



**HAL**  
open science

## Mésons dans la matière dense et chaude

G. Chanfray

► **To cite this version:**

G. Chanfray. Mésons dans la matière dense et chaude. École thématique. Ecole Joliot Curie "Matière hadronique : de la structure du nucléon au déconfinement des quarks", Maubuisson, (France), du 7-12 septembre 1998 : 17ème session, 1998. cel-00652933

**HAL Id: cel-00652933**

**<https://cel.hal.science/cel-00652933>**

Submitted on 16 Dec 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# MESONS DANS LA MATIERE HADRONIQUE DENSE ET CHAUDE

Guy CHANFRAY

*Institut de Physique Nucléaire de Lyon*

*Université Claude Bernard-Lyon I*

*43 Boulevard du 11 Novembre 1918, 69622 Villeurbanne cedex*

*chanfray@ipnl.in2p3.fr*

**Résumé :** Ce cours a pour objet d'étudier les modifications des propriétés des mésons tels que les pions, rhos, omégas ou kaons de la matière nucléaire ordinaire à la matière hadronique dense et chaude. Il a ainsi également pour objet de fournir un lien entre la physique des énergies intermédiaires ou physique subnucléonique étudiée auprès des machines dans le domaine du GeV et la physique des ions lourds relativistes en particulier *via* la production de dileptons. Un accent tout particulier est porté sur l'influence de la symétrie chirale et sa restauration sur l'évolution de propriétés telles que les masses et les constantes de couplage, tout en en présentant les conséquences expérimentales.

**Abstract :** Medium modifications of mesons such as pions, rhos, omegas or kaons from normal nuclear to hot and dense hadronic matter, are discussed. One aim of these lectures is thus to provide a connection between intermediate energy physics or subnucleonic physics studied around facilities in the *GeV* range and relativistic heavy ion physics with special emphasis on dilepton production. The consequences of chiral symmetry and its restoration on medium modification of observables such as masses and coupling constants, are studied together with a discussion of their experimental manifestations.

## I - INTRODUCTION

Il est maintenant admis que la chromodynamique quantique (QCD), dont les degrés de liberté fondamentaux sont les quarks et gluons colorés, est la théorie de jauge décrivant les interactions fortes. Comme on le sait, QCD possède deux propriétés remarquables qui sont la liberté asymptotique et le confinement de la couleur. Le terme liberté asymptotique signifie que les configurations de petites tailles observées pendant un temps suffisamment court se comportent comme des configurations libres ou faiblement interagissantes. Cette propriété se traduit par le fait que la constante de couplage effective de QCD tend vers zéro, d'une façon calculable perturbativement, lorsque l'échelle d'impulsion  $Q$  tend vers l'infini, c'est-à-dire lorsque l'échelle de taille tend vers zéro. Les prédictions basées sur des calculs de QCD dans le régime perturbatif sont vérifiées expérimentalement avec une excellente précision en particulier grâce à la diffusion très inélastique de leptons qui a d'ailleurs permis de mettre en évidence directement l'existence des quarks.

La propriété de confinement de la couleur, quant à elle, stipule que seules les configurations de quarks et de gluons "blanches" (c'est-à-dire possédant une charge globale de couleur nulle ou plus techniquement invariante sous une transformation du groupe  $SU(3)$  de couleur) peuvent exister avec une énergie et une taille finie. Il en résulte que le potentiel d'interaction doit croître linéairement avec la distance, interdisant ainsi la possibilité d'isoler un quark coloré; ce critère de confinement est utilisé en pratique dans les simulations numériques de la théorie discrétisée sur un réseau. Le confinement n'a jamais été "démonstré" mathématiquement (au sens usuel de ce terme) car mettant en jeu une échelle où QCD devient hautement non perturbatif. C'est la raison pour laquelle on doit faire appel aux calculs sur réseau qui donnent des indications très nettes en sa faveur. Par ailleurs, ces mêmes simulations numériques sur réseau prévoient une transition de phase de déconfinement lorsque la température atteint une certaine valeur critique; au delà de ce point critique on obtient un plasma de quarks et de gluons dont les interactions mutuelles disparaissent complètement lorsque la température devient infinie. Le programme expérimental d'ions lourds ultrarelativistes a pour objet essentiel de mettre en évidence cette transition de phase et de "fabriquer" pendant un temps suffisamment long ce plasma de quarks et de gluons; je ne m'étendrai pas davantage sur cette question car elle est traitée dans les cours de M. Gonin et J.Y. Ollitrault, mais discuterai plutôt une autre caractéristique essentielle de QCD, la symétrie chirale.

La chromodynamique quantique possède en effet une symétrie presque exacte, la symétrie chirale  $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ . L'existence de cette propriété des interactions fortes a été réalisée dès les années soixante, bien avant l'avènement de QCD. De nos jours, elle se "lit" directement sur le lagrangien de QCD comme provenant de sa (quasi)-invariance lorsque on effectue une transformation unitaire dans l'espace à deux saveurs (u,d) des quarks d'hélicité gauche (symétrie  $SU(2)_L$ ) et des quarks d'hélicité droite (symétrie  $SU(2)_R$ ). Il a aussi été compris dès les années soixante que cette symétrie ne se manifeste pas au niveau du spectre; on dit qu'elle est cachée ou encore spontanément brisée. La nature de cette symétrie est sans doute l'élément capital de la description et de la compréhension d'un très grand nombre de phénomènes relatifs au monde hadronique et nucléaire. En premier lieu cette brisure spontanée est à l'origine de l'existence d'un mode dit de Goldstone de masse (presque) nulle qui doit être identifié avec le pion. En outre, même si la symétrie est présente seulement de façon cachée, elle subsiste sous la forme de relations précises entre amplitudes reliant divers processus; ceci se traduit par une importante cohorte de théorèmes (théorèmes de pions mous,...) basés sur l'algèbre des courants ou de façon plus moderne sur la théorie des perturbations chirales. Je ne discuterai pas en détail cette question qui fait l'objet du cours de M. Knecht mais insisterai davantage sur ce qu'il advient de cette symétrie lorsque la température ou la densité baryonique augmente.

Le critère de confinement évoqué plus haut n'est réellement pertinent que lorsque les quarks sont "gelés" sur le réseau ce qui signifie que leur masse a été envoyée à l'infini. Lorsque l'on simule la théorie avec des masses de quarks  $u$ ,  $d$  et  $s$  plus basses et plus proches de leurs valeurs réelles on obtient aussi une transition de phase à une température critique de l'ordre de  $150\text{MeV}$  [1] qui correspond à la restauration de la symétrie chirale, transition présentant certaines analogies avec la restauration de la symétrie de rotation à la température de Curie dans un matériau ferromagnétique. Le paramètre d'ordre utilisé est ce que l'on appelle le condensat de quarks  $\langle \bar{q}q \rangle$ . Dans la phase brisée de basse température, il prend une valeur appréciable traduisant le fait que l'état fondamental (vide de QCD) est en réalité constitué

de paires de quarks-antiquarks scalaires (portant les nombres quantiques du vide) fortement corrélées. Lorsque la température augmente les excitations thermiques, et en premier lieu les pions qui sont de loin les plus légères, vont progressivement détruire cet appariement et le condensat va décroître. Il est clair que, lorsque l'on se rapproche de la transitions de phase, ce ne sont plus les pions qui gouvernent la restauration mais les fluctuations correspondant à des échelles de taille arbitrairement grandes. Au voisinage de la transition, on fait appel à des descriptions qui privilégient le rôle des symétries indépendamment de la nature exacte du hamiltonien "microscopique". Ainsi, si on se limite à deux saveurs (légères soit  $u$  et  $d$ ), des arguments de classe d'universalité, bien connus en physique statistique, permettent de traiter la transition de phase grâce à une théorie effective de type Landau-Ginzburg équivalente, en ce qui concerne ses symétries, au "vénérable" modèle sigma linéaire dont nous parlerons dans un autre contexte dans la suite.

L'objet de ce cours ne sera pas la description de la transition de phase proprement dite, mais plutôt la description des mécanismes assurant cette restauration même assez loin de la transition. Ceci constitue un aspect d'une problématique plus générale concernant l'évolution des propriétés des hadrons lorsque l'on augmente soit la densité soit la température. Du fait de l'évolution de la structure du vide de  $QCD$  se traduisant par l'évolution des condensats (de quarks ou de gluons), on s'attend à ce que les mésons, qui sont les premières excitations de ce vide, soient modifiés. A température nulle, le rôle des degrés de liberté mésoniques constitue l'essence de la physique nucléaire des énergies intermédiaires ou physique subnucléonique étudiée auprès des machines d'énergie de l'ordre du GeV. Une information sur l'effet de la densité et de la température sur ces degrés de liberté requiert les collisions d'ions lourds relativistes. Un des objectifs centraux de ce cours sera de montrer comment les connaissances accumulées en physique des énergies intermédiaires, aussi bien à l'aide de sondes électromagnétiques que de sondes hadroniques, seront d'une importance cruciale pour l'étude de la matière hadronique dense et chaude produite dans les collisions d'ions lourds relativistes.

La deuxième partie est consacrée à quelques généralités concernant la symétrie chirale, sa brisure explicite et sa brisure spontanée. Nous discutons en particulier l'évolution du condensat de quarks à température et/ou densité finie caractérisant la restauration graduelle de cette symétrie, tout en donnant une première idée des conséquences observables expérimentalement. La troisième partie illustre un certain nombre des concepts à l'aide du modèle de Nambu-Jona-Lasinio permettant de calculer l'évolution de ce condensat. Dans la quatrième partie, après avoir introduit les modèles sigma linéaires et non linéaires, nous établissons un certain nombre de résultats (évolution de la masse du pion, du condensat de quarks et de la constante de désintégration du pion) indépendants de modèles et qui sont des conséquences de la symétrie chirale seule à basse température. Un des objectifs de la cinquième partie est de montrer que de nombreux résultats relatifs à la physique des pions dans les noyaux [2] sont d'une importance primordiale pour la compréhension de la problématique actuelle de la physique nucléaire et hadronique. A cet égard, nous discutons l'effet combiné des interactions pion-nucléon d'onde  $p$  à l'origine des modes collectifs pioniques dans les noyaux et d'onde  $s$  intimement liées au mécanisme de restauration de la symétrie chirale. Une attention toute particulière est ainsi portée à la densité scalaire de pions et à l'évolution d'observables telles que les constantes de couplage axiales ou les masses non seulement du pion mais également des kaons et antikaons à densité finie. La dernière partie est consacrée aux modifications des propriétés des mésons vecteurs tels que le méson rho dans la matière hadronique dense et chaude *via* la production de dileptons en collisions d'ions lourds relativistes. Après avoir présenté les propriétés des fonctions spectrales associées dans le vide et dans le milieu à l'aide de théories effectives (dominance vectorielle) ou de méthodes particulières (règles de somme de QCD et de Weinberg), nous discutons les explications proposées pour l'augmentation du taux de production de dileptons observée à basse masse invariante au CERN/SPS. Pour terminer cette introduction il convient de faire quelques remarques sur la rédaction de ce cours. Les différents modèles ou approches théoriques sont la plupart du temps présentés dans leur version la plus simplifiée; par contre les discussions des résultats sont souvent relatives à des versions (beaucoup) plus élaborées qui peuvent être étudiées dans les références données. Cette bibliographie est volontairement non exhaustive; j'ai en effet privilégié (de façon forcément subjective) les travaux qui me paraissaient les plus appropriés comme complément direct de ce cours et qui correspondent le plus souvent à ceux que j'ai utilisés pour sa préparation.

## II - GENERALITES SUR LA SYMETRIE CHIRALE ET SA RESTAURATION

### 1 - Symétries vectorielle et axiale

Le lagrangien de QCD met en jeu des champs de quarks existant sous six saveurs et trois couleurs et des champs de gluons existant dans huit états de couleur. En pratique, pour les considérations de symétries présentées ci-dessous, nous n'aurons pas besoin de la partie gluonique qui est toujours séparément invariante. Par ailleurs, nous ne nous intéresserons qu'aux saveurs légères  $u$  et  $d$  en gardant à l'esprit qu'un certain nombre de résultats pourront être généralisés si le quark  $s$  est introduit. On considère par suite le lagrangien de QCD en ne conservant que la partie cinétique et la partie de masse relative aux quarks  $u$  et  $d$  et en omettant l'indice de couleur :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{QCD} &= i\bar{\psi}_u \gamma^\mu \partial_\mu \psi_u + i\bar{\psi}_d \gamma^\mu \partial_\mu \psi_d - m_u \bar{\psi}_u \psi_u - m_d \bar{\psi}_d \psi_d \\ &= i\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - \frac{m_u + m_d}{2} \bar{\psi} \psi - \frac{m_u - m_d}{2} \bar{\psi} \tau_3 \psi \end{aligned} \quad (1)$$

où  $\psi_u$  et  $\psi_d$  désignent les champs de quarks  $u$  et  $d$  de masse  $m_u$  et  $m_d$ . Dans la deuxième expression, on a introduit un isospineur  $\psi$  sous forme de vecteur colonne et le vecteur ligne associé :  $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_d \end{pmatrix} \quad \bar{\psi} = (\bar{\psi}_u, \bar{\psi}_d)$$

#### a . Symétrie vectorielle (isospin)

Considérons la transformation  $SU(2)$  :

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha_k \frac{\tau_k}{2}} \psi$$

où les  $\alpha_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ) sont des paramètres continus et les  $\tau_k$  sont les matrices de Pauli. Si on oublie, ce que l'on fera la plupart du temps dans la suite, la petite violation d'isospin gouvernée par  $(m_d - m_u)/2 \simeq 2 \text{ MeV} \ll M_H \sim 1 \text{ GeV}$ , le lagrangien demeure invariant sous cette transformation. Le courant associé est le courant vectoriel (courant d'isospin) et la charge associée se confond avec (les trois composantes de) l'isospin :

$$V_k^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \frac{\tau_k}{2} \psi, \quad Q_k = \int dr \psi^\dagger \frac{\tau_k}{2} \psi \equiv I_k \quad (2)$$

Dans la limite de la symétrie exacte ( $m_u = m_d$ ), le hamiltonien commute avec l'isospin ( $[I_k, H] = 0$ ). Cette propriété, associée au fait que l'isospin du vide est nul ( $I_k |0\rangle = 0$ ), conduit à une structure en multiplets d'isospin du spectre des hadrons.

#### b . Symétrie axiale

Envisageons maintenant la transformation axiale qui diffère de la transformation vectorielle par le présence de la matrice  $\gamma_5$  :

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha_k \frac{\tau_k}{2} \gamma_5} \psi$$

Le courant associé est le courant axial (c'est un pseudo-vecteur) et la charge associée est la charge axiale :

$$A_k^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau_k}{2} \psi, \quad Q_k^5 = \int dr \psi^\dagger \gamma_5 \frac{\tau_k}{2} \psi \quad (3)$$

Cette fois-ci, l'invariance exacte nécessite que les deux masses  $m_u$  et  $m_d$  soient nulles. Il y a donc une petite brisure de la symétrie, même si la symétrie d'isospin est exacte, et la divergence du courant axial n'est pas tout à fait nulle  $\partial_\mu A_k^\mu = m i\bar{\psi} \gamma_5 \tau_k \psi$ . La masse moyenne des quarks légers  $m = m_u + m_d/2 \simeq 8 \text{ MeV}$  étant beaucoup plus petite que les masses hadroniques typiques, la symétrie est excellente *a priori* presque aussi bonne que la symétrie d'isospin. Cependant, comme nous allons le voir, cette symétrie n'est pas réalisée au niveau du spectre. Pour préciser ce point il est préférable d'introduire le concept associé de symétrie chirale.

## 2 - Symétrie chirale

On commence par introduire les champs de chiralité gauche et droite, la chiralité se confondant avec l'hélicité pour des particules de masse nulle, ce qui est (presque) le cas :

$$\psi_L = \frac{1 - \gamma_5}{2} \psi, \quad \psi_R = \frac{1 + \gamma_5}{2} \psi \quad (4)$$

Le lagrangien se met alors (en supposant la symétrie d'isospin exacte) sous la forme :

$$\mathcal{L}_{QCD} = i\bar{\psi}_L \gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + i\bar{\psi}_R \gamma^\mu \partial_\mu \psi_R - m(\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L) \quad (5)$$

Considérons une transformation chirale  $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ , c'est-à-dire des transformations de  $SU(2)$  agissant séparément sur les champs de quarks gauches et droits :

$$\begin{aligned} SU(2)_L : \quad \psi_L &\rightarrow e^{i\alpha_k \frac{\tau_k}{2}} \psi_L, & \psi_R &\rightarrow \psi_R \\ SU(2)_R : \quad \psi_R &\rightarrow e^{i\beta_k \frac{\tau_k}{2}} \psi_R, & \psi_L &\rightarrow \psi_L \end{aligned} \quad (6)$$

Dans la limite où  $m$  est nulle, le lagrangien est invariant sous cette transformation; cette symétrie est appelée symétrie chirale. La petite brisure de la symétrie axiale se retrouve dans une petite brisure de la symétrie chirale *via* le terme de masse qui mélange les champs droits et gauches. Les charges (presque conservées) sont les charges gauches et droites, combinaisons linéaires des charges vectorielles et axiales :

$$\begin{aligned} Q_L^k &= \int d\mathbf{r} \psi_L^\dagger \frac{\tau_k}{2} \psi_L = \frac{1}{2} (Q_k - Q_k^5) \\ Q_R^k &= \int d\mathbf{r} \psi_R^\dagger \frac{\tau_k}{2} \psi_R = \frac{1}{2} (Q_k + Q_k^5) \end{aligned} \quad (7)$$

## 3 - Brisure spontanée de la symétrie chirale

On peut montrer que les trois charges gauches et les trois charges droites précédentes forment séparément des algèbres de  $SU(2)$ ; il suffit pour le vérifier d'utiliser les relations d'anticommutation canoniques des champs de quarks. En d'autres termes, les champs de quarks gauches et droits constituent deux représentations indépendantes de  $SU(2)$ . On pourrait ainsi en conclure qu'il existe deux mondes hadroniques indépendants construits sur les quarks gauches et les quarks droits. En particulier, dans la limite (presque) réalisée où la masse  $m$  est nulle, le hamiltonien commute avec les charges gauches et droites ce qui entraînerait un doublement des multiplets. Un tel doublement aurait pour conséquence que chaque hadron possède un "partenaire chirale" de parité opposée et (presque) de même masse. Ce scénario est manifestement exclu car on n'observe pas un tel doublement du spectre : par exemple, le premier hypothétique partenaire chirale du nucléon est la résonance  $S_{11}$  dont la masse est supérieure à  $1.5 \text{ GeV}$ . Ce scénario suppose en réalité que le vide soit invariant sous la symétrie, ce qui n'est réalisé que pour la charge vectorielle d'isospin et on parle de réalisation de la symétrie de type Wigner. Par contre, le vide n'est pas invariant sous une transformation axiale ou, dit autrement, la charge axiale du vide n'est pas nulle :  $Q_k^5 |0\rangle \neq 0$ . Dans ce cas la symétrie, bien que manifeste au niveau du lagrangien ou du hamiltonien, n'est pas présente dans l'état fondamental et par suite dans le spectre; on parle alors de symétrie spontanément brisée de type Goldstone. Il n'en reste pas moins que  $Q_k^5$  commute avec le hamiltonien, ce qui implique que son action sur le vide donne un état qui a la même énergie que le vide. Un tel état ne peut être réalisé que si il existe des particules de masse nulle qu'on appelle des bosons de Goldstone. Ce résultat que l'on peut démontrer formellement est le théorème de Goldstone. Dans le cas de QCD, le boson de Goldstone associé doit être identifié avec le pion. L'existence d'un tel "mode mou" est ainsi une conséquence directe de la brisure spontanée de la symétrie chirale. Cependant, la masse des pions, bien que très petite à l'échelle hadronique, n'est pas nulle du fait de la petite brisure explicite de la symétrie chirale.

Cette brisure spontanée a pour conséquence que l'élément de matrice du courant axial et donc de la charge axiale entre le vide et un état à un pion n'est pas nul :

$$\langle 0 | A_k^\mu(x) | \pi_j(p) \rangle = -i \delta_{jk} f_\pi p^\mu e^{-ipx} \quad (8)$$

La constante de désintégration du pion  $f_\pi = 94 \text{ MeV}$  joue le rôle de paramètre d'ordre associé à la brisure spontanée. Un autre paramètre d'ordre est fourni par le condensat de quarks défini par :

$$\langle \bar{q}q \rangle = \frac{1}{2} \langle 0 | \bar{\psi}_u \psi_u + \bar{\psi}_d \psi_d | 0 \rangle = \frac{1}{2} \langle 0 | \bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L | 0 \rangle \quad (9)$$

Sa valeur non nulle (voir plus bas) montre explicitement la présence d'un mélange des quarks gauches et droits dans le vide de QCD. On notera que  $\langle \bar{q}q \rangle$  est conventionnellement pris comme étant relatif à une saveur de quark. Ces deux condensats  $f_\pi$  et  $\langle \bar{q}q \rangle$  peuvent être reliés entre eux. Pour établir cette relation, on part de l'identité opératorielle :

$$[Q_i^5, [Q_j^5, H]] = \delta_{ij} \int d\mathbf{r} m \bar{\psi} \psi(\mathbf{r}) \quad (10)$$

On en prend l'élément de matrice sur le vide de QCD et on sature le double commutateur avec une base d'états  $|n\rangle$ ; on obtient ainsi une règle de somme une fois pondérée en énergie :

$$\sum_n 2E_n |\langle n | Q_i^5 | 0 \rangle|^2 = - \int d\mathbf{r} 2m \langle \bar{q}q \rangle \quad (11)$$

Si on se limite pour les états  $|n\rangle$  à la contribution des états à un pion qui est dominante, on obtient en utilisant (8), la relation de Gell-Mann-Oakes-Renner (GOR) :

$$m_\pi^2 f_\pi^2 = -2m \langle \bar{q}q \rangle \quad (12)$$

Cette relation, valable au plus bas ordre dans les paramètres de brisure explicite  $m_\pi$  et  $m$ , permet de relier le condensat au niveau macroscopique  $f_\pi$  (hadrons) au condensat au niveau microscopique  $\langle \bar{q}q \rangle$  (quarks). Prenant une masse de quarks de  $8 \text{ MeV}$ , on obtient  $\langle \bar{q}q \rangle \simeq -(220 \text{ MeV})^3$ , soit une densité scalaire de quarks de l'ordre de  $-1.4 \text{ fm}^{-3}$ . Cette valeur élevée du condensat, correspondant au scénario dit du condensat fort, semble être confirmée par les calculs sur réseau avec toutes les réserves habituelles sur la validité de ces calculs pour des basses masses de quarks. Cela étant, l'analyse en perturbations chirales n'exclut pas une valeur beaucoup plus faible signifiant qu'il pourrait y avoir des corrections importantes à apporter à la relation GOR [3]. Dans la suite nous privilégierons ce scénario du condensat fort bien qu'un certain nombre de résultats n'en dépendent pas directement.

#### 4 - Brisure explicite de la symétrie chirale : commutateurs sigma

Rappelons tout d'abord le théorème bien connu de Feynman-Hellmann. Soit un hamiltonien qui se met sous la forme  $H = H_0 + H'$  où  $H'$  dépend linéairement d'un paramètre  $\lambda$  suivant  $H' = \lambda h'$ . Soit  $|\Phi(\lambda)\rangle$  un état propre exact (normé à l'unité) de  $H$  avec l'énergie propre  $E(\lambda)$ . Le théorème stipule que :

$$\langle \Phi(\lambda) | H' | \Phi(\lambda) \rangle = \lambda \frac{\partial E(\lambda)}{\partial \lambda} \quad (13)$$

Nous allons appliquer ce théorème dans le cas de QCD pour lequel le hamiltonien  $H$  est :

$$H = H_0 + H_{\chi SB} = H_0 + m \int d\mathbf{r} \bar{\psi} \psi \quad (14)$$

$H_0$  est la partie invariante chirale du lagrangien et le paramètre de brisure  $m$  joue le rôle de  $\lambda$ . On définit pour chaque état  $|h\rangle$  de hadron (que l'on prendra au repos) de masse  $M_h$ , un (double) commutateur sigma par :

$$\Sigma_h = \langle h | [Q_i^5, [Q_i^5, H]] | h \rangle_{conn} = \langle h | H_{\chi SB} | h \rangle = \int d\mathbf{r} m \langle h | \bar{\psi} \psi(\mathbf{r}) | h \rangle = m \frac{\partial M_h}{\partial m} \quad (15)$$

La première égalité est la définition du commutateur sigma et le suffixe "conn" signifie que la contribution du vide a été soustraite; il s'agit donc d'une quantité caractéristique du hadron. La deuxième égalité est obtenue par utilisation de (10) et la dernière provient du théorème de Feynman-Hellmann. De façon évidente, ce commutateur sigma constitue une mesure de la brisure explicite de la symétrie chirale dans le hadron correspondant à la déviation de sa masse par rapport à un monde chiral exact. On peut également noter que  $\Sigma_h/m$ , qui a une limite finie lorsque la symétrie chirale est exacte, représente la densité scalaire de quarks intégrée dans le hadron.

La détermination de ces quantités fondamentales que constituent les commutateurs sigma se fait en général à partir de données expérimentales en utilisant des propriétés reliées à la symétrie chirale. Il est cependant utile, et d'interprétation physique plus directe, d'utiliser des théories effectives hadroniques formulées directement en termes de degrés de liberté hadroniques pertinents. Nous verrons plus loin comment construire ces théories mais mentionnerons simplement pour l'instant qu'une telle théorie devra contenir les propriétés de symétrie (et de brisure) présentes au niveau de la théorie fondamentale QCD. Ainsi, dans une théorie où les pions sont incorporés par l'intermédiaire de champs canoniques  $\Phi_i(\mathbf{r})$  ( $i = 1, 2, 3$ ), le hamiltonien de brisure de la symétrie chirale sera simplement, au plus bas ordre, le terme de masse :

$$H_{\chi SB} = \int d\mathbf{r} \frac{1}{2} m_\pi^2 \Phi_i \Phi_i(\mathbf{r}) = \int d\mathbf{r} \frac{1}{2} m_\pi^2 \vec{\Phi}^2(\mathbf{r}) \quad (16)$$

Prenant l'élément de matrice de cet hamiltonien sur un état de pion au repos, on trouve  $\Sigma_\pi = m_\pi/2 = 70 \text{ MeV}$ . On aurait trouvé le même résultat par utilisation du théorème de Feynman-Hellmann en remplaçant la masse des quarks  $m$  par la masse du pion grâce à la relation GOR. La densité scalaire de quarks intégrée dans le pion est ainsi de l'ordre de 10; ce nombre, assez grand, est un des éléments du rôle important joué par le pion lui-même et le nuage pionique hadronique dans le mécanisme de restauration de la symétrie.

En ce qui concerne le nucléon, l'analyse, provenant de l'extrapolation de données expérimentales de diffusion pion-nucléon et faisant autorité actuellement, donne  $\Sigma_N = 45 \text{ MeV}$  [4]. Les théories effectives utilisées sont la plupart du temps des modèles hybrides basés sur des images du type "sac de quarks" et ses élaborations, où le nucléon est décrit comme un "coeur" de quarks confinés dans un domaine fini, entouré d'un nuage pionique. Le commutateur  $\Sigma_N$  provient à la fois du coeur de quarks et du nuage pionique :

$$\Sigma_N = \langle N | \int d\mathbf{r} \left( m \bar{\psi} \psi + \frac{1}{2} m_\pi^2 \Phi^2 \right) | N \rangle \equiv \Sigma_N^{(q)} + \Sigma_N^{(\pi)} \quad (17)$$

La contribution du coeur de quarks s'obtient avec les fonctions d'onde du sac; dans le modèle sac du MIT et sa version chirale le "cloudy bag model" (CBM), on a :  $\Sigma_N^{(q)} \simeq (3/2)m \simeq 15 \text{ MeV}$ . La contribution du nuage pionique peut être obtenue en calculant d'abord sa contribution à la masse du nucléon puis en utilisant le théorème de Feynman-Hellmann, soit avec des notations évidentes :

$$\Sigma_N^{(\pi)} = m_\pi^2 \frac{\partial}{\partial m_\pi^2} \left( \sum_{(q,i),(B=N,\Delta)} \frac{|\langle B, \pi_i(\mathbf{q}) | H_{int} | N \rangle|^2}{M_N - M_B - \omega_q} \right) \quad (18)$$

La dépendance de modèle est contenue dans le hamiltonien d'interaction essentiellement *via* un facteur de forme  $\pi NN$  dépendant de la taille du domaine de confinement des quarks. L'utilisation de modèles réalistes [5, 6] contraints par la phénoménologie permet d'obtenir :

$$\Sigma_N^{(\pi)} \simeq 30 \text{ MeV} \quad (19)$$

La densité scalaire de pions  $\langle \Phi^2 \rangle$  directement reliée au commutateur sigma du nucléon est une quantité très importante dans l'évolution de la matière nucléaire vers la restauration de la symétrie chirale, car gouvernant directement l'évolution de certaines observables. On pourrait cependant contester le nombre ci-dessus, et l'image sous-jacente d'un nuage pionique important car venant en dernière analyse d'un type de modèles le privilégiant par construction. Cela étant, et c'est un point crucial, la cohérence de

cette approche et la valeur de  $\Sigma_N^{(\pi)}$  sont corroborées par une analyse à partir de données expérimentales de diffusion Compton. Nous reviendrons sur ce point dans la partie consacrée à la matière nucléaire (paragraphe V-3.b).

## 5 - Restauration de la symétrie chirale

### a . Evolution des condensats

D'après les simulations numériques sur réseau et les résultats obtenus à l'aide de théories effectives (modèles sigma, Nambu- Jona-Lasinio, théories relativistes), on a de bonnes raisons de penser que la valeur absolue du condensat de quarks diminue lorsque la température ou la densité baryonique augmente. Ceci peut-être interprété comme une indication d'une restauration partielle et graduelle de la symétrie chirale. Cette évolution du condensat est caractérisée par le rapport :

$$R = \frac{\langle\langle \bar{q}q \rangle\rangle(\rho, T)}{\langle \bar{q}q \rangle} \quad (20)$$

où le double crochet doit être compris soit comme une valeur moyenne sur l'état de la matière, soit comme une valeur moyenne thermique dans le cas d'une matière hadronique à température finie  $T$  et potentiel chimique baryonique  $\mu$ . On peut définir un commutateur sigma généralisé relatif au milieu dense et/ou chaud, suivant :

$$\tilde{\Sigma} = \langle\langle [Q_i^5, [Q_i^5, H]] \rangle\rangle - \langle 0|[Q_i^5, [Q_i^5, H]]|0 \rangle = \int dr 2m (\langle\langle \bar{q}q \rangle\rangle - \langle \bar{q}q \rangle) \quad (21)$$

En utilisant la relation GOR, on en déduit que le rapport  $R$  est gouverné par ce commutateur sigma généralisé par unité de volume  $V$  :

$$\frac{\langle\langle \bar{q}q \rangle\rangle(\rho, T)}{\langle \bar{q}q \rangle} = 1 - \frac{\tilde{\Sigma}/V}{f_\pi^2 m_\pi^2} \quad (22)$$

Dans un gaz de hadrons sans interaction ce commutateur sigma par unité de volume est simplement égal à la somme sur tous les hadrons présents des commutateurs sigma de chaque hadron multiplié par la densité de hadrons [7, 8], soit :

$$R \simeq 1 - \sum_h \frac{\rho_{sh} \Sigma_h}{f_\pi^2 m_\pi^2} \quad (23)$$

Cette densité  $\rho_{sh}$ , apparaissant dans l'expression ci-dessus, est en fait la densité scalaire. Pour préciser ce dernier point, considérons un gaz de Fermi de nucléons. Le commutateur sigma de ce gaz est calculé en appliquant le théorème de Feynman-Hellmann à l'énergie (uniquement cinétique) d'une mer de Fermi remplie jusqu'à l'impulsion de Fermi  $p_F$  :

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{\Sigma}}{V} &= \frac{1}{V} m \frac{\partial}{\partial m} \left( \int \frac{4V d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} E_p \Theta(p_F - p) \right) \\ &= \left( \int \frac{4 d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{M_N}{E_p} \Theta(p_F - p) \right) \left( m \frac{\partial M_N}{\partial m} \right) \equiv \rho_{sN} \Sigma_N \end{aligned} \quad (24)$$

avec  $E_p = (p^2 + M_N^2)^{1/2}$ . Aux densités ordinaires, cette densité scalaire peut s'identifier avec une bonne approximation à la densité baryonique ordinaire. On verra cependant que, lorsque les effets d'interaction sont pris en compte, la masse du nucléon doit être remplacée par une masse effective beaucoup plus basse entraînant une déviation notable de densité scalaire par rapport à la densité baryonique, effet à l'origine de la saturation dans les théories relativistes. Dans le cas d'un gaz de pions chaud, le même calcul peut

être fait à condition de remplacer l'énergie par le grand potentiel (énergie libre) dans le théorème de Feynman-Hellmann; on trouve ainsi :

$$\rho_{s\pi}\Sigma_\pi = \left( \int \frac{3d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{n(\omega_k)}{2\omega_k} \right) \left( 2m_\pi \frac{m_\pi}{2} \right) \quad (25)$$

où  $n(x) = 1/(\exp(x/T) - 1)$  est la distribution de Bose-Einstein à température  $T$ . Le facteur  $2m_\pi$  multipliant  $\Sigma_\pi = m_\pi/2$  donne le commutateur sigma du pion  $m_\pi^2$  avec une normalisation covariante. A la limite chirale, le calcul de la densité scalaire est analytique ( $\rho_{s\pi} = T^2/8$ ) et on trouve le résultat bien connu au premier ordre en théorie des perturbations chirales [9, 10] :

$$R = 1 - \frac{T^2}{8f_\pi^2} \quad (26)$$

Le résultat approché (éq. 23), qui peut se réécrire (sans utilisation de la relation GOR) :

$$| \langle\langle \bar{q}q \rangle\rangle |(\rho, T) \simeq | \langle \bar{q}q \rangle | - \sum_h \rho_{sh} \frac{\Sigma_h}{2m}$$

peut se comprendre de façon très simple. Dans un milieu, la densité scalaire de quark (négative) décrite par le condensat est diminuée en moyenne du fait de la présence d'une densité scalaire (positive)  $\Sigma_h/m$  à l'intérieur de chaque hadron, que cette densité soit dans le coeur de quarks ou dans le nuage pionique entourant le hadron.

Dans la matière nucléaire le résultat exact (éq. 22) peut être reformulé en introduisant un commutateur sigma effectif par nucléon  $\tilde{\Sigma}_A = \tilde{\Sigma}/A$  [11], suivant

$$R = \frac{\langle A|\bar{q}q|A \rangle (\rho_N)}{\langle \bar{q}q \rangle} = 1 - \frac{\rho_N \tilde{\Sigma}_A}{f_\pi^2 m_\pi^2} \quad (27)$$

Le résultat de plus bas ordre est bien sûr retrouvé en remplaçant  $\tilde{\Sigma}_A$  par le commutateur  $\Sigma_N$  du nucléon libre. Cette approximation conduit à un degré de restauration de près de 35% à la densité ordinaire. La question que l'on doit alors se poser est de combien le commutateur sigma effectif  $\tilde{\Sigma}_A$  dévie-t-il par rapport au commutateur du nucléon libre  $\Sigma_N$ . Pour y répondre, il faut faire appel à des théories effectives de basse énergie incorporant outre le nucléon, les hadrons tels que le pion, le delta, le rho, le oméga,.... Ces théories effectives, dont nous verrons des exemples explicites, devront autant que faire se peut incorporer les symétries de QCD et satisfaire la phénoménologie usuelle. Plusieurs effets ont été étudiés; nous verrons que l'effet dominant, ou plus précisément le seul effet important sous contrôle, vient de l'échange de pions.

### b . Les (bonnes) questions

Nous venons de voir que, y compris à des densités modérées, le condensat pouvait diminuer de façon notable. Ainsi, dans la matière nucléaire froide à la densité ordinaire régnant au centre des gros noyaux, cette diminution est déjà de l'ordre de 30%. On a par suite quelques difficultés à concevoir comment un tel effet pourrait ne pas avoir de conséquences observables [12]. La question que l'on doit se poser et susceptible d'avoir des réponses expérimentales est de savoir comment l'évolution des condensats va se traduire sur certaines observables telles que les masses, les constantes de couplage ou les spectres. Deux types de conséquences ont été envisagées :

- La question qui a été de loin la plus discutée est le lien éventuel des condensats de quarks mais aussi de gluons avec les masses des hadrons. Cependant, au niveau théorique, ce lien explicite n'a été établi formellement que dans le cas de certains modèles simples tels que les modèles sigma et de Nambu-Jona-Lasinio, la plupart du temps à partir d'approches basées sur l'approximation du

champ moyen. Des lois d'échelles "universelles" ont aussi été conjecturées, conduisant à ce que l'on appelle de façon générique le "dropping mass scénario". Elles ont eu le mérite de susciter de nombreux travaux concernant en particulier l'excès de dileptons observé à basse masse invariante en collisions d'ions lourds relativistes au CERN/SPS.

- Il a été montré explicitement que, à température finie, la présence de pions thermiques induisait un mélange entre les fonctions de corrélation courant-courant axiales et vectorielles. La raison est très facile à comprendre : ce mélange provient de l'émission ou de l'absorption d'un pion thermique d'onde  $s$  de spin-parité  $J^\pi = 0^-$ . Il a aussi été suggéré qu'un mécanisme analogue existe à densité finie, le rôle des pions thermiques étant joué par les pions virtuels du nuage pionique des nucléons. La réponse du milieu à une excitation vectorielle (électromagnétique) étant proportionnelle à la partie imaginaire du corrélateur vectoriel, le mélange au secteur axial entraînera par suite un élargissement du spectre constituant une explication alternative à l'excès de dileptons précédent. Ce mélange induit, en corollaire obligé, une diminution des constantes de couplage telles que  $f_\pi$  ou la constante de couplage axiale du nucléon  $g_A$ . Il est important de comprendre que ce mélange des corrélateurs peut décrire un scénario de restauration partielle qui peut ne pas être accompagné d'une évolution notable des masses.

Nous reviendrons souvent, et en particulier dans la dernière partie du cours consacrée au méson rho et à la production de dileptons, sur ces deux types de scénario. Cependant, avant de se lancer dans une discussion détaillée de ce qui se passe à température et densité finies, il est utile de visualiser plus précisément les concepts introduits précédemment à l'aide d'un exercice basé sur le modèle de Nambu-Jona-Lasinio.

### III - LE MODELE DE NAMBU-JONA-LASINIO

#### 1 - Quarks nus et quarks constituants

##### a . Liens entre les quarks nus et les quarks constituants

On considère des quarks de saveur  $f = u, d$  et de couleur  $c$  de masse courante  $m \leq 10MeV$ , interagissant par l'intermédiaire d'un potentiel quartique invariant chirale dont nous précisons la forme dans la section suivante. On considérera que l'interaction n'affecte que les quarks (et les antiquarks) d'impulsion  $p$  plus petite qu'une certaine valeur de coupure ("cutoff")  $\Lambda$  de l'ordre du  $GeV$ ; on ignorera ainsi purement et simplement les quarks et les antiquarks d'impulsion  $p > \Lambda$ . Ceci est une façon simpliste de simuler le fait que, dans QCD, seules les configurations de quarks et de gluons de faible impulsion interagissent fortement, les configurations de grande impulsion "vivant" dans le régime de la liberté asymptotique. Dans cette optique, ce paramètre  $\Lambda$  a un sens physique et n'est donc pas un simple "cutoff" permettant de régulariser la théorie. .

On omettra dans ce qui suit les indices de couleur et de saveur qui réapparaîtront ultérieurement comme de simples coefficients de comptage de degrés de liberté. Décomposons le champ de quarks sur une base d'ondes planes solutions de l'équation de Dirac pour des fermions libres de masse nue  $m$  :

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{p}, s} \left( \frac{1}{2\epsilon_p V} \right)^{1/2} \left( u(\mathbf{p}, s) b_{\mathbf{p}s}(t) + v(-\mathbf{p}, -s) d_{-\mathbf{p}-s}^\dagger(t) \right) e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \quad (28)$$

où  $\epsilon_p = (p^2 + m^2)^{1/2}$ ,  $V$  est un volume de normalisation (volume de la "grande boîte"),  $\sum_{\mathbf{p}} = \int V d\mathbf{p} / (2\pi)^3$  et  $u$  et  $v$  sont les spineurs de Dirac usuels :

$$u(\mathbf{p}, s) = (\epsilon_p + m)^{1/2} \begin{pmatrix} \chi_s \\ \frac{s\mathbf{p}}{\epsilon_p + m} \chi_s \end{pmatrix} \quad v(\mathbf{p}, s) = (\epsilon_p + m)^{1/2} \begin{pmatrix} \frac{-s\mathbf{p}}{\epsilon_p + m} \chi_{-s} \\ \chi_{-s} \end{pmatrix} \quad (29)$$

$\chi_s$  est un spineur de Pauli vérifiant  $\sigma \cdot \hat{\mathbf{p}} \chi_s = s \chi_s$  ( $s = \pm 1$ ). Les opérateurs  $b(t), b^\dagger(t), d(t), d^\dagger(t)$  ont une évolution temporelle qui dépend de la dynamique précise (c'est-à-dire du hamiltonien total  $H$ ). A l'instant de référence  $t = 0$  ils sont identifiés avec les opérateurs de création et d'annihilation de quarks et d'antiquarks "nus" de masse  $m$ . L'opérateur  $b_{\mathbf{p}s}^\dagger$  crée un état de quark avec une impulsion  $\mathbf{p}$  et une projection du spin le long de  $\mathbf{p}$  (hélicité) égale à  $s/2$ . L'opérateur  $d_{-\mathbf{p}-s}^\dagger$  crée un état d'antiquark avec une impulsion  $-\mathbf{p}$  et une projection du spin le long de  $\mathbf{p}$  égale à  $-s/2$  (hélicité  $s/2$ ). Ces opérateurs et les opérateurs d'annihilation associés, satisfont les relations d'anticommutation canoniques habituelles des fermions. Le vide perturbatif  $|\phi_0\rangle$  est le vide des opérateurs de destruction de quarks nus, soit :

$$b_{\mathbf{p}s} |\phi_0\rangle = 0, \quad d_{\mathbf{p}s} |\phi_0\rangle = 0 \quad (30)$$

On peut toujours, si on le souhaite, décomposer ce même champ de quarks sur des états ondes planes solutions d'une équation de Dirac libre pour des fermions de masse  $M$ . Il suffira de remplacer les spineurs  $u$  et  $v$  relatifs à la masse  $m$  par des spineurs  $U$  et  $V$  relatifs à la masse  $M$  et les opérateurs  $b$  et  $d$  relatifs à la masse  $m$  par des opérateurs  $B$  et  $D$  relatifs à la masse  $M$ , soit :

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{p}, s} \left( \frac{1}{2E_p V} \right)^{1/2} \left( U(\mathbf{p}, s) B_{\mathbf{p}s}(t) + V(-\mathbf{p}, -s) D_{-\mathbf{p}-s}^\dagger(t) \right) e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}} \quad (31)$$

Cette nouvelle décomposition mathématique aura un intérêt physique si, sous l'effet de l'interaction, les quarks acquièrent une masse  $M$ . On dira alors que les opérateurs  $B^\dagger$  et  $D^\dagger$  sont des opérateurs de création de quasi-particules de masse  $M$  que l'on identifiera avec les quarks et antiquarks "constituants". La masse  $M$  sera appelée la masse constituante. On étudiera comment ces quasi-particules peuvent être engendrées dynamiquement mais il est tout de suite intéressant de visualiser le lien précis existant entre les quarks "nus" de masse  $m$  petite ou nulle et les quarks "constituants" de masse  $M$  qui sera fixée dynamiquement

à une valeur de l'ordre du tiers de la masse du nucléon. En identifiant les développements (28) et (31) pris à l'instant  $t = 0$  du champ de quarks et en utilisant les propriétés de fermeture des spineurs de Dirac, on obtient les formules de passage :

$$\begin{aligned} b_{ps} &= \alpha_p B_{ps} + s\beta_p D_{-p-s}^\dagger \\ d_{-p-s}^\dagger &= -s\beta_p B_{ps} + \alpha_p D_{-p-s}^\dagger \end{aligned} \quad (32)$$

avec

$$\begin{pmatrix} \alpha_p \\ \beta_p \end{pmatrix} = \left[ \frac{1}{2} \left( 1 \pm \frac{p^2 + Mm}{\epsilon_p E_p} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

Cette transformation est une transformation de Bogoliubov, usuelle dans le problème à N corps; la relation  $\alpha_p^2 + \beta_p^2 = 1$  assure la conservation des relations d'anti-commutation canoniques. On appellera vide non perturbatif  $|\phi(M)\rangle$  le vide des quasi-particules de masse  $M$ , défini par :

$$B_{ps} |\phi(M)\rangle = 0, \quad D_{ps} |\phi(M)\rangle = 0 \quad (33)$$

Par utilisation de la transformation de Bogoliubov (32), il est très facile de trouver le contenu explicite de cet état de vide en quarks et antiquarks nus :

$$\begin{aligned} |\phi(M)\rangle &= C \exp \left( - \sum_{s,p < \Lambda} \gamma_{ps} b_{ps}^\dagger d_{-p-s}^\dagger \right) |\phi_0\rangle \\ &= \prod_{s,p < \Lambda} \left( \alpha_p + s\beta_p b_{ps}^\dagger d_{-p-s}^\dagger \right) |\phi_0\rangle \end{aligned} \quad (34)$$

avec  $\gamma_{ps} = -s\beta_p/\alpha_p$  et  $C$  une constante de normalisation telle que  $\langle \phi|\phi \rangle = 1$ . Cet état est de type BCS et est constitué de paires de quarks-antiquarks d'impulsion et de spin opposés. Il donne un exemple de condensat de quarks contenu dans le vide non perturbatif.

