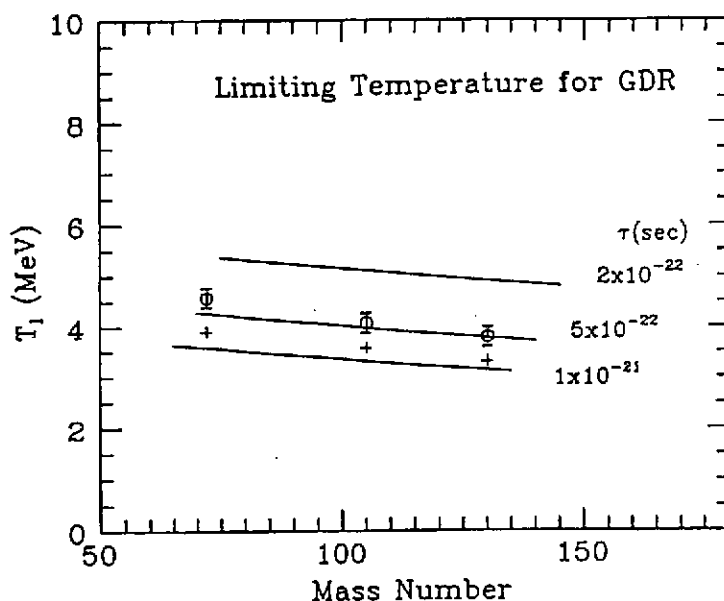
Les résonances géantes sont clairement reconnues expérimentalement dans les réactions induites par photons, électrons ou hadrons. En particulier, la résonance géante dipolaire (GDR) est observée autour de 15 MeV dans les spectres gamma. Toutefois, les réactions induites par ions lourds à énergie intermédiaire ont montré que l'excitation de la GDR est d'autant moins visible que les températures des noyaux concernés croissent<sup>39,42</sup>.

L'explication de cette disparition est à chercher dans les conclusions développées au § IV-1.f. Au-dessus d'une température de l'ordre de 4 MeV (voir figure 26), la résonance géante dipolaire ne peut être peuplée car l'état "doorway" par lequel elle est excitée "n'a pas le temps" de se coupler aux états du noyau composé concerné puisqu'il est trop éphémère.

La figure 31 confirme ces affirmations. Les points y indiquent les températures limites au-delà desquelles la GDR chaude n'est plus observée. Il se trouve que ces températures sont de l'ordre de 4 MeV, totalement en accord avec les prévisions faites au paragraphe IV-1.f. En d'autres termes, la GDR disparaît lorsque le temps de décroissance le plus rapide du noyau composé, c'est-à-dire le temps d'émission de neutrons  $\tau_n$  devient comparable aux temps propres de la GDR: temps d'oscillation ou temps de relaxation. Ceci apparaît clairement sur la figure 31 où les lignes correspondent à des valeurs définies de  $\tau_n$ . La disparition de la GDR est observée pour  $\tau_n \sim 3 - 5 \times 10^{-22} \text{ s} \sim \tau_{\text{osc}} \sim \tau_{\text{re}}$ .

Figure 31

Températures de disparition de la résonance géante dipolaire chaude (points) en fonction de la masse du noyau concerné. Les lignes donnent les durées de vies ( $\tau_n$ ) du noyau telles qu'elles sont calculées dans la théorie de Weisskopf (§ IV-1.c). Extrait de la ref. 42.



#### IV-2.c : Emission rapide de fragments vers la multifragmentation

A mesure que l'énergie d'excitation (ou la température) augmente, on s'attend à ce que l'hypothèse de séquentialité de la description de Weisskopf soit de moins en moins bien vérifiée. On s'attend aussi à ce que le nombre de particules légères et aussi de fragments émis augmente sensiblement. Si le temps d'émission entre chaque fragment devient tellement court que le phénomène soit pratiquement simultané, on parle alors de multifragmentation.

Dans ce paragraphe, nous ne prétendons pas faire une revue exhaustive de la multifragmentation (on pourra par exemple consulter la référence 44). Nous mettrons simplement en évidence la transition entre un phénomène de cassure séquentielle type basse énergie pour lequel les théories décrites précédemment sont relativement bien adaptées et un processus plus rapide pour lequel l'ensemble des fragments sont émis simultanément: dans ce cas de nouveaux concepts doivent être développés.

