



**HAL**  
open science

# Les masses : interactions effectives théories de champ moyen masses et rayons cosmiques

J. Meyer

► **To cite this version:**

J. Meyer. Les masses : interactions effectives théories de champ moyen masses et rayons cosmiques. École thématique. Ecole Joliot Curie "Astrophysique nucléaire : du microcosme au macrocosme astrophysique", Spa, (Belgique), du 10-16 septembre 2000 : 19ème session, 2000. cel-00653820

**HAL Id: cel-00653820**

**<https://cel.hal.science/cel-00653820>**

Submitted on 20 Dec 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Interactions effectives, théories de champ moyen, masses et rayons nucléaires \*

JACQUES MEYER †

*Institut de Physique Nucléaire de Lyon,  
CNRS-IN2P3 / Université Claude Bernard Lyon1,  
43, Bd. 11.11.18, 69622 Villeurbanne Cedex, France*

## RÉSUMÉ

Ce cours se propose essentiellement :

i) de passer en revue les outils théoriques utilisés sous le sigle "*théories de champ moyen*". Sans entrer dans le détail des formalismes (le lecteur sera systématiquement renvoyé "*pour en savoir plus*" à des cours plus complets qui ont déjà été donnés dans le passé à l'École Joliot Curie) il s'agira surtout de préciser le contexte, les hypothèses et les approximations qui se cachent sous les sigles : Hartree-Fock (HF), Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB), Approximation BCS (HFBCS), Champ Moyen Relativiste (RMF), Approximations Hartree (RH), Hartree-Fock (RHF) et Hartree-Bogoliubov (RHB) Relativistes, ...

ii) de présenter la procédure générale et les ingrédients qui entrent dans la construction de l'élément de base que constitue l'interaction effective.

iii) de discuter des effets des différentes approximations ou interactions effectives sur des résultats expérimentaux pris dans diverses zones de noyaux. Ces discussions seront surtout centrées sur les masses et les rayons des noyaux mais aussi sur certaines quantités plus significatives que l'on peut en dériver : énergies de séparation de deux neutrons ou de deux protons ( $S_{2n}$ ,  $S_{2p}$ ), effets de couches et nombres magiques loin de la stabilité, effets de couches dans les régions des noyaux supers-lourds, barrières de fission, halos et peaux de neutrons.

## ABSTRACT

A review of effective interactions used in mean field theories for the description of properties of atomic nuclei is presented. Relativistic as well as non relativistic theories are discussed with a particular attention to the cases where their results are very different. We will concentrate on the effective forces built up to investigate the nuclear medium in extreme conditions. Masses and r.m.s. radii along long chain of isotopes will be discussed. Large deformations, as observed in the phenomenon of fission of heavy nuclei, and exotic neutron rich nuclei will be taken as examples of these extreme conditions.

---

\* Cours donné à la XIX<sup>ème</sup> Ecole Internationale Joliot-Curie de Physique Nucléaire : *Astrophysique Nucléaire : Du Microcosme Nucléaire au Macrocosme Astrophysique*, Spa, Belgique, 10-16 Septembre 2000.

† E-mail: [jmeyer@ipnl.in2p3.fr](mailto:jmeyer@ipnl.in2p3.fr)

## I. INTRODUCTION

Les méthodes microscopiques utilisant l'approximation du champ moyen ont acquis au fil des ans un degré de fiabilité remarquable pour la description des propriétés statiques et dynamiques des noyaux. On peut désormais en attendre des prédictions théoriques raisonnables dans des conditions extrêmes d'énergie d'excitation (de température ?), de spin ou d'isospin, c'est-à-dire d'une manière générale très loin de la stabilité normale du fluide nucléaire.

Tout d'abord non relativistes, c'est-à-dire formulés dans le cadre de l'équation de Schrödinger, et maintenant relativistes, i.e. dans un cadre utilisant l'équation de Dirac, ces modèles utilisent tous comme ingrédient fondamental une interaction effective (ou un lagrangien effectif) qui est généralement construit de manière phénoménologique. Celle-ci obéit avant tout à des critères de simplicité et ses paramètres sont fixés **une fois pour toutes** pour décrire un certain nombre de propriétés fondamentales du fluide nucléaire.

Les plus anciennes paramétrisations de ces interactions effectives ont été faites à partir de calculs sur des noyaux sphériques appartenant à la vallée de stabilité. Au fil des ans, ces paramétrisations ont évolué pour répondre à des données expérimentales nouvelles dont la prise en compte s'est avérée indispensable. Les données apportées par les résonances géantes observées dans de nombreux noyaux sont un exemple de cette évolution. Les outils microscopiques étant maintenant de plus en plus utilisés pour prédire des phénomènes exotiques dans des situations extrêmes, loin de la vallée de stabilité, il faut se poser le problème de l'adéquation de ces interactions à de telles conditions.