#### b . Charge axiale

Avant de calculer explicitement ce condensat, nous allons tout d'abord montrer que ce vide est un vide de symétrie brisée en calculant la charge axiale à  $t = 0$  :

$$\begin{aligned} Q^5 &= \int dr \left( \psi^\dagger \gamma_5 \psi \right) \\ &= \sum_{s,p < \Lambda} \frac{m}{\epsilon_p} \left( b_{ps}^\dagger d_{-p-s}^\dagger + d_{-p-s} b_{ps} \right) + \frac{s p}{\epsilon_p} \left( b_{ps}^\dagger b_{ps} - d_{ps}^\dagger d_{ps} \right) \end{aligned} \quad (35)$$

On s'intéresse en réalité à la charge isovectorielle, soit par exemple :

$$Q_3^5 = \int dr \left( \psi^\dagger \gamma_5 \frac{\tau_3}{2} \psi \right) = \frac{1}{2} \left[ (Q^5)_u - (Q^5)_d \right] \quad (36)$$

Regardons son action sur les états de vide :

- Vide perturbatif : dans la limite de la symétrie chirale exacte, c'est-à-dire si  $m = 0$ , l'action de la charge axiale donne zéro :

$$m = 0 \quad \rightarrow \quad Q^5 |\phi_0\rangle = 0$$

Le vide possède la symétrie. Si  $m$ , bien que petite, n'est pas tout à fait nulle, on a une petite brisure explicite de la symétrie chirale.

- Vide non perturbatif : ce vide n'est pas le vide des opérateurs de création de quarks nus et l'action de  $b$  et  $d$  sur ce vide ne donne pas zéro, par conséquent :

$$Q^5 |\phi(M)\rangle \neq 0$$

On dit que l'on a un vide de symétrie brisée.

c . *Evaluation du condensat*

Considérons pour l'instant une seule espèce de quarks : la valeur moyenne de l'opérateur  $\bar{\psi}\psi$  sur un état de vide s'écrit :

$$\langle \bar{\psi}\psi \rangle = \sum_s \int_{p < \Lambda} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \left\langle \frac{m}{\epsilon_p} (b_{\mathbf{p}s}^\dagger b_{\mathbf{p}s} - d_{\mathbf{p}s} d_{\mathbf{p}s}^\dagger) - \frac{sp}{\epsilon_p} (b_{\mathbf{p}s}^\dagger d_{-\mathbf{p}-s}^\dagger + d_{-\mathbf{p}-s} b_{\mathbf{p}s}) \right\rangle \quad (37)$$

On envisage de nouveau deux cas suivant que la moyenne est prise sur le vide perturbatif  $|\phi_0\rangle$  ou sur le vide non perturbatif  $|\phi(M)\rangle$  :

- Vide perturbatif : à la limite chirale exacte, le condensat s'annule. En présence d'une petite masse de quarks, on obtient un condensat perturbatif trivial.
- Vide non perturbatif : même à la limite chirale, dans le vide brisé, les densités "anormales"  $\langle b^\dagger d^\dagger \rangle$  et  $\langle bd \rangle$  ne sont pas nulles et on obtient un condensat non perturbatif provenant de la brisure de symétrie.

Pour avoir une valeur explicite de ce condensat dans le vide non perturbatif, il est plus commode de décomposer les champs directement en représentation  $B, D$ ; on obtient ainsi :

$$\langle \bar{\psi}\psi \rangle = \sum_s \int_{p < \Lambda} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{M}{E_p} \langle \phi(M) | (B_{\mathbf{p}s}^\dagger B_{\mathbf{p}s} - D_{\mathbf{p}s} D_{\mathbf{p}s}^\dagger) | \phi(M) \rangle \quad (38)$$

avec  $\langle B_{\mathbf{p}s}^\dagger B_{\mathbf{p}s} \rangle = 0$  et  $\langle D_{\mathbf{p}s} D_{\mathbf{p}s}^\dagger \rangle = 1$

d . *Evolution des condensats : restauration de la symétrie chirale*

Pour obtenir le condensat réel  $\langle \bar{q}q \rangle$  défini conventionnellement pour une saveur, il faut multiplier le résultat précédent par le nombre de couleur  $N_c = 3$ . Par ailleurs, le résultat établi dans le vide (éq. 38) se généralise à température  $T$  et densité baryonique  $\rho_B$  finies en remplaçant les valeurs moyennes par des moyennes thermiques :

$$\langle\langle B_{\mathbf{p}s}^\dagger B_{\mathbf{p}s} \rangle\rangle = \left[ \exp\left(\frac{E_p - \mu}{T}\right) + 1 \right]^{-1} \equiv n(E_p), \quad \langle\langle D_{\mathbf{p}s}^\dagger D_{\mathbf{p}s} \rangle\rangle = \left[ \exp\left(\frac{E_p + \mu}{T}\right) + 1 \right]^{-1} \equiv \bar{n}(E_p) \quad (39)$$

$\mu$  est le potentiel chimique des quarks et celui des antiquarks est  $-\mu$  car le nombre baryonique conservé est égal au tiers de la différence du nombre de quarks et d'antiquarks.  $\mu$  est fixé par la densité baryonique  $\rho_B$  :

$$\rho_B = \frac{1}{3} \cdot 2(\text{spin}) \cdot 2(\text{saveur}) \cdot 3(\text{couleur}) \int_{p < \Lambda} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} (n(E_p) - \bar{n}(E_p)) \quad (40)$$

A densité  $\rho_B$  et température  $T$  fixées, le condensat est :

$$\langle\langle \bar{q}q \rangle\rangle (\rho_B, T) = -2 N_c \int_{p < \Lambda} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} (1 - n(E_p) - \bar{n}(E_p)) \quad (41)$$

Il en résulte que la présence de quarks et d'antiquarks fait diminuer le condensat et cela, de façon indépendante du mécanisme dynamique précis gouvernant l'évolution de la masse. En particulier à température nulle et densité finie caractérisée par un moment de Fermi  $p_F = (\mu^2 - M^2)^{1/2}$ , on a  $n(E_p) = \Theta(p_F - p)$  et  $\bar{n}(E_p) = 0$ , si bien que :

$$\langle\langle \bar{q}q \rangle\rangle = -2 N_c \int_{p_F}^{\Lambda} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{M}{E_p} \quad (42)$$

qui s'annule lorsque  $p_F$  atteint la coupure  $\Lambda$ . Il est intéressant, à cet égard, de visualiser l'état de cette matière froide obtenu comme un déterminant de Slater construit sur le vide  $|\phi(M)\rangle$  :

$$\begin{aligned} |\phi(M, \rho_B)\rangle &= \prod_{s, p < p_F} B_{ps}^\dagger |\phi(M)\rangle \\ &= \prod_{s, p < p_F} b_{ps}^\dagger \prod_{s, p_F < p < \Lambda} (\alpha_p + s\beta_p b_{ps}^\dagger d_{-p-s}^\dagger) |\phi_0\rangle \end{aligned} \quad (43)$$

Ainsi, la mer de Fermi de quarks constituants apparaît, une fois exprimée en termes des quarks nus, comme une mer de Fermi de quarks nus immergée dans un condensat de quarks d'impulsions comprises entre  $p_F$  et  $\Lambda$ . Au fur et à mesure que la densité augmente le condensat diminue car les paires de quarks-antiquarks d'impulsions inférieures au moment de Fermi disparaissent du fait du principe de Pauli. En particulier, lorsque ce moment de Fermi atteint  $\Lambda$ , la symétrie chirale est complètement restaurée. On verra que, en fait, la restauration se fait un peu avant lorsque on incorpore la dépendance en densité de la masse constituante.

## 2 - Brisure dynamique de la symétrie chirale et sa restauration

### a . Equation du gap

Dans sa version la plus simplifiée le lagrangien du modèle NJL [13] est :

$$\mathcal{L}_{NJL} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi + \frac{G_1}{2} \left[ (\bar{\psi}\psi)^2 + (i\bar{\psi}\gamma^5\bar{\tau}\psi)^2 \right] \quad (44)$$

où  $\psi$  est un isodoublet de champs de quarks  $u$  et  $d$ .  $m$  est la petite masse nue introduisant une petite brisure explicite. La physique non perturbative est décrite par le terme d'interaction (dont on peut vérifier facilement qu'il est invariant chirale) gouverné par la constante de couplage positive  $G_1$  si bien que la partie scalaire du hamiltonien d'interaction conduira à une interaction  $q\bar{q}$  attractive. Par ailleurs, cette interaction n'est supposée être active que pour des impulsions de quarks et d'antiquarks inférieures au "cutoff"  $\Lambda$ ; Cela revient en pratique à limiter le développement des champs sur des états d'impulsion inférieure à  $\Lambda$ . Notons enfin qu'il y a trois paramètres dans ce modèle :  $m$ ,  $G_1$  et  $\Lambda$ .

On va traiter le problème à l'approximation du champ moyen qui, à température finie, est parfois appelé principe variationnel statistique. Sans entrer dans la technique (qui n'est d'ailleurs pas très compliquée), la méthode peut se résumer de la façon suivante. On commence par développer les champs de quarks sur des états libres de masse  $M$  qui est le paramètre variationnel. On calcule le grand potentiel  $\Omega = \langle\langle H - TS - \mu(N_q - N_{\bar{q}}) \rangle\rangle$  à température  $T$  et potentiel chimique de quarks  $\mu$  ( $H$  est le hamiltonien et  $S$  l'entropie); la moyenne est prise sur bain thermique de quarks et d'antiquarks constituants de masse  $M$  sans interaction. La minimisation du grand potentiel par rapport à  $M$  conduit à une équation dite du gap par analogie avec la terminologie utilisée en supra-conductivité. Cette équation déterminant  $M$  s'écrit :

$$\begin{aligned} M &= m - 2G_1 \langle\langle \bar{q}q \rangle\rangle \\ &= m + 4N_c G_1 \int_{p < \Lambda} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{M}{E_p} [1 - n(E_p) - \bar{n}(E_p)] \end{aligned} \quad (45)$$

Cette équation, représentée sur la figure 1, est formellement équivalente à une équation de Hartree-Fock dans un milieu constitué de quarks d'énergie  $E_p$  (mer de Fermi) présents avec le nombre occupation  $n(E_p)$  et d'états à énergie négative  $-E_p$  (mer de Dirac) présents avec le nombre d'occupation  $n(-E_p) = \bar{n}(E_p) - 1$ .

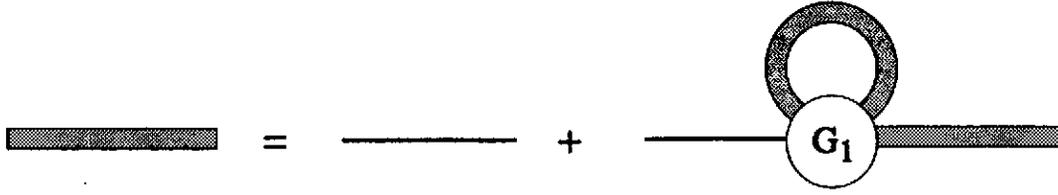


Figure 1: Equation du gap permettant de déterminer la masse du quark constituant. La ligne fine représente un quark nu et la ligne épaisse représente un quark constituant.

**b . Brisure de la symétrie chirale dans le vide**

Plaçons nous à la limite chirale ( $m = 0$ ). L'équation du gap admet toujours comme solution triviale  $M = 0$  qui correspond à un vide symétrique. Cependant, il n'est pas très difficile de voir que si la constante de couplage  $G_1$  est supérieure à une certaine valeur critique  $G_{1c}$ , l'équation du gap admet aussi une solution non triviale donnée par :

$$\frac{1}{G_1} = 4 N_c \int_{p < \Lambda} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{E_p} \quad (46)$$

Cette solution, dont on peut vérifier qu'elle donne l'énergie minimale, correspond à une brisure de la symétrie chirale. On peut alors fixer les paramètres en ajustant certaines observables, ce qui conduit à une masse constituante de l'ordre du tiers de la masse du nucléon. Je n'entrerai pas dans ces détails d'autant plus qu'une bonne phénoménologie requiert une version plus élaborée du modèle [14, 15].

**c . Restauration de la symétrie chirale**

On a déjà vu que à température nulle et densité finie la présence d'un nombre "net" de quarks avec  $p < p_F$  interdit l'existence d'une paire  $q\bar{q}$  dans ce domaine d'impulsion; le condensat ne subsiste que pour des impulsions comprises entre  $p_F$  et  $\Lambda$ , impliquant que la symétrie est obligatoirement restaurée à  $p_F = \Lambda$ . En réalité la restauration se fait un peu avant (moment de Fermi critique  $P_{Fc}$ ), au point où la solution non triviale de l'équation du gap (45) tend vers zéro, soit :

$$\frac{1}{G_1} = 4 N_c \int_{p_{Fc}}^{\Lambda} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{1}{p} \quad \rightarrow \quad \rho_{Bc} = \frac{2N_c}{9\pi^2} p_{Fc}^3 = \frac{2N_c}{9\pi^2} \Lambda^3 \left( 1 - \frac{2\pi^2 | \langle \bar{q}q \rangle_{vide} |}{N_c \Lambda^2 M_{vide}} \right)^{3/2} \quad (47)$$

On peut déterminer de façon similaire la température critique  $T_c$ . Sur la figure 2 est présenté le résultat d'un calcul (dans une version plus élaborée du modèle [16]) : la densité critique est de l'ordre de 4 à 5 fois la densité normale et la température critique est de l'ordre de 250 MeV.

Le commutateur sigma du quark constituant dans le vide peut se calculer avec le théorème de Feynman-Hellmann, et l'équation du gap dans le vide :

$$\Sigma_q = m \frac{\partial M}{\partial m} = m \left( 1 + 2 G_1 \frac{\partial \langle \bar{q}q \rangle}{\partial M} \right)^{-1} \quad (48)$$

Suivant la référence [16], on trouve alors  $\Sigma_q \simeq 14 MeV$  qui est remarquablement proche du tiers de la masse du nucléon en accord avec la vieille idée d'un nucléon fait de trois "gros" quarks constituants. A basses densités et températures, on retrouve dans ce modèle spécifique le résultat approché (éq. 23)

$$R \simeq 1 - \frac{(\rho_q + \rho_{\bar{q}}) \Sigma_q}{f_\pi^2 m_\pi^2} \quad \text{avec} \quad \rho_q + \rho_{\bar{q}} = 12 \int_{p < \Lambda} \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{M}{E_p} [n(E_p) + \bar{n}(E_p)] \quad (49)$$

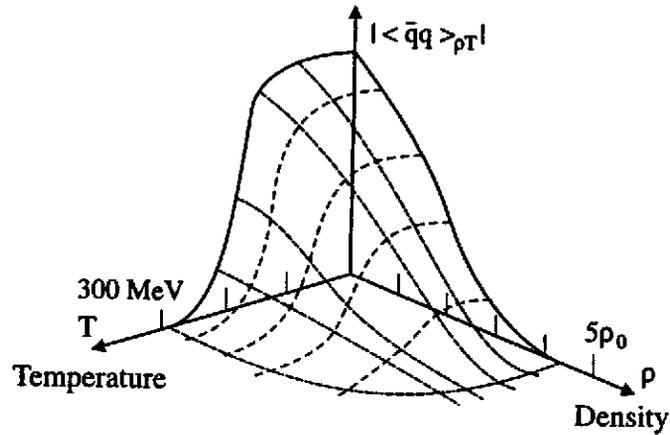


Figure 2: *Condensat de quarks en fonction de la température et de la densité tiré de la référence [16].*

A température nulle et densité baryonique finie ( $\rho_q = 3\rho_B$ ,  $\rho_{\bar{q}} = 0$ ), étant donné que  $\Sigma_q \simeq \Sigma_N/3$ , on retrouve la loi gouvernant l'évolution du condensat dans la matière nucléaire froide  $R = 1 - \rho_N \Sigma_N / f_\pi^2 m_\pi^2$  si l'on identifie la densité baryonique avec la densité nucléonique. Par contre, à température finie on ne retrouve pas (dans la limite chirale) la loi en  $T^2$ ,  $R = 1 - T^2 / 8f_\pi^2$ . Cette violation d'une loi des perturbations chirales n'est pas étonnante car cette évolution provient de la présence de pions thermiques qui sont absents dans le modèle à ce niveau d'approximation du champ moyen. L'introduction des pions et plus généralement des mésons se fait à un niveau d'approximation supérieure (répertoriée habituellement sous le nom de RPA) où ils apparaissent comme des modes (plus ou moins) collectifs quarks-antiquarks. On pourrait suivre cette approche qui constitue d'ailleurs un des succès majeurs du modèle NJL, mais on préférera dans la suite, dans un souci de simplicité, introduire les pions directement à l'aide de lagrangiens effectifs formulés directement en termes de champs canoniques.

## IV - MATIERE HADRONIQUE CHAUDE

### 1 - Construction d'une théorie effective : modèle sigma linéaire

A basse température, seules contribuent les excitations thermiques associées aux particules les plus légères à savoir les pions. On peut formuler le problème de la matière hadronique dans ce régime directement en termes de pions; on aboutit alors à ce que l'on appelle le modèle sigma non linéaire. On va cependant, essentiellement pour des raisons pédagogiques, emprunter un chemin un peu différent et commencer par introduire ce que l'on appelle le modèle sigma linéaire [17]. Ceci nous permettra d'illustrer concrètement dans un cas très simple les méthodes permettant de construire une théorie effective.

Supposons que l'on essaye de construire une théorie chirale des nucléons. On introduit tout d'abord l'isodoublet de champs de proton et de neutron que l'on décompose exactement comme pour les quarks en champs de chiralité gauche et droite se transformant séparément sous une transformation chirale avec des matrices de  $SU(2)$  que l'on notera  $g_L$  et  $g_R$  :

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_p(x) \\ \psi_n(x) \end{pmatrix} \equiv \psi_L(x) + \psi_R(x), \quad \psi_L(x) \rightarrow g_L \psi_L(x), \quad \psi_R(x) \rightarrow g_R \psi_R(x) \quad (50)$$

Comme on le fait souvent, on va essayer de partir d'une théorie de nucléons libres :

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - M_N\bar{\psi}\psi = i\bar{\psi}_L\gamma^\mu\partial_\mu\psi_L + i\bar{\psi}_R\gamma^\mu\partial_\mu\psi_R - M_N(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L) \quad (51)$$

Cependant, la masse élevée du nucléon  $M_N = 940MeV$  entraîne une "énorme" violation de la symétrie chirale; on va donc essayer autre chose en effectuant le remplacement :

$$\mathcal{L}_M = -M_N(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L) \rightarrow \mathcal{L}_M = -g(\bar{\psi}_L W(x)\psi_R + \bar{\psi}_R W^\dagger(x)\psi_L) \quad (52)$$

où  $g$  est une constante et  $W(x)$  est une certaine matrice  $2 \times 2$  à qui l'on demandera de se transformer suivant  $W(x) \rightarrow g_L W(x) g_R^\dagger$  de façon à assurer l'invariance chirale du lagrangien. On paramétrise cette matrice  $W$  à l'aide de quatre champs réels  $\sigma(x)$  et  $\vec{\pi}(x) = (\pi_1(x), \pi_2(x), \pi_3(x))$ , suivant :

$$W(x) = \sigma(x) + i\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}(x) \quad (53)$$

En introduisant les projecteurs de chiralité  $P_{R,L} = (1 \pm \gamma_5)/2$ , le lagrangien  $\mathcal{L}_M$  peut se réécrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_M &= -g(\bar{\psi}(\sigma + i\vec{\tau} \cdot \vec{\pi})P_R\psi + \bar{\psi}(\sigma - i\vec{\tau} \cdot \vec{\pi})P_L\psi) \\ &= -g\bar{\psi}(\sigma + i\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}\gamma_5)\psi \end{aligned} \quad (54)$$

L'invariance d'isospin, de Lorentz et la parité impliquent que le champ  $\sigma$  est un scalaire isoscalaire de nombres quantiques  $J^\pi = 0^+$ ,  $I = 0$  et que le champ  $\vec{\pi}$  est un pseudoscalaire isovecteur, ce qui correspond aux nombres quantiques du pion  $J^\pi = 0^-$ ,  $I = 1$ .

On doit maintenant donner un contenu dynamique à ces champs mésoniques par adjonction d'un terme d'énergie cinétique invariant chirale et d'un terme potentiel contenant une petite brisure explicite :

$$\mathcal{L}_B = \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma + \frac{1}{2}\partial_\mu\vec{\pi}\partial^\mu\vec{\pi} - V(\sigma, \vec{\pi}) \quad (55)$$

Le terme potentiel invariant chirale sera construit à partir de la combinaison invariante  $trWW^\dagger = \sigma^2 + \vec{\pi}^2$ . On choisira la forme la plus simple :

$$V(\sigma, \vec{\pi}) = \frac{\lambda}{4}(\sigma^2 + \vec{\pi}^2 - v^2)^2 - c\sigma \quad (56)$$

Le premier terme qui est invariant dépend de deux paramètres  $\lambda$  et  $v^2$ ; pour des raisons de stabilité  $\lambda$  est toujours positif. Le terme de brisure est gouverné par le petit paramètre  $c$ . Le courant axial du modèle s'obtient facilement comme :

$$A_k^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau_k}{2} \psi + \sigma \partial^\mu \pi_k - \pi_k \partial^\mu \sigma \quad (57)$$

Il n'est pas tout à fait conservé en présence de la brisure explicite  $\partial_\mu A_k^\mu = -c \pi_k$ . Par ailleurs, la forme spécifique du terme de brisure permet de reproduire l'identité de QCD :

$$[Q_k^5, [Q_l^5, H]] = -\delta_{kl} \int d\tau c \sigma = H_{\chi SB} \quad (58)$$

On se place tout d'abord dans la limite chirale ( $c=0$ ). L'état de vide décrivant la configuration fondamentale est obtenue en minimisant le potentiel  $V(\sigma, \vec{\pi})$ . Deux cas sont à envisager.

- Si  $v^2 < 0$ . Le minimum est obtenu si  $\sigma^2 + \vec{\pi}^2 = 0$  et l'état de vide  $|0\rangle$  vérifie donc  $\langle 0|\sigma|0\rangle = \langle 0|\vec{\pi}|0\rangle = 0$ . Le vide possède la symétrie qui est réalisée "à la Wigner". Du lagrangien, on obtient le spectre de masse : le nucléon a une masse nulle et le pion est dégénéré avec son partenaire chirale le sigma avec la masse  $\sqrt{-\lambda v^2}$ . Dans cette option le modèle sigma linéaire n'a aucun rapport avec la réalité.
- Si  $v^2 > 0$ . Le potentiel présente une forme typique dite de "chapeau mexicain" (fig. 3). La configuration fondamentale est obtenue sur le "cercle chirale"  $\sigma^2 + \vec{\pi}^2 = v^2$  et le vide est infiniment dégénéré. Soit  $|0\rangle$  l'état particulier tel que  $\langle 0|\sigma|0\rangle = v$  et  $\langle 0|\vec{\pi}|0\rangle = 0$ ; ce vide n'est manifestement pas invariant chirale et on peut obtenir une infinité d'autres vides dégénérés  $|\alpha\rangle = \exp(i\alpha Q^5)|0\rangle$  par "rotation" sur le cercle chirale et il y a brisure spontanée de la symétrie. Il est cependant plus commode de construire le spectre des particules sur le vide particulier  $|0\rangle$ . En introduisant le champ fluctuant  $s = \sigma - v$ , on déduit du lagrangien le spectre  $M_N = gv$ ,  $m_\pi = 0$  et  $m_\sigma = 2\lambda v^2$ . On retrouve bien une particule de masse nulle, boson de Goldstone qui est le pion.

Si le terme de brisure explicite est incorporée la configuration fondamentale est donnée par la solution de :

$$\frac{\partial V}{\partial \vec{\pi}} = \lambda \vec{\pi} (\sigma^2 + \vec{\pi}^2 - v^2) = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial \sigma} = \lambda \sigma (\sigma^2 + \vec{\pi}^2 - v^2) - c = 0 \quad (59)$$

Cette fois-ci, la présence du terme de brisure fixe la "direction" du champ chirale :  $\vec{\pi} = 0$ , tandis que  $\sigma$  est solution de l'équation  $\lambda \sigma (\sigma^2 - v^2) = c$ . Par ailleurs,  $\sigma$  doit être identifié avec la constante de désintégration du pion (voir l'équation 57) et l'introduction du champ fluctuant  $s = \sigma - f_\pi$  permet d'obtenir le spectre. On peut ensuite fixer les quatre paramètres ( $\lambda, v^2, c, g$ ) en fonction de quatre observables ( $M_N, m_\pi, m_\sigma, f_\pi$ ) :

$$c = f_\pi m_\pi^2, \quad g = \frac{M_N}{f_\pi}, \quad \lambda = \frac{m_\sigma^2 - m_\pi^2}{2f_\pi^2}, \quad v^2 = f_\pi^2 \frac{m_\sigma^2 - 3m_\pi^2}{m_\sigma^2 - m_\pi^2} \quad (60)$$

## 2 - Modèle sigma non linéaire

Lorsque la constante  $\lambda$  tend vers l'infini, le méson sigma disparaît car sa masse tend vers l'infini et  $v^2$  tend vers  $f_\pi^2$ . Le système est alors "gelé" sur le cercle chirale et le champ scalaire sera éliminé par la contrainte non linéaire :

$$\sigma^2(x) + \vec{\pi}^2(x) = f_\pi^2 \quad (61)$$

La matrice  $W$  pourra s'exprimer en terme d'une matrice unitaire  $U$  définie par :

$$W = \sigma + i\vec{\tau}\vec{\pi} \equiv f_\pi U, \quad UU^\dagger = 1 \quad (62)$$

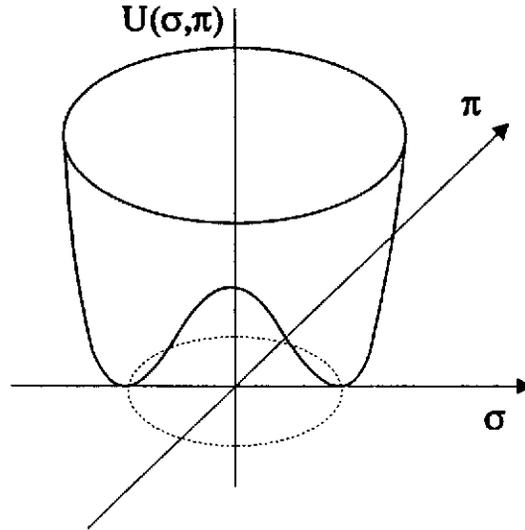


Figure 3: Potentiel de "chapeau mexicain".

En se limitant pour ce qui suit au secteur mésonique, on obtient ainsi le lagrangien du modèle sigma non linéaire :

$$\mathcal{L} = \frac{f_\pi^2}{4} \text{tr} \partial^\mu U \partial_\mu U^\dagger + \frac{1}{4} f_\pi^2 m_\pi^2 \text{tr} (U + U^\dagger) \quad (63)$$

Ce lagrangien, que l'on pourrait d'ailleurs étendre à l'octet pseudo-scalaire de  $SU(3)$  ( $\pi, K, \eta$ ), constitue le premier terme d'un lagrangien de perturbations chirales au plus bas ordre dans les dérivées des champs et dans la masse des pions [18]. Il s'agit alors en principe d'une copie exacte de QCD en ce qui concerne ses prédictions dans le régime des basses impulsions. On peut exprimer la matrice  $U$  ou bien les champs  $\sigma$  et  $\vec{\pi}$  en termes de trois "nouveaux" champs de pion canoniques  $\vec{\Phi}$  :

$$U = \exp \left( i \vec{\tau} \cdot \frac{\vec{\Phi}}{f_\pi} \frac{F(X)}{X} \right), \quad X = \left( \frac{\vec{\Phi} \cdot \vec{\Phi}}{f_\pi^2} \right)^{1/2}, \quad F(X) = X + \alpha X^3 + \alpha' X^5 + \dots$$

$$\sigma = f_\pi \cos [F(X)], \quad \vec{\pi} = \vec{\Phi} \frac{\sin [F(X)]}{X} \quad (64)$$

où  $F(X)$  est un polynôme de degré impair. Différents choix sont faits dans la littérature :  $F(X) = X$  est habituellement utilisé dans les développements en perturbations chirales;  $F(X) = \arcsin(X/(1 + X^2/4))$  (soit  $\alpha = -1/12$ ) est le choix de Weinberg; la prescription PCAC  $F(X) = \arcsin X \rightarrow \alpha = 1/6$ , correspondant à  $\vec{\Phi} = \vec{\pi}$ , permet de conserver la relation PCAC au niveau opératoire soit  $\partial_\mu \mathcal{A}_i^\mu = -f_\pi m_\pi^2 \Phi_i$ . Bien entendu, aucune observable ne doit dépendre du choix particulier de  $F(X)$ ; Il est néanmoins important de vérifier l'indépendance des résultats vis-à-vis de  $F(X)$ , c'est-à-dire en pratique dans la suite vis-à-vis de  $\alpha$ . A l'ordre quatre dans le champ du pion le lagrangien devient :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \vec{\Phi} \cdot \partial^\mu \vec{\Phi} - \frac{1}{2} m_\pi^2 \vec{\Phi} \cdot \vec{\Phi} + \mathcal{L}_{int}$$

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{1}{f_\pi^2} \left[ -m_\pi^2 \left( \alpha - \frac{1}{24} \right) (\vec{\Phi} \cdot \vec{\Phi})^2 + \left( \alpha - \frac{1}{6} \right) \vec{\Phi} \cdot \vec{\Phi} \partial_\mu \vec{\Phi} \cdot \partial^\mu \vec{\Phi} + \left( 2\alpha + \frac{1}{6} \right) \vec{\Phi} \cdot \partial_\mu \vec{\Phi} \vec{\Phi} \cdot \partial^\mu \vec{\Phi} \right] \quad (65)$$

A l'aide de ce lagrangien on peut calculer, par application directe des règles de Feynman, l'amplitude de diffusion pion-pion pour le processus  $\pi_a(q_a) + \pi_b(q_b) \rightarrow \pi_c(q_c) + \pi_d(q_d)$ . Les indices d'isospin  $a, b, c, d = 1, 2, 3$  sont des indices dans une base cartésienne de l'espace d'isospin; on introduit également les

variables de Mandelstam  $s = (q_a + q_b)^2 = (q_c + q_d)^2$ ,  $t = (q_a - q_c)^2 = (q_b - q_d)^2$  et  $u = (q_a - q_d)^2 = (q_b - q_c)^2$  qui vérifient  $s + t + u = \sum_i q_i^2$ . Cette amplitude se met sous la forme :

$$\langle q_c, q_d | \mathcal{V} | q_a, q_b \rangle = \delta_{ab} \delta_{cd} \mathcal{M}_s + \delta_{ac} \delta_{bd} \mathcal{M}_t + \delta_{ad} \delta_{bc} \mathcal{M}_u \quad (66)$$

avec

$$\mathcal{M}_s = \frac{1}{f_\pi^2} \left( m_\pi^2 - s + 2 \left( \alpha - \frac{1}{6} \right) \sum_{i=a}^d (m_\pi^2 - q_i^2) \right) \quad (67)$$

et des expressions similaires pour  $\mathcal{M}_t$  et  $\mathcal{M}_u$  en remplaçant la variable  $s$  par les variables  $t$  et  $u$ . Pour l'amplitude physique où tous les pions sont sur leur couche de masse ( $q_i^2 = m_\pi^2$ ), l'amplitude devient bien sûr indépendante de la représentation particulière utilisée, c'est-à-dire indépendante de  $\alpha$ . Les projections sur les différents canaux d'isospin  $I = 0, 1, 2$  sont :

$$\mathcal{M}^0 = 3\mathcal{M}_s + \mathcal{M}_t + \mathcal{M}_u, \quad \mathcal{M}^1 = \mathcal{M}_t - \mathcal{M}_u, \quad \mathcal{M}^2 = \mathcal{M}_t + \mathcal{M}_u \quad (68)$$

Les longueurs de diffusion pion-pion sont obtenues en prenant l'amplitude sur couche au seuil ( $s = 4m_\pi^2, t = u = 0$ ); on obtient alors le résultat de Weinberg [19] :

$$\begin{aligned} a_0 &= -\frac{1}{32\pi m_\pi} \mathcal{M}^0 = \frac{1}{32\pi m_\pi} \frac{7m_\pi^2}{f_\pi^2} = 0.154 m_\pi^{-1} \\ a_2 &= -\frac{1}{32\pi m_\pi} \mathcal{M}^2 = -\frac{1}{32\pi m_\pi} \frac{2m_\pi^2}{f_\pi^2} = -0.044 m_\pi^{-1} \end{aligned} \quad (69)$$

Ce résultat est exact au sens des perturbations chirales, au plus bas ordre dans la masse du pion.

### 3 - Gaz de pions chaud

Si on chauffe de la matière hadronique les différents hadrons vont apparaître avec une densité gouvernée par les distributions de Bose-Einstein ou de Fermi-Dirac. A densité (potentiel chimique) baryonique nulle, tant que la température n'excèdera pas la masse du pion qui est beaucoup plus petite que toutes les autres masses hadroniques, ce milieu sera peuplé pour l'essentiel de pions. On s'attend à ce que un tel gaz de pion soit produit dans la région centrale des collisions d'ions lourds dans le régime ultrarelativiste où tout au moins que la densité de pions soit beaucoup plus grande que celle des autres particules.

#### a . Quasi-particules

Dans un milieu dense et/ou chaud, le propagateur du pion est modifié du fait de ses interactions avec les autres particules :

$$D(k) = D(\omega, \mathbf{k}) = \left( \omega^2 - \omega_k^2 - S(\omega, \mathbf{k}; T) \right)^{-1} \quad (70)$$

où  $S(\omega, \mathbf{k}; T)$  est la self-énergie des pions à la température  $T$ . L'énergie  $\omega_k^*(T)$  des quasi-particules (quasi-pions) dans le milieu est obtenue comme solution de l'équation de dispersion :

$$\omega_k^{*2}(T) = \omega_k^2 + \text{Re } S(\omega_k^*(T), \mathbf{k}; T) \quad (71)$$

Si la self-énergie a une partie imaginaire, les états de quasi-particules acquièrent une largeur  $\Gamma$  :

$$\Gamma(\mathbf{k}) = - \left[ \frac{1}{\omega} \text{Im } S(\omega, \mathbf{k}; T) \right]_{\omega=\omega_k^*(T)} = \tau^{-1}(\mathbf{k}) \quad (72)$$

Cela se traduit physiquement par le fait que les quasi-pions ont un temps de vie fini  $\tau = \Gamma^{-1}$ . Plusieurs niveaux d'approximation (ou de sophistication) sont utilisés pour le calcul de la self-énergie et des propriétés des quasi-particules. On peut utiliser une approximation de type champ moyen dans laquelle la

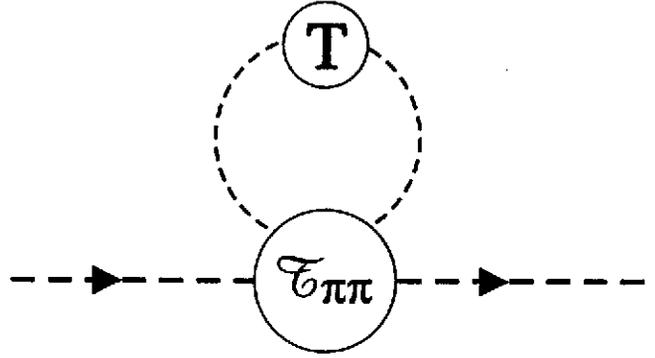


Figure 4: Self-énergie du pion provenant de son interaction avec les pions du bain thermique à la température  $T$ .

self-énergie d'un pion  $(\omega, \mathbf{k})$  d'isospin  $a$  est obtenue de façon self-consistante en calculant l'interaction moyenne de ce pion avec les pions du bain thermique  $(\omega_q^*, \mathbf{q})$  d'isospin  $c$  (fig. 4) :

$$S(\omega, \mathbf{k}; T) = \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3 2\omega_q^*} n(\omega_q^*) \sum_c \langle a : (\omega, \mathbf{k}), c : (\omega_q^*, \mathbf{q}) | \mathcal{T} | a : (\omega, \mathbf{k}), c : (\omega_q^*, \mathbf{q}) \rangle \quad (73)$$

où  $n(x) = 1/(\exp(x/T) - 1)$  est la distribution de Bose-Einstein à la température  $T$ . Une fois que la somme sur l'isospin  $c$  des pions thermiques est effectuée, cette self-énergie peut s'exprimer en fonction des amplitudes dans les canaux d'isospin  $I = 0, 1, 2$ , suivant :

$$S(\omega, \mathbf{k}; T) = \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3 2\omega_q} n(\omega_q^*) \sum_c \langle (\omega, \mathbf{k}), (\omega_q^*, \mathbf{q}) | \frac{1}{3}(\mathcal{T}^0 + 3\mathcal{T}^1 + 5\mathcal{T}^2) | (\omega, \mathbf{k}), (\omega_q^*, \mathbf{q}) \rangle \quad (74)$$

Cette quantité met en jeu une amplitude hors-couche et par suite nécessite un modèle spécifique. On peut utiliser, comme première approximation des éléments de matrice de  $\mathcal{T}^I$ , les amplitudes  $\mathcal{M}^I$  du modèle sigma non linéaire (éq. 67, 68) calculées pour  $s = (\omega + \omega_q^*)^2 - (\mathbf{k} + \mathbf{q})^2$ ,  $t = 0$  et  $u = (\omega - \omega_q^*)^2 - (\mathbf{k} - \mathbf{q})^2$ . Dans ce cas les quasi-particules n'ont pas de largeur et on obtiendra les résultats de plus bas ordre en perturbations chirales. La self-énergie est [20] :

$$S(\omega, \mathbf{k}; T) = \frac{1}{f_\pi^2} \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3 2\omega_q^*} n(\omega_q^*) (m_\pi^2 - 2\beta(\omega_q^{*2} - \mathbf{q}^2 - m_\pi^2 + \omega^2 - \mathbf{k}^2 - m_\pi^2)) \quad (75)$$

où le paramètre  $\beta$  dépend de la représentation choisie :

$$\beta = 1 + 10 \left( \alpha - \frac{1}{6} \right) \quad (76)$$

On peut alors chercher la solution de l'équation de dispersion (71) sous la forme :

$$\omega_k^*(T) = \left( k^2 + m_\pi^{*2}(T) \right)^{1/2} \quad (77)$$

A ce niveau, il est utile de développer le champ du pion sur des opérateurs d'annihilation  $B_{i\mathbf{k}}(t) = B_{i\mathbf{k}} \exp(-i\omega_k^* t)$  et de création  $B_{i\mathbf{k}}^\dagger(t)$  de quasi-pions de masse  $m_\pi^*(T)$ , avec une normalisation discrète (grande boîte de volume  $V$ ) :

$$\Phi(\mathbf{r}(t)) = \sum_{\mathbf{k}, i} \left( \frac{1}{2\omega_k^* V} \right)^{1/2} (B_{i\mathbf{k}}(t) + B_{i-\mathbf{k}}^\dagger(t)) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \quad (78)$$

La valeur moyenne de  $\Phi^2$  dans le bain thermique de quasi-pions s'écrit en ne gardant que la partie thermique :

$$\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle (T) \equiv \langle\langle \vec{\Phi} \cdot \vec{\Phi} \rangle\rangle = 3 \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{n(\omega_k^*)}{\omega_k^*} \equiv 2\rho_{s\pi} \quad (79)$$

et s'identifie avec deux fois la densité scalaire de pions déjà introduite dans l'équation (25). On voit immédiatement que, avec la relation de dispersion (77), la self-énergie s'exprime complètement en fonction de  $\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle$ ; un petit peu d'algèbre permet d'aboutir à la forme suivante du propagateur de pion dans le milieu :

$$D(\omega, \mathbf{k}; T) = \frac{Z_\pi(T)}{\omega^2 - \mathbf{k}^2 - m_\pi^{*2}(T)} \quad (80)$$

$$m_\pi^{*2}(T) = \frac{1 + 2\beta/3 \langle\langle \Phi^2/f_\pi^2 \rangle\rangle}{1 + (1/6 + 2\beta/3) \langle\langle \Phi^2/f_\pi^2 \rangle\rangle} m_\pi^2, \quad Z_\pi(T) = \left(1 + \beta \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{3f_\pi^2}\right)^{-1} \quad (81)$$

Il apparaît que dans la limite chirale le pion demeure non massif. Ceci est une conséquence du théorème de Goldstone car, si la température est suffisamment faible, la symétrie est encore spontanément brisée. Toutefois, en présence d'une brisure explicite ( $m_\pi \neq 0$ ), la masse du pion dépend de la représentation, ce qui est inacceptable pour une quantité physique. Cette dépendance disparaît néanmoins au plus bas ordre en  $\langle\langle \Phi \rangle\rangle^2$ . On doit par suite en conclure que le calcul ci-dessus n'est cohérent qu'à l'ordre  $\Phi^2$ . En réalité un calcul d'ordre supérieur nécessite d'incorporer d'autres contributions à la self-énergie et d'autres termes au lagrangien effectif. Si on se limite au plus bas ordre, on obtient :

$$\frac{m_\pi^{*2}}{m_\pi^2} = 1 + \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{6f_\pi^2} \quad (82)$$

Dans la limite chirale, le calcul de (79) est analytique,  $\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle = T/4$ , ce qui donne :

$$\frac{m_\pi^{*2}}{m_\pi^2} = 1 + \frac{T^2}{24f_\pi^2} \quad (83)$$

Il s'agit d'un résultat exact, conséquence de la symétrie chirale seule, dans la limite de basse température [9]. La modification relative de la masse du pion demeure relativement faible pour des température modérées de l'ordre de  $f_\pi$ . Ce résultat a cependant une utilité pratique relativement limitée du fait de la faiblesse de l'effet provenant de la forte compensation entre les amplitudes d'isospin  $I = 0$  ( $\mathcal{M}^0$ ) et  $I = 2$  ( $5\mathcal{M}^2$ ). Par suite, les corrections d'ordre supérieur mêmes modérées (typiquement 20%) amenant les longueurs de diffusion  $a_0$  et  $a_2$  à leurs valeurs expérimentales peuvent notablement modifier la combinaison  $\mathcal{M}^0 + 5\mathcal{M}^2$  dominant à basse température. Par ailleurs, l'influence de l'amplitude  $I = 1$  dominée par l'onde partielle  $l = 1$  (canal du méson rho), bien que donnant une contribution en  $T^4$ , se fait sentir très rapidement avec l'augmentation de température. Comme on le verra plus loin, ces éléments, une fois incorporés dans des approches allant au delà des perturbations chirales, conduisent plutôt à une diminution de la masse du pion à des températures de l'ordre de 100 – 150 MeV, même si le résultat précédent demeure valable lorsque la masse du pion et la température tendent vers zéro.

Il apparaît dans le propagateur du pion un résidu  $Z_\pi$ . Au plus bas ordre en  $\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle$  donc en température ce résidu est :

$$Z_\pi(T) = 1 - \beta \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{3f_\pi^2} \quad (84)$$

Ce résidu, qui correspond dans la terminologie habituelle de la théorie des champs à une renormalisation  $\sqrt{Z_\pi}$  de fonction d'onde, n'a donc pas de sens physique absolu. Cependant, on verra ci-dessous que, combiné à des renormalisations de vertex, il conduit à des résultats physiques (indépendants de la représentation) des observables telles que la constante de désintégration du pion.

**b . Evolution du condensat de quarks**

L'évolution du condensat peut être calculée dans la théorie effective en "suivant" l'évolution de la partie du hamiltonien brisant la symétrie chirale :

$$R = \frac{\langle\langle \bar{q}q \rangle\rangle (T)}{\langle \bar{q}q \rangle} = \frac{\langle\langle H_{\chi SB} \rangle\rangle (T)}{\langle H_{\chi SB} \rangle} = \frac{\langle\langle \sigma \rangle\rangle (T)}{f_\pi} = \langle\langle \cos [F(X)] \rangle\rangle (T) \quad (85)$$

Nous allons calculer cette quantité à l'ordre  $\Phi^4$  en développant  $F(X)$  puis son cosinus :

$$R = \langle\langle \cos [F(X)] \rangle\rangle (T) = \langle\langle 1 - \frac{1}{2} \frac{\Phi^2}{f_\pi^2} - \left(\alpha - \frac{1}{24}\right) \frac{\Phi^2 \Phi^2}{f_\pi^4} \rangle\rangle \quad (86)$$

Il faut, pour calculer la valeur moyenne de  $\Phi^2$ , prendre en compte l'effet de la renormalisation de fonction d'onde, soit :

$$\begin{aligned} \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{2f_\pi^2} &\rightarrow Z_\pi \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{2f_\pi^2} \simeq \left(1 - \beta \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{3f_\pi^2}\right) \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{2f_\pi^2} \\ &= \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{2f_\pi^2} - \left(\frac{5}{3}\alpha - \frac{1}{9}\right) \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle^2}{f_\pi^4} \end{aligned} \quad (87)$$

La valeur moyenne de  $\Phi^2 \Phi^2$  se calcule à l'aide du théorème de Wick en remarquant que chaque composante d'isospin  $i$  contribue pour un tiers à la valeur moyenne de  $\Phi^2$  :

$$\begin{aligned} \langle\langle \Phi^2 \Phi^2 \rangle\rangle &= \sum_{i,j} \langle\langle \Phi_i \Phi_i \rangle\rangle \langle\langle \Phi_j \Phi_j \rangle\rangle + 2 \langle\langle \Phi_i \Phi_j \rangle\rangle \langle\langle \Phi_i \Phi_j \rangle\rangle \\ &= \langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle^2 + 2 \sum_{i,j} \delta_{i,j} \left(\frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{3}\right)^2 = \frac{5}{3} \langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle^2 \end{aligned}$$

La dépendance en  $\alpha$  disparaît pour donner finalement [20] :

$$\begin{aligned} R &= 1 - \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{2f_\pi^2} - \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle^2}{24f_\pi^4} \\ &= 1 - \frac{\rho_{s\pi} \Sigma_\pi}{f_\pi^2 m_\pi} - \frac{1}{6} \left(\frac{\rho_{s\pi} \Sigma_\pi}{f_\pi^2 m_\pi}\right)^2 \end{aligned} \quad (88)$$

A la limite chirale on obtient le résultat exact à l'ordre  $T^4$  [9, 10] :

$$R = 1 - \frac{T^2}{8f_\pi^2} - \frac{T^4}{384f_\pi^4} \quad (89)$$

qui étend le résultat de l'équation (26). La correction en  $T^4$  demeure très petite dans la gamme de température pertinente  $T \leq 150 \text{ MeV}$ .