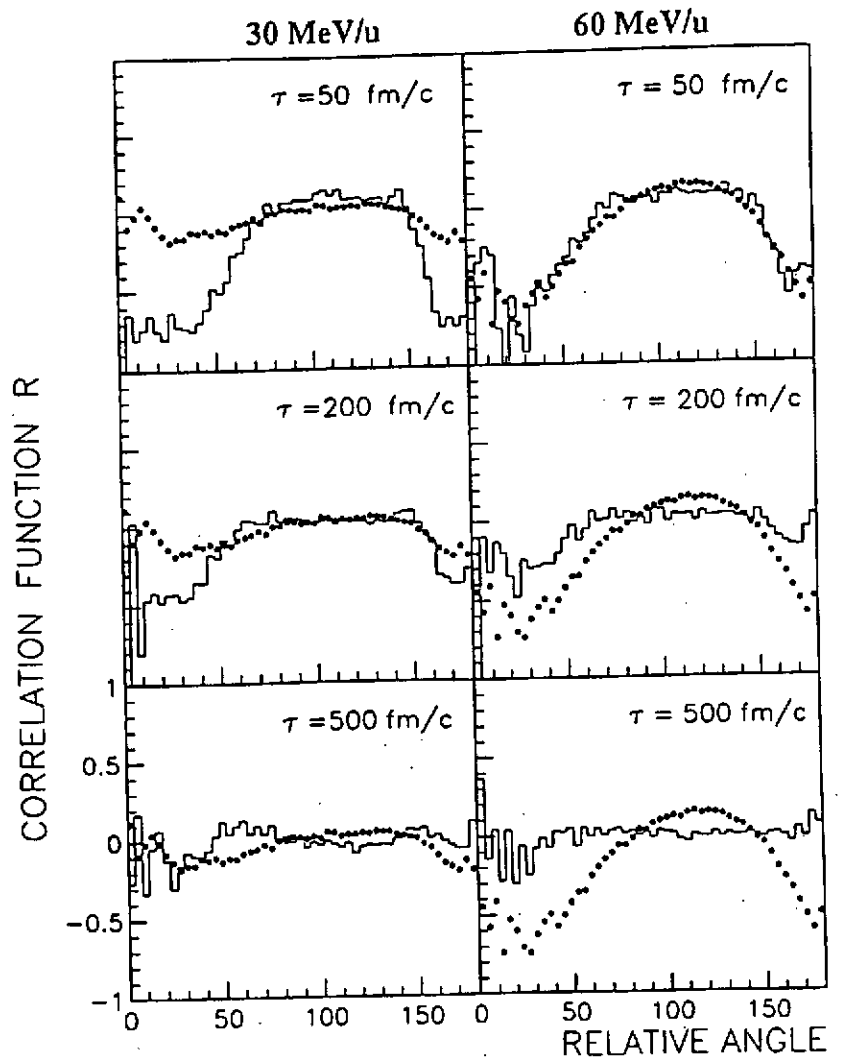
D'un point de vue expérimental, on met en évidence cette transition en utilisant des effets de proximité. Lorsque le temps entre chaque cassure du noyau est long, l'interaction entre deux fragments provenant de cassures différentes est faible et par voie de conséquences leur corrélation spatio-temporelle aussi. Au contraire, lorsque tous les fragments sont émis simultanément, leurs interactions mutuelles vont induire des corrélations (ou des anti-corrélations). Par exemple, la répulsion coulombienne entre les fragments va les empêcher d'être émis à petit angle relatif. Cet effet est particulièrement mis en évidence sur la figure 32 où l'on a représenté la fonction de corrélation.

$$\eta(\theta_{ij}) = \frac{N_{ij}^{\text{corr}} - N_{ij}^{\text{dcorr}}}{N_{ij}^{\text{corr}} + N_{ij}^{\text{dcorr}}}$$

$\theta_{ij}$  est l'angle relatif entre les fragments  $i$  et  $j$  calculés dans le repère du centre de masse des fragments détectés (3 dans le cas présent).  $N_{ij}^{\text{corr}}$  est la population d'événements

correspondant à  $\theta_{ij}$  tandis que  $N_{ij}^{\text{décorr}}$  est la quantité correspondante pour des événements dits décorrélés (ces événements sont construits en mélangeant des événements détectés). Les  $N_{ij}^{\text{corr}}$  et  $N_{ij}^{\text{décorr}}$  sont normalisés de façon que  $\eta(\theta_{ij})$  varie entre -1 et +1.