**c . Constante de désintégration du pion**

Pour calculer la constante de désintégration du pion, on doit tout d'abord obtenir une expression du courant axial. La façon la plus simple est de partir du modèle sigma linéaire et d'effectuer ensuite la transformation non linéaire en se limitant à l'ordre  $\Phi^3$  :

$$\mathcal{A}_i^\mu = \sigma \partial^\mu \pi_i - \pi_i \partial^\mu \sigma \simeq f_\pi \left[ \left(1 + \left(\alpha - \frac{2}{3}\right) \frac{\phi^2}{f_\pi^2}\right) \partial^\mu \Phi_i + \frac{1}{f_\pi^2} \left(2\alpha + \frac{2}{3}\right) \Phi_i \Phi_j \partial^\mu \Phi_j \right] \quad (90)$$

A température nulle, seul le premier terme  $f_\pi \partial^\mu \Phi_i$  contribue à l'élément de matrice du courant axial entre un état de pion et le vide. Dans le milieu, la présence des pions thermiques renormalise cet élément de matrice. On définira un courant axial effectif en remplaçant les  $\Phi_i \Phi_j$  par leurs moyennes thermiques, soit :

$$\begin{aligned} (\mathcal{A}_i^\mu)_{eff} &\simeq f_\pi \left[ \left( 1 + \left( \alpha - \frac{2}{3} \right) \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{f_\pi^2} \right) \partial^\mu \Phi_i + \frac{1}{3} \left( 2\alpha + \frac{2}{3} \right) \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{f_\pi^2} \partial^\mu \Phi_i \right] \\ &= f_\pi \left[ 1 + \left( \frac{\beta}{6} - \frac{1}{3} \right) \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{f_\pi^2} \right] \partial^\mu \Phi_i \end{aligned} \quad (91)$$

La renormalisation de vertex dépend de la représentation mais une fois que la renormalisation de fonction d'onde (éq. 84) est incorporée, celle-ci disparaît. La constante de désintégration à température finie est donnée par [20] :

$$\frac{f_\pi^*(T)}{f_\pi} = \sqrt{Z_\pi} \left[ 1 + \left( \frac{\beta}{6} - \frac{1}{3} \right) \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{f_\pi^2} \right] = 1 - \frac{1}{3} \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{f_\pi^2} = 1 - \frac{2}{3} \frac{\rho_{s\pi} \Sigma_\pi}{f_\pi^2 m_\pi^2} \quad (92)$$

A la limite chirale, ceci donne :

$$\frac{f_\pi^*(T)}{f_\pi} = 1 - \frac{T^2}{12f_\pi^2} \quad (93)$$

ce qui est de nouveau un résultat exact à l'ordre  $T^2$  [9], conséquence seulement de la symétrie chirale. Par ailleurs, on voit que ce paramètre d'ordre diminue comme 2/3 de la variation du condensat de quarks. Comme cela a déjà été dit, cette diminution de la constante de couplage axiale s'accompagne en réalité d'un mélange des courants vectoriel et axial [21] ce qui est une manifestation de la restauration partielle de la symétrie chirale. On notera également que, à cet ordre, la constante de couplage  $f_\pi$  est renormalisée identiquement pour la partie de temps et la partie d'espace du courant axiale, bien que, de façon générale, la présence d'un bain thermique brise l'invariance de Lorentz.

#### d . Approches phénoménologiques

La description des quasi-particules utilisées précédemment est basée sur une interaction pion-pion provenant du modèle sigma-linéaire à l'approximation de Born. Comme on vient de le voir, elle permet de retrouver les résultats exacts de la théorie des perturbations chirales, à basse température et lorsque la masse des pions tend vers zéro. La description de la dynamique des pions, copieusement produits en collisions d'ions lourds ultrarelativistes, nécessite d'aller au delà et en particulier d'utiliser une interaction pion-pion unitarisée. Ceci peut se faire en partant d'un certain potentiel pion-pion (issu par exemple de la théorie effective précédente ou d'une approche plus phénoménologique) qui est ensuite injectée dans une équation de diffusion de type Lippmann-Schwinger. Cette procédure souvent utilisée conduit en général à d'épineux problèmes de compatibilité entre l'unitarité et les contraintes de symétrie chirale. Des solutions partielles, mais néanmoins satisfaisantes, à ce problème existent mais il serait un peu long de traiter cette question ici. Je discuterai seulement les approches éliminant au maximum la dépendance de modèles. Si les effets de milieu sont modérés on peut ne plus exiger la self-consistance de l'équation de dispersion et remplacer l'énergie dans le milieu par l'énergie dans le vide. Sous cette hypothèse, la self-énergie servant à calculer les propriétés des quasi-particules sera :

$$S(\omega_k, \mathbf{k}; T) = \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3 2\omega_q} n(\omega_q) \langle k, q | \frac{1}{3} (\mathcal{T}^0 + 3\mathcal{T}^1 + 5\mathcal{T}^2) | k, q \rangle \quad (94)$$

L'avantage est que les éléments de matrice peuvent être obtenus directement à partir des déphasages expérimentaux correspondant aux ondes partielles de moment orbital  $l$  dans le canal d'isospin  $I$ .

$$\langle k, q | \mathcal{T}^I | k, q \rangle = -32\pi \left( \frac{s}{s - 4m_\pi^2} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_l (2l + 1) \frac{\tan \delta_l^I(s)}{1 - i \tan \delta_l^I(s)} \quad (95)$$

avec  $s = (\omega_k + \omega_q)^2 - (k + q)^2$ . En utilisant le théorème optique, on montre que la largeur des quasi-pions d'impulsion  $k$  se met sous la forme :

$$\Gamma(k) = \int \frac{dq dk' dq'}{(2\pi)^9} n(\omega_q) \sum_{l=0}^2 \frac{2l+1}{3} \frac{|\langle k', q' | \mathcal{T}^l | k, q \rangle|^2}{2\omega_k 2\omega_q 2\omega_{k'} 2\omega_{q'}} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(k + q - k' - q') \quad (96)$$

L'interprétation de cette formule semble *a priori* évidente : il s'agit du taux de collisions subies par le pion avec un pion thermique existant avec le nombre d'occupation  $n(\omega_q)$ , la collision se produisant avec une probabilité gouvernée par le module carré des amplitudes de diffusion. Cependant, cette formule viole manifestement les contraintes liées à la statistique de Bose. Le facteur thermique devrait en effet être remplacé par :

$$n(\omega_q) \rightarrow n(\omega_q) [1 + n(\omega_{k'})] [(1 + n(\omega_{q'})) - n(\omega_{k'}) n(\omega_{q'})] [1 + n(\omega_q)] \quad (97)$$

Dans le premier terme du membre de droite, les facteurs  $(1 + n)$  incorporent l'effet des corrélations de Bose; c'est l'analogie du terme  $(1 - n)$  décrivant le blocage de Pauli des états de fermions déjà occupés dans le bain thermique. Le deuxième terme traduit la possibilité que les pions  $k'$  et  $q'$  préexistants dans le bain thermique interagissent pour recréer le pion de départ  $k$  avec un facteur d'augmentation de Bose lié au pion  $q$ . Pour comprendre l'origine de ce défaut (violation des contraintes de Bose) dans l'expression (96) de la largeur, nous allons envisager une approche (théorie effective) à partir de laquelle on peut construire un certain potentiel pion-pion  $\mathcal{V}^l$  pour chaque canal d'isospin. On écrit ensuite une équation de Lippmann-Schwinger qui permet de déterminer une matrice de diffusion unitarisée dépendant de l'énergie  $E = (s + \mathbf{P}^2)^{1/2}$  de la paire de pions interagissant d'impulsion totale  $\mathbf{P}$ . Sous une forme schématique, elle s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle k_1, k_2 | \mathcal{T}^l(E) | k_5, k_6 \rangle &= \langle k_1, k_2 | \mathcal{V}^l(E) | k_5, k_6 \rangle + \frac{1}{2} \sum_{3,4} \langle k_1, k_2 | \mathcal{V}^l(E) | k_3, k_4 \rangle \\ &G_{34}^{\pi\pi}(E) \langle k_3, k_4 | \mathcal{T}^l(E) | k_5, k_6 \rangle \end{aligned} \quad (98)$$

où  $G^{\pi\pi}$  est le propagateur à deux pions qui joue le rôle de la fonction de Green usuelle  $(E - H_0 + i\eta)^{-1}$  apparaissant en théorie non relativiste de la diffusion. Le point important est que, à température finie, celui-ci est modifié. En utilisant des techniques standard de théorie des champs à température finie (par exemple le formalisme de Matsubara), on montre que :

$$G_{34}^{\pi\pi}(E) = \frac{\omega_3 + \omega_4}{2\omega_3\omega_4} \frac{1 + n(\omega_3) + n(\omega_4)}{(E + i\eta)^2 - (\omega_3 + \omega_4)^2} \quad (99)$$

L'effet du milieu chaud provient de l'apparition des facteurs thermiques dans le propagateur à deux pions entraînant par suite une dépendance de la matrice  $\mathcal{T}$  dans la température. Comme on peut le montrer [22], ce sont précisément ces facteurs thermiques intervenant dans le propagateur à deux pions qui permettent d'obtenir dans l'expression de la largeur (éq. 96), le facteur de Bose correct (éq. 97). Ainsi, la prise en compte simultanée des contraintes d'unitarité et des corrélations de Bose à température finie impliquent que l'interaction pion-pion, c'est-à-dire la matrice  $\mathcal{T}$ , doit être modifiée à température finie. Ceci est bien évidemment un élément important [23, 24] à inclure dans la dynamique des pions en collisions d'ions lourds relativistes. Cet effet qui a été incorporé dans les calculs dynamiques (codes de transport) visant à reproduire les spectres de pions [25] nécessitent l'utilisation d'un modèle qui sera bien sûr contraint au moins partiellement par les données de diffusion dans le vide. Dans l'esprit de ce qui précède je me contenterai de mentionner l'approximation dite de la matrice  $K$  [22] qui, bien que notoirement insuffisante dans certains cas, a le mérite d'éliminer l'incertitude lié au comportement hors couche apparaissant dans l'état intermédiaire de l'équation de diffusion. Dans cette approximation (qui revient à ne prendre en compte que la partie imaginaire du propagateur à deux pions) l'amplitude vers l'avant figurant dans l'expression de la self-énergie acquiert une dépendance explicite dans la température :

$$\langle k, q | \mathcal{T}^l(E) | k, q \rangle (T) = -32\pi \left( \frac{s}{s - 4m_\pi^2} \right)^{\frac{1}{2}} \sum_l (2l+1) \frac{\tan \delta_l^{\pi}(s)}{1 - i \langle l+2n \rangle (T) \tan \delta_l^{\pi}(s)} \quad (100)$$

L'effet de température est présent *via* le facteur thermique  $\langle 2n \rangle = \langle n(\omega_k) + n(\omega_q) \rangle$  moyenné sur l'angle entre  $\mathbf{k}$  et  $\mathbf{q}$ . Ce facteur thermique et par suite l'amplitude de diffusion dépendent séparément de  $E$  et de  $\mathbf{P}$  et non plus uniquement de  $s$ .

Cet effet thermique reste modéré dans les gammes de températures habituelles  $T \leq 150 - 200 \text{ MeV}$  mais peut devenir important si les pions ont un potentiel chimique important  $\mu$  s'approchant de  $m_\pi$ . Dans un tel cas, les formules précédentes seront utilisées avec un nombre d'occupation :

$$n(\omega) = \left( e^{\frac{\omega - \mu}{T}} - 1 \right)^{-1} \quad (101)$$

L'introduction d'un potentiel chimique pour les pions [26, 27, 28] mérite quelques mots d'explication car il est bien connu qu'il n'existe pas de loi de conservation de "nombre bosonique" et dans ce cas particulier du nombre total de pions. Cependant, l'interaction pion-pion est essentiellement élastique dans le domaine d'énergie des pions produits dans les collisions d'ions lourds relativistes. Par conséquent, le taux de collisions inélastiques durant le temps de vie du système (de l'ordre de  $10 \text{ fm}/c$ ) est si faible qu'il ne peut conduire le système à un équilibre chimique ( $\mu = 0$ ) tandis que le taux de collisions élastiques lui permet de s'approcher de l'équilibre thermique. A titre de confirmation, la distribution de pions obtenues dans les codes de transport (équation de Boltzman avec terme de collision) est bien reproduite par une distribution paramétrisée par une température et un potentiel chimique pouvant évoluer au cours du temps [29]. Ainsi, le spectaculaire excès de pions observé à basse impulsion transverse par la collaboration NA35 [30] peut être reproduit sur la base d'une distribution thermique de pions avec  $T = 167 \text{ MeV}$  et  $\mu = 126 \text{ MeV}$  [27], un tel potentiel chimique produisant une importante augmentation de la distribution à basse impulsion.

On pourrait s'attendre à ce qu'un tel potentiel chimique affecte de façon importante les propriétés des quasi-pions. Il se trouve que, en ce qui concerne la relation de dispersion (énergie) des pions dans le milieu, il n'en est rien. En effet, des études détaillées ont montré que du fait de compensations (parfois assez subtiles) entre les différents canaux d'isospin, l'énergie des quasi-pions dans la gamme d'impulsion pertinente ( $p < 400 \text{ MeV}$ ) n'est jamais modifiée dans un sens ou dans l'autre par plus de 10%. Par contre, en ce qui concerne la largeur pour laquelle les contributions des différents canaux s'ajoutent, l'effet est spectaculaire. Nous présentons sur la figure 5 le résultat d'un calcul de la largeur avec incorporation d'un potentiel chimique. On voit ainsi que lorsque l'on passe d'un potentiel chimique nul à un potentiel chimique de  $126 \text{ MeV}$  à une température choisie à  $150 \text{ MeV}$ , le temps de vie décroît de  $10 \text{ fm}/c$  à  $3 \text{ fm}/c$ . Dans un tel cas la notion de quasi-particules devient elle même douteuse.

Pour terminer, mentionnons que ces effets de milieu altérant la matrice  $\mathcal{T}$  gouvernant le terme de collision ont été effectivement incorporés dans des codes de transport pour expliquer cette augmentation des pions à basse impulsion transverse. Ils ont pour conséquence de diminuer le taux de collision. Dans le calcul [25] présenté sur la figure 6, la distribution initiale de pions est une superposition de distributions obtenues en collisions nucléon-nucléon, supposée produite à un temps propre  $\tau_{eff}$  correspondant à l'hadronisation (pionisation) de l'hypothétique plasma formé. La prise en compte des effets de milieu nécessite de diminuer ce temps de  $7 \text{ fm}/c$  à  $4 \text{ fm}/c$  et même moins en présence du champ moyen [29] (modification de la relation de dispersion) ou de résonances mésoniques [25], de façon à compenser la diminution de l'interaction par l'augmentation de la densité. En dernière analyse, ce calcul "dit" que la dynamique des pions seuls ne permet de reproduire les données que si la matière hadronique est produite au bout d'un temps très court. Ceci ne laisse que peu de temps au plasma pour se former à moins que la transition de phase elle même n'altère profondément la distribution initiale.

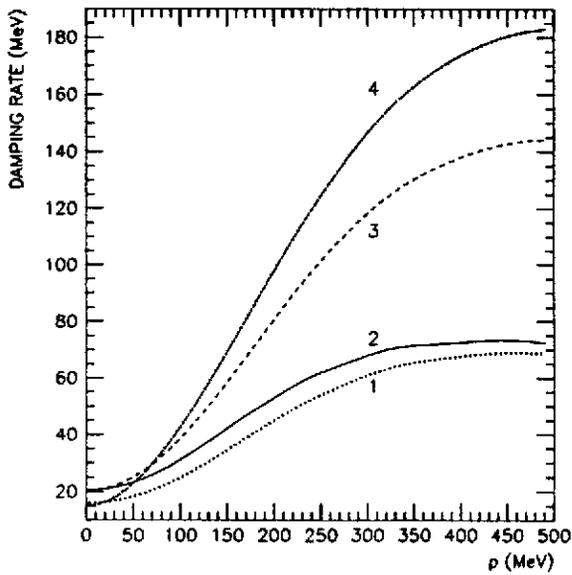


Figure 5: Largeur des quasi-pions à  $T = 150 \text{ MeV}$ . Courbe 1 : calcul sans effet de milieu et sans inclusion des corrélations de Bose. Les courbes 2, 3 et 4 incorporent ces effets pour des potentiels chimiques égaux à  $\mu_\pi = 0, 100$  et  $126 \text{ MeV}$ . Calcul tiré de la référence [22].

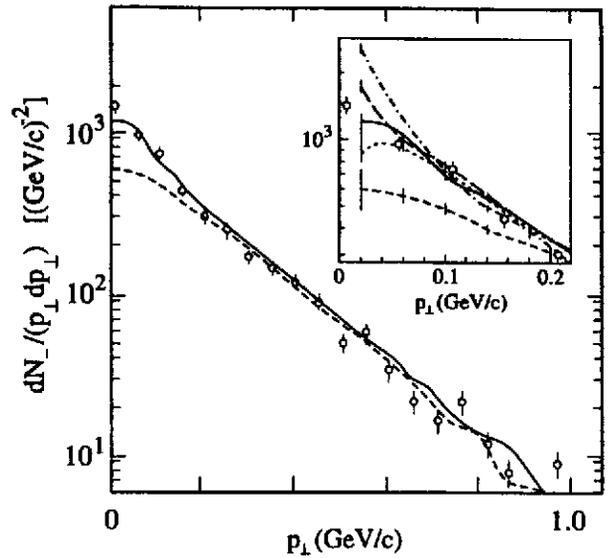


Figure 6: Distribution en  $p_T$  des pions dans des collisions centrales  $^{16}\text{O} - \text{Au}$  à  $200 \text{ GeV}/u$  pour des rapidités centrales  $2 < y_{\text{lab}} < 3$  [25]. Spectre initial (tirets courts) et spectre final pour  $\tau_{\text{eff}} = 4.5 \text{ fm}/c$  (courbe pleine),  $5 \text{ fm}/c$  (pointillés),  $4 \text{ fm}/c$  (tirets longs) et  $3 \text{ fm}/c$  (tirets-points). Données expérimentales NA35 [30].

## V - MATIERE NUCLEAIRE

### 1 - Un lagrangien chirale pour le système pion-nucléon

Nous allons tout d'abord construire un lagrangien chirale pour le système pion-nucléon qui nous servira de guide. Diverses extensions, telles que l'inclusion de la résonance  $\Delta(1232)$  ou l'introduction de facteurs de forme aux vertex d'interaction  $\pi NN$  ou  $\pi N\Delta$ , seront ultérieurement incorporées pour rendre compte de la phénoménologie pion-nucléon et pion-noyau. Pour faire cette construction, nous allons de nouveau partir du lagrangien du modèle sigma linéaire introduit dans la section IV-1 où les notations ont été définies. Sous cette forme, comme on peut le voir sur l'expression du courant axial (57), il présente l'inconvénient de donner une constante de couplage axiale  $g_A = 1$  alors que la valeur expérimentale déduite de la désintégration  $\beta$  du neutron est  $g_A = 1.25$ . On peut corriger facilement ce défaut en introduisant un nouveau terme invariant chirale dépendant d'un paramètre  $\zeta$ . On peut également introduire un nouveau terme de brisure explicite compatible avec la façon dont la symétrie chirale est brisée dans QCD et dépendant d'un paramètre  $\sigma_N$ . Le lagrangien se décompose en une partie symétrique chirale  $\mathcal{L}_0$  et une partie de brisure explicite  $\mathcal{L}_{\chi SB}$  :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} &= \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{\chi SB} \\
 \mathcal{L}_0 &= \frac{1}{4} \text{tr} \partial_\mu W \partial^\mu W^\dagger + i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - \frac{\lambda}{4} \left( \frac{1}{2} \text{tr}(W W^\dagger) - v^2 \right)^2 \\
 &\quad - \frac{M_0}{f_\pi} (\bar{\psi}_L W \psi_R + \bar{\psi}_R W^\dagger \psi_L) + \frac{i\zeta}{f_\pi^2} (\bar{\psi}_L \gamma^\mu W \partial_\mu W^\dagger \psi_L + \bar{\psi}_R \gamma^\mu W^\dagger \partial_\mu W \psi_R) \\
 \mathcal{L}_{\chi SB} &= \frac{1}{4} f_\pi m_\pi^2 \text{tr} (W + W^\dagger) - \frac{\sigma_N}{4f_\pi^2} \text{tr} (W + W^\dagger) (\bar{\psi}_L W \psi_R + \bar{\psi}_R W^\dagger \psi_L)
 \end{aligned} \tag{102}$$

On rappelle que dans le vide  $\langle \sigma \rangle = (1/2) \langle \text{tr} W \rangle = f_\pi$  et on notera que, par rapport au lagrangien de masse de nucléon (54), le paramètre  $g$  a été remplacé par  $M_0/f_\pi$ . Un calcul explicite du courant axial montre que le paramètre  $\zeta$  doit être  $\zeta = (1 - g_A)/2$ . A l'approximation de l'arbre, c'est-à-dire en omettant les "boucles de pions virtuels" renormalisant les propriétés du nucléon, sa masse nue (dans le vide) est  $M_N = M_0 + \sigma_N$ .

Comme dans la section IV-2 précédente, on va se placer dans la version non linéaire du modèle en gelant le champ chirale sur le cercle chirale par envoi de la masse du méson sigma à l'infini. On introduit la matrice  $U$  et une nouvelle quantité auxiliaire  $\xi$  définie par :

$$W = f_\pi U, \quad U = \xi^2 \quad \rightarrow \quad \xi = \exp\left(i\vec{\tau} \cdot \frac{\vec{\Phi}}{2f_\pi} \frac{F(X)}{X}\right) \quad (103)$$

où la fonction  $F(X)$  a été définie par l'équation (64). Il est plus commode d'introduire de nouveaux champs de nucléons en définissant de nouveaux isodoublets gauche et droit de nucléon :

$$N_L = \xi^\dagger \psi_L, \quad N_R = \xi \psi_R, \quad N = \frac{1 - \gamma_5}{2} N_L + \frac{1 + \gamma_5}{2} N_R \quad (104)$$

En termes de ces nouveaux champs, le lagrangien se réécrit comme :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 &= \frac{f_\pi^2}{4} \text{tr} \partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger + \bar{N} \gamma_\mu i (\partial^\mu - i \mathcal{V}_c^\mu) N - M_0 \bar{N} N + g_A \bar{N} \gamma_\mu \gamma_5 \mathcal{A}_c^\mu N \\ \mathcal{L}_{\chi SB} &= \frac{1}{4} f_\pi^2 m_\pi^2 \text{tr} (U + U^\dagger) \left(1 - \frac{\sigma_N}{f_\pi^2 m_\pi^2} \bar{N} N\right) \end{aligned} \quad (105)$$

avec :

$$\mathcal{V}_c^\mu = \frac{i}{2} (\xi \partial^\mu \xi^\dagger + \xi^\dagger \partial^\mu \xi) \simeq -\frac{1}{4f_\pi^2} \vec{\tau} \cdot (\vec{\Phi} \times \partial^\mu \vec{\Phi}) \quad (106)$$

$$\mathcal{A}_c^\mu = \frac{i}{2} (\xi \partial^\mu \xi^\dagger - \xi^\dagger \partial^\mu \xi) \simeq \frac{1}{2f_\pi} \vec{\tau} \cdot \partial^\mu \vec{\Phi} \quad (107)$$

Ce lagrangien sera largement exploité dans la suite mais pour l'instant je me contenterai de discuter brièvement la partie brisant explicitement la symétrie chirale. A partir de  $\mathcal{L}_{\chi SB}$ , on déduit le hamiltonien de brisure qui, développé à l'ordre  $\Phi^2$ , est après soustraction de la partie de vide :

$$H_{\chi SB} = \int dr \left( \sigma_N \bar{N} N + \frac{1}{2} m_\pi^2 \Phi^2 - \frac{\sigma_N}{2f_\pi^2} \Phi^2 \bar{N} N \right) \quad (108)$$

Le commutateur sigma du nucléon est obtenu immédiatement :

$$\Sigma_N = \langle N | H_{\chi SB} | N \rangle = \langle N | \int dr \frac{1}{2} m_\pi^2 \Phi^2 | N \rangle + \sigma_N \equiv \Sigma_N^{(\pi)} + \sigma_N \quad (109)$$

Ainsi, la quantité  $\sigma_N$  peut être interprétée comme la contribution au commutateur sigma du nucléon ne venant pas du champ pionique. A la lumière de ce qui a été dit dans la section II-4, on pourra l'identifier à la contribution du coeur de quarks, soit  $\sigma_N = \Sigma_N^{(q)}$ . Bien entendu le calcul de la contribution pionique nécessite d'introduire de façon phénoménologique un facteur de forme au vertex  $\pi NN$ , sans quoi elle serait divergente; comme on l'a vu, ce facteur de forme apparaît naturellement si l'on utilise un modèle de type sac. Le dernier terme de  $H_{\chi SB}$  donne une contribution attractive à la diffusion pion-nucléon d'onde  $s$  et par suite à la masse du pion dans la matière nucléaire; nous y reviendrons à la fin de cette partie V car ce problème est plus subtil qu'il n'y paraît.

## 2 - Modes collectifs pioniques

### a . Couplage pion-nucléon d'onde p

En utilisant la forme au plus bas ordre de  $\mathcal{A}_c^\mu$  (éq. 107), le lagrangien (105) conduit à un terme de couplage pion-nucléon de type Yukawa :

$$\mathcal{L}_{\pi NN} = \frac{g_A}{f_\pi} \bar{N} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \partial_\mu \vec{\Phi} N \quad (110)$$

On va se placer à l'approximation non relativiste pour les nucléons et ignorer les antinucléons. Les champs de nucléons peuvent se décomposer sur les spineurs de Dirac qui sont les mêmes que ceux de quarks (éq. 29) une fois que l'on a remplacé la masse  $m$  par la masse du nucléon  $M_N$ . Au plus bas ordre en  $1/M_N$  les éléments de matrice de Dirac sont :

$$\frac{1}{2M_N} \bar{u}(p', s') \gamma^i \gamma_5 u(p, s) = \chi_{s'}^\dagger \sigma^i \chi_s, \quad \frac{1}{2M_N} \bar{u}(p', s') \gamma^0 \gamma_5 u(p, s) = O\left(\frac{1}{M_N}\right) \quad (111)$$

si bien que le lagrangien prend la forme non relativiste :

$$\mathcal{L}_{\pi NN} = \frac{g_A}{2f_\pi} N^\dagger \sigma \cdot \nabla \vec{\Phi} \cdot \vec{\tau} N \quad (112)$$

où maintenant les champs de nucléons sont des spineurs de Pauli. Le vertex d'interaction entre un pion incident  $(\mathbf{k}, \omega, j)$ , un nucléon incident dans un état (spin-isospin-orbital)  $|N : \alpha \rangle$  et un nucléon sortant dans l'état  $|N : \beta \rangle$  sera donc de la forme :

$$\pi(\mathbf{k}, \omega, j) + N(\alpha) \rightarrow N(\beta) : \quad V_j^{\beta\alpha}(\mathbf{k}, \omega) = -i \frac{g_{\pi NN}}{2M_N} v(\mathbf{k}, \omega) \langle N : \beta | \sigma \cdot \mathbf{k} \tau_j e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}} | N : \alpha \rangle \quad (113)$$

$g_{\pi NN} \simeq 13.5$  est la constante de couplage pion-nucléon dont la valeur est déduite de l'étude de la diffusion nucléon-nucléon [2]. Dans notre modèle guide elle est donnée par  $g_{\pi NN} = M_N g_A / f_\pi$ . Cette relation, connue sous le nom de relation de Goldberger-Treiman, est en réalité une conséquence de la symétrie chirale seule moyennant une hypothèse dite de dominance du pôle de pion; elle est vérifiée numériquement avec une précision de 7%. Par rapport au modèle lagrangien, on a rajouté de façon phénoménologique un facteur de forme  $v(\mathbf{k}, \omega)$  normalisé de telle façon qu'il soit égal à un sur la ligne de pion *i.e.*  $\omega = \omega_{\mathbf{k}}$ . Ce facteur de forme est en général tiré de l'étude de l'échange de pions dans l'interaction nucléon-nucléon [2]. Le vertex  $\pi NN$  met en jeu un opérateur nucléonique de spin-isospin longitudinal dépendant de la projection de spin longitudinale, c'est-à-dire le long de la direction  $\mathbf{k}$  du pion. Cet opérateur excitera, comme on le verra dans la suite, des modes nucléaires dit de spin-sospin longitudinal dont les propriétés sont profondément différents des modes de spin-isospin transverse excités par un opérateur du type  $\sigma \times \mathbf{k} \tau_3$  par couplage magnétique à des photons réels ou virtuels.

On sait que la diffusion pion-nucléon présente un très fort caractère résonnant par excitation dans l'état intermédiaire d'un état de delta qui est le premier état excité du nucléon [2]. La résonance delta, qui a une masse  $M_\Delta = 1232 \text{ MeV}$  et une largeur  $\Gamma_\Delta = 115 \text{ MeV}$ , est un état de spin  $J = 3/2$  et d'isospin  $I = 3/2$ . Dans un modèle de quarks il est simplement obtenu à partir du nucléon par retournement du spin et de l'isospin d'un quark, les fonctions d'onde orbitales des quarks restant en première approximation celle de l'état fondamental, le nucléon. Il est par suite capital d'introduire l'interaction  $\pi N \Delta$ . Le vertex fondamental entre un pion incident  $(\mathbf{k}, \omega, j)$ , un nucléon incident dans un état (spin-isospin-orbital)  $|N : \alpha \rangle$  et un delta sortant dans un état (spin-isospin-orbital)  $|\Delta : \beta \rangle$  sera de la forme :

$$\pi(\mathbf{k}, \omega, j) + N(\alpha) \rightarrow \Delta(\beta) : \quad V_j^{\beta\alpha}(\mathbf{k}, \omega) = -i \frac{g_{\pi N \Delta}}{2M_N} v(\mathbf{k}, \omega) \langle \Delta : \beta | \mathbf{S} \cdot \mathbf{k} \mathbf{T}_j e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}} | N : \alpha \rangle \quad (114)$$

Les opérateurs vectoriels  $S_j$  (isovectoriels  $T_j$ ) sont des opérateurs de transition de spin (isospin) entre un état de nucléon de spin (isospin)  $1/2$  et un état de delta de spin (isospin)  $3/2$ . Ils vérifient la propriété :

$$\mathbf{S}^\dagger \cdot \mathbf{a} \mathbf{S} \cdot \mathbf{b} = \frac{2}{3} \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} - \frac{i}{3} \sigma \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \quad \text{à comparer à :} \quad \sigma \cdot \mathbf{a} \sigma \cdot \mathbf{b} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i \sigma \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \quad (115)$$

$g_{\pi N\Delta}^*$  est la constante de couplage  $\pi N\Delta$ . La phénoménologie donne  $g_{\pi N\Delta}^* \simeq 2 g_{\pi NN}$  tandis que le modèle des quarks donne  $g_{\pi N\Delta}^* = \sqrt{72/25} g_{\pi NN}$ .

Dans la mesure où on néglige la dépendance en  $\omega$  du facteur de forme, on peut regrouper d'un point de vue formel les résultats (éq. 113, 114) sous la forme d'un hamiltonien d'interaction  $\pi NN, \pi N\Delta$  écrit en seconde quantification :

$$\begin{aligned} H_{int} &= \sum_{\mathbf{k}, j} \left( \frac{1}{2\omega_k V} \right)^{1/2} (B_{\mathbf{k}, j} + B_{-\mathbf{k}, j}^\dagger) L_j(\mathbf{k}) \\ L_j(\mathbf{k}) &= \sum_{\alpha, \beta} c_\beta^\dagger c_\alpha V_j^{\beta\alpha}(\mathbf{k}) \end{aligned} \quad (116)$$

Les opérateurs  $B, B^\dagger$  sont les opérateurs d'annihilation et de création de pions pour une impulsion et un état d'isospin donnés provenant du développement du champ de pion, d'où l'apparition du facteur  $1/\sqrt{2\omega_k V}$ ; la sommation sur les impulsions dans la grande boîte de volume  $V$  est  $\sum_{\mathbf{k}} = \int V d\mathbf{k}/(2\pi)^3$ . L'opérateur  $L_j(\mathbf{k})$  est un opérateur baryonique à un corps écrit en seconde quantification. Les opérateurs  $c, c^\dagger$  sont des opérateurs d'annihilation et de création de fermions dans des états (spin-isospin-orbital)  $\alpha$  ou  $\beta$ , mettant sur un même pied les différentes espèces de baryons que sont les nucléons et les deltas. La différence des couplages est incorporée dans les fonctions de vertex (113, 114) qui sont des éléments de matrice d'opérateurs usuels (de spin-isospin longitudinal) à un corps. En pratique on "oublie" souvent dans les développements formels la dépendance en énergie du facteur de forme que l'on réintroduit dans les résultats finaux.

#### b . Propagateur du pion dans la matière nucléaire

Dans le milieu nucléaire, le propagateur du pion est modifié du fait de ses interactions avec le milieu nucléaire :

$$D(\omega, \mathbf{k}) = \left( \omega^2 - \omega_k^2 - S(\omega, \mathbf{k}) \right)^{-1} \quad (117)$$

où  $S(\omega, \mathbf{k})$  est la self-énergie des pions; nous nous limiterons dans cette section à la self-énergie d'onde  $p$  provenant de l'interaction d'onde  $p$  (éq. 116). La dérivation de cette quantité peut se faire aisément grâce aux techniques habituelles du problème à  $N$  corps, par exemple en utilisant des équations de Dyson. Nous donnerons simplement le résultat en l'expliquant qualitativement. Considérons un pion se propageant dans un noyau décrit dans un modèle de particules indépendantes dans lequel les nucléons sont sur des orbites d'énergie  $\epsilon_\alpha$ . La modification de la propagation de ce pion d'impulsion  $\mathbf{k}$  et d'énergie  $\omega$  (pas nécessairement sur couche), provient de son interaction avec les nucléons donnée par (116), créant ainsi une excitation virtuelle particule-trou (ou delta-trou) d'énergie  $\epsilon_{ph} = \epsilon_p - \epsilon_h$ . Cette configuration se désexcite, de nouveau via l'interaction (116), pour donner un pion avec une impulsion  $\mathbf{k}'$  et avec la même énergie  $\omega$  si l'on néglige le recul du noyau. Si de plus on se place dans la matière nucléaire infinie, l'invariance par translation impose que son impulsion soit conservée. Cette self-énergie est représentée sur la figure 7 avec un état de particule et un état de delta dans l'état intermédiaire. Considérons tout d'abord la partie purement nucléonique, Elle est de la forme :

$$S_N(\omega, \mathbf{k}) = k^2 \Pi_{0N}(\omega, \mathbf{k}) \quad (118)$$

Le facteur  $k^2$  provient du couplage d'onde  $p$  donnant un facteur  $k$  à chaque vertex. La fonction  $\Pi_{0N}$ , parfois appelée polarisabilité, s'écrit :

$$\Pi_{0N}(\omega, \mathbf{k}) = 4 \left( \frac{g_{\pi NN}}{2M_N} \right)^2 v^2(\mathbf{k}, \omega) \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \left( \frac{\Theta(p_F - q) \Theta(|\mathbf{q} + \mathbf{k}| - p_F)}{\omega - \epsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} + \epsilon_q + i\eta} - \frac{\Theta(p_F - q) \Theta(|\mathbf{q} - \mathbf{k}| - p_F)}{\omega + \epsilon_{\mathbf{q}-\mathbf{k}} - \epsilon_q - i\eta} \right) \quad (119)$$

Examinons les différents termes de cette expression :

- Le facteur 4 provient de la sommation sur les états de spin-isospin des états de trous et des états de particules. Le facteur  $(g_{\pi NN}/2M_N)^2 v^2(\mathbf{k}, \omega)$  provient directement des deux vertex d'interaction. Les énergies sont celles d'un gaz de Fermi  $\epsilon_p = p^2/2M_N$ .
- Considérons le premier terme de l'intégrant; l'intégrale porte sur les états de nucléons présents dans la mer de Fermi ( $q < p_F$ ). Les états de nucléons excités par le pion ont une impulsion  $\mathbf{q} + \mathbf{k}$  provenant de la conservation de l'impulsion et doivent être hors de la mer de Fermi ( $|\mathbf{q} + \mathbf{k}| > p_F$ ) du fait du blocage de Pauli. Enfin, le dénominateur d'énergie est celui qui apparaît dans le calcul du décalage en énergie obtenue au deuxième ordre de la théorie des perturbations usuelle.
- Le deuxième terme de l'intégrant provient de la symétrie de croisement en changeant  $(\omega, \mathbf{k})$  en  $(-\omega, -\mathbf{k})$ .
- Pour comprendre la signification physique des facteurs de régularisation  $\pm i\eta$ , nous allons considérer la partie imaginaire pour  $\omega$  positif :

$$Im \Pi_{0N}(\omega, \mathbf{k}) = -4\pi \left( \frac{g_{\pi NN}}{2M_N} \right)^2 v^2(\mathbf{k}, \omega) \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \Theta(p_F - q) \Theta(|\mathbf{q} + \mathbf{k}| - p_F) \delta(\omega - \epsilon_{\mathbf{q}+\mathbf{k}} + \epsilon_q) \quad (120)$$

La réponse du système à une sonde se couplant aux nucléons *via* un opérateur de spin-isospin longitudinal du type  $L_j(\mathbf{k})$  est définie par :

$$\begin{aligned} R_L(\omega, \mathbf{k}) &= \left( \frac{g_{\pi NN}}{2M_N} \right)^2 v^2(\mathbf{k}, \omega) \sum_n | \langle n | \sum_{i=1}^{i=A} \sigma(i) \cdot \mathbf{k} \tau_j(i) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}_i} | 0 \rangle |^2 \delta(E_n - \omega) \\ &= \sum_n | \langle n | L_j(\mathbf{k}) | 0 \rangle |^2 \delta(E_n - \omega) \end{aligned} \quad (121)$$

où  $|0\rangle$  est l'état fondamental et les états  $|n\rangle$  sont les états susceptibles d'être excités par la perturbation extérieure. La première expression est écrite à l'aide d'un opérateur nucléaire à un corps sous sa forme usuelle. La deuxième, beaucoup plus compacte grâce à l'écriture de seconde quantification (116), permet d'incorporer l'excitation du delta. Cette fonction-réponse, qui est en principe une quantité mesurable, va donner une information expérimentale sur les modes pioniques nucléaires; nous y reviendrons longuement ci-dessous. Si on calcule la réponse de la matière en absence de corrélation (gaz de Fermi) et en omettant l'excitation du delta, on trouve que :

$$R_{0L}(\omega, \mathbf{k}, ) = -\frac{V}{\pi} \mathbf{k}^2 Im \Pi_{0N}(\omega, \mathbf{k}) \quad (122)$$

Ainsi, la partie imaginaire de la polarisabilité est directement proportionnelle à la réponse (par unité de volume). Cette propriété est d'ailleurs bien connue en électromagnétisme des milieux matériels. A cet égard, mentionnons que le problème de la propagation d'un pion dans la matière nucléaire présente une analogie profonde, qui a été largement exploitée, avec celui de la propagation de la lumière dans un matériau diélectrique.

La contribution relative aux états de deltas dans l'état intermédiaire s'obtient de façon analogue :

$$S_{\Delta}(\omega, \mathbf{k}) = \mathbf{k}^2 \Pi_{0\Delta}(\omega, \mathbf{k}) \quad (123)$$

$$\Pi_{0\Delta}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{16}{9} \left( \frac{g_{\pi N\Delta}^*}{2M_N} \right)^2 v^2(\mathbf{k}, \omega) \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \Theta(p_F - q) \left( \frac{1}{\omega - \epsilon_{\Delta, \mathbf{q}+\mathbf{k}} + \epsilon_q + i\Gamma_{\Delta}(\omega, \mathbf{q} + \mathbf{k})} - \frac{1}{\omega + \epsilon_{\Delta, \mathbf{q}-\mathbf{k}} - \epsilon_q} \right) \quad (124)$$

Examinons les différences avec  $\Pi_{0N}$  :

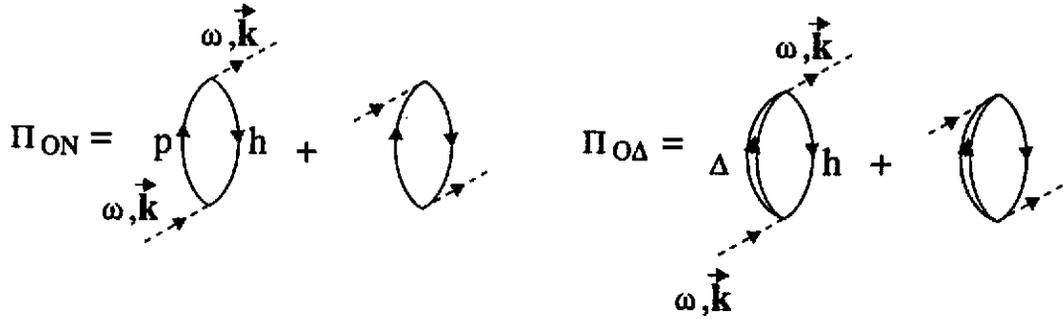


Figure 7: Polarisabilité d'onde  $p$  du pion dans la matière ordinaire.

- Le facteur de spin-isospin 4 est remplacé par un facteur  $16/9$  provenant de l'utilisation de la relation (115). La constante de couplage  $\pi NN$  est bien sûr remplacée par la constante de couplage  $\pi N\Delta$ . Les énergies de deltas sont :

$$\epsilon_{\Delta,p} = \omega_{\Delta} + \frac{p^2}{2M_{\Delta}}, \quad \omega_{\Delta} = M_{\Delta} - M_N = 292 \text{ MeV} \quad (125)$$

- Il n'y a pas de facteur de blocage Pauli pour les états de deltas.
- Il apparaît dans le dénominateur d'énergie la largeur du delta. Dans le vide cette largeur, qui vaut  $115 \text{ MeV}$  à  $\omega = \omega_{\Delta}$ , se comporte essentiellement comme  $(\omega^2 - m_{\pi}^2)^{3/2}$  qui provient de l'espace de phase de la désintégration  $\Delta \rightarrow \pi N$ . Cette largeur doit être corrigée par des effets de milieu liés au blocage de Pauli affectant la désintégration  $\Delta \rightarrow \pi N$  ou à l'élargissement par collision. Il se trouve que ces effets de milieu se compensent fortement ou présentent tout au moins un caractère quasiment universel dans une grande gamme de densité comme en atteste le spectre du delta en absorption de photons [2].

La "polarisabilité pionique" sera la somme des contributions particule-trou et delta-trou :

$$\Pi_0(\omega, \mathbf{k}) = \Pi_{0N}(\omega, \mathbf{k}) + \Pi_{0\Delta}(\omega, \mathbf{k}) \quad (126)$$

Cette polarisabilité est cependant modifiée par un effet d'écran (analogue à l'effet Lorentz- Lorenz en électromagnétisme) provenant pour une grande part des corrélations de courte portée. Cet effet est phénoménologiquement incorporé par l'intermédiaire d'un paramètre  $g'$  qui transformera la polarisabilité  $\Pi_0$  en une nouvelle polarisabilité effective  $\tilde{\Pi}_0$ . La self-énergie du pion sera ainsi :

$$S(\omega, \mathbf{k}) = k^2 \tilde{\Pi}_0(\omega, \mathbf{k}) \quad \tilde{\Pi}_0(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\Pi_0(\omega, \mathbf{k})}{1 - g' \Pi_0(\omega, \mathbf{k})} \quad (127)$$

La forme de cette polarisabilité effective est toutefois un peu plus compliquée car on est conduit à introduire trois paramètres  $g'$ . On distingue un paramètre  $g'_{NN} \simeq 0.7$  relatif au secteur particule-trou (qui intervient notamment pour la position des résonances Gamow-Teller), un paramètre  $g'_{N\Delta} \simeq 0.5$  de mélange entre les secteurs particule-trou et delta-trou (affectant par exemple la force portée par ces mêmes résonances Gamow-Teller) et un paramètre  $g'_{\Delta\Delta} \simeq 0.5$  relatif au secteur delta-trou dont nous allons discuter le rôle ci dessous. Il convient également de mentionner que les calculs réalistes incorporent une polarisabilité  $2p - 2h$  non réductible à une modification de la largeur du delta.

Les énergies des modes pioniques d'impulsion  $\mathbf{k}$  dans la matière nucléaire sont obtenues comme solutions de l'équation de dispersion :

$$\Omega^2(\mathbf{k}) = \omega_k^2 + \text{Re} \tilde{\Pi}_0(\Omega(\mathbf{k}), \mathbf{k}) \quad (128)$$

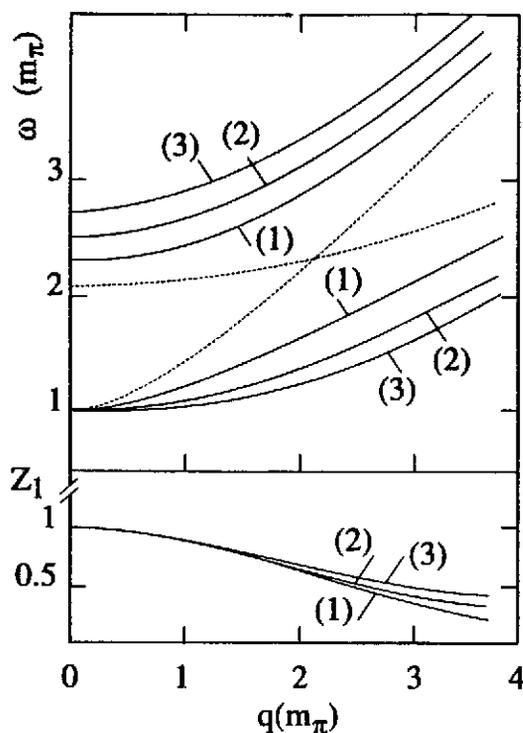


Figure 8: Courbes de dispersion relatives à la branche du bas ( $\Omega_1$ ) et à la branche du haut ( $\Omega_2$ ) comparées aux relations de dispersion du pion libre et de l'état delta-trou dégénéré non corrélé. On voit que les modes collectifs  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  échangent leurs structures à  $q \simeq 2m_\pi$ . Le facteur de poids  $Z_1$  associé à la branche du bas est aussi montré. Les nombres (1), (2) et (3) correspondent respectivement à des densités  $\rho/\rho_0 = 0.5$ ,  $\rho/\rho_0 = 1$  et  $\rho/\rho_0 = 1.5$ .