Sur la partie gauche de la figure, la fonction de corrélation expérimentale (points noirs) est pratiquement plate, ce qui indique qu'il n'y a pas d'angles relatifs privilégiés ou interdits. Ce résultat s'interprète (voir plus haut) en admettant que le temps entre deux émissions successives de fragments est long. Ce résultat est retrouvé quantitativement à l'aide de simulations dont le paramètre principal  $\tau$  est justement le temps qui sépare les émissions successives de deux fragments. Les résultats de ces simulations sont les histogrammes de la figure 32. Pour l'énergie incidente de 30 MeV/u, on trouve un bon accord avec un temps de l'ordre de 500 fm/c. L'énergie d'excitation correspondante a été évaluée à 3 MeV/u: on en conclut que dans ce domaine d'énergie d'excitation, l'hypothèse de séquentialité est vérifiée. Ce n'est plus le cas lorsque l'on passe à 60 MeV/u (l'énergie d'excitation est alors évaluée à 5 MeV/u). Dans ce cas, les petits angles relatifs sont interdits par la répulsion coulombienne et on trouve un bon accord entre les données et la simulation pour un temps très court de l'ordre de 50 fm/c: on a atteint le régime de multifragmentation pour lequel l'hypothèse de séquentialité n'est plus vérifiée.



**Figure 32**  
Fonction de corrélation pour l'angle relatif entre fragments pris deux à deux dans le cas de réactions violentes dans lesquelles 3 fragments ont été détectés. Les données (points noirs) correspondent à gauche au système Ar+Au à 30 MeV/u et à droite au même système à 60 MeV/u. Extrait de la référence 45.

Si l'on veut décrire statistiquement le processus de décroissance dans ce domaine d'énergie, il est nécessaire de développer de nouveaux concepts. Deux grands types d'approche ont été envisagés. L'une proposée par Lopez et Randrup <sup>46)</sup> est une extension naturelle de la méthode de l'état transitoire décrite au paragraphe III: au lieu de ne considérer que la cassure

en deux fragments, on envisage l'émission simultanée de plusieurs fragments. Ceci conduit à la définition et à la recherche d'un point-selle généralisé à plusieurs dimensions. La complexité de la configuration au point-selle nécessite un traitement dynamique décrivant l'évolution ultérieure du système jusqu'à des distances où l'interaction entre les fragments a cessé. Ce modèle a été utilisé avec succès dans la comparaison avec des données dans la référence 47). Cependant, il souffre des mêmes défauts que le modèle analogue décrivant la fission: il ne tient pas compte des effets transitoires depuis la création du composite excité jusqu'à son approche du point-selle.

L'autre approche utilise le concept de "freeze-out" 16,48). On suppose que l'ensemble des fragments cessent d'interagir à partir du moment où le volume dans lequel ils sont confinés est suffisamment grand: ce volume correspond à une densité dite densité de "freeze-out". Une fois cette densité atteinte, la probabilité d'observer une configuration donnée dans l'espace des phases est directement reliée au nombre d'états accessibles à cette configuration. Ce nombre fait intervenir les densités de niveaux des noyaux excités à travers par exemple l'utilisation d'une formule de masse type "goutte liquide chaude". Un certain nombre de raffinements prenant en compte la possibilité d'un gaz de nucléons libres en équilibre avec les fragments peuvent être aussi être introduits. Là aussi, ces modèles souffrent d'une mauvaise prise en compte des effets temporels dans la décroissance. Pour finir, mentionnons l'approche de Friedman 49) qui tente de décrire l'émission des fragments statistiquement (à la Weisskopf) mais à partir d'une source dont les caractéristiques (densité et température) varient avec le temps.

## V - CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Nous avons voulu montrer dans ce cours les fondements et les limitations des théories statistiques. La première notion fondamentale est qu'un traitement statistique suppose qu'un équilibre est réalisé au moins pour les variables intrinsèques, c'est-à-dire celles qui définissent le bain thermique. On peut alors parler en termes de température mais on a vu les limites de ce concept surtout à basse énergie d'excitation pour les petits systèmes (§ I-3). Souvent, on introduit les températures à l'aide d'une dérivée (relation I-9). Cette façon de faire implique que les densités d'état soient telles que l'on puisse les confondre avec des fonctions continues. A nouveau, les énergies d'excitation faibles qui relèvent de la spectroscopie vont donc poser des problèmes qui toutefois ne sont pas conceptuellement insurmontables: par exemple, on a vu que l'on pouvait parfaitement parler en termes de température quand on a affaire à des niveaux discrets dans le § II-7.