L'étude du spectre très riche obtenu a suscité beaucoup de travaux théoriques et expérimentaux. Nous nous limiterons ici à la partie de haute énergie (*i.e.* la région du delta) et en particulier à la branche "optique" encore appelée branche pionique qui correspond au mode rejoignant la branche de pion libre lorsque la densité tend vers zéro. On peut comprendre les traits essentiels de ce mode d'excitation à l'aide d'un modèle à deux niveaux très simple que nous allons traiter dans le paragraphe suivant.

### c . Modèle à deux niveaux

À haute énergie, la self-énergie est fortement dominée par la contribution du secteur  $\Delta h$ ; on négligera donc dans ce modèle simplifié la polarisabilité  $\Pi_{0N}$ . On omettra également la largeur du delta, bien que celle-ci puisse être réintroduite par la suite. Le modèle simplifié [31] est obtenu en négligeant le mouvement de Fermi des nucléons considérés comme statiques, si bien que l'énergie delta-trou sera remplacée par l'énergie d'un état de delta d'impulsion  $k$ . Les états delta-trou deviennent dégénérés à une énergie :

$$\epsilon_{\Delta, \mathbf{q}+\mathbf{k}} - \epsilon_q \simeq \epsilon_{\Delta, \mathbf{k}} = \omega_\Delta + \frac{k^2}{2M_\Delta} \quad (129)$$

On obtient de fait un modèle à deux niveaux où les états non perturbés sont le pion et l'état  $\Delta h$  dégénéré. Dans l'expression de  $\Pi_{0\Delta}$  (124), l'intégrale sur l'impulsion des nucléons donne la densité  $\rho$ , ce

qui conduit à une expression très simple pour la polarisabilité et la polarisabilité "écranée":

$$\begin{aligned}\Pi_0(\omega, \mathbf{k}) &\simeq \Pi_{0\Delta}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{4}{9} \left( \frac{g_{\pi N \Delta}^*}{2M_N} \right)^2 v^2(k) \rho \frac{2\epsilon_{\Delta k}}{\omega^2 - \epsilon_{\Delta k}^2} \\ \tilde{\Pi}_0(\omega, \mathbf{k}) &= \frac{4}{9} \left( \frac{g_{\pi N \Delta}^*}{2M_N} \right)^2 v^2(k) \rho \frac{2\epsilon_{\Delta k}}{\omega^2 - \tilde{\epsilon}_{\Delta k}^2}\end{aligned}\quad (130)$$

L'effet net du paramètre  $g'_{\Delta\Delta}$  est d'augmenter l'énergie de l'état  $\Delta h$  dégénéré suivant :

$$\tilde{\epsilon}_{\Delta k}^2 = \epsilon_{\Delta k}^2 + g'_{\Delta\Delta} C(k, \rho), \quad C(k, \rho) = \frac{8}{9} \left( \frac{g_{\pi N \Delta}^*}{2M_N} \right)^2 v^2(k) \epsilon_{\Delta k} \rho \quad (131)$$

Le propagateur du pion de ce modèle s'obtient sans difficulté :

$$D(\omega, \mathbf{k}) = \frac{Z_1(k, \rho)}{\omega^2 - \Omega_1^2(k, \rho)} + \frac{Z_2(k, \rho)}{\omega^2 - \Omega_2^2(k, \rho)} \quad (132)$$

où les énergies propres  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  ( $\Omega_1 < \Omega_2$ ) et les facteurs de poids  $Z_1$  et  $Z_2$  ( $Z_1 + Z_2 = 1$ ) sont des fonctions très simples de  $k$  et de  $\rho$  [32]. L'interaction  $\pi N \Delta$  donne naissance à deux modes collectifs construits sur le pion et les états delta-trous dont on peut voir les courbes de dispersion  $\Omega_1(k)$  et  $\Omega_2(k)$  à différentes densités sur la figure 8. Il apparaît clairement que, du fait de leur couplage, le pion et les états delta-trou ne sont plus des états propres du système mais deviennent des mélanges de ces deux modes collectifs. A basse impulsion, la branche du bas ( $\Omega_1$ ) est pionique de façon prédominante d'où le nom de branche pionique ou "pisobar"; la branche du haut est, quant à elle, essentiellement composée de deltas. A une certaine impulsion correspondant au croisement des niveaux non perturbés, les deux branches échangent leur structure ce qui est un trait bien connu des systèmes à deux niveaux.

La quantité intéressante du point de vue expérimental est la fonction spectrale du pion dans le milieu :

$$F_\pi(\omega, \mathbf{k}) = -\frac{2\omega}{\pi} \text{Im} D(\omega, \mathbf{k}) = Z_1(k, \rho) \delta[\omega - \Omega_1(k, \rho)] + Z_2(k, \rho) \delta[\omega - \Omega_2(k, \rho)] \quad (133)$$

Par rapport au pion libre, la force se scinde en une partie décalée vers les basses énergies et une partie vers les hautes énergies. Dans un calcul réaliste relaxant les approximations relatives à ce modèle et incorporant les largeurs, les deux pics sont remplacés par des structures élargies centrées autour des énergies propres  $\Omega_{1,2}$ . En dépit de sa simplicité, ce modèle permet de reproduire raisonnablement bien les positions et les forces portées par ces modes collectifs; il a aussi été très précieux pour comprendre les traits essentiels d'un problème *a priori* assez complexe.

#### d. Réponse nucléaire de spin-isospin longitudinal

On doit maintenant se poser la question de savoir comment mettre en évidence expérimentalement ces modes collectifs et en particulier la branche pionique. Pour mener à bien cette tâche, il faut trouver une sonde, transférant au noyau une énergie  $\omega$  et une impulsion  $\mathbf{k}$ , qui se couple aux nucléons avec excitation du delta par un opérateur de spin-isospin longitudinal  $\mathbf{S} \cdot \mathbf{k} T_j$ . L'excitation initiale delta-trou pourra ensuite se propager dans le milieu par l'intermédiaire du pion engendrant ainsi une réponse collective du noyau (fig. 9a). La section efficace du processus sera alors proportionnelle à la fonction-réponse de spin-isospin longitudinale (éq. 121). On a vu qu'à l'approximation des particules indépendantes, la réponse était donnée par la partie imaginaire de  $\Pi_0$ , ce que l'on peut généraliser au cas où l'excitation du delta est incluse. La prise en compte des corrélations de courte portée conduit à remplacer  $\Pi_0$  par  $\tilde{\Pi}_0$ . La propagation de l'excitation via l'échange de pion conduit ensuite à remplacer  $\tilde{\Pi}_0$  par le propagateur de polarisation complet :

$$\Pi_L = \tilde{\Pi}_0 + \tilde{\Pi}_0 k^2 D_0 \tilde{\Pi}_0 + \tilde{\Pi}_0 k^2 D_0 \tilde{\Pi}_0 k^2 D_0 \tilde{\Pi}_0 + \dots = \tilde{\Pi}_0 + \tilde{\Pi}_0 k^2 D \tilde{\Pi}_0 \quad (134)$$

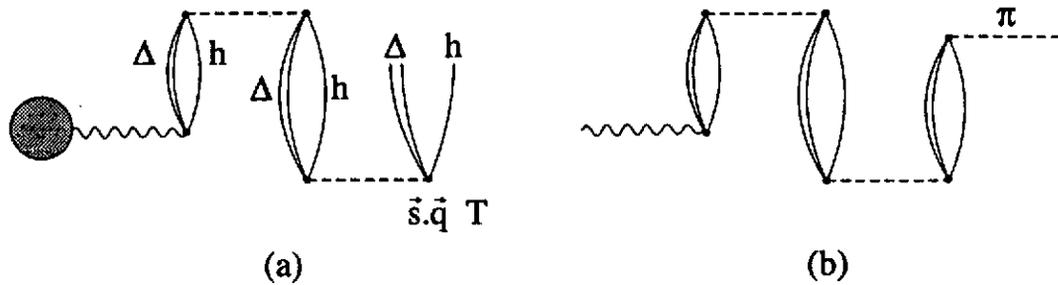


Figure 9: A gauche, propagation de l'excitation de spin-isospin longitudinale initiée par la sonde externe représentée par la surface hachurée. A droite, pion cohérent.

où  $D_0 = (\omega^2 - \omega_k^2 + i\eta)^{-1}$  est le propagateur de pion libre et  $D$  le propagateur de pion dans le milieu (117). Ce propagateur de polarisation peut se mettre sous différentes formes :

$$\Pi_L(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\omega^2 - \omega_k^2}{\omega^2 - \omega_k^2 - k^2 \tilde{\Pi}_0(\omega, \mathbf{k})} \tilde{\Pi}_0(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\tilde{\Pi}_0(\omega, \mathbf{k})}{1 - \frac{k^2}{\omega^2 - \omega_k^2} \tilde{\Pi}_0(\omega, \mathbf{k})} \quad (135)$$

La réponse collective d'un volume  $V$  de matière nucléaire sera ainsi :

$$\frac{1}{k^2} R_L(\omega, \mathbf{k}) = -\frac{V}{\pi} \text{Im} \Pi_L(\omega, \mathbf{k}) = \left| \frac{\omega^2 - \omega_k^2}{\omega^2 - \omega_k^2 - k^2 \tilde{\Pi}_0(\omega, \mathbf{k})} \right|^2 \left( -\frac{V}{\pi} \right) \text{Im} \tilde{\Pi}_0(\omega, \mathbf{k}) \quad (136)$$

Le spectre de  $R_L$  a par suite le même contenu que celui du propagateur du pion, avec toutefois des poids différents pour l'excitation des divers modes. On peut visualiser ceci à l'aide du modèle à deux niveaux pour lequel on trouve pour la réponse par nucléon :

$$\frac{1}{A} R_L(\mathbf{k}, \omega) = \frac{4}{9} \left( \frac{g_{\pi NN}^*}{2M_N} \right)^2 k^2 v^2(k) \left( \frac{1 - Z_1(k, \rho)}{2\Omega_1(k, \rho)} \delta[\omega - \Omega_1(k, \rho)] + \frac{1 - Z_2(k, \rho)}{2\Omega_2(k, \rho)} \delta[\omega - \Omega_2(k, \rho)] \right) \quad (137)$$

A densité nulle ( $Z_1 \rightarrow 1$ ), on retrouve la réponse du delta libre. En pratique, les sondes utilisées sont du genre espace ( $\omega < k$ ) et seul le mode de branche pionique ( $\Omega_1$ ) est accessible. La signature des effets collectifs sera un dépeuplement du delta en faveur de ce mode collectif ou encore un déplacement du pic du delta à plus basse énergie par rapport aux deltas excités avec des photons. Ces traits resteront valables dans les calculs détaillés, comme on le verra ci-dessous.

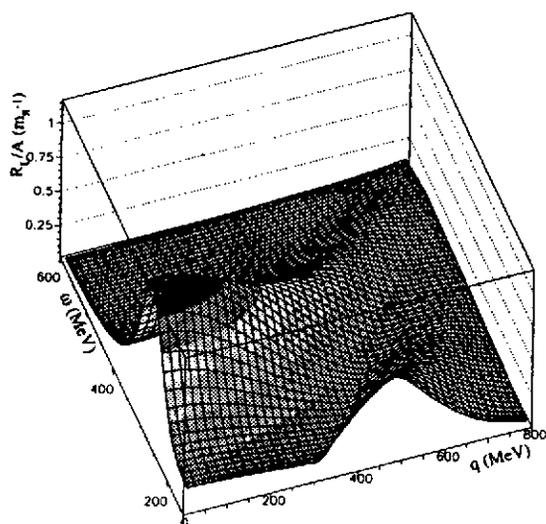
Il est par ailleurs très facile de voir que le propagateur de polarisation complet satisfait l'équation :

$$\Pi_L = \Pi_0 + \Pi_0 \hat{V}_L \Pi_L \quad \text{avec} \quad \hat{V}_L(\omega, \mathbf{k}) = \frac{k^2}{\omega^2 - \omega_k^2} + g' \quad (138)$$

Ce résultat aurait pu être obtenu à partir d'une approche usuelle du problème à  $N$  corps, dans laquelle les modes collectifs sont engendrés via un formalisme RPA avec une interaction résiduelle (dépendant de l'énergie) dans la voie particule-trou :

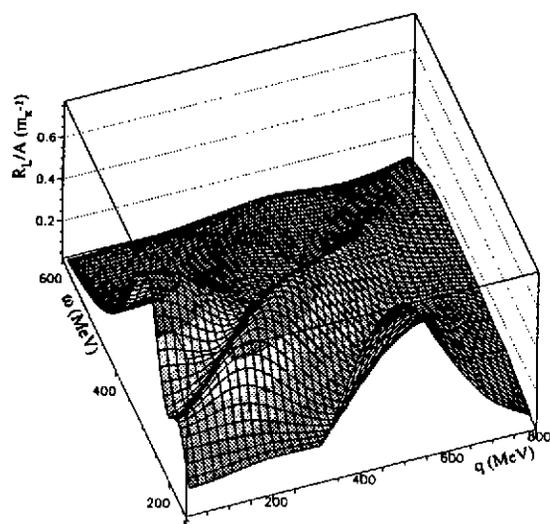
$$V_L(1, 2; \omega) = \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \left( \frac{g_{\pi NN}}{2M_N} \right)^2 v^2(\mathbf{k}, \omega) \left( \frac{\sigma(1) \cdot \mathbf{k} \sigma(2) \cdot \mathbf{k}}{\omega^2 - \omega_k^2} + g' \sigma(1) \cdot \sigma(2) \right) \bar{\tau}(1) \cdot \bar{\tau}(2) e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2)} \quad (139)$$

Réponses longitudinales par nucléon



Réponse longitudinale totale sans RPA

Réponses longitudinales par nucléon



Réponse longitudinale totale avec RPA

Figure 10: Fonction-réponse de spin-isospin longitudinal de  $^{16}\text{O}$  avec (à gauche) et sans (à droite) effets de milieu. Le calcul a été préparé par J. Marteau [35].

avec les opérateurs de spin-isospin remplacés par les opérateurs de transition ( $S, T$ ) lorsque un delta est concerné. Cette interaction correspond à l'échange du pion corrigé par l'interaction de courte portée phénoménologique  $g'$  pouvant simuler entre autres les corrélations de courte portée et l'antisymétrisation formellement absente dans ce qui précède.

Dans un noyau fini, du fait de la perte de l'invariance par translation, les propagateurs de polarisation dépendent de deux impulsions et l'équation RPA devient une équation intégrale :

$$\Pi_L(\omega; \mathbf{k}, \mathbf{k}') = \Pi_0(\omega; \mathbf{k}, \mathbf{k}') + \int \frac{d\mathbf{q}}{(2\pi)^3} \Pi_0(\omega; \mathbf{k}, \mathbf{q}) \hat{V}_L(\mathbf{q}, \omega) \Pi_L(\omega; \mathbf{q}, \mathbf{k}') \quad (140)$$

où il a été omis, pour simplifier, un couplage à la voie de spin-isospin transverse qui peut se produire à la surface des noyaux [33, 34]. La réponse du noyau fini est ensuite obtenue comme :

$$R_L(\omega, \mathbf{k}) = -\frac{\mathbf{k}^2}{\pi} \text{Im} \Pi_L(\omega; \mathbf{k}, \mathbf{k}) \quad (141)$$

Le calcul quantique du propagateur  $\Pi_0$  dans le milieu non corrélé (champ moyen) s'avère en pratique beaucoup trop "luxueux" voire inutile pour une telle quantité où, de toute façon, les effets de couche sont complètement "lavés" dans le domaine considéré. On utilise plutôt des approximations semi-classiques de type Thomas-Fermi ou densité locale dans lesquelles il peut être directement obtenu à partir de l'expression de matière nucléaire [33, 34]. Les résultats d'un calcul très détaillé [35] sont montrés pour  $^{16}\text{O}$  (fig. 10). Bien que le noyau d'oxygène ne soit pas très lourd, on voit un spectaculaire contraste entre la réponse  $R_0$  non corrélée (pas très différente de la réponse de spin-isospin transverse mesurée en diffusion d'électrons) et la réponse longitudinale corrélée  $R_L$ . Le pic du delta dans la réponse  $R_0$  est peu modifié par rapport au delta dans le vide, tandis que la réponse longitudinale présente deux structures centrées autour des lignes  $\Omega_1(k)$  (branche pionique) et  $\Omega_2(k)$  où l'essentiel de la force est concentrée.

Parmi les sondes susceptibles de mettre en évidence ce mode collectif de branche pionique, on peut citer l'électroproduction de pions chargés ( $e, e' \pi^\pm$ ) actuellement étudiée à CEBAF. Un effort considérable a été consacré à SATURNE à l'étude d'expériences d'échange de charge du type ( $^3\text{He}, T$ ) [36, 37, 38].

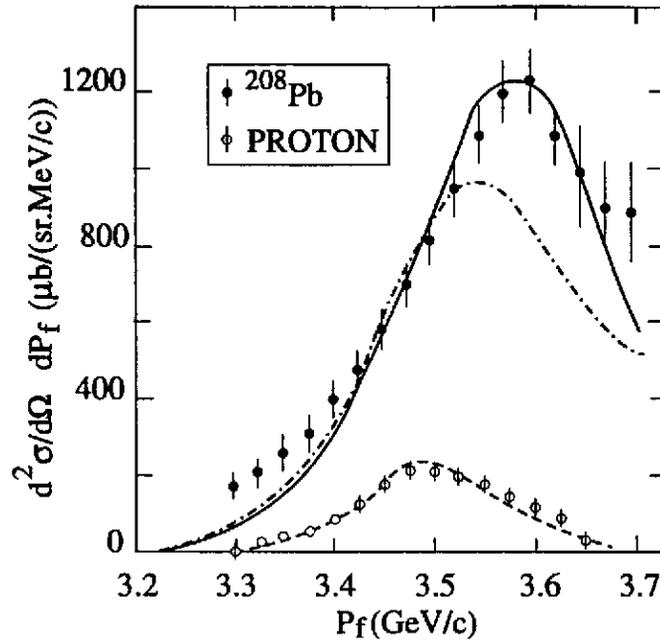


Figure 11: Comparaison du calcul théorique à l'expérience pour l'excitation du  $\Delta$  dans  $^{208}\text{Pb}$  par la réaction  $(^3\text{He}, T)$  à  $2\text{ GeV}$  et angle nul. La courbe en tirets-points correspond à la réponse sans corrélation RPA tandis que la courbe pleine incorpore les effets collectifs  $\pi\Delta$ . La courbe en tirets est relative au calcul sur une cible de proton. Calcul tiré de [33, 34].

En dépit du caractère très périphérique de cette sonde, il est généralement admis [33, 34, 39] que ces expériences ont mis en évidence ce mode bien qu'il dépende fortement de la densité. Les données de  $(^3\text{He}, T)$  sur une grande gamme de noyaux allant du carbone au plomb ont montré un décalage vers le bas du pic du delta d'environ  $70\text{ MeV}$  par rapport aux données sur le proton. Des calculs très sophistiqués [33, 34] sans paramètre libre (dans le sens où tous les nombreux ingrédients nécessaires ont été tirés au préalable de la phénoménologie) ont montré que ces effets collectifs étaient absolument nécessaires pour reproduire ces données (fig. 11). Les voies de désintégration de ces modes ont également été étudiées à SATURNE et sont compatibles avec cette interprétation [37]. La preuve directe de leur existence est certainement l'observation expérimentale de production de pions cohérents [38] où le noyau cible reste dans son état fondamental (fig. 9b). Dans ce processus le mode collectif se propage par l'intermédiaire du pion qui est finalement mis sur couche par désexcitation d'une excitation delta-trou virtuelle.

#### e . Corrélations pion-pion dans la matière nucléaire

Puisque les propriétés de propagation du pion sont notablement modifiées dans la matière nucléaire, on s'attend à ce que les systèmes à deux pions comme les résonances à deux pions ("sigma", rho) soient également modifiés. La distribution de masse d'un tel système est reliée à la partie imaginaire de la matrice de diffusion qui est obtenue à partir d'un certain potentiel pion-pion par solution d'une équation de Lippmann-Schwinger du type (98). Les effets de milieu proviennent de la modification du propagateur à deux pions. En se limitant au cas d'une paire de pions à impulsion totale nulle ( $k_3 = -k_4 = k$ ), ce propagateur est :

$$G_{34}^{2\pi}(E) \equiv G^{2\pi}(E, k) = \int \frac{i dk^0}{2\pi} D(k_0, k) D(E - k_0, -k) \quad (142)$$

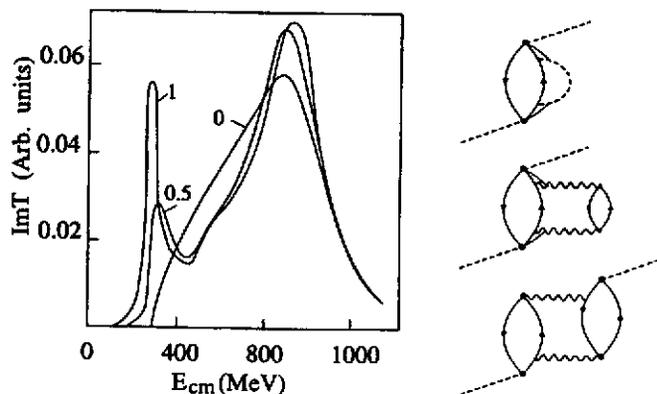


Figure 12: *Distribution de la force pion-pion dans le canal scalaire-isoscalaire ( $I = J = 0$ ) pour différentes valeurs de  $\rho/\rho_0$  dans un calcul basé sur un modèle à deux niveaux incorporant les largeurs des quasi-pions. Les diverses sources de largeur des quasi-pions sont représentées à droite.*

Par exemple dans le modèle à deux niveaux, il prend la forme :

$$G^{2\pi}(E, \mathbf{k}) = \sum_{i,j=1}^2 \frac{\Omega_i(k) + \Omega_j(k)}{2\Omega_i(k)\Omega_j(k)} \frac{1}{E^2 - (\Omega_i(k) + \Omega_j(k))^2 + i\eta} \quad (143)$$

Du fait de l'amollissement de la relation de dispersion des pions dans le mode de branche pionique d'énergie  $\Omega_1$ , il peut se créer une accumulation de force à basse énergie au voisinage du seuil à deux pions ( $E \sim 2m_\pi$ ) si l'interaction pion-pion est suffisamment attractive [32]. En réalité, cette accumulation ne se produit que dans le canal du sigma ( $I = J = 0$ ); dans le canal du rho, sur lequel nous reviendrons dans la section VI-6, l'effet est détruit par des corrections de vertex imposées par l'invariance de jauge. Nous montrons sur la figure 12, les résultats d'un calcul effectué dans le cadre d'un modèle à deux niveaux incorporant de façon appropriée les largeurs des modes pioniques, montrant clairement l'apparition d'une structure vers le seuil. Sur la même figure, les différentes sources de largeurs des modes pioniques sont aussi représentées. De nombreux travaux ont été consacrés à ce problème [40, 41, 42] qui est en fait très délicat. Une difficulté majeure est liée à la compatibilité entre les contraintes de symétrie chirale et l'unitarisation, point crucial lorsque le couplage au secteur particule-trou est incorporé. Nous n'entrerons pas dans les détails mais mentionnerons simplement que la force pion-pion demeure profondément modifiée quelque soit l'approche utilisée.

Il va sans dire qu'une modification significative de l'interaction pion-pion dans le milieu peut avoir un intérêt considérable pour le mécanisme de saturation de la matière nucléaire [43] puisque l'échange de pions corrélés est une contribution dominante à l'attraction nucléon-nucléon. Il est donc crucial d'avoir une confirmation expérimentale de ces corrélations pion-pion induites par le milieu nucléaire. Une évidence possible est fournie par les données  $\pi, 2\pi$  sur différents noyaux, obtenues par la collaboration CHAOS à TRIUMF [44]. Comme cela est montré sur la figure 13, le spectre  $\pi^+\pi^-$  en masse invariante présente une structure fortement dépendante en  $A$  vers le seuil à deux pions. Cet effet n'est probablement pas un "cusp" car il est absent dans la voie  $\pi^+\pi^+$  qui est purement d'isospin  $I = 2$ . Une explication plausible est la rediffusion dans le milieu (figure 13) des pions dans la voie scalaire-isoscalaire car aucun autre mécanisme "habituel" n'est capable d'expliquer cette structure. La prise en compte de ces effets de rediffusion est en pratique difficile à effectuer; néanmoins, il est présenté, à titre d'illustration, sur la partie droite de la figure 13, les résultats d'un calcul encore assez incomplet mais permettant de reproduire une partie de la structure vers le seuil à deux pions [45].

Dans le milieu nucléaire l'interaction nucléon-nucléon provenant de l'échange de pions corrélés sera modifiée du fait de la modification de l'interaction pion-pion. Cela conduit à basse densité à une augmentation de l'attraction lorsque la densité augmente. Dans le calcul présenté sur la figure 14 [47], cet effet

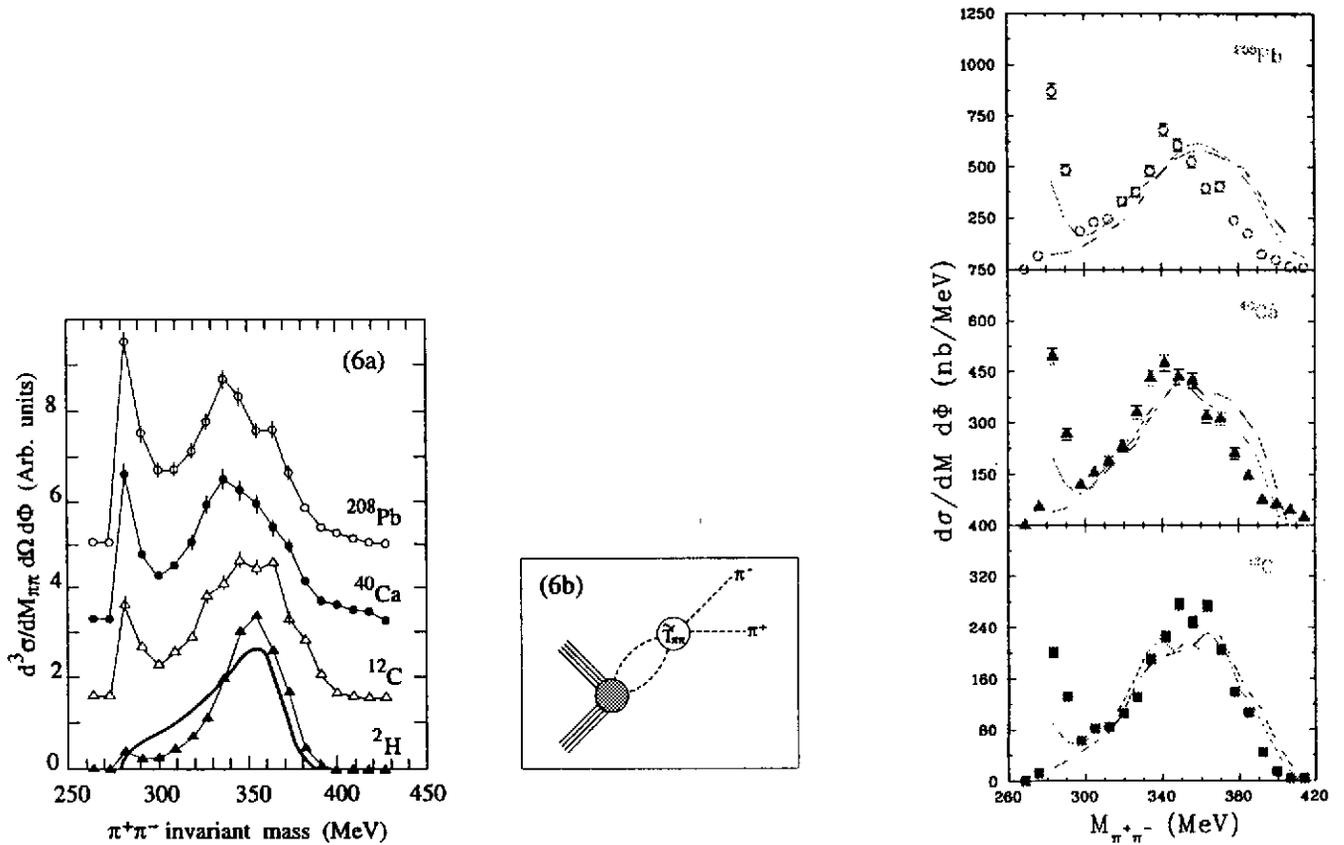


Figure 13: A gauche, distributions en masse invariante pour la réaction  $(\pi^+, \pi^+\pi^-)$  sur différents noyaux, mesurées par la collaboration CHAOS à TRIUMF [44]; la courbe pleine est la prédiction d'un modèle détaillé pour le processus élémentaire [46]; les lignes minces sont des lignes guide reliant les points expérimentaux. Au centre, rediffusion de la paire de pions dans le milieu pouvant modifier la distribution de masse. A droite, calcul à caractère préliminaire [45] incluant l'effet des corrélations pion-pion dans le milieu (courbe pleine) comparé au calcul sans corrélation pion-pion (courbes en tirets).

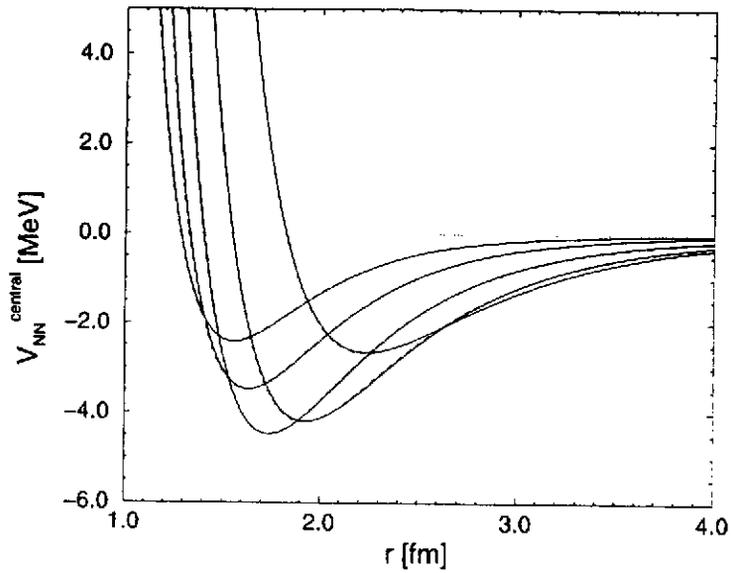


Figure 14: *Modification induite par le milieu nucléaire sur le potentiel central nucléon-nucléon comme cela est décrit dans le texte. Les densités sont 0,  $0.5\rho_0$ ,  $\rho_0$ ,  $1.5\rho_0$  et  $2\rho_0$  du haut vers le bas dans la partie droite de la figure.*

est amplifié par l'échange de méson rho dans la voie  $t$  avec une masse diminuée. A plus haute densité cette tendance est supplantée par l'augmentation plus rapide de la répulsion liée à l'échange du méson oméga avec une masse aussi diminuée. Comme cela est manifeste sur la figure 14, le potentiel nucléon-nucléon est de plus en plus attractif jusqu'à la densité normale à partir de laquelle cette attraction se met à diminuer. De façon évidente, cela conduit à un mécanisme de saturation de la matière nucléaire, constituant une solution alternative à celle des effets relativistes, de ce problème encore largement ouvert. Si il est clair que la diminution des masses des mésons rho et oméga que nous discuterons dans la sixième partie, favorise la saturation, il n'en demeure pas moins que la modification de l'interaction pion-pion est un élément essentiel de ce mécanisme.

### 3 - Densité scalaire de pions et évolution du condensat de quarks

#### a . Introduction

Nous avons vu, lors des généralités sur la restauration de la symétrie chirale, que l'évolution du condensat de quarks était complètement déterminée par le commutateur sigma du noyau par nucléon  $\tilde{\Sigma}_A$  qui peut dévier de celui d'un nucléon libre  $\Sigma_N$ . Sur la base de modèles, on a dit que le commutateur sigma du nucléon libre était dominé par la contribution du nuage de pions virtuels entourant ce nucléon. On est donc naturellement conduit à penser que l'effet de milieu principal viendra de la distorsion de ce nuage de pions du fait de la présence des autres nucléons, en d'autres termes de l'influence de l'échange de pions entre les nucléons. Dans la matière nucléaire infinie, la densité scalaire de pion est uniforme, ce qui est approximativement réalisé au centre d'un gros noyau. La contribution pionique au commutateur sigma du noyau par nucléon sera :

$$\tilde{\Sigma}_A^{(\pi)} = \frac{1}{A} \langle A | \int dr \frac{1}{2} m_\pi^2 \Phi^2(r, t=0) | A \rangle = \frac{m_\pi^2}{2\rho} \langle \Phi^2 \rangle \quad (144)$$

où la contribution divergente du vide est sous-entendue systématiquement soustraite. Dans ce qui suit, nous allons montrer que la valeur de cette contribution pionique est compatible avec l'analyse de résultats expérimentaux de photoabsorption et que, au niveau théorique, elle peut être reliée à une intégrale de la fonction-réponse de spin-isospin longitudinale. Nous discuterons ensuite d'autres effets pouvant affecter le mécanisme de restauration graduelle de la symétrie chirale, en particulier celui des mésons lourds tels que le sigma et le oméga.

**b . Une extraction expérimentale possible de la densité scalaire du pion**

Nous allons considérer la diffusion Compton vers l'avant sur le proton. En utilisant le lagrangien d'interaction électromagnétique obtenu en "jaugeant" le lagrangien (105), ce processus est décrit par les diagrammes de la figure 15, ce qui sera justifié dans le paragraphe VI-6.a. On ne s'intéresse qu'à la partie indépendante des spins de l'amplitude Compton qui est de la forme :

$$T = \epsilon'^* \cdot \epsilon f(\omega) \quad (145)$$

où  $\omega$  est l'énergie des photons incident et sortant de polarisation  $\epsilon$  et  $\epsilon'$ . Les deux premiers diagrammes correspondent à des termes de contact (sans partie imaginaire et indépendant de l'énergie) que l'on notera  $S_N$  (fig. 15a) et  $S_\pi$  (fig. 15b). Les autres termes contenant une partie imaginaire (car ils peuvent être "coupés") seront notés  $T(\omega)$  (fig. 15c-f). L'amplitude sera donc :

$$f(\omega) = S_N + S_\pi + T(\omega) \quad (146)$$

Comme on le sait sans doute, dans une théorie non relativiste le terme de contact de nucléon est obtenu en faisant une substitution minimale  $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} - e \mathbf{A}$  dans le hamiltonien. Dans une théorie relativiste, il provient de la contribution des antinucléons dans le propagateur de Dirac du terme de Born. Il donne exactement l'amplitude de Thomson dans la limite des grandes longueurs d'onde, soit :

$$S_N = f(0) = \frac{e^2}{M_N} \quad (147)$$

Le terme de contact pionique (engendré aussi par l'invariance de jauge) dépend de la densité scalaire de pions associée au nuage de pions virtuels autour du nucléon :

$$S_\pi = \frac{2e^2}{3} \langle N | \int d\mathbf{r} \Phi^2(\mathbf{r}) | N \rangle = \frac{4e^2}{3} \frac{\Sigma_N^{(\pi)}}{m_\pi^2} \quad (148)$$

Par ailleurs, l'amplitude Compton satisfait à une relation de dispersion soustraite :

$$\begin{aligned} \text{Re } f(\omega) &= \text{Re } f(0) + \frac{2\omega^2}{\pi} \int_0^\infty d\omega' \frac{\text{Im } f(\omega')}{\omega'(\omega'^2 - \omega^2)} \\ &= S_N + \frac{2\omega^2}{\pi} \int_0^\infty d\omega' \frac{\sigma_{abs}(\omega')}{\omega^2 - \omega'^2} \end{aligned} \quad (149)$$

où le théorème optique a été utilisé pour faire apparaître, dans la deuxième expression, la section efficace de photoabsorption sur le nucléon  $\sigma_{abs}(\omega') = -\text{Im } f(\omega')/\omega'$ . Dans la limite des hautes énergies, c'est-à-dire pour une énergie grande par rapport aux énergies d'excitation apparaissant dans les états intermédiaires de  $T(\omega)$ , ce dernier doit s'annuler du fait des dénominateurs d'énergie en  $\omega - E_n$ ; Il en résulte que  $f(\infty)$  s'identifiera avec la somme  $S_N + S_\pi$ . Par suite, en utilisant la relation de dispersion (149) prise à  $\omega = \infty$ , on obtient une relation reliant la contribution pionique au commutateur sigma du nucléon à une intégrale sur la section efficace de photoabsorption :

$$\frac{4e^2}{3} \frac{\Sigma_N^{(\pi)}}{m_\pi^2} = S_\pi = f(\infty) - S_N = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\omega' \sigma_{abs}(\omega') \quad (150)$$

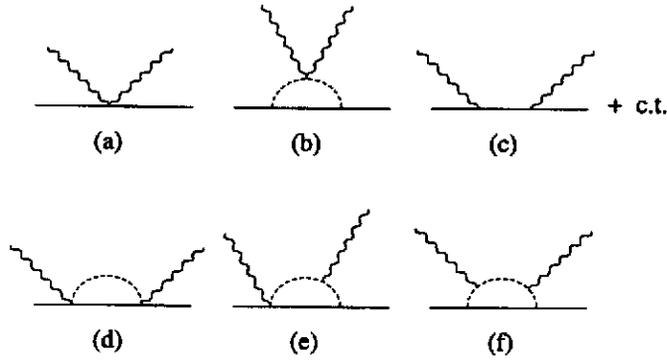


Figure 15: *Amplitude Compton sur le nucléon.*

Cependant, le lien avec la section efficace expérimentale n'est pas direct car il ne faut prendre en compte que la contribution mettant en jeu les pions (fig. 15 d-f). Un problème délicat parmi d'autres est d'extraire la contribution de l'excitation directe du delta. Cela étant, en utilisant les données expérimentales combinées avec des calculs issus de modèles, il est possible d'avoir une estimation de cette intégrale. On trouve alors que  $\Sigma_N^{(\pi)}$  est de l'ordre de  $30MeV$  [48], ce qui est la valeur mentionnée à la fin de la section II-4. En réalité, ce qu'il faut retenir de cette analyse est un ordre de grandeur de  $30MeV$  confortant ainsi l'image d'un nuage pionique important. Cette analyse peut être poursuivie dans le cas du noyau; le résultat est compatible avec une augmentation de ce commutateur sigma; nous rediscuterons ce point dans le paragraphe suivant.

### c . Calcul de la densité scalaire de pion

La densité scalaire de pion dans un milieu étendu de densité  $\rho$  est obtenue par la suite d'égalités ci-dessous [49], que nous commenterons ensuite :

$$\begin{aligned}
\langle \Phi^2 \rangle &\equiv \sum_{j=1}^{j=3} \langle A | \Phi_j(\mathbf{r}, t=0) \Phi_j(\mathbf{r}, t=0) | A \rangle \\
&= \sum_{j=1}^{j=3} \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} i \{ -i \langle A | T(\Phi_j(\mathbf{r}, t=0), \Phi_j(\mathbf{r}, t=\epsilon)) | A \rangle \} \\
&= 3 \int \frac{i d^4 k}{(2\pi)^3} e^{ik_0 \epsilon} (D(k) - D_0(k)) = 3 \int \frac{i d^4 k}{(2\pi)^4} e^{ik_0 \epsilon} \left( \frac{1}{k_0^2 - \omega_k^2 + i\eta} \right)^2 k^2 \Pi_L(k) \\
&= 3 \int \frac{d\mathbf{k} k^2}{(2\pi)^3} \int \frac{i dk_0}{2\pi} e^{ik_0 \epsilon} \left( \frac{1}{k_0^2 - \omega_k^2 + i\eta} \right)^2 \int_0^{+\infty} d\omega \left( -\frac{2\omega}{\pi} \right) \frac{Im \Pi_L(\omega, \mathbf{k})}{k_0^2 - \omega^2 + i\eta} \\
&= 3 \int \frac{d\mathbf{k} k^2}{(2\pi)^3} \int_0^{+\infty} d\omega \left( -\frac{2\omega}{\pi} \right) Im \Pi_L(\omega, \mathbf{k}) \frac{d}{d\omega_k^2} \left( \int \frac{i dk_0}{2\pi} e^{ik_0 \epsilon} \frac{1}{k_0^2 - \omega_k^2 + i\eta} \frac{1}{k_0^2 - \omega^2 + i\eta} \right) \\
&= \frac{3\rho}{A} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \int_0^{+\infty} d\omega \left( \frac{1}{2\omega_k^2(\omega + \omega_k)^2} + \frac{1}{2\omega_k^3(\omega + \omega_k)} \right) R_L(\omega, \mathbf{k}) \quad (151)
\end{aligned}$$

La deuxième ligne permet d'obtenir la valeur moyenne de  $\Phi^2$  comme une limite du propagateur de pion qui est ensuite calculé après transformée de Fourier par une intégrale régularisée sur la quadri-impulsion (troisième ligne); à ce niveau la soustraction du vide est faite explicitement en utilisant la relation

$D - D_0 = D_0 k^2 \Pi_L D_0$  qui se déduit de (134). Le propagateur de polarisation complet  $\Pi_L$  peut s'exprimer par une relation de dispersion (quatrième ligne) et une petite manipulation est effectuée dans la cinquième ligne pour calculer l'intégrale sur  $k_0$  par utilisation du théorème de Cauchy en fermant le contour par un grand cercle. La densité scalaire peut donc être reliée à une intégrale sur la réponse de spin-isospin par nucléon. En l'absence d'effet de milieu notable sur cette réponse, cette densité scalaire est essentiellement proportionnelle à la densité. On peut réexprimer ce résultat en introduisant le commutateur sigma par nucléon :

$$\tilde{\Sigma}_A^{(\pi)} = \frac{m_\pi^2}{2\rho} \langle \Phi^2 \rangle = \frac{3m_\pi^2}{2A} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \int_0^{+\infty} d\omega \left( \frac{1}{2\omega_k^2(\omega + \omega_k)^2} + \frac{1}{2\omega_k^3(\omega + \omega_k)} \right) R_L(\omega, \mathbf{k}) \quad (152)$$

Ce dernier résultat est utilisable pour un noyau fini, ce qui peut se justifier sur la base d'une approximation de densité locale. La question intéressante est de savoir de combien dévie cette quantité du commutateur sigma du nucléon libre, ou autrement dit quelle est l'influence de l'échange de pions entre les nucléons. Il a été montré que la contribution du secteur particule-trou pouvait être estimée avec une approximation statique [11], c'est-à-dire en faisant  $\omega = 0$  dans le préfacteur de l'équation (152). Dans ces conditions, une fois que la contribution du nucléon libre a été soustraite, l'intégrale sur  $\omega$  conduit à un élément de matrice sur l'état fondamental du noyau d'un opérateur de spin-isospin à deux corps. Un calcul basé sur une fonction d'onde corrélée montre que l'effet de blocage de Pauli est presque exactement compensé par les corrélations tensorielles. Par suite, le secteur particule-trou seul ne contribue pas à la modification du commutateur sigma dans le noyau. Lorsque le secteur delta-trou est incorporé, la situation est la suivante. Le développement de modes collectifs pion-delta (la branche pionique) conduit à un décalage de la force à une énergie plus basse et on peut s'attendre à une augmentation du commutateur sigma intimement reliée à l'augmentation du nombre de pions dans les noyaux. Ceci semble confirmé par l'analyse des données de photoabsorption discutée au paragraphe précédent et par une analyse dispersive conduisant à une augmentation de  $\Sigma_N^{(\pi)}$  de l'ordre de  $5 \text{ MeV}$  [11]. Par ailleurs, un calcul direct de (152) peut être envisagé si on dispose d'un modèle détaillé permettant une estimation réaliste de la fonction-réponse. Si, dans le cadre d'un tel modèle, le commutateur sigma nucléonique est contraint à la valeur de  $30 \text{ MeV}$ , on trouve effectivement une augmentation de  $5 \text{ MeV}$  [50], bien que des incertitudes demeurent en ce qui concerne le comportement à très haute énergie de la réponse.