Le calcul des densités d'état est un aspect fondamental de la théorie statistique. On a vu que ce calcul n'est pas simple et que le raccordement au modèle simpliste du gaz de Fermi à travers le paramètre de densité de niveaux reste la façon la plus utilisée de traiter le problème. Le paramètre de densité de niveaux dépend surtout de la densité d'états de nucléons autour du niveau de Fermi. Une conséquence de cette propriété est l'évolution de ce paramètre autour des couches fermées (figure 9). Cet état de fait doit bien sûr avoir des conséquences sur la désexcitation des noyaux exotiques qui pourront être produits à l'aide de faisceaux radioactifs. De tels effets de couche sont attendus pour des températures inférieures à 1,5-2 MeV. En particulier, les isomères de forme ou les barrières de fission à deux bosses prévues pour certaines gammes de noyaux devront être explorées dans le contexte de la théorie statistique.

On rejoint à ce niveau les développements que nous avons menés dans le paragraphe III. Il y a deux façons de réaliser un traitement statistique: dans la méthode de Weisskopf, on oublie totalement tout ce qui concerne l'évolution entre l'état initial et l'état final. Par contre,



dans cette méthode, on inclut non seulement des considérations statistiques mais aussi la physique de l'interaction qui est cachée dans la section efficace inverse. Dans la méthode de l'état transitoire, on repère les états intermédiaires qui peuvent modifier l'évolution entre les états initial et final. C'est un "plus" par rapport à l'approche de Weisskopf lorsqu'un tel état peut être reconnu: c'est le cas de la fission. Mais il faut remarquer que dans un tel traitement, on doit choisir l'état intermédiaire qui est censé tout contrôler, ce qui n'est pas clair. Par ailleurs, on a perdu la physique de l'interaction qui était cachée dans la section efficace inverse et le traitement s'avère donc totalement erroné lorsque cette interaction joue un rôle fondamental (cas des photons par exemple). Les deux approches de Weisskopf et de l'état transitoire ont donc leurs limites et les codes statistiques tentent de les minimiser en choisissant l'une ou l'autre.

Une limitation essentielle de l'approche de Weisskopf concerne le temps puisqu'on y suppose implicitement que la transformation est instantanée. Cette limitation existe dans la méthode de l'état transitoire mais elle est partiellement résolue lorsqu'on introduit la dissipation dans l'approche de Kramers. Les conséquences des temps se lisent sur la figure 26. Ce sont eux qui sont responsables de la disparition de certains modes de désexcitation à haute énergie d'excitation. Ils peuvent aussi être responsables de l'apparition possible de nouveaux modes de désexcitation comme la multifragmentation, même si la situation reste encore obscure sur ce point. Enfin, ce sont aussi eux qui peuvent mettre à bas l'hypothèse fondamentale de la théorie statistique lorsque le temps de thermalisation devient supérieur au temps de vie ou au temps de réaction. Ces limitations sont sérieuses dans le domaine des noyaux très chauds formés au GaniL. Ce sont elles qui peuvent ombrer la mise en évidence des propriétés de l'équation d'état de la matière nucléaire. On doit aussi se poser ce type de questions dans le cas des collisions d'ions lourds relativistes ou ultra relativistes.

## REMERCIEMENTS

Nous remercions Philippe Chomaz pour de fructueuses discussions et Madame Guilendou qui a assuré la frappe de ce texte.

## REFERENCES

- 1) T. Ericson ; *Advance in Physics* 9 (1960) 425
- 2) J. Huizenga et L. Moretto ; *Ann. Rev. of Nucl. Science* 22 (1972) 427
- 3) P. Morse, H. Feshbach *Methods of Theoretical Physics* (1953) Mc Graw-Hill, p 437
- 4) P. Kahn, N. Rosenzweig ; *Phys. Lett.* 22 (1966) 307 - *Phys. Rev.* 187 (1969) 1193
- 5) M. Brack, P. Quentin ; *Phys. Lett.* 52B (1974) 159
- 6) V. Weisskopf ; *Phys. Rev.* 52 (1937) 295
- 7) P. Bonche, S. Levit, D. Vautherin ; *Nucl. Phys.* A436 (1985) 265
- 8) H. Bethe ; *Rev. Mod. Phys.* 9 (1937) 69
- 9) D. Guerreau ; *Thèse Orsay* 1973
- 10) K. Hagel et al ; *Nucl. Phys.* A486 (1988) 429
- 11) E. Suraud, C. Grégoire, B. Tamain ; *Prog. of Nucl. and Part. Sci.* 23 (1989) 357
- 12) R.W. Hasse et P. Schuck ; *Phys. Lett.* B179 (1986)
- 13) W. Hauser, H. Feshbach ; *Phys. Rev.* 87 (1952) 366
- 14) J.B. Natowitz et al ; *Nucl. Phys.* A538 (1992) 263c
- 15) D. Cussol et al *Nucl. Phys.* A561 (1993) 298
- 16) J. Bondorf et al ; *Nucl. Phys.* A443 (1985) 321 et A444 (1985) 460
- 17) J. Pochodzalla et al ; *Phys. Lett.* 161B (1985) 275 et *Phys. Rev. Lett.* 55 (1985) 177
- 18) B. Tamain ; *Comptes-Rendus de la 9ème Session d'Etude Biennale de Physique Nucléaire à Aussois* (1987)
- 19) F. Zhu et al ; *Phys. Lett.* 282 (1992) 299
- 20) J.M.B. Lang et K.J. Lecouteur ; *Proceedings of the Physical Society* A67 (1954) 586
- 21) C. Guet, E. Strumberger, M. Brack ; *Phys. Lett.* B205 (1988) 427
- 22) J. Toke, W. Swiatecki ; *Nucl. Phys.* A372 (1981) 141
- 23) M. Brack, C. Guet, H.B. Hakansson ; *Phys. Reports* 123 (1985) 275
- 24) R.W. Hasse et P. Schuck ; *Phys. Lett.* B179 (1986) 313
- 25) P. Hänngi et al ; *Rev. Mod. Phys.* 62 (1990) ?
- 26) H.A. Kramers ; *Physica* 7 (1940) 284
- 27) D. Boilley et al ; *Nucl. Phys.* A556 (1993) 67
- 28) N. Bohr et A. Wheeler ; *Phys. Rev.* 36 (1939) 426
- 29) P. Grange et al ; *Phys. Rev.* C27 (1983) 2063 et *Phys. Rev.* C34 (1986) 209
- 30) D. Hilscher, H. Rossner ; *Ann. Phys. Fr* 17 (1992) 471
- 31) N. Frascaria ; *Annales de Physique* 16 (1991) 1
- 32) N. Alamanos et F. Auger ; *Annales de Physique* 16 (1991) 41
- 33) W.J. Swiatecki ; *Preprint LBL* 11403 (1983)
- 34) F. Pulhoffer ; *Nucl. Phys.* A260 (1977) 276
- 35) R. Charity et al ; *Nucl. Phys.* A511 (1990) 59
- 36) D. Durand ; *Nucl. Phys.* A541 (1992) 266
- 37) J. Richert, P. Wagner ; *Z. Phys.* A330 (1988) 283
- 38) B.L. Berman ; *Nucl. Data Tabl.* 15 (1975) 321
- 39) J.J. Gardhoje ; *Thèse Copenhague* 1992
- 40) H. Delagrangé et al. *Z. Phys.* A323 (1986) 437
- 41) R. Butsch et al ; *Phys. Rev.* C44 (1991) 1515
- 42) J. Kasagi ; *comptes-rendus de la conférence de Nikko, Japon,*  
"Towards a unified picture of nuclear dynamics" (1991) p. 256
- 43) J. Richert, P. Wagner ; *Z. Phys.* A341 (1992) 171

- 44) L. Moretto , G. Wozniak ; Pré-tirage LBL 34176 (1993) à paraître dans  
Annual Review of Nuclear and Particle Science (1993)
- 45) M. Louvel et al Pré-tirage LPCC 93-12 (accepté par Phys. Lett.)
- 46) J. Lopez, J. Randrup ; Nucl. Phys. A512 (1990) 345
- 47) O. Lopez ; thèse de l'Université de Caen (1993)  
O. Lopez et al Phys. Lett. B315 (1993) 34
- 48) D.H. Gross et al ; Nucl. Phys. A461 (1987) 641
- 49) W. Friedman ; Phys. Rev. C42 (1990) 667