#### d . Influence des mésons lourds

D'autres corrections affectant le commutateur sigma dans le noyau ont été étudiées en détail [51, 52]. Il a par exemple été démontré que les effets liés à la rediffusion des pions dans le milieu nucléaire corrélé conduisent à une correction négligeable [53]. L'effet des mésons plus lourds sigma et oméga intervenant dans les théories relativistes de Walecka peut également être envisagé. Dans la version la plus simple, les nucléons interagissent par l'intermédiaire d'un échange attractif de sigma (masse  $m_S$ , constante de couplage  $g_{\sigma NN} = C_S$ ) et d'un échange répulsif de oméga (masse  $m_V$ , constante de couplage  $g_{\omega NN} = C_V$ ). Cette approche est exposée en détail dans le cours de J.F. Mathiot de l'Ecole Joliot-Curie 1997 [54]. Sous l'effet du champ scalaire attractif, les nucléons acquièrent une masse effective et une énergie dépendant de la densité scalaire  $\rho_S$  :

$$M^* = M - \frac{C_S^2}{m_S^2} \rho_S, \quad E_p^* = (M^{*2} + p^2)^{1/2}, \quad \rho_S = \int \frac{4 d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{M^*}{E_p^*} \Theta(p_F - p) \quad (153)$$

L'énergie par nucléon de la matière nucléaire est :

$$E(\rho) = \frac{1}{\rho} \int \frac{4 d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} E_p^* \Theta(p_F - p) + \frac{C_S^2}{2m_S^2} \frac{\rho_S^2}{\rho} + \frac{C_V^2}{2m_V^2} \rho \quad (154)$$

La liaison nucléaire provient du fait que l'échange attractif de méson sigma qui est engendré par la combinaison des deux premiers termes de (154) est supérieur à la répulsion due à l'échange de oméga provenant du troisième terme de (154). Le mécanisme de saturation provient de ce que l'échange attractif

est contrôlé par la densité scalaire qui croit moins vite que la densité ordinaire  $\rho$  contrôlant la répulsion. Il s'agit d'un effet de cinématique relativiste ( $\gamma^{-1} = M^*/E_p^*$ ) qui est toutefois amplifié par la diminution significative de la masse effective  $M^*$  par rapport à celle du nucléon libre. L'évolution du condensat de quarks est donnée par utilisation du théorème de Feynman-Hellmann :

$$|\langle \bar{q}q \rangle|(\rho) = |\langle \bar{q}q \rangle|_{vide} - \frac{\rho}{2} \frac{\partial E}{\partial m} = |\langle \bar{q}q \rangle|_{vide} - \frac{\rho}{2m} \left( \frac{\partial E}{\partial M_N} \Sigma_N + \frac{\partial E}{\partial m_V} \Sigma_\omega + \frac{\partial E}{\partial m_S} \Sigma_\sigma \right) \quad (155)$$

Pour obtenir la deuxième expression on a supposé que l'énergie de la matière dépendait de la masse des quarks nus par l'intermédiaire de la dépendance des masses des nucléons, sigma et oméga, ce qui explique l'apparition des commutateurs sigma. Si on introduit les densités scalaires des mésons sigma et oméga, définies de façon analogue à celle du pion mais pour des états normalisés à un :

$$\rho_{s\sigma} = \langle m_S \sigma^2 \rangle = \frac{C_S^2}{m_S^3} \rho_S^2 \quad \rho_{s\omega} = - \langle m_V \omega^\mu \omega_\mu \rangle = - \langle m_V \omega_0^2 \rangle = - \frac{C_V^2}{m_V^3} \rho^2 \quad (156)$$

on peut établir le résultat très simple :

$$|\langle \bar{q}q \rangle|(\rho) = |\langle \bar{q}q \rangle|_{vide} - \frac{1}{2m} (\rho_S \Sigma_N + \rho_{s\sigma} \Sigma_\sigma + \rho_{s\omega} \Sigma_\omega) \quad (157)$$

De surcroît, en se basant sur le fait que que les mésons sigma et oméga sont constitués de deux quarks constituants, on suppose que leurs commutateurs sigma sont deux tiers de celui du nucléon. Cette hypothèse est partiellement justifiée par le modèle NJL. Le résultat du calcul [55, 56], dans un traitement plus élaboré (Bruckner-Hartree-Fock relativiste) est montré sur la figure 16 et est comparé au résultat de plus bas ordre. A faible densité, il y a une petite accélération de la symétrie chirale provenant du rôle dominant de l'échange attractif de méson sigma. Cet effet simule dans une certaine mesure l'échange de deux pions du paragraphe précédent. Par contre, à haute densité l'échange de oméga l'emporte car l'effet de l'attraction contrôlée par la densité scalaire devient plus faible. Ainsi, par un mécanisme similaire à celui conduisant à la saturation, il y a un ralentissement de la restauration la symétrie chirale à haute densité. Il est possible qu'un tel mécanisme existe mais il est important de garder à l'esprit que ce calcul fait dire un peu plus que ce dont il est capable à ce modèle. En effet ces "mésons" sigma et oméga doivent être compris comme des objets effectifs. Par exemple, leur attribuer un commutateur sigma égal à deux tiers de celui du nucléon constitue une hypothèse pour le moins spéculative.

#### 4 - Observables, masses des pions et des kaons dans la matière nucléaire

##### a . Courants axial et vectoriel

A partir du lagrangien (105), on obtient sans difficulté l'expression des courants de Noether axial et vectoriel. En limitant le développement dans le champ de pion, ils sont de la forme :

$$\begin{aligned} \vec{A}^\mu &= f_\pi \left( 1 + 3\alpha \frac{\Phi^2}{f_\pi^2} \right) \partial^\mu \vec{\Phi} + \frac{1}{f_\pi} \left( 2\alpha + \frac{2}{3} \right) \vec{\Phi} \times (\vec{\Phi} \times \partial^\mu \vec{\Phi}) \\ &+ g_A \bar{N} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} N + \frac{g_A}{2f_\pi^2} \bar{N} \gamma^\mu \gamma_5 \vec{\Phi} \times \left( \vec{\Phi} \times \frac{\vec{\tau}}{2} \right) N + \frac{1}{f_\pi} \bar{N} \gamma^\mu \left( \vec{\Phi} \times \frac{\vec{\tau}}{2} \right) N \end{aligned} \quad (158)$$

$$\begin{aligned} \vec{V}^\mu &= \left( 1 + 2 \left( \alpha - \frac{1}{6} \right) \frac{\Phi^2}{f_\pi^2} \right) \vec{\Phi} \times \partial^\mu \vec{\Phi} \\ &+ \bar{N} \gamma^\mu \frac{\vec{\tau}}{2} N + \frac{1}{2f_\pi^2} \bar{N} \gamma^\mu \vec{\Phi} \times \left( \vec{\Phi} \times \frac{\vec{\tau}}{2} \right) N + \frac{g_A}{f_\pi} \bar{N} \gamma^\mu \gamma_5 \left( \vec{\Phi} \times \frac{\vec{\tau}}{2} \right) N \end{aligned} \quad (159)$$

Il est intéressant de constater que les différents termes des courants axial et vectoriel peuvent se déduire l'un de l'autre par ajout d'un champ de pion *via* un produit vectoriel. Dans un milieu chaud, ceci traduit

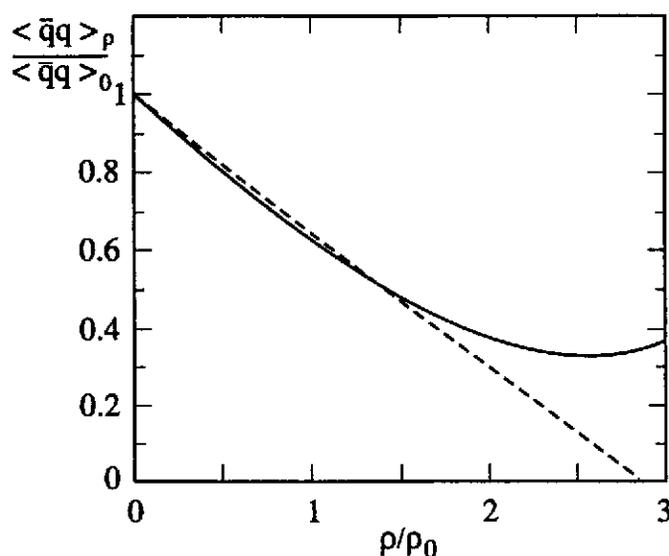


Figure 16: *Dépendance en densité du condensat de quarks à température nulle. La courbe en tirets correspondant au résultat au plus bas ordre, linéaire en densité. La courbe en trait plein correspond à un calcul du type Bruckner-Hartree-Fock relativiste. Tiré de [55, 56].*

la possibilité de transformer un courant axial en courant vectoriel par émission ou absorption d'un pion thermique, induisant ainsi un mélange de parité [57]. Par suite, une sonde externe venant se coupler au courant vectoriel sera également sensible au courant axial. Ce phénomène de mélange entre courant vectoriel et axial se traduira dans les spectres comme on le verra plus loin. Dans le milieu nucléaire froid, on peut considérer que le rôle du bain thermique de pions est joué par les pions virtuels présents avec la densité  $\langle \Phi^2 \rangle$  que nous avons estimée précédemment. Dans ce sens, on peut dire que ce mécanisme de mélange axial-vecteur [21] est aussi présent y compris dans la matière nucléaire ordinaire. Au fur et à mesure que la densité et/ou la température augmente ce mélange va s'amplifier jusqu'au point où la réponse du système à une excitation vectorielle ne sera plus distinguable de la réponse à une excitation axiale; un tel point correspondra à la restauration de la symétrie chirale. Avant la restauration, le degré de mélange pourra être vu comme une mesure du degré de restauration partielle de la symétrie chirale. Ce mélange caractérisant la restauration partielle pourra se manifester dans les spectres expérimentaux (par exemple en production de dileptons) et aura comme autre conséquence obligée une renormalisation des constantes de couplage, comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant.

#### b . *Evolution des constantes de couplage axiales*

Examinons tout d'abord la constante de désintégration du pion. Le deuxième terme du courant axial (158), modifiant le courant dans le vide  $f_\pi \partial^\mu \vec{\Phi}$ , est obtenu, à titre d'illustration de la discussion précédente, par ajout d'un champ de pion au courant vectoriel dans le vide (premier terme de (159)). Ce terme de mélange contribue à l'évolution de la constante de désintégration du pion. Pour estimer cette évolution on peut commencer, comme on l'avait fait dans le gaz de pion chauds (paragraphe IV-3.c), par définir un courant axial effectif. Le calcul est en réalité formellement identique à celui de IV-3.c, une fois que la densité purement thermique  $\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle$  est remplacée par la densité scalaire  $\langle \Phi^2 \rangle$  dépendant de la densité et éventuellement de la température. On peut par ailleurs montrer que, dans le cadre du lagrangien (105), la renormalisation de la fonction d'onde du pion  $Z_\pi$  est également formellement identique à celle du gaz de pion chaud (84). On trouve ainsi dans la matière nucléaire le même résultat en

fonction de la densité scalaire de pions [57], soit :

$$\frac{f_\pi^*(\rho)}{f_\pi} = 1 - \frac{1}{3} \frac{\langle \Phi^2 \rangle}{f_\pi^2} = 1 - \frac{2}{3} \frac{\rho \bar{\Sigma}_A^{(\pi)}}{f_\pi^2 m_\pi^2} = 1 - \frac{2}{3} \frac{\rho \Sigma_N^{(\pi)}}{f_\pi^2 m_\pi^2} + \dots \quad (160)$$

où la dernière égalité, dans laquelle le commutateur sigma nucléaire est remplacé par celui du nucléon libre, correspond à la correction de plus bas ordre dans la densité. Si on prend pour ce commutateur une valeur de  $30 \text{ MeV}$ , on obtient une diminution de  $f_\pi$  de l'ordre de 15% à la densité ordinaire. Si on extrapole ce résultat à la matière hadronique dense et chaude produite en ions lourds (SIS, CERN/SPS) on peut avoir des effets allant au delà de 30%. Il faut néanmoins garder à l'esprit que les corrections d'ordre supérieur et d'autres contributions au lagrangien effectif qui ne sont pas réellement sous contrôle, pourraient modifier cette prédiction.

De façon similaire, le courant axial nucléonique est modifié par le deuxième terme de la deuxième ligne de l'équation (158). Pour définir un courant axial effectif permettant de calculer l'évolution de  $g_A$ , on fera dans le courant original le remplacement :

$$(\vec{\Phi} \times (\vec{\Phi} \times \vec{\tau}))_j \rightarrow \langle \Phi_j \Phi_k \tau_k - \Phi^2 \tau_j \rangle = \langle \Phi^2 \rangle \left( \frac{1}{3} \delta_{jk} \tau_k - \tau_j \right) = -\frac{2}{3} \langle \Phi^2 \rangle \tau_j \quad (161)$$

Ceci conduit à une renormalisation du courant axial et donc de  $g_A$  donnée par :

$$\frac{g_A^*}{g_A} = 1 - \frac{1}{3} \frac{\langle \Phi^2 \rangle}{f_\pi^2} \quad (162)$$

relation formellement valable aussi bien à température finie qu'à densité finie. Pour un nucléon isolé plongé dans un milieu (gaz de pions) chaud, la renormalisation de  $g_A$  est la même que celle de  $f_\pi$  [58]. Il s'agit en réalité d'une conséquence du résultat très général concernant le courant axial à basse température. Dans la matière nucléaire, bien que le résultat exprimé en termes de la densité de pions reste formellement valable, la nature corrélée du milieu conduit à une renormalisation de  $g_A$  différente de celle de  $f_\pi$  [57]. En effet, les pions modifiant la constante de couplage axiale d'un nucléon donné sont en réalité émis par l'ensemble des autres nucléons. Si il n'y a pas de corrélations de position entre les nucléons, la densité scalaire affectant ce nucléon donné est égale à sa valeur moyenne. Par contre, l'existence de corrélations à deux corps conduira à ne prendre en compte que le champ de pions émis par les nucléons se trouvant à l'extérieur du trou de corrélation. Il en résulte que la renormalisation de  $g_A$  est donnée par :

$$\frac{g_A^*(\rho)}{g_A} = 1 - \frac{2}{3} \frac{\rho \left( \Sigma_N^{(\pi)} \right)_{eff}}{f_\pi^2 m_\pi^2} \quad (163)$$

L'effet des corrélations revient à remplacer la partie pionique du commutateur sigma du nucléon, c'est-à-dire la densité scalaire pionique par un commutateur sigma effectif qui ne retient que la densité scalaire de pions à l'extérieur du trou de corrélation. Si la taille du trou de corrélation est beaucoup plus petite que la taille du condensat scalaire, c'est-à-dire la distance moyenne à laquelle le champ de pion virtuel est concentré, ce commutateur sigma effectif est très proche du commutateur sigma du nucléon isolé. Des estimations montrent qu'il est en fait légèrement plus petit conduisant à une diminution de  $g_A$  de l'ordre de 10%. Cet effet qui peut être vu, dans un langage habituel, comme un courant d'échange axial, constitue un mécanisme alternatif à ceux habituellement invoqués (effet Lorentz-Lorenz,...) pour expliquer la suppression de la force Gamow-Teller observée expérimentalement.

Nous terminerons ce paragraphe par l'étude de la constante de couplage pion-nucléon qui est, comme on le sait d'après la relation de Goldberger-Treiman, intimement liée aux constantes de couplage axiales. Nous avons vu que la partie du lagrangien  $g_A N \gamma_\mu \gamma_5 \mathcal{A}_c^\mu N$  engendre, lorsque  $\mathcal{A}_c^\mu$  est calculé au plus bas ordre dans le champ du pion, le lagrangien usuel décrivant le couplage d'onde  $p$  pion-nucléon. Si on

poursuit le développement de  $\mathcal{A}_c^\mu$  à l'ordre suivant, on obtiendra un lagrangien d'interaction  $3\pi NN$  donné par :

$$\mathcal{L}_{3\pi NN} = \frac{g_A}{f_\pi^3} \bar{N} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \left[ \left( \alpha - \frac{1}{6} \right) \Phi^2 \partial_\mu \vec{\Phi} + \left( 2\alpha + \frac{1}{6} \right) \vec{\Phi} \vec{\Phi} \cdot \partial_\mu \vec{\Phi} \right] N \quad (164)$$

En prenant la valeur moyenne des termes en  $\Phi_i \Phi_j$ , on peut regrouper ce lagrangien avec le lagrangien (110) pour obtenir un lagrangien de couplage effectif pion-nucléon, soit :

$$(\mathcal{L}_{\pi NN})_{eff} = \frac{g_A}{f_\pi} \left( 1 + \beta \frac{\langle \Phi^2 \rangle}{6 f_\pi^2} \right) \bar{N} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \partial_\mu \vec{\Phi} N \simeq \frac{g_{\pi NN}}{M_N} Z_\pi^{-1/2} \bar{N} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \partial_\mu \vec{\Phi} N \quad (165)$$

où dans la deuxième équation on a utilisé la relation de Goldberger-Treiman et remarqué que la correction de vertex correspondait, à cet ordre dans le champ de pion, à l'inverse de la renormalisation (84) de fonction d'onde du pion. Pour obtenir la constante de couplage effective  $\pi NN$  dans le milieu, il faut multiplier la renormalisation de vertex par la renormalisation de fonction d'onde, si bien que :

$$\frac{g_{\pi NN}^*(\rho)}{g_{\pi NN}} = 1 + \mathcal{O} \langle \Phi^4 \rangle \quad (166)$$

Ainsi, à l'ordre d'une boucle de pions, la constante de couplage d'onde  $p$  gouvernant l'interaction pion-nucléon, l'interaction nucléon-nucléon d'échange de pions et les modes collectifs pioniques nucléaires, n'est pas modifiée dans la matière nucléaire [49]. Ce résultat important justifie *a posteriori* toute la phénoménologie pion-noyau basée sur les données pion-nucléon et nucléon-nucléon [2]. Il se pourrait cependant que ce résultat soit légèrement affecté par les corrélations pour les mêmes raisons que celles mentionnées lors de la discussion relative à la modification de  $g_A$ .

### c . Masse du pion dans la matière nucléaire symétrique

Le problème de l'évolution de la masse du pion et de son lien éventuel avec l'évolution du condensat de quarks et la restauration partielle de la symétrie, a été beaucoup discuté. Nous allons dans ce qui suit tenter de clarifier cette question en insistant sur ce que dit et surtout ce que ne dit pas la symétrie chirale [59, 60, 61, 53]. De façon évidente, la modification de la masse du pion dépendra de la self-énergie d'onde  $s$ , reliée au potentiel optique d'onde  $s$ . Au plus bas ordre dans la densité, on a :

$$\Pi_{0s}(\omega, \mathbf{k}) \equiv 2\omega V_{opt}(\omega, \mathbf{k}) = \rho \langle \mathbf{k} | T_{\pi N}(\omega) | \mathbf{k} \rangle \quad (167)$$

où  $\langle \mathbf{k} | T_{\pi N}(\omega) | \mathbf{k} \rangle$  est l'amplitude de diffusion pion-nucléon symétrique (d'isospin) vers l'avant. Il s'agit en réalité d'une amplitude moyennée sur l'impulsion des nucléons de la mer de Fermi; on supposera dans la suite que ces nucléons sont statiques et l'amplitude sera prise pour un nucléon au repos. Lorsque  $\mathbf{k} = 0$ , on notera cette amplitude simplement  $T_{\pi N}(\omega)$ . la modification de la masse du pion sera par suite au plus bas ordre dans la densité :

$$m_\pi^{*2} = m_\pi^2 + \rho T_{\pi N}(m_\pi) \quad (168)$$

Considérons maintenant de façon générale, le processus de diffusion  $\pi(k) + N(p) \rightarrow \pi(k') + N(p')$  caractérisé par une amplitude, pouvant être étendue à des pions hors-couche, qui dépend de quatre variables indépendantes invariants de Lorentz :

$$k^2, \quad k'^2, \quad \nu = \frac{(k+k') \cdot (p+p')}{4M_N}, \quad \nu_B = -k \cdot k'$$

La symétrie chirale seule donne une prédiction sur le développement de l'amplitude symétrique autour du point de pions mous ( $k = k' = 0$  soit  $k^2 = k'^2 = \nu^2 = \nu_B = 0$ ) lorsque l'extrapolation hors-couche du champ de pion suit la relation PCAC,  $\partial_\mu \mathcal{A}_j^\mu = -f_\pi m_\pi^2 \Phi_j$ . Ce théorème [62], qui s'applique à l'amplitude avec terme de pôle de nucléon (terme de Born) soustrait, s'écrit :

$$T_{\pi N}(k^2, k'^2, \nu^2 = 0, \nu_B = 0) = \frac{\Sigma_N}{f_\pi^2 m_\pi^2} \left( m_\pi^2 - k^2 - k'^2 \right) \quad (169)$$

C'est précisément ce résultat (à un facteur de forme scalaire isoscalaire près) qui est utilisé pour extraire le commutateur sigma du nucléon à partir de techniques d'extrapolation des amplitudes expérimentales. A cet égard, deux points sont particulièrement intéressants :

$$T_{\pi N}^{PCAC}(0,0,0,0) = \frac{\Sigma_N}{f_\pi^2}, \quad T_{\pi N}(m_\pi^2, m_\pi^2, 0, 0) = -\frac{\Sigma_N}{f_\pi^2} \quad (170)$$

Au point de pions mous ( $k^2 = k'^2 = \nu^2 = \nu_B = 0$ ) on trouve un résultat spécifique à la représentation PCAC. Le point dit de Cheng-Dashen correspond à  $k^2 = k'^2 = m_\pi^2$  et  $\nu^2 = \nu_B = 0$ . Il s'agit d'un point, certes inaccessible cinématiquement, mais correspondant à des pions sur couche; par conséquent, il est indépendant de la représentation. Par contre, la symétrie chirale seule ne dit rien sur la dépendance en  $\nu^2$  et  $\nu_B$ . Pour des nucléons au repos et des pions d'impulsion nulle on a  $\nu^2 = -\nu_B = \omega^2$ , et l'amplitude s'écrira :

$$T_{\pi N}(\omega) = \frac{\Sigma_N}{f_\pi^2 m_\pi^2} (m_\pi^2 - 2\omega^2) + \dots \quad (171)$$

Par conséquent, la masse du pion évoluera comme :

$$\frac{m_\pi^{*2}(\rho)}{m_\pi^2} = 1 - \frac{\rho \Sigma_N}{f_\pi^2 m_\pi^2} + \dots \quad (172)$$

où les points d'interrogation proviennent de la dépendance non prédite par la symétrie chirale dans les variables  $\nu^2 = -\nu_B = \omega^2$ . Si on "oublie" ces termes inconnus, l'amplitude au seuil  $T_{\pi N}(m_\pi)$  est celle au point de Cheng-Dashen que la symétrie chirale prédit. Il en résulte alors que la masse carrée du pion décroît avec la densité comme le condensat de quarks. Il faut cependant éviter d'en conclure que la symétrie chirale prévoit une telle diminution pouvant conduire à une condensation d'onde s des pions comme cela a été parfois spéculé dans la littérature. Tout ce que la symétrie chirale prédit est qu'il doit y avoir ce terme dans la dépendance en densité de la masse du pion.

Nous allons maintenant voir, en prenant de nouveau notre lagrangien guide (105), un exemple d'autres termes spécifiques à un modèle. On commence par introduire le champ de pions PCAC :

$$\vec{\varphi} = -\frac{1}{f_\pi m_\pi^2} \partial_\mu \vec{A}^\mu = \vec{\pi} \left( 1 - \frac{\sigma_N \bar{N}N}{f_\pi^2 m_\pi^2} \right) \quad (173)$$

Ce champ PCAC est le champ de départ du modèle linéaire mais corrigé par le terme de brisure en  $\sigma_N$ . Suivant la discussion faite à la fin de la partie V-1, on identifiera  $\sigma_N$  avec la contribution du coeur de quarks au commutateur sigma, soit  $\sigma_N = \Sigma_N^{(q)}$ . En effectuant le changement de variable dans le lagrangien, on obtient au plus bas ordre en  $\vec{\varphi}^2$  et  $\bar{N}N$  l'expression de  $\mathcal{L}_{\chi SB}$  et du terme d'énergie cinétique des pions :

$$\mathcal{L}_{\chi SB+cin} = \frac{1}{2} m_\pi^2 \vec{\varphi}^2 \left( 1 + \frac{\Sigma_N^{(q)} \bar{N}N}{f_\pi^2 m_\pi^2} \right) + \frac{1}{2} \partial_\mu \left[ \vec{\varphi} \left( 1 + \frac{\Sigma_N^{(q)} \bar{N}N}{f_\pi^2 m_\pi^2} \right) \right] \partial^\mu \left[ \vec{\varphi} \left( 1 + \frac{\Sigma_N^{(q)} \bar{N}N}{f_\pi^2 m_\pi^2} \right) \right] \quad (174)$$

L'application élémentaire des règles de Feynman donne la contribution à l'amplitude de diffusion symétrique d'onde s :

$$T_{\pi N}^{(q)}(k^2, k'^2, \nu^2, \nu_B) = \frac{\Sigma_N^{(q)}}{f_\pi^2 m_\pi^2} (m_\pi^2 - k^2 - k'^2) \quad (175)$$

Dans ce cas particulier, on trouve le résultat prédit par la symétrie chirale seule sans autres termes spécifiques. Il faut par ailleurs, dans l'esprit de ce qui précède, ajouter la contribution provenant de la diffusion des pions sur le nuage pionique du nucléon (figure 17). Comme on peut s'y attendre intuitivement, cette amplitude va dépendre de la densité scalaire de pion et par suite de la partie pionique du

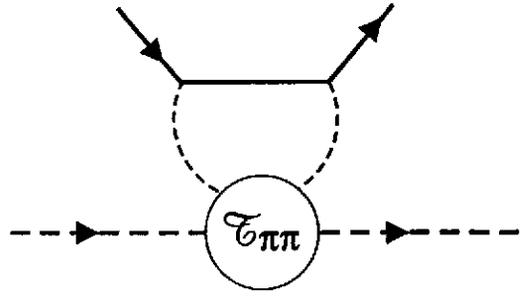


Figure 17: Amplitude pion-nucléon provenant de l'interaction du pion externe sur le nuage de pions virtuels du nucléon représenté par une ligne en trait plein.

commutateur sigma. Le calcul (assez similaire à celui donnant la self-énergie du pion dans le gaz de pion chaud) donne :

$$T_{\pi N}^{(\pi)}(k^2, k'^2, \nu^2, \nu_B) = \frac{\Sigma_N^{(\pi)}}{f_\pi^2 m_\pi^2} \left( m_\pi^2 - k^2 - k'^2 - \frac{4}{3} \nu_B \right) \quad (176)$$

Cette fois ci, on obtient un terme spécifique en  $\nu_B$ . Si on introduit le commutateur sigma du nucléon complet  $\Sigma_N = \Sigma_N^{(\pi)} + \Sigma_N^{(q)}$ , l'amplitude totale s'écrit :

$$T_{\pi N}(k^2, k'^2, \nu^2, \nu_B) = \frac{\Sigma_N}{f_\pi^2 m_\pi^2} \left( m_\pi^2 - k^2 - k'^2 \right) - \frac{4}{3} \frac{\Sigma_N^{(\pi)}}{f_\pi^2 m_\pi^2} \nu_B \quad (177)$$

Ceci conduit à la loi d'évolution pour la masse du pion [49] :

$$\frac{m_\pi^{*2}(\rho)}{m_\pi^2} = 1 - \frac{\rho \left( \Sigma_N^{(q)} - \frac{1}{3} \Sigma_N^{(\pi)} \right)}{f_\pi^2 m_\pi^2} \quad (178)$$

C'est donc une combinaison très particulière des contributions pioniques et du coeur de quarks ( $\Sigma_N^{(q)} - \Sigma_N^{(\pi)}/3$ ) qui gouverne dans ce modèle l'évolution de la masse du pion. Cette évolution est différente de celle de  $f_\pi$  ( $2\Sigma_N^{(\pi)}/3$ ) et de celle du condensat ( $\Sigma_N = \Sigma_N^{(q)} + \Sigma_N^{(\pi)}$ ). On voit ainsi sur ce petit exercice qu'il n'y a aucun caractère d'universalité pour l'évolution de ces trois observables, contrairement à certaines prédictions basées sur des modèles bien particuliers. Par ailleurs, si l'on reprend les valeurs déjà utilisées  $\Sigma_N^{(\pi)} = 30 \text{ MeV}$  et  $\Sigma_N^{(q)} = 15 \text{ MeV}$ , on obtient une très petite longueur de diffusion attractive  $a_0 \approx 0.006 m_\pi^{-1}$ . Ceci est raisonnable si l'on se souvient que le terme de Born seul donne approximativement la valeur expérimentale  $(a_0)_{exp} = -0.010 m_\pi^{-1}$  et que d'autres contributions (telles que celle du delta) doivent être incorporées. On obtient une diminution également très faible de la masse du pion de l'ordre de  $3 \text{ MeV}$  à la densité ordinaire, alors que les données d'atomes mésiques favorisent une augmentation de l'ordre de  $10 \text{ MeV}$  provenant notamment d'effets d'ordre supérieurs tels que la rediffusion de l'amplitude isovectorielle en présence des corrélations de Pauli. Cela étant, notre propos n'est pas ici de reproduire de façon fine la phénoménologie mais de montrer ce que l'on entend par prédiction de la symétrie chirale. Nous allons maintenant mener une étude similaire pour la masse des kaons à densité finie.

#### d . Masse des kaons dans la matière hadronique

Les kaons  $K(K^+, K^0)$  et les antikaons  $\bar{K}(\bar{K}^0, K^-)$  peuvent être considérés comme des bosons de Goldstone de la symétrie chirale approchée  $SU_L(3) \times SU(3)_R$ . Cette symétrie serait exacte dans la limite où le quark étrange  $s$  aurait, tout comme les quarks  $u$  et  $d$ , une masse nulle. La masse du quark  $s$  étant

de l'ordre de  $m_s = 150 \text{ MeV}$ , cette symétrie est brisée plus fortement, à la hauteur de  $m_s/M_H \simeq 15\%$ . Toutefois, malgré la présence d'un quark  $s$ , les kaons de masse  $500 \text{ MeV}$  sont notablement plus légers que les mésons "ordinaires" constitués de quarks légers tels que le rho et le oméga. Ceci est un élément permettant de leur accorder un statut de (quasi) boson de Goldstone. Par suite, de la même façon que la symétrie  $SU(3)$  constitue un point de départ excellent pour la classification des hadrons, la symétrie chirale  $SU_L(3) \times SU(3)_R$  sera utilisée pour dégager de nombreuses propriétés relatives à la physique des kaons. On peut ainsi construire, par extension de ce que l'on fait dans le cas des pions, des lagrangiens chiraux qui prédiront des modifications de la masse des kaons dans la matière nucléaire. Un tel lagrangien contiendra obligatoirement un terme engendrant une modification de masse des kaons et des antikaons [63] :

$$\frac{m_K^{*2}(\rho)}{m_K^2} = \frac{m_{\bar{K}}^{*2}(\rho)}{m_{\bar{K}}^2} = 1 - \frac{\Sigma_{KN}\rho}{f^2 m_K^2} + \dots \quad (179)$$

Ce résultat est l'exact analogue du résultat (172) pour les pions. Dans la limite où la symétrie  $SU(3)$  est exacte, la constante  $f$  s'identifie avec  $f_\pi$ . Le terme sigma  $\Sigma_{KN}$ , qui dépend de la densité scalaire de quarks étranges dans le nucléon, caractérise la brisure explicite de la symétrie chirale  $SU_L(3) \times SU(3)_R$  dans le nucléon :

$$\Sigma_{KN} = \int dr \frac{m + m_s}{2} \langle N | \bar{u}u + \bar{s}s | N \rangle \quad (180)$$

La valeur de cette quantité dépendant donc du contenu étrange du nucléon, n'est pas connue précisément mais est habituellement estimée dans la gamme  $350 - 400 \text{ MeV}$ . Cela conduit à une diminution de la masse des kaons à la densité ordinaire d'environ 10%.

Par ailleurs, la symétrie chirale implique également l'existence d'un couplage vectoriel des mésons pseudo-scalaires aux nucléons. Revenons pour un moment au secteur des pions; le lagrangien de couplage vectoriel est la contribution à (105) donnée par :

$$\mathcal{L}_V = \bar{N} \gamma_\mu \mathcal{V}_c^\mu N \simeq -\frac{1}{4f_\pi^2} \bar{N} \gamma_\mu \vec{\tau} \cdot (\vec{\Phi} \times \partial^\mu \vec{\Phi}) N \quad (181)$$

En introduisant les opérateurs d'isospin du nucléon  $t_N$  et du pion  $t_\pi$ , ce lagrangien conduit à une amplitude d'isospin (pour des pions normalisés de façon covariante) au seuil qui est l'amplitude de Weinberg-Tomozawa (WT) :

$$T_{\pi N} = \frac{m_\pi}{f_\pi^2} t_N \cdot t_\pi \quad (182)$$

En ce qui concerne le potentiel optique, seules contribuent les troisièmes composantes des opérateurs d'isospin. Si  $\rho_p$  et  $\rho_n$  sont les densités de protons et neutrons, on a :

$$2m_\pi \langle \pi^\alpha | V_{opt}(\omega = m_\pi, \mathbf{k} = 0) | \pi^\alpha \rangle = \Delta m_{\pi^\alpha}^2 = \frac{m_\pi}{f_\pi^2} \frac{1}{2} (\rho_p - \rho_n) \langle \pi^\alpha | (t_\pi)_3 | \pi^\alpha \rangle \quad (183)$$

On en déduit par suite la modification de la masse des pions chargés au plus bas ordre dans la densité :

$$\Delta m_{\pi^+} = -\Delta m_{\pi^-} = \frac{1}{4f_\pi^2} (\rho_p - \rho_n) = \frac{g_\rho^2}{2m_V^2} (\rho_p - \rho_n) \quad (184)$$

Pour obtenir la deuxième forme on a utilisé la relation KSFR,  $m_V^2 = 2f_\pi^2 g_\rho^2$  qui est basée sur l'hypothèse phénoménologiquement excellente de la dominance vectorielle (VDM). Dans cette relation  $m_V$  est la masse du méson rho et  $g_\rho$  est la constante de couplage du rho aux hadrons. Le processus associé à l'amplitude WT peut simplement être vu comme un échange de rho entre le nucléon et le pion : chaque vertex  $\rho\pi\pi$  et  $\rho NN$  donne un facteur  $g_\rho$  et le propagateur du rho à moment nul donne un facteur  $1/m_V^2$ ; le facteur  $\rho_p - \rho_n$  et les signes différents pour les  $\pi^+$  et le  $\pi^-$  proviennent de la nature isovectorielle du rho et par suite des couplages. Dans la matière nucléaire symétrique ( $\rho_p = \rho_n$ ), il apparaît que la masse des pions n'est pas modifiée par le couplage vectoriel. Il n'en va pas de même pour les kaons car il peut

y avoir en plus un échange de méson oméga [64, 65] isoscalaire entre le nucléon et le kaon, ce qui est interdit pour les pions du fait de la conservation de la G-parité. La modification de la masse des kaons chargés sera :

$$\Delta m_{K^+} = -\Delta m_{K^-} = \frac{1}{2} \frac{1}{4f_\pi^2} \left( 3(\rho_p + \rho_n) + (\rho_p - \rho_n) \right) = \frac{1}{2} \frac{g_\rho^2}{2m_V^2} \left( 3(\rho_p + \rho_n) + (\rho_p - \rho_n) \right) \quad (185)$$

Le facteur global 1/2 peut être compris en se souvenant que le rho ( $u\bar{u} - d\bar{d}$ ) et le oméga ( $u\bar{u} + d\bar{d}$ ) ne se couplent dans le kaon qu'au seul quark léger et non au quark  $s$ . Le terme isoscalaire en  $\rho_p + \rho_n$  correspond à l'échange de oméga (pratiquement de même masse que le rho) et le facteur 3 est issu de la relation de  $SU(3)$  combinée à VDM,  $g_\omega = 3g_\rho$  [66]. On peut également expliquer très simplement pourquoi les variations de masse du  $K^+$  et du  $K^-$  sont opposées. Pour la partie isovectorielle, le changement de signe provient du fait que le  $K^+$  et le  $K^-$  ont des  $t_3$  opposées. En ce qui concerne la partie isoscalaire, le oméga se couple au quark  $u$  du  $K^+$ , tandis qu'il se couple à l'antiquark  $\bar{u}$  du  $K^-$  et le changement de signe peut se comprendre à l'aide de l'équation de Dirac d'un fermion dans un champ vectoriel uniforme. Pour une solution à énergie positive (négative) l'énergie vectorielle s'ajoute toujours à l'énergie  $E_p$  ( $-E_p$ ); par suite elle se retranche à l'énergie de l'antifermion vu, selon la vieille image, comme un trou dans la mer de Dirac. Cette partie isoscalaire liée à l'échange de oméga, bien que provenant de termes s'incluant naturellement dans un lagrangien chirale combiné aux résonances vectorielles, n'est cependant pas strictement lié à la symétrie chirale contrairement à la partie isovectorielle liée au rho et à la partie scalaire (179). Dans la matière symétrique  $\rho_p = \rho_n = \rho/2$ , les variations de masse du kaon ( $K = K^+$ ) et de l'antikaon ( $\bar{K} = K^-$ ) sont :

$$\Delta m_K = -\Delta m_{\bar{K}} = \frac{3}{8f_\pi^2} \rho = \frac{1}{3} \frac{(3g_\rho/2)^2}{m_V^2} \rho \quad (186)$$

On obtient un lien intéressant avec le modèle de Walécka [67] si on identifie  $3g_\rho/2$  avec la constante de couplage vectorielle  $C_V$  (voir paragraphe V-3.d). Le potentiel répulsif senti par le kaon est égal au tiers de celui senti par le nucléon car le oméga se couple à un quark dans le kaon contre trois dans le nucléon.

Si on regroupe les résultats précédents on obtient les lois de variations de masse dans la matière nucléaire symétrique, au premier ordre dans la densité :

$$m_K^*(\rho) = m_K - \frac{\Sigma_{KN}}{2m_K f_\pi^2} \rho + \frac{3}{8 f_\pi^2} \rho \quad (187)$$

$$m_{\bar{K}}^*(\rho) = m_K - \frac{\Sigma_{KN}}{2m_K f_\pi^2} \rho - \frac{3}{8 f_\pi^2} \rho \quad (188)$$

Il se produit, dans le cas du kaon  $K^+$ , une forte compensation entre les parties vectorielle et scalaire donnant finalement une petite augmentation de masse de l'ordre de  $10 \text{ MeV}$  à la densité ordinaire. Par contre, l'effet d'attraction s'ajoute pour les antikaons  $K^-$ , conduisant à une diminution appréciable de leur masse supérieure à  $100 \text{ MeV}$ . Bien entendu, cette première approche, bien qu'incorporant les éléments de base essentiels liés à la symétrie chirale, est au mieux qualitative et doit être améliorée et contrainte par la phénoménologie  $\bar{K}$ -nucléon et  $\bar{K}$ -noyau. Par exemple, à partir de la longueur de diffusion  $KN$  on prévoit plutôt une augmentation de  $30 \text{ MeV}$  de la masse du  $K^+$  à la densité normale. Par ailleurs, la longueur de diffusion  $K^-N$  est négative [68], ce qui devrait entraîner une augmentation de la masse des  $K^-$ . Cependant, cette répulsion apparente provient de l'existence d'un état quasi-lié, la résonance  $\Lambda(1405)$  qui en fait se "dissout" très rapidement [56, 69] à une densité de l'ordre de  $0.1 \rho_0$  du fait du blocage de Pauli. Ainsi, lorsque la densité augmente cette répulsion se transforme très vite en attraction (fig. 18), les données d'atomes kaoniques étant compatibles avec une diminution de la masse du  $K^-$  d'environ  $200 \text{ MeV}$  à la densité ordinaire [70]. Nous présentons sur la figure 18 les résultats d'un calcul (incorporant le couplage au  $\Lambda$  et à sa voie de désintégration  $\Sigma\pi$ ) incluant divers effets de milieu tels que le blocage de Pauli, la liaison du nucléon, le mouvement de Fermi et les corrélations de courte

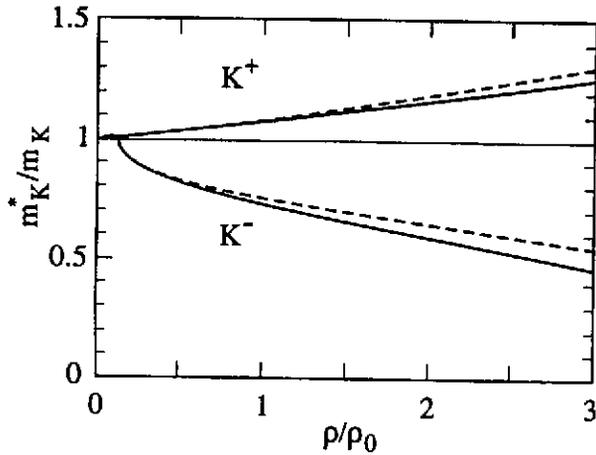


Figure 18: *Masses effectives du  $K^+$  et du  $K^-$  dans la matière nucléaire symétrique en fonction de la densité baryonique. Les ingrédients du calcul sont mentionnés dans le texte; les courbes pleines incorporent l'effet des corrélations NN.*

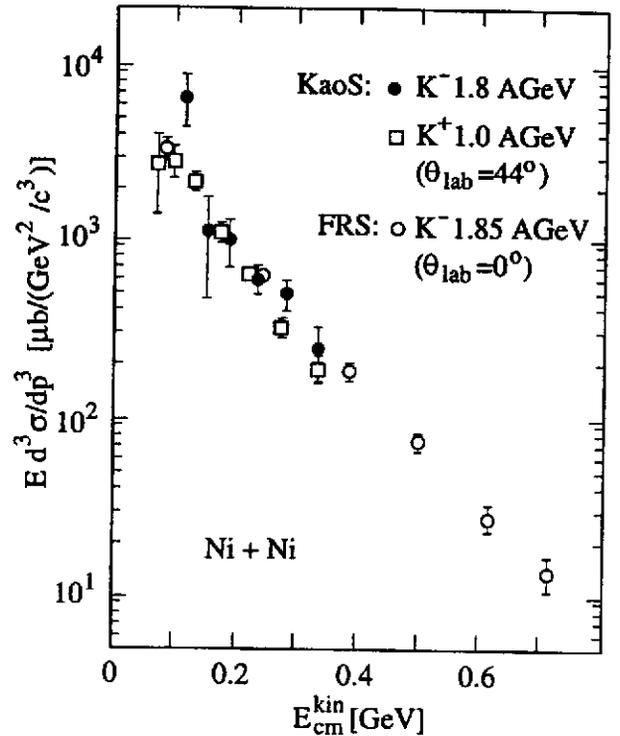


Figure 19: *Sections efficaces différentielles de production de  $K^+$  et  $K^-$  sous le seuil en collisions relativistes Ni + Ni à GSI [71, 72].*

portée entre les nucléons [56, 69]. L'effet de séparation des modes kaoniques d'étrangeté  $S = +1$  et  $S = -1$  est particulièrement spectaculaire. Il y a des indications expérimentales très fortes en faveur de ce phénomène dans la comparaison de la production de  $K^+$  et de  $K^-$  sous le seuil énergétique de production, en collisions nucléaires relativistes. Nous montrons sur la figure 19 des données de production de  $K^\pm$  en collision  $Ni + Ni$  obtenues à GSI par les collaborations KAOS [71] et FRs [72]. Les énergies ( $E = 1.0 \text{ AGeV}$  pour  $K^+$ ,  $E = 1.8 \text{ AGeV}$  pour  $K^-$ ) ont été choisies de telle sorte qu'il manque la même énergie ( $0.23 \text{ GeV}$ ) pour avoir l'énergie seuil. Le rapport de production  $K^-/K^+$  est de l'ordre de un alors que l'extrapolation des processus élémentaires conduit à un rapport de l'ordre de  $1/10$  qui devrait encore diminuer si l'on se souvient que l'absorption du  $K^+$  dans la matière est beaucoup plus faible que celle du  $K^-$ . Un élément important dans l'interprétation de ces données vient de ce que le taux de production est extrêmement sensible à la valeur des masses des particules. Ainsi, dans la gamme de densité où les kaons sont produits, typiquement deux fois la densité nucléaire normale, la masse des  $K^-$  est diminuée, d'après la figure 18, de moitié, provoquant de ce fait une très forte ouverture de l'espace de phase. Des calculs récents incorporant la variation des masses sont effectivement capables de reproduire raisonnablement les données [73].

Nous terminerons en mentionnant que de telles diminutions de la masse des antikaons extrapolées à des densités de l'ordre de  $3 - 4 \rho_0$  pourrait conduire à un phénomène de condensation. Ainsi, dans une étoile à neutrons, une fois que les neutrinos ont été évacués, le potentiel chimique des électrons  $\mu_e = \mu_n - \mu_p$  est de l'ordre de  $200 \text{ MeV}$ . A la densité critique pour laquelle  $m_{K^-}(\rho_c) = \mu_e$ , il deviendra énergétiquement favorable pour les électrons de se transformer en  $K^-$  par le processus  $e \rightarrow K^- + \nu$ . Il a été montré que ce phénomène de condensation des kaons, pouvant avoir des conséquences importantes sur les processus de collapse stellaire, se produit à une densité critique dont la valeur  $3 - 4 \rho_0$  est relativement "robuste" vis-à-vis des paramètres du calcul effectué [74].

# VI - PRODUCTION DE DILEPTONS EN COLLISIONS D'IONS LOURDS RELATIVISTES ET MESON RHO DANS LA MATIERE HADRONIQUE DENSE ET CHAUDE

## 1 - Introduction

La production de dileptons ( $e^-e^+$  ou  $\mu^-\mu^+$ ) constitue une sonde directe de la matière hadronique dense et chaude produite au début des collisions d'ions lourds relativistes. Du fait de la très faible distorsion subie par les dileptons lorsqu'ils quittent la zone chaude, on peut espérer obtenir une information très propre sur la distribution de masse des résonances vectorielles telles que les mésons  $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\Phi$  ou  $J/\psi$ . A cet égard, un vaste programme expérimental a été entrepris au CERN/SPS par l'intermédiaire de trois collaborations : CERES( $e^-e^+$ ), HELIOS-3 et NA38/NA50 ( $\mu^-\mu^+$ ). Le spectre en masse invariante de la paire de leptons peut être schématiquement divisé en trois régions :

- $M > 2.5 GeV$  : dans cette région des hautes masses étudiée en particulier par NA38/50, le fait majeur est la fameuse suppression observée du  $J/\psi$  qui pourrait provenir de la formation d'un plasma de quarks et de gluons. Je ne discuterai pas cette région qui fait l'objet des cours de M. Gonin et J. Y. Ollitrault.
- $1 GeV < M < 2.5 GeV$  : c'est la région dite des masses intermédiaires étudiées par HELIOS-3 et NA38/50. Une augmentation du taux de production de dileptons par rapport à proton-noyau ( $p-A$ ) a été observée en collisions centrales  $S-W$ ,  $S-U$  et  $Pb-Pb$ . Il a été suggéré qu'il s'agit d'une signature de la formation d'un plasma de quarks et de gluons mais la prise en compte de processus hadroniques secondaires tels que  $\pi a_1 \rightarrow l\bar{l}$  peut constituer une explication alternative au moins partielle [75].
- $M < 1 GeV$  : cette région a été étudiée avec des faisceaux de soufre à  $200 GeV/u$  par CERES ( $S-Au$ ) [76] et HELIOS-3 ( $S-W$ ) [77] puis avec des faisceaux de plomb par CERES ( $Pb-Au$ ) [78]. A la différence de la région des hautes masses dont l'objectif est l'étude de la transition de phase de déconfinement, cette région doit permettre d'obtenir des informations sur les mécanismes gouvernant la restauration graduelle de la symétrie chirale. Ce qui suit lui sera essentiellement consacré.

Le fait expérimental marquant relatif à cette région des basses masses est la forte augmentation du taux de production dans la région  $300 MeV < M < 600 MeV$  par rapport à ce qui est observé en proton-noyau une fois que les taux sont normalisés suivant la multiplicité des particules chargées.

- Comme on peut le voir sur la figure 20, les sources hadroniques conventionnelles permettant d'expliquer les données en protons, sous-estiment considérablement les données expérimentales en collisions centrales  $S-Au$ . Ces sources constituent ce que l'on appelle parfois le "cocktail hadronique":
  - désintégration directe des résonances vectorielles :  $\rho, \omega, \Phi \rightarrow l\bar{l}$
  - désintégrations Dalitz :  $\eta, \eta' \rightarrow e^-e^+\gamma$ ,  $\omega \rightarrow e^-e^+\pi_0$
- Par ailleurs, d'autres sources, et en tout premier lieu l'annihilation  $\pi^+\pi^-$ , spécifiques aux collisions noyau-noyau doivent être incorporées. Ce processus d'annihilation fortement dominé par le méson rho ( $\pi^+\pi^- \rightarrow \rho^0 \rightarrow e^+e^-$ ) donne une contribution importante. Cependant, les calculs dynamiques (codes de transport) basés sur des scénarios différents, bien que donnant des résultats très similaires, ont en commun de ne pas reproduire le taux de dileptons observés [79, 80, 81]. Comme on peut le voir sur la figure 21, il manque encore un facteur de l'ordre de quatre autour de  $M = 400-500 MeV$ . De plus, il y a maintenant plus de dileptons produits dans le calcul théorique que ce qui est effectivement mesuré dans la région du rho proprement dit.

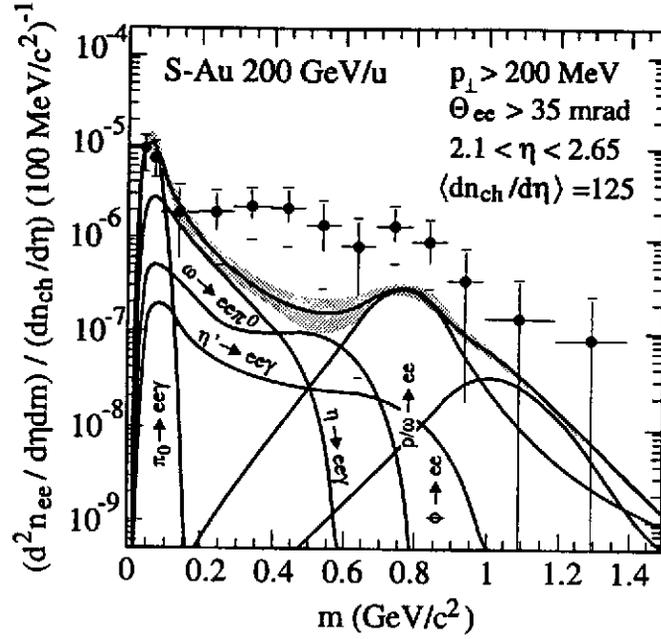


Figure 20: Spectre en masse invariante de la paire  $e^+e^-$  en collision centrale S – Au à 200 GeV/u mesurée par la collaboration CERES [76]. Les contributions (issues d'une simulation Monte-Carlo permettant de reproduire les données en protons) des différentes sources conventionnelles (désintégrations de hadrons) sont représentées séparément; la région hachurée indique l'erreur systématique affectant la somme de ces contributions. Sur la figure sont également mentionnées les coupures en acceptances relatives à l'impulsion transverse, l'angle d'ouverture et la pseudo-rapidité de la paire de leptons, ainsi que la multiplicité moyenne des particules chargées des événements reconstruits.

Ces résultats expérimentaux ont suscité un intérêt considérable et il a été rapidement émis l'idée [82] que ces données constituent une évidence de la modification des propriétés des hadrons induite par la modification des caractéristiques fondamentales (condensats de quarks ou de gluons) du vide de QCD. Du fait de la contribution dominante du rho dans le spectre (dominance vectorielle), la production de dileptons est un outil privilégié pour étudier l'évolution de ses propriétés dans le milieu hadronique dense et chaud. A cet égard, un calcul de transport relativiste (basé sur un modèle de type Walecka) a permis de reproduire les données (fig. 22) si on diminue la masse du rho dans le milieu [79]. Dans cette approche, où les distributions initiales des hadrons venant de la fragmentation des cordes sont obtenues dans le modèle RQMD, la diminution de la masse du rho vient du couplage au condensat scalaire, valeur moyenne du champ scalaire sigma, suivant  $\Delta m_\rho \simeq -2g_\sigma \langle \sigma \rangle / 3 = 2\Delta M_N / 3$ .

Nous allons dans la suite discuter en détail les divers effets de milieu qui ont été proposés en insistant sur leurs liens éventuels avec la restauration de la symétrie chirale. Différents mécanismes ont été proposés :

- *Modification des propriétés des hadrons (masse du méson rho).* La symétrie chirale seule prédit que la masse du rho n'est pas modifiée à l'ordre  $T^2$  [21, 83, 84]. Pour aller au delà, il faut utiliser des approches basées sur des théories effectives qui autorisent une modification des masses par couplage aux condensats. Ce pourra être le condensat scalaire  $\langle \sigma \rangle$ , les condensats de quarks ou encore de gluons. on obtient ce que l'on appelle de façon générique dans la littérature le "dropping rho meson mass scenario". Le test de cohérence d'un tel scénario et le lien avec la symétrie chirale se fait par utilisation des règles de somme de QCD qui relie l'évolution des distributions spectrales

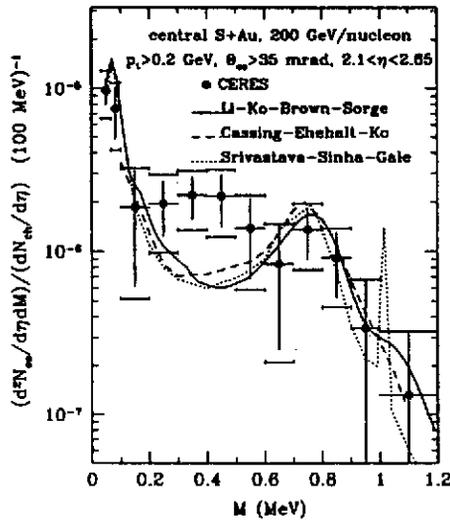


Figure 21: Taux de production de dileptons obtenus avec différents codes de transport ayant en commun d'incorporer, outre les sources conventionnelles, l'annihilation  $\pi^+\pi^-$ .

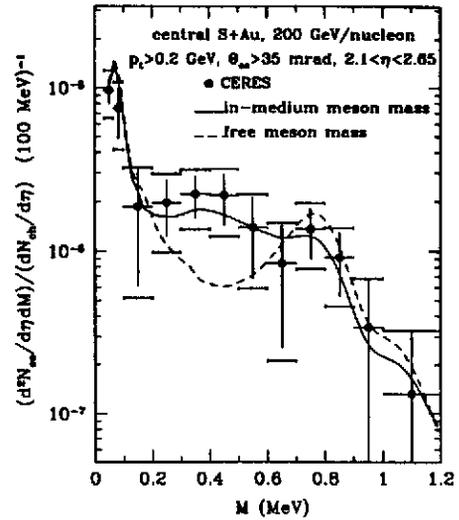


Figure 22: Effet de la modification de la masse du rho sur le code de transport "Li- Ko- Brown-Sorge".

à l'évolution des condensats. Un exemple d'application de cette idée, qui a joué un rôle important dans le débat théorique, est justement le calcul mentionné ci-dessus (fig. 22)

- *Mélange axial-vecteur.* Comme on l'a déjà dit [21] (paragraphe II-5.b, V-4.a), ce mélange est une conséquence de la symétrie chirale. En particulier, par émission ou absorption de pions thermiques, le rho pourra se transformer en son partenaire chirale, le méson  $a_1$  de nombres quantiques  $I = 1$ ,  $J^P = 1^+$ , de masse  $m_A = 1230 MeV$  et de largeur de l'ordre de  $400 MeV$ . Le spectre de dileptons à température finie contiendra par suite une composante relative au méson  $a_1$  [85, 86] grâce à des processus du type  $a_1(q+k) \rightarrow \pi(k) + \rho(q) \rightarrow e^-e^+$  ( $q^2 = q^\mu q_\mu = M^2$ )
- *Baryons et leurs nuages pioniques (système  $\pi N \Delta$ ).* Le spectre de masse du méson rho peut être modifié à densité finie par des mécanismes *a priori* plus conventionnels [87, 88, 89]. On verra en particulier que les voies de désintégration  $\rho \rightarrow \Delta h \pi^*$ , où  $\pi^*$  est un mode collectif pionique (branche pionique), conduisent à une modification importante du spectre dans la région  $M \sim \omega_\Delta + m_\pi \sim 500 MeV$ . L'analyse à l'aide des règles de somme de QCD montre que ce type d'approche est compatible avec l'évolution des condensats (section VI-4) et doit par suite nécessairement contenir un lien avec la restauration de la symétrie chirale. Ce lien se manifeste sous la forme d'un mélange entre le courant vectoriel [48] dominé par le rho et le courant axial nucléonique (section VI-6). Dans les deux cas (couplage au  $a_1$  à  $T$  finie et couplage au courant axial nucléonique à  $\rho_B$  finie), le mélange conduit à un élargissement du spectre. Cela autorise un scénario alternatif de restauration qui permet, tout aussi bien que le "dropping mass scenario", de reproduire les données expérimentales.
- *Résonances baryoniques.* Le couplage direct du rho au nucléon peut conduire à l'excitation, outre celle du delta, de résonances ayant une voie de désintégration importante en rho-nucléon, telles que la  $\Delta(1905)$  (couplage d'onde  $p$  et  $f$ ) et surtout la  $N^*(1720)$  (couplage d'onde  $p$ ). Ces résonances, par couplage au méson rho, vont engendrer un mode collectif de "branche du rho" [90] analogue à la branche pionique qui va aussi donner une augmentation de la fonction spectrale et par suite du taux de production de dileptons pour des masses invariantes inférieures à  $0.6 GeV$ .

## 2 - Taux de production de dileptons (DPR)

### a . DPR et corrélateur courant-courant dans la matière hadronique chaude

Dans la suite on appellera le taux de production de dileptons DPR, de l'anglais "dilepton production rate". Pour faire le calcul du DPR pour des dileptons ayant une quadri-impulsion  $q^\mu = (q_0, \mathbf{q})$ ,  $q^\mu q_\mu = M^2$ , on supposera que la matière hadronique est thermiquement équilibrée à la température  $T = \beta^{-1}$  et donc que l'état macroscopique initial est décrit par un ensemble statistique dans lequel  $P_i = e^{-\beta E_i}/Z$  est la probabilité de trouver l'état  $|i\rangle$ . Un calcul standard basé sur les règles de Feynman de l'électrodynamique conduit, pour des leptons ultrarelativistes, à un DPR (par unité de volume) :

$$\frac{dR}{d^4x d^4q} = -\frac{\alpha^2}{6\pi^3 M^2} g_{\mu\nu} W^{\mu\nu}(q) \quad (189)$$

où  $\alpha = 1/137$  est la constante de structure fine. L'information physique est contenue dans le tenseur hadronique :

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu}(q) &= \sum_i \frac{e^{-\beta E_i}}{Z} \sum_f \langle i | J^\nu(0) | f \rangle \langle f | J^\mu(0) | i \rangle (2\pi)^4 \delta(q_0 + p_f - p_i) \delta^{(3)}(\mathbf{q} + \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i) \\ &\equiv \int d^4x e^{-iq \cdot x} \langle\langle J^\nu(x) J^\mu(0) \rangle\rangle \end{aligned} \quad (190)$$

où  $J^\mu(0)$  est l'opérateur courant électromagnétique assurant la transition vers les divers états hadroniques finals  $|f\rangle$  accompagnant l'émission de dileptons. La deuxième ligne montre que le DPR donne accès à la transformée de Fourier d'un corrélateur courant-courant. Pour  $q_0 > 0$  (ce qui sera toujours le cas car  $q_0$  représente l'énergie de la paire)  $W^{\mu\nu}(q)$  s'annule à  $T = 0$ , mais il est possible de l'exprimer en fonction d'autres tenseurs hadroniques qui ont une limite non triviale à température nulle :

$$\frac{W^{\mu\nu}(q)}{2\pi} = e^{-\beta q_0} \frac{\rho^{\nu\mu}(q)}{2\pi} = \frac{\left(-\frac{1}{\pi}\right) \text{Im} \Pi_R^{\mu\nu}(q)}{e^{\beta q_0} - 1} = \frac{\left(-\frac{1}{\pi}\right) \text{Im} \Pi^{\mu\nu}(q)}{e^{\beta q_0} + 1} \quad (191)$$

où  $\rho^{\nu\mu}(q)$  est le tenseur spectral donné par :

$$\begin{aligned} \rho^{\mu\nu}(q) &= \sum_f \frac{e^{-\beta E_f}}{Z} \sum_i \langle f | J^\nu(0) | i \rangle \langle i | J^\mu(0) | f \rangle (2\pi)^4 \delta(q_0 + p_f - p_i) \delta^{(3)}(\mathbf{q} + \mathbf{p}_f - \mathbf{p}_i) \\ &\equiv \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle\langle J^\nu(x) J^\mu(0) \rangle\rangle \end{aligned} \quad (192)$$

On voit ainsi que, une fois que le facteur thermique  $\exp(-\beta q_0)$  a été extrait, la description du processus d'émission  $i \rightarrow f + l\bar{l}$  se ramène à celui du processus  $f + l\bar{l} \rightarrow i$ . Par suite, en ce qui concerne la production de dileptons sans émission de hadrons dans l'état final, nous sommes ramenés à un processus d'annihilation  $l\bar{l} \rightarrow i$  dont on a une information expérimentale très précise. Plus généralement, dans le cas d'états hadroniques finals  $|f\rangle$ , nous sommes ramenés à un processus d'absorption de photons virtuels de masse invariante  $M = q_0$  positive (genre temps) sur une matière hadronique peuplée d'états hadroniques  $|f\rangle$  présents avec la probabilité  $P_f = \exp(-\beta E_f)/Z$ . Ce DPR peut également s'exprimer en fonction de la partie imaginaire d'un propagateur retardé donné par :

$$\Pi_R^{\mu\nu}(q) = -i \int d^4x e^{iq \cdot x} \Theta(x_0) \langle\langle [J^\mu(x), J^\nu(0)] \rangle\rangle \quad (193)$$

Cette fonction de Green est la quantité physique intervenant directement dans le formalisme de la théorie quantique des champs à température finie. Finalement, le DPR peut aussi s'exprimer en fonction d'un propagateur relatif à un produit chronologique :

$$\Pi^{\mu\nu}(q) = -i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle\langle \mathcal{T}(J^\mu(x), J^\nu(0)) \rangle\rangle \quad (194)$$

Cette dernière quantité représentant une amplitude Compton vers l'avant est usuelle en théorie des champs à température nulle. Cette forme se prête particulièrement bien au développement en densité du DPR que nous allons effectuer dans le paragraphe suivant.

### b . Développement en densité

Si les densités de particules présentes dans le bain thermique ne sont pas trop élevées, on peut effectuer un développement, (parfois appelé développement du viriel) du corrélateur courant-courant (194). Si on se limite au premier ordre dans les densités, on aura :

$$\Pi^{\mu\nu}(q) = \Pi_{vide}^{\mu\nu}(q) + \sum_h \rho_h \Pi_h^{\mu\nu}(q) \quad (195)$$

où  $\rho_h$  est la densité de hadrons d'espèce  $h$ . La contribution du vide est :

$$\Pi_{vide}^{\mu\nu}(q) = -i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | \mathcal{T} (J^\mu(x), J^\nu(0)) | 0 \rangle \quad (196)$$

Comme on le précisera dans le paragraphe suivant, sa partie imaginaire donnant la contribution au DPR est directement reliée à la section efficace d'annihilation  $e^+e^- \rightarrow i$ . On s'attend à ce que la partie hadronique, à température et potentiel chimique baryonique donnés, soit dominée par les contributions des mésons et des baryons les plus légers, à savoir les pions et les nucléons. En omettant pour simplifier tous les indices de spin ou d'isospin et en utilisant des notations standard, celles-ci s'écriront :

$$\rho_\pi \Pi_\pi^{\mu\nu}(q) = -i \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{n(\omega_k)}{2\omega_k} \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle \pi(\mathbf{k}) | \mathcal{T} (J^\mu(x), J^\nu(0)) | \pi(\mathbf{k}) \rangle \quad (197)$$

$$\rho_N \Pi_N^{\mu\nu}(q) = -i \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{M_N}{E_p} n(E_p) \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle N(\mathbf{p}) | \mathcal{T} (J^\mu(x), J^\nu(0)) | N(\mathbf{p}) \rangle \quad (198)$$

Le point intéressant est que l'on peut avoir des informations au moins partielles sur ces quantités. En ce qui concerne la contribution pionique, le DPR met en jeu la partie absorptive (partie imaginaire) de l'amplitude Compton virtuelle  $\gamma^*(q) + \pi(k) \rightarrow \gamma^*(q) + \pi(k)$  vers l'avant. Il n'y a pas d'information expérimentale sur cette quantité mais on verra (section V-5) que cette contribution au DPR peut être reliée, grâce à la symétrie chirale, au mélange axial-vecteur et que, par suite, elle pourra être exprimée de façon indépendante de modèle [86]. La contribution nucléonique est reliée à la section efficace de photoabsorption d'un photon virtuel sur un nucléon. Pour son estimation, on utilise des théories effectives incluant la dominance vectorielle et contraintes sur la ligne de photon réel ( $q_0 = |\mathbf{q}|$ ) par les données de photoabsorption [91, 92].

### c . Corrélateur courant-courant dans le vide

Dans le vide [93], la covariance et l'invariance de jauge (conservation du courant électromagnétique) imposent la forme du tenseur  $\Pi_{vide}^{\mu\nu}(q)$  qui dépend d'une fonction de corrélation scalaire  $\Pi(q^2)$  :

$$\Pi_{vide}^{\mu\nu}(q) = - \left( g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) \Pi(q^2), \quad \Pi(q^2) = -\frac{1}{3} g_{\mu\nu} \Pi_{vide}^{\mu\nu}(q) \quad (199)$$

Sa partie imaginaire est directement reliée au DPR (189) lorsque l'on ne retient que la contribution du vide dans le développement du viriel (195). En utilisant (191), on obtient :

$$\left( \frac{dR}{d^4x d^4q} \right)_0 = -\frac{\alpha^2}{\pi^3 q^2} \frac{1}{e^{\beta q_0} + 1} \text{Im} \Pi(q^2) \quad (200)$$

Le DPR, calculé à ce niveau d'approximation, est directement relié à la section efficace d'annihilation  $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$  :

$$R(s) = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = -\frac{12\pi}{s} \text{Im} \Pi(s) \quad (201)$$

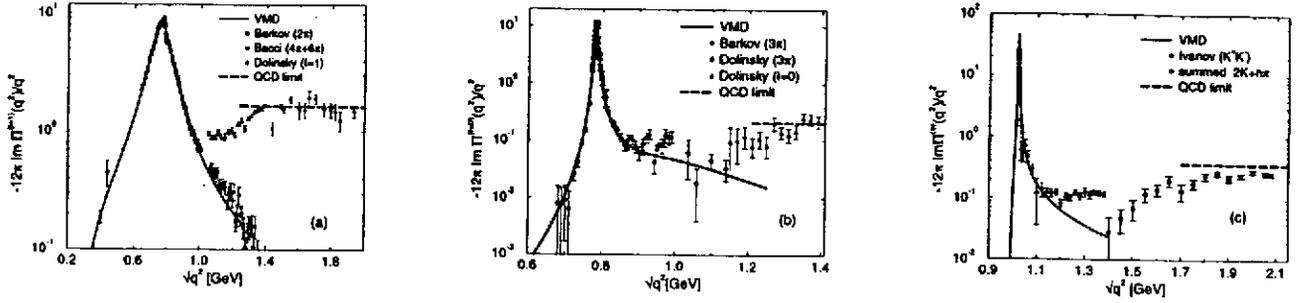


Figure 23: Le rapport  $R$  en fonction de la masse invariante de la paire  $e^-e^+$ . De gauche à droite sont montrés séparément les canaux isovecteuriel ( $\rho$ ), isoscalaire ( $\omega$ ) et du  $\phi$ . Les courbes en trait plein sont issues d'un calcul VDM. Les détails sont donnés dans la référence [92].

où  $\sqrt{s}$  est l'énergie totale dans le centre de masse de la paire de leptons et  $\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = 4\pi\alpha^2/3s$ . En dessous du seuil de production du charme ( $\sqrt{s} < 2m_c \sim 3 \text{ GeV}$ ), le courant électromagnétique est :

$$J^\mu = \frac{2}{3}\bar{u}\gamma^\mu u - \frac{1}{3}\bar{d}\gamma^\mu d - \frac{1}{3}\bar{s}\gamma^\mu s = J_\rho^\mu + J_\omega^\mu + J_\phi^\mu \quad (202)$$

$$J_\rho^\mu = \frac{1}{2}(\bar{u}\gamma^\mu u - \bar{d}\gamma^\mu d), \quad J_\omega^\mu = \frac{1}{6}(\bar{u}\gamma^\mu u + \bar{d}\gamma^\mu d), \quad J_\phi^\mu = -\frac{1}{3}\bar{s}\gamma^\mu s \quad (203)$$

Les parties imaginaires des trois fonctions de corrélations associées aux trois canaux ( $\rho, \omega, \Phi$ ) peuvent être distinguées en regardant différents canaux hadroniques. Il est un fait expérimental incontestable (fig. 23) que chacun de ces canaux qui n'interfèrent que faiblement entre eux, est fortement dominé par la présence de la résonance vectorielle correspondante :

- $J_\rho^\mu$  : dominance du  $\rho$  par  $e^-e^+ \rightarrow \rho \rightarrow \pi\pi$
- $J_\omega^\mu$  : dominance du  $\omega$  par  $e^-e^+ \rightarrow \omega \rightarrow 3\pi$
- $J_\phi^\mu$  : dominance du  $\phi$  par  $e^-e^+ \rightarrow \Phi \rightarrow K\bar{K}$

Ceci est un des supports majeurs, avec les facteurs de forme électromagnétiques des pions et des kaons, suggérant l'hypothèse de la dominance vectorielle (VDM). Dans sa version originale [94], due à Sakurai, on traduit formellement cette hypothèse par une identité champ-courant dans chacun des canaux  $V = \rho, \omega, \Phi$

$$J_V^\mu = \frac{m_V^2}{g_V} \mathcal{V}^\mu \quad (204)$$

où  $\mathcal{V}^\mu$  est le champ associé au méson vecteur neutre. Les constantes  $g_V$  sont déduites des largeurs  $\Gamma(V \rightarrow e^+e^-) = (4\pi\alpha^2/3)m_V/g_V^2$ . Les valeurs empiriques  $g_\rho = 5.03, g_\omega = 17.05, g_\phi = -12.89$  ne sont pas très éloignées des rapports issus de  $SU(3)$ ,  $g_\rho : g_\omega : g_\phi = 1 : 3 : -3/\sqrt{2}$ . Naturellement, la relation (204) n'est valable strictement qu'au pôle des mésons vecteurs, c'est-à-dire pour des photons virtuels avec une masse invariante  $M^2 = q^2 = m_V^2$ . Avec des corrections relativement modérées à sa version la plus simple, l'hypothèse VDM conduit à une phénoménologie remarquable permettant de reproduire de façon excellente l'annihilation  $e^+e^-$  et les facteurs de forme déjà mentionnés [92, 95].

### 3 - Théories effectives

#### a. Idée générale

D'après la dominance vectorielle, on s'attend à ce que le DPR dans la gamme de masse invariante  $300 \text{ MeV} - 1 \text{ GeV}$  soit dominé par les résonances vectorielles ( $\rho, \omega, \Phi$ ) et en tout premier lieu par le

rho. On peut donc espérer obtenir une information expérimentale sur l'évolution des propriétés de ce méson, ou plus précisément de la densité spectrale correspondant aux nombres quantique de ce méson, à température ou densité finies. Pour mener à bien cette tâche au niveau théorique on devra construire une théorie effective incorporant explicitement cette dominance vectorielle. Il y a plusieurs façons en principe équivalentes de faire cette construction, qui conduiront d'une part à une quasi-universalité des couplages rho-hadrons et d'autre part à une quasi-identité entre le courant électromagnétique hadronique isovectoriel et le champ canonique associé au rho. Ceci permet alors d'évaluer la fonction spectrale à température et densité baryonique finies. A ce niveau, il existe deux écoles correspondant à deux façons d'aborder le problème. Dans le schéma "conventionnel", on utilise le lagrangien avec ses paramètres (masse du rho,...) qui sont relatifs aux propriétés des particules dans le vide. On effectue ensuite un calcul standard de type problème à N-corps [87, 88, 89, 83, 84, 96, 97] (voir aussi [98, 99, 100]) dans lequel les propriétés du rho, et éventuellement du oméga ou du phi, sont modifiées par couplage aux autres hadrons (pion, nucléons, deltas, résonances baryoniques). Nous décrirons de telles approches dans la section VI-6. Dans l'autre approche, on définit à chaque température et/ou densité un lagrangien effectif dans lequel les paramètres (masse du rho,...) évoluent par couplage aux condensats de quarks ou de gluons [101, 102, 103]. Ce type d'approche (souvent appelée approche B-R du nom de deux de ses promoteurs G.E. Brown et M. Rho), conduit au "dropping mass scenario" déjà évoqué. Le lien entre les deux approches n'est pas encore réellement compris; tout ce que l'on peut dire de façon certaine est que ni l'analyse par les règles de somme de QCD, ni la comparaison avec les données du DPR ne permettent de trancher nettement. Il se pourrait que ces deux approches soient dans une certaine mesure duales l'une de l'autre. Ainsi l'approche BR pourrait, entre autres, rendre compte, d'une manière plus économique, de l'influence de résonances telles que la  $N^*(1520)$  qui, du fait de son couplage d'onde s, induit une diminution de la masse du rho [104].

#### b . Exemple de théorie effective VDM

Considérons le lagrangien (105). Sous une transformation chirale ( $g_L, g_R$ ), d'après ce qui a été vu dans la section IV-1, on connaît la loi de transformation de la matrice  $U$ , ce qui permet d'obtenir celle de la matrice auxiliaire  $\xi$  :

$$U(x) = \xi^2(x) \rightarrow g_L \xi^2(x) g_R^\dagger, \quad \Rightarrow \quad \xi(x) \rightarrow g_L \xi(x) h^\dagger(x) = h(x) \xi(x) g_R^\dagger \quad (205)$$

Les deux formes équivalentes de la loi de transformation de  $\xi(x)$  définissent implicitement la matrice  $h(x)$  de  $SU(2)$  qui est par suite une transformation locale dépendant du point  $x$  d'espace-temps, contrairement à  $g_L$  et  $g_R$  qui sont des transformations globales. On en déduit de même la loi de transformation de l'isodoublet de champ de nucléon  $N(x)$  :

$$\psi_L(x) \rightarrow g_L \psi_L(x), \quad \psi_R(x) \rightarrow g_R \psi_R(x) \quad \Rightarrow \quad N(x) = P_L \xi(x)^\dagger \psi_L(x) + P_R \xi(x) \psi_R(x) \rightarrow h(x) N(x) \quad (206)$$

A partir de ces lois, il n'est pas difficile de voir que le champ vectoriel composite  $\mathcal{V}_c^\mu$  (106) se transforme comme :

$$-\mathcal{V}_c^\mu(x) \rightarrow h(x) (-\mathcal{V}_c^\mu(x)) h^\dagger(x) - i h(x) \partial^\mu h^\dagger(x) \quad (207)$$

On s'aperçoit que  $-\mathcal{V}_c^\mu$  se transforme formellement comme un champ de jauge d'une symétrie de jauge locale  $SU(2)$ . C'est la raison pour laquelle la "dérivée covariante"  $D^\mu \psi = (\partial^\mu + i(-\mathcal{V}_c^\mu))\psi$  se transforme suivant  $D^\mu \psi \rightarrow h D^\mu \psi$ . Pour incorporer la dominance du rho, on introduit un champ vectoriel se transformant aussi formellement comme un champ de jauge :

$$V^\mu(x) = \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}^\mu(x), \quad V^\mu(x) \rightarrow h(x) V^\mu(x) h^\dagger(x) - i h(x) \partial^\mu h^\dagger(x) \quad (208)$$

où  $\vec{\rho}^\mu = (\rho_1^\mu, \rho_2^\mu, \rho_3^\mu)$  est un isotriplet (en coordonnées cartésiennes) de champs canoniques associés au méson rho, la troisième composante correspondant au champ neutre.  $g$  est une constante (constante de couplage VDM) que l'on fixera ultérieurement. On va maintenant remplacer dans le terme de couplage vectoriel aux nucléons (voir éq. 105) le champ composite  $-\mathcal{V}_c^\mu$  par le champ du rho  $V^\mu$ . En remarquant

que, sous une transformation chirale  $V^\mu + \mathcal{V}_c^\mu \rightarrow h(V^\mu + \mathcal{V}_c^\mu)h^\dagger$ , on peut construire un terme de masse invariant chirale pour le rho. En ne gardant que les termes pertinents pour notre discussion, le lagrangien deviendra :

$$\mathcal{L} = \frac{f_\pi^2}{4} \text{tr} \partial^\mu U \partial_\mu U^\dagger + \bar{N} \gamma_\mu i (\partial^\mu + iV^\mu) N + a f_\pi^2 \text{tr} (V^\mu + \mathcal{V}_c^\mu) \cdot (V_\mu + \mathcal{V}_{\mu c}) + \dots \quad (209)$$

où  $a$  est une certaine constante à fixer ultérieurement. A ce niveau, le champ  $V^\mu$  est un simple champ auxiliaire sans réel contenu dynamique. On va donc rajouter un terme d'énergie cinétique dont l'origine est attribuée à des fluctuations quantiques au niveau inférieur des quarks (QCD). A cet égard, mentionnons que le modèle  $NJL$  incluant une interaction quartique vectorielle [105] est capable, après élimination des degrés de liberté de quarks en faveur de degrés de liberté mésoniques (bosonisation), d'engendrer un tel terme :

$$\mathcal{L}_K = -\frac{1}{2g^2} \text{tr} V^{\mu\nu} V_{\mu\nu} = -\frac{1}{4} \vec{\rho}^{\mu\nu} \cdot \vec{\rho}_{\mu\nu} \quad (210)$$

La symétrie chirale, c'est-à-dire formellement l'invariance sous la transformation locale  $h(x)$ , impose la forme du tenseur  $V^{\mu\nu}$  :

$$V^{\mu\nu} = \partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu + i[V^\mu, V^\nu] \equiv \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}^{\mu\nu} \quad (211)$$

Ce lagrangien coïncide avec le lagrangien proposé par Bando [106] dont l'idée sous-jacente est basée sur la possibilité que le méson rho soit le boson de jauge d'une symétrie de jauge cachée du lagrangien chirale non linéaire. Le lagrangien peut être réécrit en ne gardant que le terme de couplage rho-pion au plus bas ordre dans le champ du pion :

$$\mathcal{L} = \frac{f_\pi^2}{4} \text{tr} \partial^\mu U \partial_\mu U^\dagger + \bar{N} \gamma_\mu i \left( \partial^\mu + i \frac{g}{2} \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}^\mu \right) N + \frac{1}{2} a f_\pi^2 \left( g \vec{\rho}^\mu - \frac{1}{2f_\pi^2} (\vec{\Phi} \times \partial^\mu \vec{\Phi}) \right)^2 \quad (212)$$

On en déduit que :

$$g_{\rho\pi\pi} = \frac{a}{2} g, \quad g_{\rho NN} = g, \quad m_\rho^2 = a g^2 f_\pi^2 = 2 g_{\rho\pi\pi} g_{\rho NN} f_\pi^2$$

Pour la valeur "magique"  $a = 2$ , on obtient l'universalité des constantes de couplage rho-hadrons. On obtient également la relation KSFR reliant la masse du rho aux constantes de couplage  $\rho\pi\pi$  et  $\rho NN$ , justifiant ainsi la discussion du paragraphe V-4.d relative à l'amplitude pion-nucléon isovectorielle WT. La largeur  $\rho \rightarrow \pi\pi$  permet de fixer  $g_{\rho\pi\pi} \simeq 6$ , tandis que l'analyse de certaines données conduisent à  $g = g_{\rho NN} \simeq 5.3$ ; l'universalité est ainsi presque réalisée  $a/2 \simeq 1.13$

Le couplage au champ électromagnétique s'effectue en jaugeant le lagrangien précédent par introduction des dérivées covariantes, procédure également connue sous le nom de substitution minimale. Par commodité, on définit à partir du champ électromagnétique  $A^\mu(x)$  une nouvelle matrice de  $SU(2)$   $\mathcal{B}^\mu = e(\tau_3/2)A^\mu$ . On effectue les remplacements :

$$\begin{aligned} \partial^\mu \xi &\rightarrow \tilde{D}^\mu \xi = \partial^\mu \xi + i[\mathcal{B}^\mu, \xi], & \partial^\mu \xi^\dagger &\rightarrow \tilde{D}^\mu \xi^\dagger = \partial^\mu \xi^\dagger + i[\mathcal{B}^\mu, \xi^\dagger] \\ \Rightarrow \partial^\mu U &\rightarrow \tilde{D}^\mu U = \partial^\mu U + i[\mathcal{B}^\mu, U], & \partial^\mu U^\dagger &\rightarrow \tilde{D}^\mu U^\dagger = \partial^\mu U^\dagger + i[\mathcal{B}^\mu, U^\dagger] \\ \Rightarrow \mathcal{V}_c^\mu &\rightarrow \tilde{\mathcal{V}}_c^\mu = \frac{i}{2} (\xi \tilde{D}^\mu \xi^\dagger + \xi^\dagger \tilde{D}^\mu \xi) \end{aligned} \quad (213)$$

L'invariance de jauge implique par ailleurs que, sous une transformation de jauge  $U(1)_{em}$ , le champ du rho  $V^\mu$  se transforme comme le champ électromagnétique  $\mathcal{B}^\mu$  lui-même. Nous sommes donc conduits, afin d'assurer l'invariance de jauge, à modifier le terme de masse du rho suivant :

$$\frac{m_\rho^2}{g^2} \text{tr} (V^\mu + \mathcal{V}_c^\mu)^2 \rightarrow \frac{m_\rho^2}{g^2} \text{tr} (V^\mu + \tilde{\mathcal{V}}_c^\mu - \mathcal{B}^\mu)^2 \quad (214)$$

A l'ordre dominant, le lagrangien de couplage au champ électromagnétique sera :

$$\mathcal{L}_\gamma = -e \frac{m_\rho^2}{g} \rho_3^\mu A_\mu - e \left(1 - \frac{a}{2}\right) (\vec{\Phi} \times \partial^\mu \vec{\Phi})_3 A_\mu \quad (215)$$

Pour la valeur  $a = 2$  conduisant à l'universalité des couplages rho-hadrons, on retrouve l'identité champ-courant (204) de VDM dans sa formulation originale. Sans changer la théorie d'interaction forte, on peut redéfinir le champ du rho par  $V'^\mu = V^\mu - \mathcal{B}^\mu$ . Dans cette formulation, le lagrangien de couplage au champ électromagnétique devient :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_\gamma &= -\frac{e}{2g} \rho_3^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - e (\vec{\Phi} \times \partial^\mu \vec{\Phi})_3 A_\mu - \bar{N} \gamma_\mu \frac{\tau_3}{2} N A_\mu \\ &= -\frac{e}{g} \partial_\nu \rho_3^{\mu\nu} A_\mu - e (\vec{\Phi} \times \partial^\mu \vec{\Phi})_3 A_\mu - \bar{N} \gamma_\mu \frac{\tau_3}{2} N A_\mu \end{aligned} \quad (216)$$

où, pour obtenir la deuxième forme, on a éliminé une divergence totale. Dans cette formulation le couplage direct  $\rho - \gamma$ , une fois exprimé dans l'espace des impulsions, se fait *via* un facteur  $-eq^2/g$  qui remplace  $-em_\rho^2/g$ . Pour un rho sur couche ( $q^2 = m_\rho^2$ ), les deux couplages sont équivalents. Par contre à  $q^2 = 0$ , le couplage  $\rho - \gamma$  disparaît et on obtient le couplage usuel du champ électromagnétique aux nucléons. Si la constante de couplage  $g$  est ajustée à la valeur requise  $g = 5.03$  pour reproduire la largeur de désintégration  $\Gamma(\rho \rightarrow e^- e^+)$ , on a un (petit) conflit avec la valeur déduite précédemment  $g = g_{\rho NN} \simeq 5.3$ . Cependant un calcul plus élaboré [92] de cette largeur, incluant une correction de vertex  $\rho - \gamma$  conduit à  $g = 5.4$ , plus proche de la valeur déduite du couplage  $\rho NN$ . La théorie présentée ici doit être complétée dans le secteur nucléonique. Il faut en particulier inclure un couplage dit de Kroll-Ruderman  $\gamma\pi NN$ , qui peut être obtenu en "jaugeant" le lagrangien de couplage pion-nucléon  $g_A \bar{N} \gamma_\mu \gamma_5 A_c^\mu N$ , et également, en vertu de la dominance vectorielle, un terme de Kroll-Ruderman analogue de couplage  $\rho\pi NN$ ; nous reviendrons sur ce point important à la fin du cours. Par ailleurs, il faut aussi inclure des termes de couplage magnétique du photon et des mésons vecteurs aux nucléons. Ces différents termes sont en fait incorporés dans le travail de la référence [92] que nous utiliserons dans la section consacrée aux règles de somme de QCD.

### c . Mésons rho dans le vide

Une fois que la structure tensorielle de Lorentz a été éliminée, le propagateur du méson rho dans le vide est de la forme :

$$D_\rho(q^2) = \frac{1}{q^2 - m_\rho^2 - \Sigma_\rho(q^2)} \quad (217)$$

La self-énergie  $\Sigma_\rho$  du rho est la boucle à deux pions représentée sur la figure 24a; elle est évidemment proportionnelle à  $g_{\rho\pi\pi}^2$  où  $g_{\rho\pi\pi}$  est égal à  $ag/2$  dans notre modèle. Sa partie imaginaire, non nulle à partir du seuil  $q^2 = 4m_\pi^2$ , se calcule sans difficulté et permet de retrouver la largeur  $\Gamma_\rho = -Im \Sigma_\rho(q^2 = m_\rho^2)/m_\rho = 151 MeV$ . La partie réelle, qui est formellement divergente, s'obtient avec une relation de dispersion soustraite. Nous n'entrerons pas dans les détails techniques mais mentionnerons simplement qu'elle peut modifier la "masse nue"  $m_\rho$  pour l'amener à la masse physique, auquel cas la largeur  $\Gamma_\rho$  doit être calculée à cette masse. On peut maintenant obtenir le facteur de forme électromagnétique du pion représenté diagrammatiquement sur la figure 24b. Il y a un terme de couplage direct  $\gamma\pi\pi$  et un terme où ce couplage s'effectue par l'intermédiaire d'un méson rho neutre avec une correction de vertex. En remarquant que le couplage  $\gamma\pi\pi$  est le même que le couplage  $\rho_3\pi\pi$  une fois que  $g_{\rho\pi\pi}$  est remplacé par  $e$ , on obtient en utilisant le lagrangien  $\mathcal{L}'_\gamma$  :

$$F_\pi(q^2) = 1 - \frac{q^2}{g} D_\rho g_{\rho\pi\pi} + \frac{1}{g_{\rho\pi\pi}} \Sigma_\rho D_\rho g_{\rho\pi\pi} = \frac{\left(1 - \frac{g_{\rho\pi\pi}}{g}\right) q^2 - m_\rho^2}{q^2 - m_\rho^2 - \Sigma_\rho(q^2)} \quad (218)$$

De façon à retrouver une charge unité à  $q^2 = 0$ , on doit avoir  $\Sigma_\rho(0) = 0$ , ce qui se produit automatiquement si on utilise une relation de dispersion soustraite. On peut ainsi reproduire de façon satisfaisante le

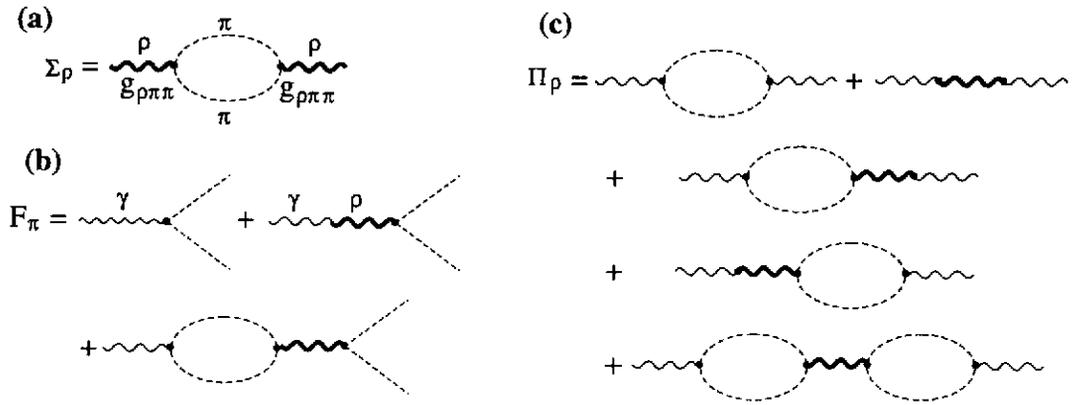


Figure 24: *Self-énergie du rho dans le vide (a), facteur de forme électromagnétique du pion (b) et corrélateur courant-courant isovectoriel (c). Les lignes en pointillés, en traits ondulés épais et ondulés fins représentent respectivement des pions, des rhos et des photons.*

facteur de forme du pion (voir par exemple la référence [95] basée sur une approche un peu différente). Le corrélateur courant-courant est représenté diagrammatiquement sur la figure 24c. La partie scalaire s'écrit :

$$\begin{aligned} \Pi_\rho(q^2) &= \frac{1}{g_{\rho\pi\pi}^2} \Sigma_\rho + \frac{q^4}{g^2} D_\rho - 2 \frac{1}{g_{\rho\pi\pi}} \Sigma_\rho D_\rho \frac{q^2}{g} + \frac{1}{g_{\rho\pi\pi}} \Sigma_\rho D_\rho \Sigma_\rho \frac{1}{g_{\rho\pi\pi}} \\ &= \frac{1}{g_{\rho\pi\pi}^2} \left( \Sigma_\rho + \left( \frac{g_{\rho\pi\pi}}{g} - \frac{\Sigma_\rho}{q^2} \right)^2 \frac{q^4}{q^2 - m_\rho^2 - \Sigma_\rho} \right) \end{aligned} \quad (219)$$

Ce corrélateur qui correspond, une fois multiplié par  $e^2$ , à la self-énergie du photon, s'annule bien à  $q^2 = 0$  préservant ainsi la masse nulle du photon. La partie imaginaire directement reliée au rapport  $R(s = q^2)$  est donnée par :

$$Im \Pi_\rho(q^2) = \frac{Im \Sigma_\rho(q^2)}{g_{\rho\pi\pi}^2} |F_\pi(q^2)|^2 \quad (220)$$

C'est précisément ce type d'approche VDM qui permet de reproduire remarquablement, pour  $s \leq 1 \text{ GeV}$ , les données montrées sur la figure 23.

#### d . Lois d'échelle

Le modèle précédent va nous permettre d'illustrer une idée qui a suscité beaucoup d'intérêt et qui conduit à des lois d'échelle sur les observables. Elle a été proposée à partir d'arguments basés sur l'invariance d'échelle de QCD. En effet, mis à part le (petit) terme de masse qui est de dimension 3 (en énergie ou en inverse de longueur) dans les champs, le lagrangien de QCD est de dimension 4 si bien que l'action  $S \int d^4x \mathcal{L}_{m=0}$  est invariante d'échelle. Cependant, on sait que cette invariance est explicitement brisée par les fluctuations quantiques dans la procédure de renormalisation. Il en résulte que le courant de dilatation associé  $D^\mu(x)$  n'est pas conservé (anomalie dite de la trace [107, 108]), même dans le cas où la masse des quarks est nulle. Sa divergence est :

$$\partial_\mu D^\mu = m \bar{\psi} \psi - \frac{\beta(g)}{2g} G_a^{\mu\nu} G_{a\mu\nu} \quad (221)$$

où  $g = (4\pi \alpha_S)^{1/2}$  est la constante de couplage de QCD et  $\beta(g)$  est la fonction de Gell-Mann-Low gouvernant son évolution.  $G_a^{\mu\nu}$  est le tenseur de champ gluonique. Par ailleurs, il est établi qu'il existe

une importante brisure dynamique de l'invariance d'échelle caractérisée par la valeur élevée du condensat de gluons :

$$\langle G \cdot G \rangle \equiv \langle \frac{\alpha_S}{\pi} G_a^{\mu\nu} G_{a\mu\nu} \rangle \simeq (360 \text{ MeV})^4 \quad (222)$$

Cette invariance d'échelle n'est manifestement pas présente au niveau du lagrangien effectif (212) du paragraphe précédent. En se basant sur l'idée que les propriétés de symétrie présentes au niveau du lagrangien de QCD doivent se retrouver au niveau du lagrangien effectif, il a été proposé d'y réincorporer l'invariance d'échelle et sa brisure explicite et dynamique. Pour faire cela, on introduit un champ scalaire de dimension 1, appelé champ de dilatons  $\chi$  [109, 110], dont la valeur moyenne dans le vide est  $\chi_0$ . Chaque terme du lagrangien sera "corrigé" avec un champ  $\chi$  apparaissant avec une puissance obtenue par simple analyse dimensionnelle. En réintroduisant le terme de brisure explicite de la symétrie chirale et en incluant les termes cinétiques et potentiel gouvernant la dynamique du champ  $\chi$ , on a un lagrangien effectif du type :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{f_\pi^2}{4} \left( \frac{\chi}{\chi_0} \right)^2 \partial^\mu U \partial_\mu U + \frac{1}{2} m_\rho^2 \left( \frac{\chi}{\chi_0} \right)^2 \left( \vec{\rho}^\mu - \frac{1}{2gf_\pi^2} \vec{\Phi} \times \partial^\mu \vec{\Phi} \right)^2 + \frac{c}{4} \left( \frac{\chi}{\chi_0} \right)^3 \text{tr}(U + U^\dagger) \\ & + \frac{1}{2} m_\omega^2 \left( \frac{\chi}{\chi_0} \right)^2 \omega^\mu \omega_\mu + \frac{1}{2} \partial^\mu \chi \partial_\mu \chi + V(\chi) \end{aligned} \quad (223)$$

On a également inclus le terme de masse du méson oméga qui est un singlet chirale (les termes cinétiques des mésons vecteurs ont été omis car intrinsèquement de dimension 4 et donc non modifiés). Le potentiel  $V(\chi)$  modélise les effets quantiques responsables de la brisure de l'invariance d'échelle et amène la valeur moyenne de  $\chi$  à une valeur non nulle reliée au condensat de gluons  $\chi_0^4 \sim \langle G \cdot G \rangle$ . A densité baryonique et/ou température finies, la modification du vide de QCD induira une modification de cette valeur moyenne  $\chi_0 \rightarrow \chi_0^*$ . On en déduit directement à partir du lagrangien que  $f_\pi$  et la masse  $m_V$  des mésons vecteurs évoluent comme  $\chi_0^{*2}$ ; par ailleurs, le terme de brisure de symétrie chirale dépendant du condensat de quarks ( $c = -2m \langle \bar{q}q \rangle$ ), évolue comme  $\chi_0^{*3}$ . La validité de cette approche peut être légitimement discutée car, au niveau du principe, une théorie effective de basse énergie devrait être construite, par utilisation des techniques de groupe de renormalisation, par élimination des configurations de quarks et de gluons de petites tailles en faveur de degrés de liberté hadroniques. Par suite, il n'est pas évident que la théorie effective résultante puisse garder une mémoire de l'invariance d'échelle de départ puisque, par construction, cette invariance est brisée. Il n'en reste pas moins que cette approche conduit à de très intéressantes lois d'échelle [101] données par :

$$\frac{\chi_0^*}{\chi_0} = \left( \frac{\langle G \cdot G \rangle^*}{\langle G \cdot G \rangle} \right)^{1/4} = \left( \frac{\langle \bar{q}q \rangle^*}{\langle \bar{q}q \rangle} \right)^{1/3} = \frac{f_\pi^*}{f_\pi} = \frac{m_V^*}{m_V} \quad (224)$$

En d'autres termes, ces observables hadroniques ont toutes une évolution reliée à celle du condensat de quarks; cela implique en particulier que les masses des mésons vecteurs s'annulent à la restauration de la symétrie chirale. Il s'agit d'une prédiction "forte" qui, bien qu'ayant un fondement théorique possible, doit plutôt être considérée comme une conjecture. Si l'on reprend la loi d'évolution du condensat de quarks, gouvernée au plus bas ordre dans la densité par le commutateur sigma du nucléon, on arrive au "dropping mass scenario" pour les mésons vecteurs rho et oméga :

$$\frac{m_V^*(\rho)}{m_V} = 1 - 0.12 \frac{\rho}{\rho_0} \quad (225)$$

Cette idée a alors été "testée" avec les règles de somme de QCD discutées ci-dessous.

#### 4 - Les règles de somme de QCD

##### a . Les règles de somme de QCD dans le vide

L'idée de départ [111] consiste à relier la fonction de corrélation courant-courant relative à un hadron (rho, oméga, phi...) calculée dans un modèle ou déduite de données expérimentales, aux condensats de

quarks et de gluons grâce à la technique du “développement en produits d’opérateurs” (OPE) [112]. En d’autres termes, il s’agit d’établir un lien entre les propriétés des hadrons et les caractéristiques non perturbatives du vide de QCD. On choisit donc un courant portant les nombres quantiques du hadron considéré; en ce qui concerne les mésons vecteurs, on prendra les courants données par (203). La partie scalaire du corrélateur est exprimée à l’aide d’une relation de dispersion (éventuellement soustraite) du type :

$$\Pi(q^2) = \frac{i}{3} \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle 0 | \mathcal{T} (J^\mu(x), J_\mu(0)) | 0 \rangle = \Pi(0) + q^2 \int_0^\infty \frac{ds}{s} \frac{\left(-\frac{1}{\pi}\right) \text{Im} \Pi(s)}{q^2 - s + i\eta} \quad (226)$$

La masse du photon étant nulle dans le vide, on doit avoir  $\Pi(0) = 0$ . Ce corrélateur est ainsi connu à n’importe quelle valeur de  $q^2$  si l’on connaît, par exemple expérimentalement, la densité spectrale  $\rho(s) = -(1/\pi s) \text{Im} \Pi(s)$ . On se place dans la région d’espace asymptotique pour laquelle  $Q^2 = -q^2 \rightarrow +\infty$ . Dans cette région, le corrélateur est sensible, du fait des propriétés de la transformée de Fourier, aux configurations de petites tailles pour lesquelles QCD perturbatif est applicable. L’OPE consiste essentiellement en un développement limité autour de  $x = 0$  de  $\langle \mathcal{T}(J(x), J(0)) \rangle$ ; dans l’espace des impulsions, on obtient un terme dominant en  $\ln Q^2$  suivi d’un développement en  $1/Q^2$  dont les coefficients sont reliés aux condensats de quarks et de gluons, c’est-à-dire à des éléments de matrice d’opérateurs de quarks et de gluons sur le vide non perturbatif de QCD :

$$\begin{aligned} \frac{\Pi(q^2 = -Q^2)}{Q^2} &= \int_0^\infty \frac{ds}{s} \frac{\left(-\frac{1}{\pi}\right) \text{Im} \Pi(s)}{s + Q^2} \\ &= \frac{d_V}{12\pi^2} \left[ -c_0 \ln \left( \frac{Q^2}{\mu^2} \right) + \frac{c_1}{Q^2} + \frac{c_2}{Q^4} + \frac{c_3}{Q^6} + \dots \right] \end{aligned} \quad (227)$$

$\mu$  est une échelle arbitraire usuellement choisie autour de  $1 \text{ GeV}$ . Dans le canal isovectoriel (canal du rho,  $d_\rho = 3/2$ ), on trouve :

$$\begin{aligned} c_0^\rho &= 1 + \frac{\alpha_S(Q^2)}{\pi}, & c_1^\rho &= -3(m_u^2 + m_d^2), \\ c_2^\rho &= \frac{\pi^2}{3} \langle G \cdot G \rangle + 4\pi^2(m_u \langle \bar{u}u \rangle + m_d \langle \bar{d}d \rangle) \\ c_3^\rho &\sim \text{“Condensats à quatre quarks”} \sim \langle (\bar{q}q)^2 \rangle \end{aligned} \quad (228)$$

où  $\alpha_S(Q^2) = 4\pi/[9 \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)]$  est la constante de couplage mobile de QCD. Nous n’avons pas donné la forme explicite de  $c_3$  [92]; tout ce que l’on dira est que la valeur de ces condensats à quatre quarks n’est pas très bien connue et que l’on fait souvent une approximation de factorisation  $\langle (\bar{q}q)^2 \rangle \sim \langle \bar{q}q \rangle^2$  qui constitue une des incertitudes majeures de l’analyse. Pour le oméga ( $d_\omega = 1/6$ ) la seule modification concerne le coefficient  $c_3$ .

Sous cette forme, les règles de somme ne sont cependant pas directement utilisables pour ce qui concerne la partie de basse masse du spectre; en effet lorsque  $Q^2$  est grand de nombreuses résonances contribuent à l’intégrale dispersive. On utilise alors une procédure qui permet à la fois d’augmenter le poids des résonances les plus basses ( $s \leq 1 \text{ GeV}$  : rho, oméga, phi) tout en limitant le nombre de condensats dans l’OPE. Une possibilité est d’effectuer ce qu’on appelle une transformation de Borel [111] sur les deux membres de l’équation (227) :

$$B[f(Q^2)] = \frac{1}{(n-1)!} (Q^2)^n \left( -\frac{d}{dQ^2} \right)^n f(Q^2), \quad Q^2, n \rightarrow \infty, \quad \frac{Q^2}{n} = M_B^2 \text{ finie} \quad (229)$$

On obtient ainsi une nouvelle équation qui dépend d’un paramètre arbitraire  $M_B$ , la “masse de Borel” :

$$\frac{1}{M_B^2} \int \frac{ds}{s} e^{-s/M_B^2} \left( -\frac{1}{\pi} \right) \text{Im} \Pi(s) = \frac{d_V}{12\pi^2} \left[ c_0 + \frac{c_1}{M_B^2} + \frac{c_2}{M_B^4} + \frac{c_3}{2M_B^6} + \dots \right] \quad (230)$$

Le choix de  $M_B$  résultera d'un compromis entre la convergence de l'intégrale du membre de gauche (MG) et de l'OPE du membre de droite (MD).  $M_B$  devra être choisie pas trop grande pour que l'exponentielle de (MG) supprime la contributions des grandes valeurs de  $s$  et pas trop petite pour que l'OPE converge. Le test de cohérence de la méthode provient de l'obtention d'une plage en  $M_B$  suffisamment large dans laquelle (MG)=(MD); en pratique cette plage est typiquement  $0.8 \text{ GeV} - 1.5 \text{ GeV}$  (voir fig. 25). Avec cette méthode, on peut extraire la valeur des condensats dans le vide, à partir des données expérimentales et/ou d'un modèle hadronique. Il a par ailleurs été montré que cette analyse n'est pas très sensible à la largeur des résonances. Des analyses ont en effet été effectuées à l'aide d'un ansatz très simple [111] pour les fonctions spectrales :

$$R(s) = -\frac{12\pi}{s} \text{Im} \Pi(s) = \mathcal{F}_V \delta(s - m_V^2) + d_V \left(1 + \frac{\alpha_S}{\pi}\right) \Theta(s - s_V) \quad (231)$$

La fonction spectrale simplifiée est constituée d'un pic à la masse du méson vecteur complétée au delà d'une certaine échelle caractéristique  $s_V$  par la prédiction de QCD perturbatif ( $d_\rho = 3/2$ ,  $d_\omega = 1/6$ ,  $d_\phi = 1/3$ ). On fait alors le travail inverse : connaissant les condensats, on détermine les paramètres optimaux ( $s_V, m_V, \mathcal{F}_V$ ). On trouve ainsi  $s_{\rho,\omega} = 1.5 \text{ GeV}^2$ ,  $s_\phi = 2.2 \text{ GeV}^2$ , ce qui conduit pratiquement aux valeurs expérimentales  $m_{\rho,\omega} = 0.77 \text{ GeV}$ ,  $m_\phi = 1.02 \text{ GeV}$ . Le fait que le rho et le oméga émergent pratiquement dégénérés constitue un des succès traditionnels de cette approche. Sur la première colonne de la figure 25 les densités spectrales (issues d'un modèle VDM) dans les canaux du rho, oméga et phi sont montrées. Sur la colonne centrale sont comparés les membres de gauche et de droite de (230) en utilisant d'une part la densité spectrale complète et celle issue de l'ansatz simplifié, ce qui en confirme la validité [92].

#### b . Les règles de somme de QCD à densité finie

A densité finie, le corrélateur courant-courant est

$$\Pi^{\mu\nu}(q) = -i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle A(\rho) | \mathcal{T}(J^\mu(x), J^\nu(0)) | A(\rho) \rangle \quad (232)$$

où  $|A(\rho)\rangle$  représente l'état de la matière de densité  $\rho$ . Du fait de la perte de l'invariance de Lorentz, ce tenseur ne dépend plus d'une seule fonction scalaire  $\Pi(q^2)$ , mais de deux fonctions  $\Pi_{L,T}(\omega, \mathbf{q})$  (dépendant séparément de  $\omega$  et  $\mathbf{q}$ ) qui sont longitudinale ou transverse par rapport à la direction  $\mathbf{q}$ . Il est toutefois évident que ces deux fonctions se confondent à  $\mathbf{q} = 0$ . Dans ce cas, l'approche des règles de somme de QCD peut se généraliser simplement à densité finie. Après transformation de Borel, on aboutit à :

$$\frac{1}{M_B^2} \left[ \Pi(0) + \int \frac{d\omega^2}{\omega^2} e^{-\omega^2/M_B^2} \left( -\frac{1}{\pi} \right) \text{Im} \Pi(\omega, 0) \right] = \frac{d_V}{12\pi^2} \left[ c_0 + \frac{c_1(\rho)}{M_B^2} + \frac{c_2(\rho)}{M_B^4} + \frac{c_3(\rho)}{2M_B^6} + \dots \right] \quad (233)$$

$\Pi(0)$  vaut  $1/4M_N$  pour le rho et le oméga (amplitude Thomson) et est nul pour le phi. En simplifiant quelque peu, les principales modifications des coefficients de l'OPE [113, 114, 115], relatifs au rho et au oméga, proviennent du condensat de gluons et du condensat à quatre quarks, cette dernière quantité constituant l'incertitude majeure. En ce qui concerne le phi, le condensat de quarks étranges joue un rôle dominant. Les premières analyses ont été effectués en utilisant l'ansatz (231) mais avec, cette fois-ci, des paramètres ( $s_V, \mathcal{F}_V, m_V$ ) dépendant de la densité. Ainsi, suivant la référence [113], on obtient :

$$\frac{m_\rho^*}{m_\rho} = \frac{m_\omega^*}{m_\omega} = 1 - 0.18 \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \frac{m_\phi^*}{m_\phi} = 1 - 0.15 y \frac{\rho}{\rho_0} \quad (234)$$

Avec un contenu étrange du nucléon  $y = 0.17$ , on trouve que la masse du phi est très peu modifiée. Par contre, bien que le nombre 0.18 soit entaché d'une incertitude de l'ordre de 30%, les masses du rho et du oméga décroissent de façon importante favorisant ainsi le "dropping mass scenario" et la loi d'échelle BR du paragraphe précédent. Cependant, des approches basées sur des modèles hadroniques réalistes montrent que le spectre de masse du rho est profondément modifié et élargi sans que la masse du rho

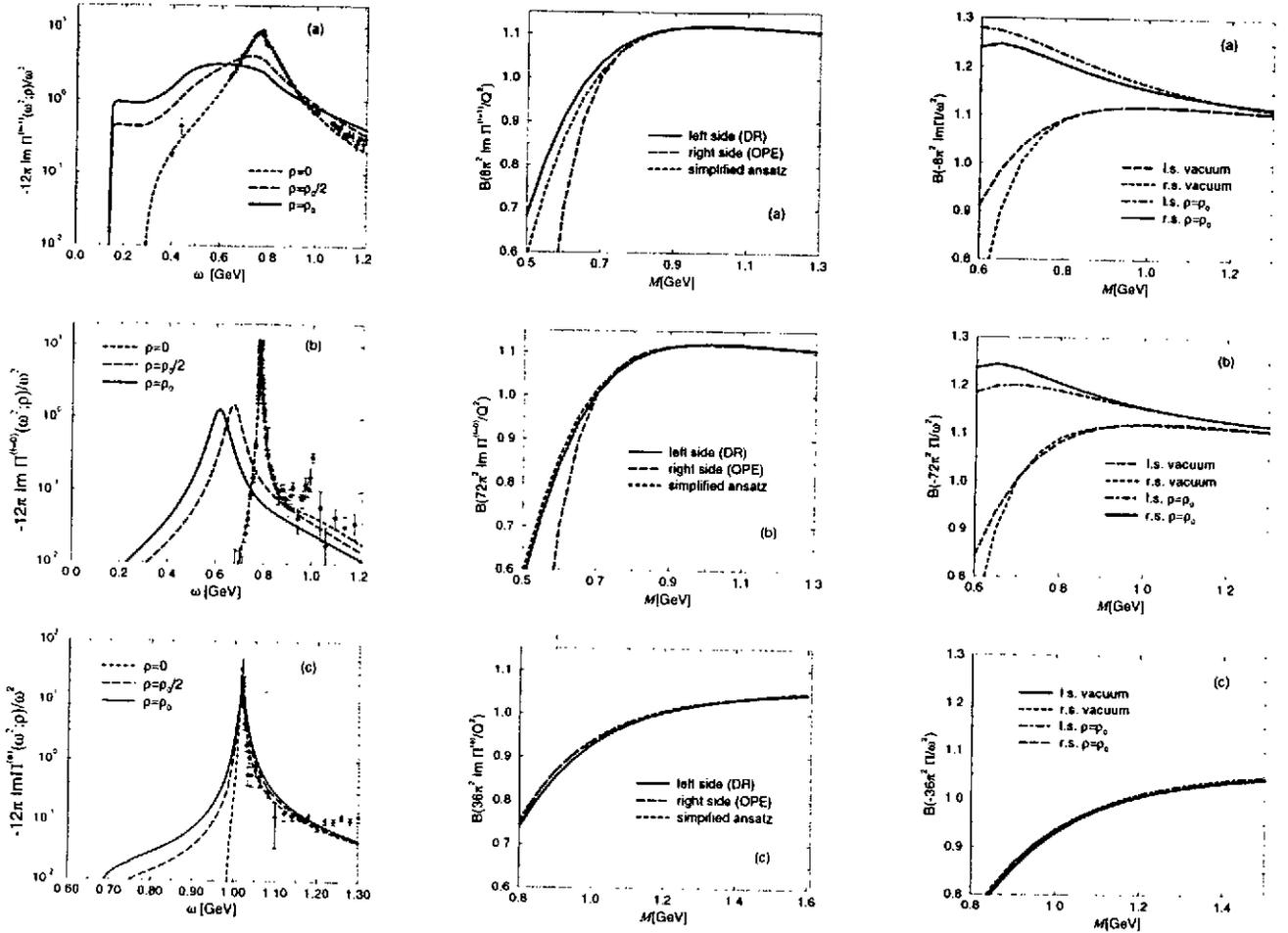


Figure 25: Les figures de la première colonne représentent, de haut en bas, les distributions de masse (densités spectrales) calculées dans un modèle VDM, dans le canal du rho, du oméga et du phi, dans le vide et à densité finie. Dans la deuxième colonne, le membre de droite (OPE) des règles de somme de QCD dans le vide est représenté en tirets; les membres de gauche calculés exactement et avec l'ansatz de pôle sont respectivement en traits pleins et en pointillés. Sur la troisième colonne la même comparaison est effectuée à densité finie ( $\rho = \rho_0$ ) avec le calcul complet VDM. Calculs tirés de [92].

(maximum du spectre) soit notablement modifiée [87, 89, 92] (voir première colonne de la figure 25). Un point important est que cette approche engendrant un rho considérablement élargi est également compatible avec les règles de somme de QCD (voir troisième colonne de la figure 25) [92]. En ce qui concerne le oméga, la prédiction relative à l'évolution de sa masse (234) provenant de la fonction spectrale étroite, n'est pas contredite, bien qu'il soit élargi dans la matière, conclusion également valable pour le phi. On peut donc conclure de cette étude que, les prédictions relatives à la masse dans le milieu, basées sur un ansatz de fonction spectrale étroite dans l'analyse en règles de somme de QCD, sont valables tant que la particule garde un statut de quasi-particule. En particulier, le scénario BR ou "dropping mass" est préservé pour le oméga même si celui-ci est élargi dans le milieu. Par contre ce simple ansatz peut conduire à une interprétation erronée de la notion de masse dans le milieu dans le cas du méson rho dont le spectre est modifié et élargi davantage. Nous verrons dans la dernière section que cet élargissement du rho provient pour une grande part de son couplage aux configurations  $\pi N\Delta$ , lui même relié au mélange entre le rho et le courant axial nucléonique.

### c . Le méson oméga dans la matière nucléaire

La modification des propriétés du méson oméga à densité finie a suscité de nombreux travaux [116, 117, 118]. Le fait que le oméga ait une masse notablement plus faible aux densités ordinaires, tout en gardant un statut de quasi-particule, ouvre la possibilité d'états (quasi) liés oméga-noyau [119, 120, 121]. Ainsi, en se basant sur une interaction oméga-nucléon contrainte par la phénoménologie, des calculs spécifiques ont montré l'existence de tels états pouvant être produits dans des réactions  $d + A \rightarrow {}^3\text{He} + \omega(A-1)$  ou  $\pi^- A \rightarrow \omega(A-1)n$  proposées à GSI. Même dans un système tel que  ${}^6_\omega\text{He}$ , deux états liés ( $l = 0$  et  $l = 1$ ) ont été prédits, le plus profond ( $l = 0$ ) ayant une énergie de liaison  $E = -49 \text{ MeV}$  et une largeur de  $32 \text{ MeV}$  [121]. De tels états modifient nettement les spectres des réactions précédentes avec  ${}^7\text{Li}$  comme noyau cible, si bien qu'un tel effet pourrait être mis en évidence expérimentalement.

## 5 - Mélange axial-vecteur

### a . Mélange des corrélateurs

Considérons, dans le secteur des quarks légers, le courant vectoriel et le courant axial isovectoriels :

$$\mathcal{V}_k^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \frac{\tau_k}{2} \psi, \quad \mathcal{A}_k^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau_k}{2} \psi, \quad (235)$$

Les propriétés de ces courants dans un milieu sont contenues dans les corrélateurs vectoriel ou axial. Au courant vectoriel (qui correspond pour  $k = 3$  à la partie isovectorielle du courant électromagnétique  $J_\rho^\mu$ ) et au courant axial on associe les corrélateurs :

$$\Pi_V^{\mu\nu}(q) = -i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle\langle \mathcal{T} (\mathcal{V}_k^\mu(x), \mathcal{V}_k^\nu(0)) \rangle\rangle \quad (236)$$

$$\Pi_A^{\mu\nu}(q) = -i \int d^4x e^{iq \cdot x} \langle\langle \mathcal{T} (\mathcal{A}_k^\mu(x), \mathcal{A}_k^\nu(0)) \rangle\rangle \quad (237)$$

Dans le vide, les parties imaginaires sont complètement déterminées par la donnée des densités spectrales sans dimension :

$$-\frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi_V^{\mu\nu}(q; T=0) = -(q^2 g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu) \rho_V(q^2) \quad (238)$$

$$-\frac{1}{\pi} \text{Im} \Pi_A^{\mu\nu}(q; T=0) = q^\mu q^\nu f_\pi^2 \delta(q^2 - m_\pi^2) - (q^2 g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu) \rho_A(q^2) \quad (239)$$

D'après ce que l'on a vu dans le paragraphe VI-2.c, la densité vectorielle, reliée à la fonction de corrélation scalaire dans le canal du rho  $\rho_V(q^2) = -\text{Im} \Pi_\rho(q^2)/\pi q^2$ , peut être obtenue à partir du rapport  $R(s = q^2)$ ,

c'est-à dire à partir de la section efficace d'annihilation  $e^-e^+$  en se limitant dans l'état hadronique final aux états à deux pions et plus généralement aux états avec un nombre pair de pions sans autres particules :

$$\rho_V(q^2 = s) = \frac{s}{16\pi^3 \alpha^2} \sigma(e^+e^- \rightarrow 2n\pi) \quad (240)$$

Comme on l'a déjà dit, dans la région d'énergie qui nous intéresse  $s \leq 1 \text{ GeV}$ , cette fonction spectrale est très fortement dominée par le méson rho par le processus  $e^+e^- \rightarrow \rho \rightarrow 2\pi$ . En ce qui concerne le corrélateur axial, nous avons séparé explicitement la contribution du pion. La densité spectrale axiale restante est obtenue à partir de la désintégration du lepton tau en un nombre impair de pions [85] :

$$\rho_A(q^2 = s) = \frac{8\pi m_\tau^2}{G_F^2 \cos^2 \theta_c (m_\tau^2 + 2s)(m_\tau^2 - s)} \sum_{n=1} \frac{d\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau (2n+1)\pi)}{ds} \quad (241)$$

où  $s$  correspond ici au carré de la masse invariante des  $2n+1$  pions,  $G_F$  est la constante de Fermi et  $\theta_c$  l'angle de Cabibbo. Cette densité spectrale axiale est fortement dominée par le méson  $a_1$  suivant le processus  $\tau \rightarrow \nu_\tau a_1 \rightarrow 3\pi$ .

A basse température, les corrélateurs peuvent être calculés par un développement du viriel (195) en se limitant à la contribution des pions. Dans la limite chirale, la symétrie chirale seule permet d'évaluer, grâce à l'algèbre des courants, la déviation de ces corrélateurs par rapport à leurs valeurs dans le vide [21]. Le résultat a une forme très simple :

$$\Pi_V^{\mu\nu}(q; T) = (1 - \epsilon) \Pi_V^{\mu\nu}(q; T=0) + \epsilon \Pi_A^{\mu\nu}(q; T=0) \quad (242)$$

$$\Pi_A^{\mu\nu}(q; T) = (1 - \epsilon) \Pi_A^{\mu\nu}(q; T=0) + \epsilon \Pi_V^{\mu\nu}(q; T=0) \quad (243)$$

avec  $\epsilon = T^2/6f_\pi^2$ . Ainsi, au plus bas ordre dans la température, les corrélateurs vectoriel et axial s'expriment de façon indépendante de modèle en fonction de leurs homologues à température nulle. On obtient un mélange des corrélateurs, induit par la présence des pions thermiques comme cela a déjà été expliqué précédemment, qui dépend de la densité scalaire de pions *via* le paramètre de mélange  $\epsilon$  :

$$\epsilon = \frac{T^2}{6f_\pi^2} = \frac{2}{f_\pi^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \frac{n(\omega_k)}{\omega_k} = \frac{2}{3} \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{f_\pi^2} \quad (244)$$

Ce résultat important permet de tirer les conclusions suivantes :

- Les corrélateurs conservent une forme covariante à cet ordre en température. Les distributions spectrales associées ne sont pas intrinsèquement modifiées mais seulement mélangées. Par suite, à l'ordre  $T^2$ , les masses des mésons  $\rho$  et  $a_1$  ne sont pas modifiées.
- La contamination du secteur vectoriel (axial) par le secteur axial (vectoriel) s'accompagne d'une réduction de ce dit secteur. Cela induit en particulier une diminution de la constante de désintégration du pion telle que :

$$\frac{f_\pi^*(T)}{f_\pi} = \sqrt{1 - \epsilon} \simeq 1 - \frac{T^2}{12f_\pi^2} = 1 - \frac{1}{3} \frac{\langle\langle \Phi^2 \rangle\rangle}{f_\pi^2} \quad (245)$$

résultat déjà établi directement au paragraphe IV-3.c. On voit clairement que cet effet de correction à une boucle est intimement lié au mélange axial-vecteur.

- Bien entendu, les expressions (242, 243) ne sont valables que pour  $\epsilon$  suffisamment petit devant un. Cependant, si on extrapole ce résultat, on s'aperçoit que le mélange complet  $\Pi_V = \Pi_A$  est atteint lorsque  $\epsilon = 1/2$ , soit une température  $T_m = \sqrt{3}f_\pi \simeq 160 \text{ MeV}$ . Il est intéressant de noter que cette température où il n'y a plus de différence entre corrélateurs axial et vectoriel (restauration de la symétrie chirale), est très voisine de la température critique obtenue sur les réseaux.  $T_c = 150 \pm 20 \text{ MeV}$

Le résultat précédent a été généralisé au delà de la limite chirale en utilisant un formalisme dit de réduction chirale combiné au développement du viriel [86]. Dans cette approche, le taux de production de dileptons s'écrit :

$$\frac{dR}{d^4x d^4q} = -\frac{\alpha^2}{\pi^3 q^2} \frac{1}{e^{\beta q_0} + 1} \left[ Im \Pi(q^2) - \frac{2}{f_\pi^2} \int \frac{dk}{(2\pi)^3} \frac{n(\omega_k)}{\omega_k} Im \Pi_V(q^2) \right. \\ \left. + \frac{1}{f_\pi^2} \int \frac{dk}{(2\pi)^3} \frac{n(\omega_k)}{\omega_k} (Im \Pi_A((q+k)^2) + Im \Pi_A((q-k)^2)) + \dots \right] \quad (246)$$

où  $\Pi$  est la fonction de corrélation scalaire dans le vide relatif au courant électromagnétique total ( $\rho$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ ). Le deuxième terme de la première ligne est exactement celui diminuant la contribution vectorielle dans (242). Cet effet de renormalisation de vertex indépendant de l'impulsion est gouverné par la densité scalaire de pion. Il accompagne inévitablement l'effet de mélange au secteur axial de la deuxième ligne; celui-ci décrit l'émission et l'absorption d'un pion en deux points différents induisant ainsi une transition entre le courant vectoriel et le courant axial de parité opposée. Si on se place à la limite chirale à basse température, les pions deviennent mous ( $k \rightarrow 0$ ) et on peut négliger  $k$  devant  $q$  dans l'expression du corrélateur axial. Dans ces conditions, on retrouve l'expression du mélange donnée par (242). Le mélange au secteur axial se manifeste tout d'abord par la présence du terme  $Im \Pi_A((q+k)^2)$  qui est dominé par le processus  $a_1 \rightarrow \pi \bar{l}$ . A la différence du résultat à la limite chirale, la densité spectrale est intégrée sur toutes les impulsions dans la moyenne thermique. Cela a pour conséquence d'augmenter le taux de dileptons à basse masse; cet effet, qui pourrait contribuer à expliquer l'augmentation du taux de dileptons, est cependant très modéré une fois que les coupures expérimentales en acceptance de CERES sont prises en compte [122].

#### b . Règles de somme de Weinberg

Les règles de somme de Weinberg [123] traduisent le fait que la brisure spontanée de la symétrie chirale est un phénomène de longue portée et de basse énergie. On montre ainsi que, sous certaines conditions à la limite chirale, les densités spectrales vectorielles et axiales dans le vide (238, 239) doivent satisfaire à :

$$\int_0^\infty ds (\rho_V(s) - \rho_A(s)) = f_\pi^2, \quad \int_0^\infty ds s (\rho_V(s) - \rho_A(s)) = 0 \quad (247)$$

La première règle rend compte du degré de brisure spontanée de la symétrie chirale tandis que la seconde provient de la conservation des courants; rappelons que, à la limite chirale, le courant axial est, tout comme le courant vectoriel, exactement conservé. Comme cela est usuel dans le problème à N corps, les règles de somme imposent des contraintes importantes aux modèles prédisant les densités spectrales et par suite aux effets de milieu possibles. Nous allons illustrer l'intérêt de ces règles en partant d'un ansatz de pôle infiniment étroit pour les fonctions spectrales dans le vide :

$$\rho_V(s) = \frac{m_\rho^4}{g_\rho^2} \frac{1}{s} \delta(s - m_\rho^2), \quad \rho_A(s) = \frac{m_A^4}{g_A^2} \frac{1}{s} \delta(s - m_A^2) \quad (248)$$

On peut noter que l'on a omis la partie relative au continuum de haute énergie; la raison est que celui-ci, donné par QCD perturbatif, est insensible à la brisure spontanée de la symétrie chirale et est donc le même dans les secteurs vectoriel et axial. L'utilisation des deux règles de somme conduit immédiatement à :

$$\frac{m_\rho^4}{g_\rho^2} = \frac{m_A^4}{g_A^2}, \quad m_\rho^2 = a g_\rho^2 f_\pi^2 \quad \text{avec} \quad a = \left( 1 - \frac{m_\rho^2}{m_A^2} \right)^{-1} \quad (249)$$

Pour  $m_\rho^2/m_A^2 = 1/2$ , ce qui n'est pas très éloigné de la réalité, on retrouve la relation KSFR.

Dans un milieu chaud et/ou dense la perte de l'invariance par translation entraîne l'existence de deux fonctions spectrales longitudinale et transverse dépendant séparément de l'énergie  $\omega$  et de l'impulsion  $q$ .

Par ailleurs, on ne peut plus en général séparer simplement dans le corrélateur axial la contribution du pion car celui se couple aux excitations du milieu et s'élargit. Il est cependant possible de généraliser les règles de somme à température finie, en se plaçant à impulsion  $\mathbf{q}$  fixée [124]. En particulier, à  $\mathbf{q} = 0$ , où les densités spectrales longitudinales et transverses se confondent, ces règles de somme sont :

$$\int_0^\infty d\omega^2 \left[ \left( -\frac{Im \Pi_V(\omega, \mathbf{q} = 0)}{\pi \omega^2} \right) - \left( -\frac{Im \Pi_A(\omega, \mathbf{q} = 0)}{\pi \omega^2} \right) \right] = 0 \quad (250)$$

$$\int_0^\infty d\omega^2 \omega^2 \left[ \left( -\frac{Im \Pi_V(\omega, \mathbf{q} = 0)}{\pi \omega^2} \right) - \left( -\frac{Im \Pi_A(\omega, \mathbf{q} = 0)}{\pi \omega^2} \right) \right] = 0 \quad (251)$$

On prendra, de nouveau à titre d'illustration, des ansatz très simples :

$$-\frac{Im \Pi_V(\omega, \mathbf{q} = 0)}{\pi \omega^2} = \frac{m_\rho^4}{g_\rho^2} \frac{Z_\rho(T)}{\omega^2} \delta(\omega^2 - m_\rho^{*2}(T)) \quad (252)$$

$$-\frac{Im \Pi_A(\omega, \mathbf{q} = 0)}{\pi \omega^2} = \frac{m_\rho^4}{g_\rho^2} \frac{Z_A(T)}{\omega^2} \delta(\omega^2 - m_A^{*2}(T)) + f_\pi^{*2}(T) \delta(\omega^2) \quad (253)$$

L'utilisation des règles de somme conduit d'une part à l'égalité des résidus du rho et du  $a_1$ , soit  $Z_\rho(T) = Z_A(T)$ , et d'autre part à la relation :

$$\frac{f_\pi^{*2}(T)}{f_\pi^2} = a Z_\rho(T) \left( \frac{m_\rho^2}{m_\rho^{*2}(T)} - \frac{m_\rho^2}{m_A^{*2}(T)} \right) \quad (254)$$

Les masses  $m_\rho^*$  et  $m_A^*$  ne correspondent pas nécessairement à une masse effective des mésons rho et  $a_1$  dans le milieu (voir la discussion relative aux résultats (242, 243) mais doivent plutôt être interprétées comme les centroïdes des densités spectrales vectorielle et axiale. Toutefois, au fur et à mesure que la symétrie chirale se restaure, ces densités se rapprochent l'une de l'autre jusqu'à devenir identiques à la restauration complète. A la température critique de restauration  $T_c$ , on doit donc avoir  $m_\rho^*(T_c) = m_A^*(T_c)$ , ce qui implique que la constante de désintégration du pion, paramètre d'ordre associé à cette symétrie s'annule, soit  $f_\pi^*(T_c) = 0$ . On voit ainsi sur cet exemple très simple que ces règles de somme constituent un test de cohérence de l'approche utilisée. Par contre, elles ne permettent pas de savoir si  $m_\rho^*$  et  $m_A^*$  s'annulent ou se rejoignent à une valeur finie. Pour cela un modèle dynamique est nécessaire.

## 6 - Comparaison avec les données expérimentales de production de dileptons

Dans cette section nous allons présenter quelques modèles ou approches permettant le calcul du corrélateur courant-courant et la fonction spectrale du méson rho dans un environnement dense et/ou chaud. Nous discuterons ensuite l'inclusion des effets de milieu dans les codes de transport décrivant la collision.

### a . Couplage du rho au système $\pi N \Delta$

Des effets de milieu induits par la densité affectant la distribution de masse du rho avaient été prédits dans le cadre d'une théorie VDM [87]. Cette approche est similaire dans l'esprit et en ce qui concerne le contenu physique à celle, développée ultérieurement [92], présentée dans les paragraphes VI-3.b,c et discutée sous l'angle des règles de somme de QCD dans la section VI-4. Elle est cependant différente dans la forme dans le sens où, suivant l'idée originale, elle incorpore une identité champ-courant stricte.

Nous allons commencer par introduire le couplage du système  $\pi N \Delta$  au champ électromagnétique en "jaugeant" le lagrangien (105). Cela revient à effectuer les remplacements :

$$\begin{aligned} \partial^\mu \xi &\rightarrow \tilde{D}^\mu \xi = \partial^\mu \xi + i[B^\mu, \xi], & \partial^\mu \xi^\dagger &\rightarrow \tilde{D}^\mu \xi^\dagger = \partial^\mu \xi^\dagger + i[B^\mu, \xi^\dagger] \\ \Rightarrow \partial^\mu U &\rightarrow \tilde{D}^\mu U = \partial^\mu U + i[B^\mu, U], & \partial^\mu U^\dagger &\rightarrow \tilde{D}^\mu U^\dagger = \partial^\mu U^\dagger + i[B^\mu, U^\dagger] \\ \Rightarrow V_c^\mu &\rightarrow \tilde{V}_c^\mu = \frac{i}{2}(\xi \tilde{D}^\mu \xi^\dagger + \xi^\dagger \tilde{D}^\mu \xi), & A_c^\mu &\rightarrow \tilde{A}_c^\mu = \frac{i}{2}(\xi \tilde{D}^\mu \xi^\dagger - \xi^\dagger \tilde{D}^\mu \xi) \end{aligned} \quad (255)$$

avec  $B_\mu = e(\tau_3/2)A_\mu$ . On en déduit le lagrangien de couplage au champ électromagnétique  $A_\mu$  :

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_\gamma &= -e A_\mu \mathcal{V}_3^\mu - \frac{e^2 A^\mu A_\mu f_\pi^2}{4} \text{tr} \left( \left[ \frac{\tau_3}{2}, U \right] \left[ \frac{\tau_3}{2}, U^\dagger \right] \right) \\ \mathcal{V}_3^\mu &= -\frac{i f_\pi^2}{2} \text{tr} \left( \frac{\tau_3}{2} [U, \partial^\mu U^\dagger] \right) + \frac{1}{2} \bar{N} \gamma^\mu \left( \xi \frac{\tau_3}{2} \xi^\dagger + \xi^\dagger \frac{\tau_3}{2} \xi \right) N \\ &\quad + \frac{g_A}{2} \bar{N} \gamma^\mu \gamma_5 \left( \xi \frac{\tau_3}{2} \xi^\dagger - \xi^\dagger \frac{\tau_3}{2} \xi \right) N\end{aligned}\quad (256)$$

Dans sa version la plus simple, le modèle de la dominance vectorielle postule que le couplage isovectorel du photon aux hadrons se fait entièrement par l'intermédiaire du rho neutre. Le couplage des hadrons au méson  $\rho$  se construit en remplaçant dans le lagrangien le champ électromagnétique  $B_\mu = e(\tau_3/2)A_\mu$  par le champ du rho  $V^\mu = g(\tau_k/2)\rho_k^\mu$  où  $g$  est la constante de couplage VDM. Le lagrangien de couplage du rho aux hadrons utilisé en pratique dans la référence [87] est obtenu en se limitant au plus bas ordre dans le champ du pion :

$$\mathcal{L}_{\rho h} = -g \vec{\rho}^\mu (\vec{\Phi} \times \partial_\mu \vec{\Phi}) - g \bar{N} \gamma_\mu \vec{\rho}^\mu \cdot \vec{\tau} N - g \frac{g_{\pi NN}}{M_N} \bar{N} \gamma_\mu \gamma_5 (\vec{\rho}^\mu \times \vec{\Phi}) \cdot \vec{\tau} N + \frac{g^2}{2} (\vec{\rho}^\mu \times \vec{\Phi}) \cdot (\vec{\rho}_\mu \times \vec{\Phi})\quad (257)$$

On notera l'apparition d'un terme de Kroll-Ruderman (troisième terme) qui va jouer un rôle important. Du fait de l'identité champ-courant, le corrélateur courant-courant devient directement proportionnel au propagateur du méson rho. Si l'on travaille avec les corrélateurs et propagateurs retardés qui sont les quantités apparaissant naturellement dans le traitement théorique à température finie, on aura :

$$\begin{aligned}\Pi_R^{\mu\nu}(q) &= \frac{m_\rho^4}{g^2} D_\rho^{\mu\nu}(q) \\ D_\rho^{\mu\nu}(q) &= -i \int d^4x e^{iq \cdot x} \Theta(x_0) \langle\langle [\rho^\mu(x), \rho^\nu(0)] \rangle\rangle\end{aligned}\quad (258)$$

Par suite, le taux de production de dileptons sera :

$$\frac{dR}{d^4x d^4q} = \frac{\alpha^2}{\pi^3 q^2} \frac{m_\rho^4}{g^2} \frac{1}{e^{\beta q_0} - 1} \text{Im} \left( \frac{1}{3} g_{\mu\nu} D_\rho^{\mu\nu}(q) \right)\quad (259)$$

Dans le vide, le corrélateur courant-courant et par suite le propagateur du rho ne dépendent que d'une fonction scalaire :

$$D^{\mu\nu}(q) = - \left( g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) D_\rho(q^2) + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2 m_\rho^2}\quad (260)$$

$$\text{Im} \left( \frac{1}{3} g_{\mu\nu} D_\rho^{\mu\nu}(q) \right) = -\text{Im} D_\rho(q^2), \quad D_\rho(q^2) = \frac{1}{q^2 - m_\rho^2 - \Sigma_\rho(q^2)}\quad (261)$$

La partie imaginaire de la self-énergie  $\Sigma_\rho(q^2)$  du méson rho provient de la boucle à deux pions représentée sur la figure 24a. Dans l'approche de la référence [87], la partie réelle est calculée avec une soustraction à  $q = 0$ , ce qui permet d'assurer l'invariance de jauge et  $F_\pi(0) = 1$  (le facteur de forme électromagnétique du pion est  $F_\pi(q^2) = -m_\rho^2 D_\rho(q^2)$ ) :

$$\Sigma_\rho(q^2) = \frac{4g^2}{3} \int \frac{d^3t}{(2\pi)^3} U^2(t) \frac{q^2}{4\omega_t^2} \frac{t^2}{\omega_t} \frac{1}{q^2 - 4\omega_t^2 + i\eta}\quad (262)$$

La constante de couplage  $g = 5$  et le paramètre dont dépend le facteur de forme  $U(t)$  ont été ajustés pour reproduire le facteur de forme électromagnétique du pion.

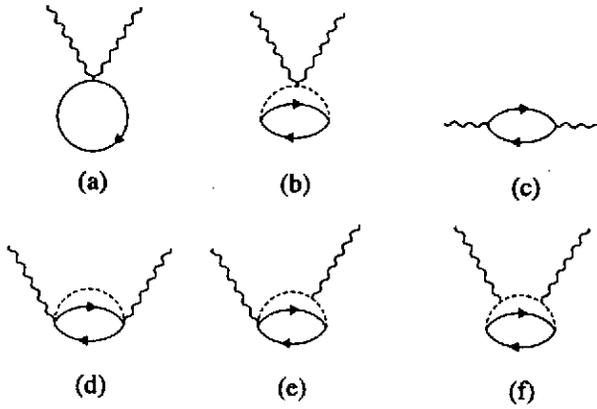


Figure 26: Contributions à la self-énergie du rho dans la matière nucléaire au plus bas ordre dans les boucles de nucléons. Les lignes de particules peuvent représenter soit des nucléons soit des deltas.

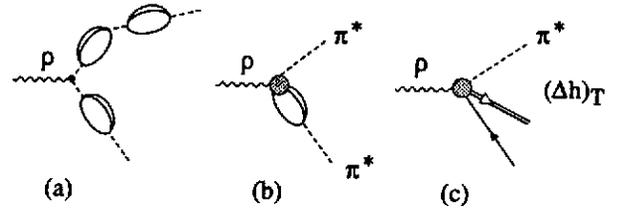


Figure 27: Corrections de milieu à la propagation du méson rho induites par son couplage à deux quasi-pions dans le milieu (a), avec la correction de vertex (b) et par son couplage à un quasi-pion et un état delta-trou transverse (c).

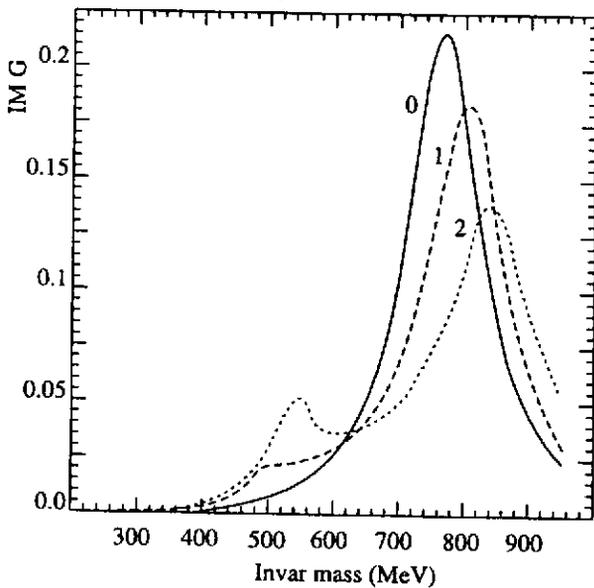


Figure 28: Spectre de masse (partie imaginaire du propagateur) du méson rho pour différentes valeurs de  $\rho/\rho_0$  [87].

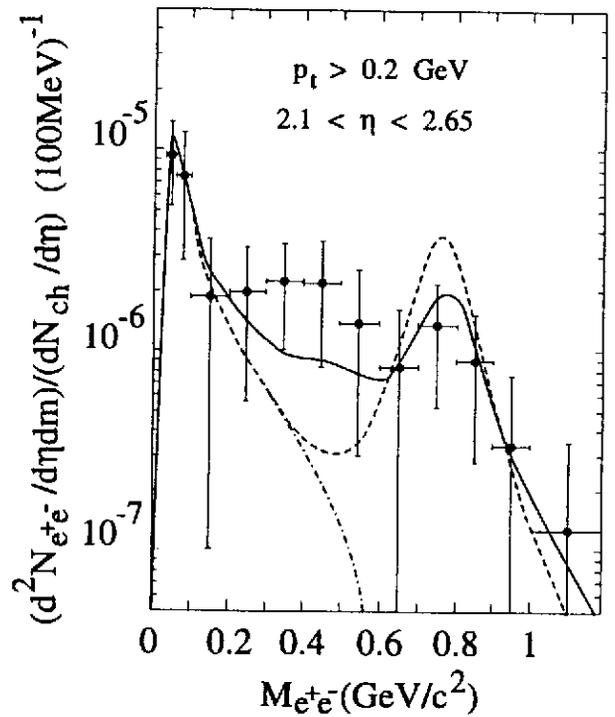


Figure 29: Taux de diélectrons provenant des désintégrations Dalitz libres (courbe en tirets-points), Dalitz libres + oméga libre + rho libre (courbe en tirets) et Dalitz libres + oméga libre + rho modifié par le milieu (courbe pleine). Les explications sont données dans le paragraphe VI-6.a. Les données expérimentales (collision centrale S + Au à 200 GeV/u) sont celles de la collaboration CERES [76].

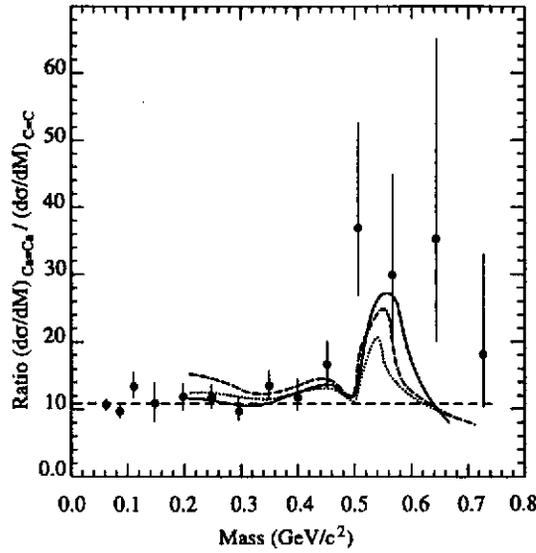


Figure 30: Rapport des distributions de masse du méson rho (multiplié par le produit  $A_{\text{projectile}} \cdot A_{\text{cible}}$ ) relatif à  $Ca + Ca/C + C$  pour différents couples de  $\rho/\rho_0$  [126]. Pointillés : 1.8/1.2. Tirets : 2/1. Trait plein : 2.4/1.2. Les données de la collaboration DLS à 1 GeV/u [127] sont également montrées.

Le premier effet de milieu venant à l'esprit est le remplacement des pions libres par les quasi-pions dans le milieu qui sont des états collectifs construits à partir du pion et des états particule-trous et delta-trous. Pour les mêmes raisons que celles décrites au paragraphe V-2.e, le couplage du rho à ces quasi-pions (fig. 27 a) devrait engendrer dans le spectre de masse du rho une structure vers le seuil à deux pions  $M^2 = q^2 = 4m_\pi^2$ . Cependant, la self-énergie du rho reçoit d'autres contributions imposées notamment par l'invariance de jauge qui requiert de coupler le rho non seulement au pion mais à tous les hadrons (nucléons, deltas,...) présents [125, 87, 88, 89]. Sur la figure 26, sont représentées ces corrections à la self-énergie du rho au plus bas ordre dans les boucles de nucléons, les lignes de nucléons-particules pouvant être remplacées par des lignes de deltas. Le graphe (26 f) correspond à l'habillage au plus bas ordre de la ligne de pions, tandis que les diagrammes (26 d, 26 e) proviennent de la présence du terme de Kroll-Ruderman  $\rho\pi NN$  ou  $\rho\pi N\Delta$ . Ils conduiront d'une part à une renormalisation de vertex  $\rho\pi^*\pi^*$  (fig. 27 b) détruisant la structure au seuil et d'autre part à un couplage du rho à un quasi-pion  $\pi^*$  et à un état delta-trou transverse (c'est-à-dire excitable avec des photons). C'est ce dernier effet représenté sur la figure 27c qui conduira à une structure et par suite à une augmentation du DPR à une masse invariante  $M \sim \Omega_\Delta + m_\pi \sim 500 \text{ MeV}$ .

Avant de rentrer dans les détails de la physique, il convient de faire un petit commentaire sur la structure du propagateur et de la self-énergie à densité et/ou température finie. Le corrélateur et par suite le propagateur du rho dépendent de deux quantités longitudinales et transverses dépendant séparément de  $q_0$  et  $\mathbf{q}$ . Le DPR sera calculé suivant :

$$\begin{aligned}
 \text{Im} \left( \frac{1}{3} g_{\mu\nu} D_\rho^{\mu\nu}(q) \right) &= -\frac{1}{3} \text{Im} \left( D_{\rho L}(q_0, \mathbf{q}) + 2 D_{\rho T}(q_0, \mathbf{q}) \right) \\
 D_{\rho L}(q_0, \mathbf{q}) &= \frac{1}{q^2 - m_\rho^2 - \Sigma_{\rho L}(q_0, \mathbf{q})}, \quad D_{\rho T}(q_0, \mathbf{q}) = \frac{1}{q^2 - m_\rho^2 - \Sigma_{\rho T}(q_0, \mathbf{q})} \quad (263)
 \end{aligned}$$

Les deux self-énergies longitudinales et transverses  $\Sigma_{\rho L, T}$  dérivent en réalité d'un tenseur de self-énergie  $\Sigma_\rho^{\mu\nu}$  qui doit vérifier  $q_\mu \Sigma_\rho^{\mu\nu} = q_\nu \Sigma_\rho^{\mu\nu} = 0$  pour assurer l'invariance de jauge. Cette propriété permet

d'exprimer les self-énergies longitudinales et transverses en fonction des composantes d'espace du tenseur :

$$\begin{aligned}\Sigma_{\rho L}(q_0, \mathbf{q}) &= \frac{q^2}{q_0^2} \frac{q_i q_j}{\mathbf{q}^2} \Sigma_{\rho}^{ij}(q) \equiv g^2 \frac{q^2}{q_0^2} \frac{q_i q_j}{\mathbf{q}^2} K^{ij}(q) \\ \Sigma_{\rho T}(q_0, \mathbf{q}) &= \frac{1}{2} \left( \delta_{ij} - \frac{q_i q_j}{\mathbf{q}^2} \right) \Sigma_{\rho}^{ij}(q) \equiv \frac{g^2}{2} \left( \delta_{ij} - \frac{q_i q_j}{\mathbf{q}^2} \right) K^{ij}(q)\end{aligned}\quad (264)$$

où dans les deuxièmes formes nous avons extrait le facteur  $g^2$  ce qui définit le tenseur  $K^{ij}$ . Nous donnerons l'expression formelle de ce dernier tenseur dans le paragraphe suivant consacré au mélange axial-vecteur. Le calcul pratique de ces self-énergies se fait toujours de la même façon; on calcule directement les parties imaginaires et on utilise des relations de dispersion (soustraites) pour obtenir les parties réelles. Nous allons tout d'abord nous limiter au propagateur du rho à température nulle et densité finie. Si l'on se place à  $\mathbf{q} = 0$ , les self-énergies longitudinales et transverses se confondent. Dans le modèle à deux niveaux du paragraphe V-2.c, cette self-énergie unique est complètement exprimable en fonction des énergies  $\Omega_{1,2}(k)$  des modes de spin-isospin longitudinal (modes pioniques) et de modes de spin-isospin transverse (excités par  $\mathbf{S} \times \mathbf{k} T^\alpha$ ) d'énergie  $\mathcal{E}_{1,2}(k)$ . La self-énergie du rho se décompose suivant :

$$\Sigma_{\rho L}(q_0, \mathbf{q} = 0) = \Sigma_{\rho T}(q_0, \mathbf{q} = 0) \equiv \Sigma_{\rho}(q_0) = \Sigma_{\rho, l}(q_0) + \Sigma_{\rho, t}(q_0) \quad (265)$$

où les suffixes  $l$  et  $t$  signifient longitudinal et transverse par rapport au modes de spin-isospin. La première contribution dépend des modes longitudinaux uniquement [87] :

$$\begin{aligned}\Sigma_{\rho, l}(q_0) &= \frac{4g^2}{3} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} k^2 U^2(k) \sum_{i,j=1}^2 \frac{q_0^2}{2(\Omega_i(k) + \Omega_j(k)) \Omega_i(k) \Omega_j(k)} \\ &\times \left( 1 + \frac{1}{2} (\alpha_i(k) + \alpha_j(k)) \right)^2 \frac{Z_i(k) Z_j(k)}{q_0^2 - (\Omega_i(k) + \Omega_j(k))^2 + i\eta}\end{aligned}\quad (266)$$

Elle met en jeu en premier lieu le propagateur à deux pions soustrait à  $q_0 = 0$  (comparer à l'expression (143)). Le point important est l'apparition d'une correction de vertex (fig. 27 b) dépendant des polarisabilités  $\alpha_i(k) = \tilde{\Pi}_0(\Omega_i(k), k)$  calculées le long de la ligne du mode  $i$ . Son effet est de détruire la structure (apparaissant dans le canal scalaire-isoscalaire) vers le seuil à deux pions. La deuxième contribution décrit le couplage du rho à un mode pionique et à un des deux modes ( $\mathcal{E}_{1,2}$ ) de spin-isospin transverse (fig. 27 c). Ces derniers modes, construits sur les états delta-trous transverses et l'échange de rho écranté (paramètre  $g'$ ), sont en réalité très peu collectifs. Il en résulte que  $\Sigma_{\rho, t}$  est très fortement dominée par le premier de ces deux modes transverses ( $\mathcal{E}_1$ ) qui est presque un état  $\Delta - h$  transverse pur ( $Y_1 \simeq 1$ ). Le modèle à deux niveaux conduit à [87] :

$$\begin{aligned}\Sigma_{\rho, t}(q_0) &= \frac{4g^2}{3} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} B(k, \rho) U^2(k) \sum_{i,j=1}^2 \frac{q_0^2}{2(\Omega_i(k) + \mathcal{E}_j(k)) \Omega_i(k) \mathcal{E}_j(k)} \\ &\times \frac{Z_i(k) (1 - Y_j(k))}{q_0^2 - (\Omega_i(k) + \mathcal{E}_j(k))^2 + i\eta}\end{aligned}\quad (267)$$

avec  $B(k, \rho) = (8/9) ((g_{\pi N \Delta}^* / 2M_N)^2 \epsilon_{\Delta k} v_{\pi N \Delta}^2 \rho)$ . L'ouverture de la voie  $\rho \rightarrow \pi^*(\Delta h)_t$  conduit à une structure marquée dans la distribution de masse du méson rho dans le milieu. Cela est apparent sur la figure 28 où cette distribution est calculée dans le cadre du modèle à deux niveaux incluant en outre les différentes sources de largeur (voir figure 12). Sur la figure 30, il est montré le rapport de cette distribution [126] entre deux densités typiques atteintes dans les collisions  $Ca + Ca$  et  $C + C$  à  $1 \text{ GeV}/u$  mesurées par la collaboration DLS à BEVALAC [127]. Bien qu'un calcul dynamique soit nécessaire pour conclure, le couplage du rho aux configurations  $\pi N \Delta$  pourrait constituer un élément d'explication à la structure observée expérimentalement.

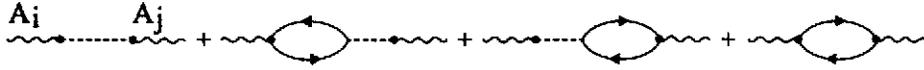


Figure 31: Corrélateur axial dans le milieu nucléaire.

Cette approche, prédisant une profonde modification de la distribution de masse du méson rho à densité finie, a ensuite été adaptée [128] pour le calcul du DPR mesuré par la collaboration CERES [76]. Par rapport au calcul simplifié présenté ci-dessus, différentes améliorations, telles que l'inclusion du secteur particule-trou ou la prise en compte de corrections thermiques à la self-énergie, ont été apportées sans néanmoins modifier qualitativement les effets précédents liés essentiellement à la densité. Le DPR associé au méson rho a ensuite été calculé en définissant à chaque instant une température  $T$  et un potentiel chimique baryonique  $\mu_N = \mu_\Delta$  permettant de reproduire les abondances baryoniques issues d'un code de transport; au début de la collision les densités nucléoniques et de deltas sont chacune égale à  $\rho_0$ , ce qui est à l'origine d'effets de milieu importants. On intègre alors sur l'histoire de la collision jusqu'au temps de découplage ("freeze-out") de l'ordre de  $15 fm/c$  et on inclut, en outre, les coupures en acceptance de la collaboration CERES. La normalisation globale est fixée en ajustant le sommet du rho sans effet de milieu sur un code de transport. Finalement, on ajoute la désintégration directe du oméga (sans effet de milieu) obtenue à partir d'un calcul de transport et les désintégrations Dalitz ( $\pi^0, \eta, \omega$ ) provenant de la simulation réalisée par la collaboration expérimentale (fig. 20). Les résultats pour une collision  $S - Au$  à  $200 GeV/u$  sont montrés sur la figure 29. Les effets de milieu provenant du couplage du rho aux configurations collectives  $\pi N \Delta$  dans le milieu permettent ainsi d'expliquer une grande partie de l'excès de dileptons observés. Avant de discuter d'autres mécanismes permettant d'améliorer l'accord avec les données, nous allons montrer le lien qu'a l'approche discutée ici, avec le mélange axial-vecteur intimement relié à la restauration de la symétrie chirale.

#### b . Mélange du méson rho avec le corrélateur axial nucléaire

Nous allons montrer que le corrélateur vectoriel  $K_{ij}(q)$  contribuant au DPR contient implicitement un mélange au corrélateur axial  $A_{ij}(k)$  [48]. Ce dernier peut être obtenu à partir du courant axial donné par (158) en se limitant aux termes de plus bas ordre dans le champ de pion. Outre une partie purement pionique qui sera renormalisée du fait du couplage d'onde  $p$  du pion, ce corrélateur dépendra des propagateurs de polarisation complets de spin-isospin longitudinal  $\Pi_L(k)$  et transverse  $\Pi_T(k)$  calculés, tout comme le propagateur du pion dans le milieu  $D(k)$ , à l'approximation RPA. Ce corrélateur axial, représenté sur la figure 31, est donné par :

$$\begin{aligned} \frac{1}{f_\pi^2} A_{ij}(k) &= k_i k_j D(k) + 2k_i k_j \tilde{\Pi}_0(k) D(k) + \hat{k}_i \hat{k}_j \Pi_L(k) + (\delta_{ij} - \hat{k}_i \hat{k}_j) \Pi_T(k) \\ &= k_i k_j (1 + \tilde{\Pi}_0(k))^2 D(k) + \hat{k}_i \hat{k}_j \tilde{\Pi}_0(k) + (\delta_{ij} - \hat{k}_i \hat{k}_j) \Pi_T(k) . \end{aligned} \quad (268)$$

Le corrélateur vectoriel discuté dans le paragraphe précédent (fig 26 d,e,f) est, quant à lui, donné par :

$$\begin{aligned} K_{ij}(q) &= \int \frac{i d^4 k_1}{(2\pi)^4} [(1 + \tilde{\Pi}_0(k_1)) k_{1i} - (1 + \tilde{\Pi}_0(k_2)) k_{2i}] \\ &\quad \times D(k_1) D(k_2) [(1 + \tilde{\Pi}_0(k_1)) k_{1j} - (1 + \tilde{\Pi}_0(k_2)) k_{2j}] \\ &\quad + \int \frac{i d^4 k_1}{(2\pi)^4} [\hat{k}_{1i} \hat{k}_{1j} \tilde{\Pi}_0(k_1) D(k_2) + (\delta_{ij} - \hat{k}_{1i} \hat{k}_{1j}) \Pi_T(k_1) D(k_2) \\ &\quad + \hat{k}_{2i} \hat{k}_{2j} \tilde{\Pi}_0(k_2) D(k_1) + (\delta_{ij} - \hat{k}_{2i} \hat{k}_{2j}) \Pi_T(k_2) D(k_1)] , \end{aligned} \quad (269)$$

où  $k_1$  et  $k_2$  ( $k_1 + k_2 = q$ ) sont les impulsions des deux modes (quasi-pions,  $\Delta h$ )<sub>t</sub>. L'expression à température finie est similaire à condition de remplacer l'intégrale par une sommation sur les fréquences

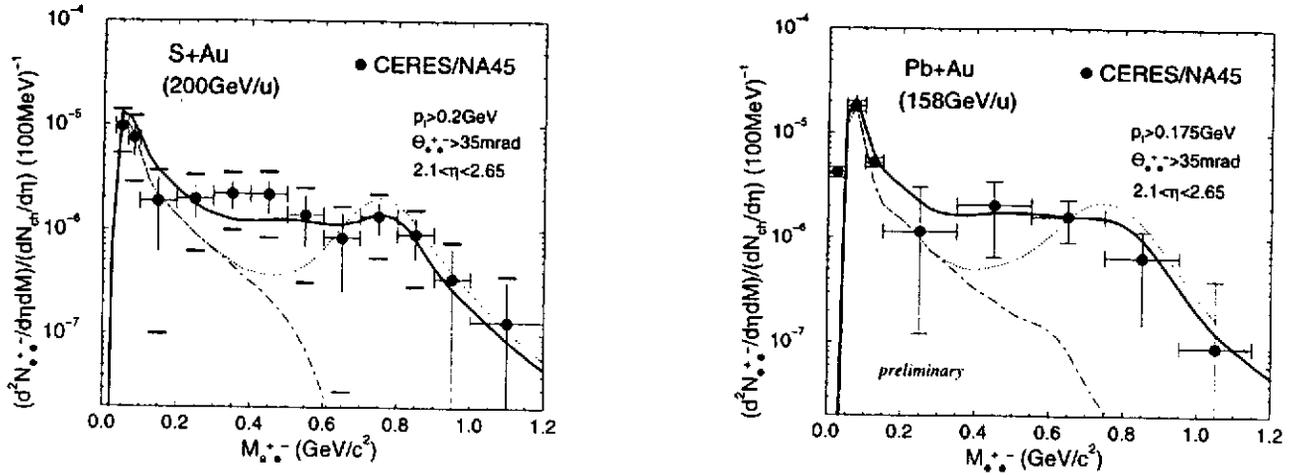


Figure 32: Taux de production de diélectrons en collisions centrales  $S-Au$  à  $200 \text{ GeV}/u$  (figure de gauche) et  $Pb-Pb$  à  $158 \text{ GeV}/u$  (figure de droite). Courbe en tirets-points : Dalitz libres. Courbe en pointillés : Dalitz + rho + oméga libres. Courbe pleine : avec effets de milieu décrits dans le texte [129].

de Matsubara. On montre facilement que le corrélateur vectoriel se réécrit comme :

$$K_{ij}(q) = \int \frac{id^4 k_1}{(2\pi)^4} \left( \frac{1}{f_\pi^2} (A_{ij}(k_1) D(k_2) + A_{ij}(k_2) D(k_1)) - (1 + \tilde{\Pi}_0(k_1)) (1 + \tilde{\Pi}_0(k_2)) (k_{1i} k_{2j} + k_{1j} k_{2i}) D(k_1) D(k_2) \right) \quad (270)$$

qui montre clairement la contribution du corrélateur axial au corrélateur vectoriel. C'est précisément ce mélange qui est responsable du couplage du rho aux configurations delta-trous à l'origine de l'augmentation du DPR. Plus généralement l'effet du mélange des corrélateurs, conséquence de la restauration partielle de la symétrie chirale, conduit à un élargissement du spectre.

### c . Couplage direct rho-nucléon à $q \neq 0$

L'approche précédente ignorait le couplage direct magnétique d'onde  $p$  du rho au nucléon (fig. 26 c) et n'était donc strictement valable qu'à  $q = 0$ , c'est-à-dire en cinématique "back to back". Dans la région d'intérêt, ce couplage est dominé par des excitations résonantes  $\rho N \rightarrow N^* \rightarrow \rho N$ . Les résonances susceptibles de contribuer sont, outre le  $\Delta(1232)$ , celles ayant une voie de désintégration significative en  $\rho N$ . Les plus importantes sont les résonances  $N^*(1720)$  et  $\Delta^*(1905)$ . Comme cela a été suggéré [90], les excitations  $N^*(1720)h$  et  $\Delta^*(1905)h$ , une fois couplées au rho, conduisent au développement de modes collectifs parfois appelés rhosobars, par un mécanisme similaire à celui engendrant les modes collectifs  $\pi\Delta$  (branche pionique). Ceci a pour effet d'augmenter la densité spectrale et par suite le DPR dans la région  $M \sim 500 \text{ MeV}$ . Le couplage d'onde  $s$  à des résonances telles que  $N(1520)$  a également été considéré dans certains calculs tout comme l'élargissement par collision du fait de processus tels que  $\rho\pi \rightarrow a_1 \rightarrow \rho\pi$ , ce dernier effet donnant une contribution faible au DPR. On voit sur la figure 32 que, une fois que ces effets sont incorporés [129], on peut reproduire de façon satisfaisante le taux de dileptons en collision  $S-Au$  et  $Pb-Pb$ . [76, 78]

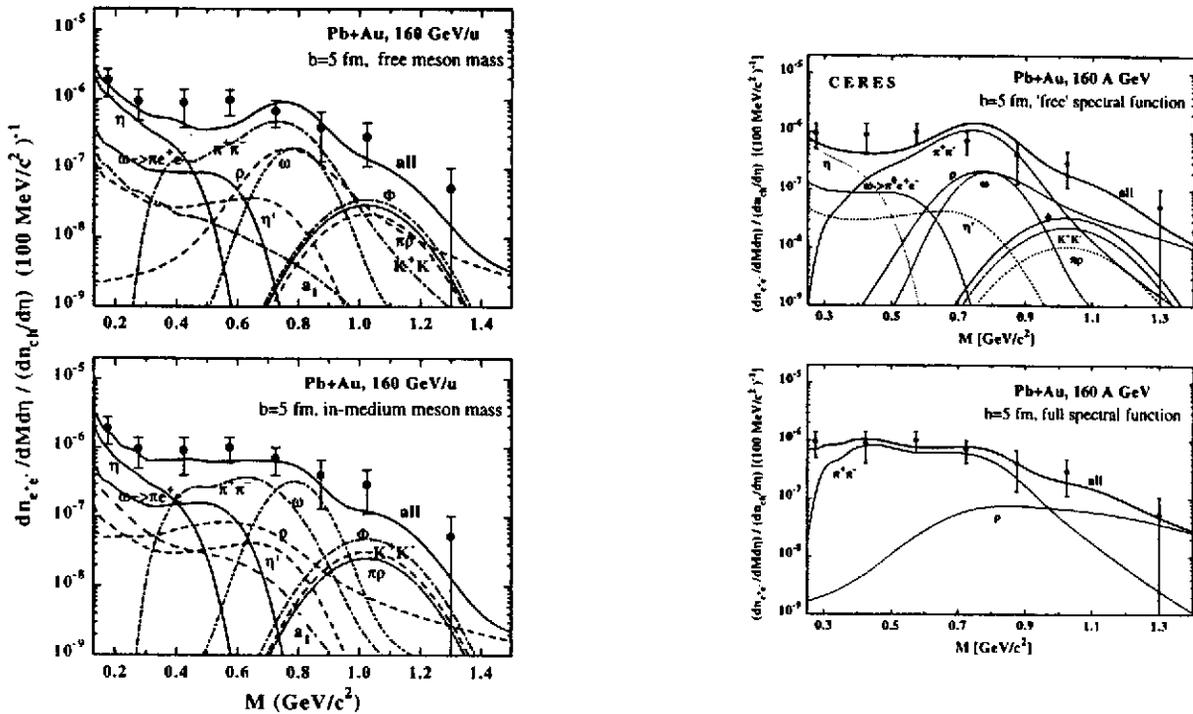


Figure 33: Taux de production de diélectrons calculés avec le code HSD comparés aux données CERES. Les courbes en trait plein représentent le taux total. Les figures du haut correspondent à des calculs sans effet de milieu. Les résultats montrés sur les figures du bas incluent les effets de milieu dans le scénario BR ou "dropping mass scenario" [103] (en bas à gauche) et dans l'approche "conventionnelle" [130] où le propagateur du rho est modifié (en bas à droite).

#### d. Code de transport HSD : comparaison du scénario "conventionnel" et du scénario BR

Le taux de production de dileptons a également été calculé directement à l'aide de codes de transport, c'est-à-dire en ne faisant aucune hypothèse sur le degré de thermalisation et d'équilibre chimique atteints par le système. Nous avons choisi de présenter les résultats d'un code HSD qui a permis de comparer les prédictions du scénario BR ("dropping mass scenario") [103] et du scénario dit conventionnel décrit dans les trois paragraphes VI-6.a,b,c précédents [130]. Les deux figures du haut de la figure 33, où les différentes sources de dileptons sont apparentes, correspondent à un calcul sans aucun effet de milieu. Les deux figures du bas incluent les effets de milieu, en particulier concernant le rho, dans le scénario BR (à gauche) et dans le scénario "conventionnel" (à droite). Il apparaît clairement que ces deux approches, correspondant à deux manifestations possibles de la restauration de la symétrie chirale, améliorent de façon sensiblement équivalente l'accord avec les données expérimentales. On constate par ailleurs que les résultats obtenus avec une modification conventionnelle de la fonction spectrale du rho sont extrêmement voisins de ceux des paragraphes VI – 6.a,c précédents obtenus en supposant une thermalisation au moins partielle. En dernière analyse, il semblerait que ces effets de milieu se développent si le système atteint une densité baryonique notable de l'ordre de  $1 - 2 \rho_0$  pendant un temps suffisamment long, indépendamment du détail précis de la dynamique de la collision. Sur la figure 34 une comparaison similaire est effectuée pour les données de la collaboration HELIOS-3. De nouveau, les effets de milieu, bien que moins importants dans ce cas, permettent d'augmenter le taux de dileptons dans la région de masse invariante  $M \sim 500 \text{ MeV}$ , améliorant ainsi l'accord avec les données [130].

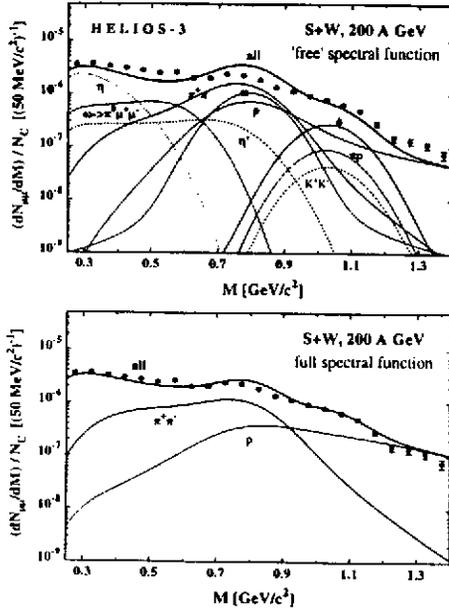


Figure 34: Taux de production de dimuons dans des collisions centrales  $S + W$  à  $200 A \text{ GeV}$  mesuré par la collaboration HELIOS-3. Le taux total obtenu avec le code HSD est en trait plein. La figure du haut correspond au calcul sans effet de milieu (fonction spectrale du rho libre). Le calcul de la figure du bas inclut la modification du propagateur du rho (scénario "conventionnel") [130].

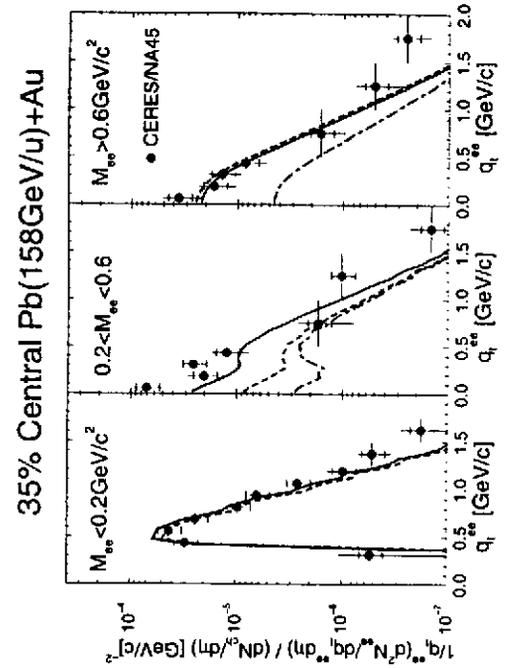


Figure 35: Spectre en impulsion transverse de la paire de diélectrons mesuré par la collaboration CERES dans des collisions  $Pb(158 \text{ GeV/u}) - Au$  dans différentes tranches de masse invariante de la paire. Les courbes en tirets-points correspondent aux désintégration hadroniques directes. Les courbes en tirets incorporent l'annihilation pion-pion et le rho sans effet de milieu tandis que la courbe pleine inclut les effets de milieu décrits par une fonction spectrale du rho modifiée [131].

e . *Spectre en impulsion transverse des dileptons*

Un test plus fin des modèles peut être cherché dans l'analyse des spectres en impulsion transverse de la paire de dileptons [104]. Sur la figure 35, ce spectre est montré pour différentes tranches en masse invariante et comparé à l'approche "conventionnelle" [131]. Les effets de milieu sont importants, comme on le savait déjà, dans la tranche de masse intermédiaire mais disparaissent progressivement aux grandes impulsions transverses  $q_T > 0.7 \text{ GeV}$ . Ceci permet d'ailleurs de donner une explication à l'effet d'augmentation beaucoup plus faible observée par la collaboration NA50 dans la région de masse invariante  $M \sim 500 \text{ MeV}$ , car la coupure expérimentale en impulsion transverse  $q_T > 1 \text{ GeV}$  élimine la majeure partie de l'augmentation du taux prédit par cette approche.

## VII - CONCLUSION

L'étude des modifications des propriétés des hadrons, et en particulier des mésons les plus légers, apporte une information importante sur l'évolution de la matière en interaction forte lorsque la température et la densité baryonique augmentent. Les méthodes présentées permettent d'aborder le problème du mécanisme de restauration graduelle de la symétrie chirale. Nous avons ainsi montré que la diminution rapide des condensats tels que le condensat de quarks se traduisait par des conséquences observables non seulement dans la matière hautement excitée produite en collisions d'ions lourds relativistes mais également dans la matière nucléaire ordinaire. Cette symétrie chirale seule permet de faire des prédictions indépendantes de modèle sur l'évolution à température finie et densité baryonique nulle de quantités telles que la constante de désintégration du pion ou encore la masse du pion. Il a été vu que ces effets étaient gouvernés par la densité scalaire de pions thermiques dont la présence conduit inévitablement au mélange entre les secteurs axial et vectoriel. Nous avons toutefois vu que ces contraintes de symétrie chirale seules n'étaient pas suffisantes pour décrire de façon réaliste la dynamique de la matière à forte composante pionique produite dans les collisions d'ions lourds ultrarelativistes et que l'emploi d'approches à caractère plus phénoménologique était nécessaire. L'étude de la restauration de la symétrie chirale dans la matière nucléaire nécessite, tout en les éclairant sous un jour nouveau, un grand nombre de connaissances accumulées en physique des énergies intermédiaires. Nous avons par exemple montré que le rôle des pions thermiques contrôlant la restauration de la symétrie chirale était joué par la densité scalaire de pions virtuels, dont la valeur et l'évolution sont gouvernées par la physique pion-nucléon d'onde  $p$  elle-même à l'origine des modes collectifs pioniques nucléaires. Par ailleurs, ces mêmes modes pioniques conduisent à une modification importante de l'interaction pion-pion dans le milieu nucléaire, ce qui a des conséquences d'un intérêt considérable pour le mécanisme de saturation de la matière nucléaire. La restauration de la symétrie chirale est également obligatoirement associée, à densité baryonique finie, à un mélange des corrélateurs vectoriel et axial impliquant une diminution des constantes de couplage axiales *via* la densité scalaire de pions. Il est important de comprendre que ce mélange, qui doit se traduire par l'élargissement des spectres, peut ne pas être accompagné par une diminution systématique des masses des hadrons. Le lien entre la restauration de la symétrie chirale et l'évolution des masses par l'intermédiaire d'un couplage direct aux condensats (scalaire, de quarks ou de gluons) a été beaucoup discuté et a permis de donner une explication, liée à une diminution spectaculaire de la masse du méson  $\rho$ , à l'excès observé de dileptons à basse masse invariante en collisions d'ions lourds relativistes au CERN/SPS. Nous avons cependant montré que des explications plus conventionnelles, expliquant tout aussi bien cet excès, étaient également reliées à la restauration car incorporant explicitement le mélange axial-vecteur. Ceci est d'ailleurs un élément permettant de comprendre pourquoi des approches *a priori* très différentes sont toutes deux compatibles avec l'analyse en règles de somme de QCD reliant les spectres hadroniques aux condensats. S'il est maintenant souvent admis que ces données constituent une signature de la restauration au moins partielle de la symétrie chirale, il n'en reste pas moins qu'il est difficile de trancher quant au mécanisme la gouvernant. A cet égard, les expériences de production de dileptons avec le détecteur HADES à SIS, permettant d'accéder à un régime de densité baryonique différent, seront sans doute un élément crucial pour la compréhension de ce type de problèmes.

**Remerciements.** *La rédaction de ce cours doit beaucoup aux nombreuses discussions que j'ai eues avec mes collaborateurs. Je tiens à citer en tout premier lieu J. Delorme et M. Ericson qui m'ont fait part de leurs nombreuses remarques sur le manuscrit et qui en ont, tout comme P. Schuck, directement ou indirectement, fortement influencé la teneur. J'ai aussi eu la chance de bénéficier des commentaires et de l'aide précieuse apportée par D. Davesne, J. Marteau et Y.J. Zhang. La présentation d'un certain nombre de questions doit également beaucoup à de nombreux autres physiciens et notamment Z. Aouissat et J. Wambach.*

## References

- [1] E. Laerman, Nucl. Phys A610 (1996) 1c
- [2] T. Ericson and W. Weise, Pions and nuclei, Clarendon Press-Oxford, 1988
- [3] M. Knecht, B. Moussallam, J. Stern and N.H. Fuchs, Nucl. Phys. B457 (1995) 513
- [4] J. Gasser, H. Leutwyler and M.E. Sainio, Phys. Lett. B253 (1991) 252
- [5] I. Jameson, A.W. Thomas and G. Chanfray, J. Phys. G18 (1992) L159
- [6] M. Birse and J. McGovern, Phys. Lett. B292 (1992) 242
- [7] E.G. Drukarev and E.M. Levin, Nucl. Phys. A511 (1990) 679
- [8] T.D. Cohen, R.J. Furnstahl and D.K. Griegel, Phys. Rev. C45 (1992) 1881
- [9] J. Gasser and H. Leutwyler, Phys. Lett. B184 (1987) 83
- [10] P. Gerber and H. Leutwyler, Nucl. Phys. B321 (1989) 387
- [11] G. Chanfray and M. Ericson, Nucl. Phys. A556 (1993) 427
- [12] M. Birse, J. Phys. G : Part. Phys. 20 (1994) 1537
- [13] Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev 122 (1961) 345, 124 (1961) 246
- [14] G. Ripka, "Quarks bound by chiral fields", Clarendon Press-Oxford, 1997
- [15] M. Jaminon and B. Van den Bossche, Nucl. Phys. A582 (1995) 517; B. Van den Bossche, Thèse de Doctorat, Univ. Liège, 1996
- [16] M. Lutz, S. Klimt and W. Weise, Nucl. Phys. A542 (1992) 521; W. Weise, Nucl. Phys. A553 (1993) 59c
- [17] M. Gell-Mann and M. Levy, Nuovo Cim. 16 (1960) 53
- [18] H. Leutwyler, Ann. Phys. 235 (1994) 165
- [19] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 17 (1966) 616
- [20] G. Chanfray, M. Ericson and J. Wambach, Phys. Lett. B388 (1996) 673
- [21] M. Dey, V.L. Eletsky and B.L. Ioffe, Phys. Lett. B252 (1990) 620
- [22] G. Chanfray and D. Davesne, Z. Phys. A349 (1994) 65
- [23] Z. Aouissat, G. Chanfray, P. Schuck and G.M. Welke, Z. Phys. A340 (1991) 347
- [24] H.W. Barz, G. Bertsch, P. Danielewicz and H. Schulz, Phys. Lett B275 (1992) 19
- [25] H.W. Barz, P. Danielewicz, H. Schulz and G.M. Welke, Phys. Lett. B287 (1992) 40
- [26] J.L. Goity and H. Leutwyler, Phys. Lett. B228 (1989) 517
- [27] M. Kataja and P.V. Ruuskanen, Phys. Lett B243 (1990) 181
- [28] P. Gerber, H. Leutwyler and J.L. Goity, Phys. Lett. B246 (1990) 513
- [29] D. Davesne, Thèse de Doctorat, Univ. Lyon I, 1995

- [30] H. Stroebele *et al.*, the NA35 Collaboration, *Z. Phys.* C38 (1988) 89
- [31] P. Guichon et J. Delorme, *Compte-rendu des cinquièmes journées d'étude SATURNE*, Piriac 1989
- [32] G. Chanfray, Z. Aouissat, P. Schuck and W. Nörenberg, *Phys. Lett.* B256 (1991) 325
- [33] J. Delorme and P. Guichon, *Compte-rendu de la dixième biennale de physique nucléaire*, Aussois, 6-10 mars 1989
- [34] P. Guichon and J. Delorme, *Phys. Lett.* B263 (1991) 157
- [35] J. Marteau, communication privée; Thèse de Doctortat, Univ. Lyon I, 1998
- [36] D. Contardo *et al.*, *Phys. Lett.* B168 (1986) 331
- [37] T. Hennino *et al.* *Phys. Lett.* B283 (1992) 42
- [38] T. Hennino *et al.* *Phys. Lett.* B303 (1993) 236
- [39] T. Udagawa, S. W. Hong and F. Osterfeld, *Phys. Lett.* B245 (1990) 1
- [40] Z. Aouissat, R. Rapp, G. Chanfray, P. Schuck and J. Wambach, *Nucl. Phys.* A581 (1995) 471
- [41] R. Rapp, J.W. Durso and J. Wambach, *Nucl. Phys.* A596 (1996) 436
- [42] Z. Aouissat, P. Schuck and J. Wambach, *Nucl. Phys.* A618 (1997) 402
- [43] J.W. Durso, H.C. Kim and J. Wambach, *Phys. Lett.* B298 (1993) 267
- [44] F. Bonutti *et al.*, the CHAOS Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* 77 (1996) 603
- [45] P. Schuck, Z. Aouissat, F. Bonutti, G. Chanfray, E. Fragiaco, N. Grion and J. Wambach, nucl-th/9806069, à paraître dans le compte-rendu de "International Conference of Nuclear Physics", Bormio, 1998
- [46] E. Oset and M. J. Vicente-Vacas, *Nucl. Phys.* A446 (1985) 584
- [47] R. Rapp, R. Machleidt, J.W. Durso, G.E. Brown, nucl-th/9706006
- [48] G. Chanfray, J. Delorme, M. Ericson and M. Rosa-Clot, nucl-th/9809007
- [49] G. Chanfray and D. Davesne, nucl-th/9806086; à paraître dans *Nucl. Phys. A*
- [50] J. Marteau, communication privée
- [51] M. Ericson, *Phys. Lett* B301 (1993) 11
- [52] M. Birse and J. McGovern, *Phys. Lett.* B309 (1993) 231
- [53] J. Delorme, G. Chanfray and M. Ericson, *Nucl. Phys.* A603 (1996) 239
- [54] J.F. Mathiot, *Compte-rendu de l'Ecole Joliot-Curie* 1997
- [55] R. Brockman and W. Weise, *Phys. Lett.* B367 (1996) 40
- [56] W. Weise, *Nucl. Phys.* A610 (1996) 35c
- [57] G. Chanfray, J. Delorme and M. Ericson, *Nucl. Phys.* A637 (1998) 421
- [58] V.L. Eletsky and I.I. Kogan, *Phys. Rev.* D49 (1994) 3083
- [59] K. Kubodera, nucl-th/9407034

- [60] H. Yabu, F. Myhrer, and K. Kubodera, *Phys.Rev.* D50 (1994) 3549
- [61] V. Thorsson and A. Wirzba, *Nucl. Phys.* A589 (1995) 633
- [62] T.P. Cheng and L.F. Li, "Gauge theories of elementary particle physics", Oxford Univ. Press, Oxford, 1988
- [63] D.B. Kaplan and A.E. Nelson, *Phys. Lett.* B175 (1986) 57
- [64] B.W. Lynn, A.E Nelson and N. Tetradis, *Nucl. Phys.* B345 (1990) 186
- [65] C.M. Ko and G.Q. Li, *J. Phys.G : Nucl. Part. Phys.* 22 (1996) 1673
- [66] R.K. Bhaduri, "Models of the nucleon", Reading, MA : Addison-Wesley, 1988
- [67] G.E. Brown and M. Rho, *Nucl.Phys.* A596 (1996) 503
- [68] A.D. Martin, *Nucl. Phys.* B179 (1981) 33
- [69] T. Waas, N. Kaiser and W. Weise, *Phys. Lett.* B365 (1996) 12; B379 (1996) 34
- [70] E. Friedman, A. Gal and C.J. Batty, *Phys. Lett.* B308 (1993) 6; *Nucl. Phys.* A579 (1993) 518
- [71] P.Senger *et al.*, KAOS Collaboration, *Proc. Int. Conf. Meson 96*, Cracow, 1996
- [72] A. Schröter *et al.*, FRS Collaboration, *Z. Physik*, A350 (1994) 101
- [73] W. Cassing *et.al*, *Nucl. Phys.* A614 (1997) 415
- [74] G.E. Brown, C.H. Lee, M. Rho and V. Thorsson, *Nucl. Phys.* A567 (1994) 937
- [75] G.Q. Li, G.E. Brown, C. Gale and C.M. Ko, *nucl-th/9712048*
- [76] G. Akagichiev *et.al*, *Phys. Rev. Lett.* 75 (1995) 1272; J.P. Wurm for the CERES Collaboration, *Nucl. Phys.* A590 (1995) 103c
- [77] M. Masera for the HELIOS-3 Collaboration, *Nucl. Phys.* A590 (1995) 93c; A.L.S Angelis *et al.* CERN-PPE/97-117
- [78] A. Drees, for the CERES Collaboration, *Proc. Int. Workshop. on Gross properties of Nuclei and Nuclear Excitations*, Hirschegg, Austria, january 1997, Editors : H. Feldmeier, W. Nörenberg; G. Akagichiev *et al.*, *Phys. Lett.* B422 (1998) 405
- [79] G. Q. Li, C. M. Ko, G. E. Brown and H. Sorge, *Nucl.Phys.* A611 (1996) 539; A610 (1996) 342c
- [80] W. Cassing, W. Ehehalt and C.M. Ko, *Phys. Lett.* B363 (1995) 35
- [81] D.K. Srivastava, B. Sinha and C. Gale, *Phys. Rev.* C53 (1996) R567
- [82] G.Q. Li, C.M. Ko and G.E. Brown, *Phys. Rev. Lett.* 75 (1995) 4007
- [83] R.D. Pisarsky, *Phys. Rev* D52 (1995) 3373
- [84] C. Song, *Phys. Rev.* D48 (1995) 1375
- [85] Z. Huang, *Phys. Lett.* B361 (1995) 131
- [86] J. V. Steele, H. Yamagishi and I. Zahed, *Phys.Lett.* B384 (1996) 255; *Phys.Rev.* D56 (1997) 5605
- [87] G. Chanfray and P. Schuck, *Nucl. Phys.* A545 (1992) 271c; A555 (1993) 329

- [88] M. Asakawa, C.M. Ko, P. Levai and X.J. Qiu, Phys. Rev. C46 (1992) R1159
- [89] M. Herrmann, B.L. Friman and W. Nörenberg, Nucl. Phys. A545 (1992) 267c
- [90] B. Friman and H.J. Pirner, Nucl. Phys. A617 (1997) 496R.
- [91] R. Rapp, M. Urban, M. Buballa and J. Wambach, Phys.Lett. B417 (1998) 1
- [92] F. Klingl, N. Kaiser and W. Weise, Nucl.Phys. A624 (1997) 527
- [93] E.V. Shuryak, Rev. Mod. Phys. 65 (1993) 1
- [94] J.J. Sakurai "Currents and Mesons", Univ. of Chicago Press, Chicago, 1969
- [95] F. Klingl, N. Kaiser and W. Weise, Z. Phys. A356 (1996) 193
- [96] S.H. Lee, C. Song and H. Yabu, Phys. Lett. B341 (1995) 407
- [97] C. Song and V. Koch, Phys. Rev. C54 (1996) 3218
- [98] K. Saito and A.W. Thomas, Phys. Rev. C51 (1995) 2757
- [99] P.A.M. Guichon, K. Saito, E. Rodionov and A.W. Thomas, Nucl.Phys. A601 (1996) 349
- [100] K. Saito, K. Tsushima and A.W. Thomas, nucl-th/9811031
- [101] G.E. Brown and M. Rho, Phys. Rev. Lett. 66 (1991) 2720
- [102] W. Cassing, W. Ehehalt and I. Kralik, Phys. Lett. B377 (1996) 5
- [103] E.L. Bratkovskaya and W. Cassing, Nucl.Phys. A619 (1997) 413
- [104] G.E. Brown, G.Q. Li, R. Rapp, M. Rho and J. Wambach, Acta Phys. Polon. B29 (1998) 2309; nucl-th/9806026
- [105] D. Ebert and H. Reinhardt, Nucl. Phys. B271 (1986) 188
- [106] M. Bando *et al.*, Phys. Rev. Lett 54 (1985) 1215
- [107] J.C. Collins, A. Duncan and S.D. Joglekar, Phys. Rev. D16 (1977) 438
- [108] N.K. Nielsen, Nucl. Phys. B210 (1977) 212
- [109] J. Schechter, Phys. Rev. D21 (1981) 339
- [110] A.A. Migdal and M.A. Shifman, Phys. Lett. B114 (1982) 445
- [111] M.A. Shifman, A.I. Vainshtein and V.I. Zakharov, Nucl. Phys. B147 (1979) 385
- [112] K.G. Wilson, Phys. Rev. 179 (1969) 1499
- [113] T. Hatsuda and S.H. Lee, Phys. Rev. C46, (1992) R34
- [114] D.B. Leinweber, Ann. Phys. 254 (1997) 328
- [115] S. Leupold, and U. Mosel, Phys.Rev. C58 (1998) 2939
- [116] M. Soyeur, Nucl. Phys. A606 (1996) 237
- [117] G. Wolf, B. Friman and M. Soyeur A640 (1998) 129
- [118] L.S. Celenza *et al.* Phys. Rev. C45 (1992) 205

- [119] R.S. Hayano, S. Hirenzaki and A. Gillitzer, nucl-th/9806012
- [120] K. Saito, K. Tsushima, D.H. Lu and A.W. Thomas, nucl-th/9807028
- [121] F. Klingl, T. Waas and W. Weise, hep-ph/9810312
- [122] C.M. Hung and E.V. Shuryak, Phys. Rev. C56 (1997) 453
- [123] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 18 (1967) 507
- [124] J.I. Kapusta and E.V. Shuryak, Phys. Rev. D49 (1994) 4694
- [125] C. Korpa and S. Pratt, Phys. Rev. Lett. 69 (1990) 1502
- [126] G. Chanfray and P. Schuck, Phys. Rev. C57 (1998) 1522
- [127] R.J. Porter *et al.*, The DLS Collaboration, Phys.Rev.Lett. 79 (1997) 1229
- [128] G. Chanfray, R. Rapp and J. Wambach, Phys. Rev. Lett. 76 (1996) 368
- [129] R. Rapp, G. Chanfray and J. Wambach, Nucl. Phys. A617 (1997) 472
- [130] W. Cassing, E.L.Bratkovskaya, R. Rapp and J. Wambach, Phys.Rev. C57 (1998) 916
- [131] J. Wambach and R. Rapp, Acta Phys.Polon. B29 (1998) 2323; nucl-th/9806039