Ce cours se divisera en trois parties. Dans une première partie, on rappellera succinctement les principales hypothèses qui gouvernent les théories microscopiques qui utilisent l'hypothèse du champ moyen pour décrire les propriétés des noyaux. Dans une seconde partie, la notion d'interaction effective sera introduite et les principales forces effectives phénoménologiques seront rapidement présentées. On analysera en particulier la force de portée nulle de Skyrme pour décrire les ingrédients qui entrent dans la construction d'une telle force effective de type Skyrme. On présentera ainsi une procédure possible de détermination de ses paramètres phénoménologiques à partir des données globales du milieu nucléaire. La dernière partie sera consacrée à une discussion des résultats comparés principalement sur les masses, les rayons nucléaires et les quantités que l'on peut en déduire.

## II. LES THÉORIES DE CHAMP MOYEN

### A. L'approximation de particules indépendantes

L'approximation de particules indépendantes constitue l'hypothèse fondamentale de base de toutes les théories utilisant l'approximation de champ moyen : dans le noyau, les nucléons évoluent indépendamment les uns des autres sous l'influence d'un potentiel moyen qu'ils créent collectivement. Cette approximation trouve une justification expérimentale solide dans le cadre du modèle des couches et dans l'observation des nombres magiques. Un calcul simple permet de justifier cette approximation en évaluant le libre parcours moyen d'un nucléon dans le noyau : pour un nucléon ayant une énergie cinétique de 10 MeV, ce libre parcours moyen vaut environ 15 fm, c'est-à-dire plusieurs fois les dimensions du noyau. L'explication de ce résultat est simple : le Principe de Pauli limite fortement les états finals possibles lors d'une collision de deux nucléons dans le noyau : un nucléon ne "voit" donc quasiment pas les autres nucléons mais ne fait que "ressentir" un potentiel moyen qui le rappelle à l'intérieur du noyau.

### B. Une théorie de champ moyen non relativiste : la méthode Hartree-Fock

Contrairement au modèle des couches, une théorie de champ moyen permet de dériver le champ moyen nucléaire de manière microscopique. L'ingrédient de base en est un hamiltonien microscopique effectif (ci-dessous non-relativiste) :

$$H = T + V = \sum_{i=1}^A \frac{p_i^2}{2m} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j=1}^A V_{ij}^{eff} \quad (1)$$

Dans la méthode de Hartree-Fock (HF), la fonction de l'état fondamental du noyau est recherchée sous la forme d'un déterminant de Slater construit à partir des fonctions d'onde individuelles des nucléons dans le cadre de l'approximation de particules indépendantes :

$$\Psi_{HF}(x_1, \dots, x_A) = \det \{ \phi_{\alpha_1}(x_1) \cdot \phi_{\alpha_2}(x_2) \cdot \dots \cdot \phi_{\alpha_A}(x_A) \} \quad (2)$$

Les orbitales  $\phi_\alpha$  sont obtenues de manière variationnelle en minimisant l'énergie totale du noyau :

$$E_{HF} = \frac{\langle \Psi_{HF} | H | \Psi_{HF} \rangle}{\langle \Psi_{HF} | \Psi_{HF} \rangle} \quad (3)$$

Ce principe variationnel conduit aux équations de Hartree-Fock (HF) :

$$h \phi_{\beta_i} = \left\{ \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U_{HF}[\phi_\alpha] \right\} \phi_{\beta_i} = \varepsilon_{\beta_i} \phi_{\beta_i} \quad , \quad i = 1, \dots, A \quad (4)$$

où le champ Hartree-Fock  $U_{HF}[\phi_\alpha]$  dépend lui-même des fonctions d'onde individuelles  $\phi_\alpha$  générant ainsi un système auto-cohérent de  $A$  équations non-linéaires [26].

Le système d'équations HF (eq. (4)) peut également s'écrire de manière simple à partir de la densité locale :

$$[h, \rho] = 0 \quad , \quad \rho(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^A \phi_{\alpha_i}^*(\mathbf{r}) \phi_{\alpha_i}(\mathbf{r}) \quad (5)$$

Le système non-linéaire auto-cohérent (eq. (4)) est généralement résolu par itération délivrant, à la convergence, un ensemble de fonctions d'onde individuelles  $\phi_\alpha$  avec leurs énergies  $\varepsilon_\alpha$  ainsi que le champ HF  $U_{HF}[\phi_\alpha]$ .

Ce système de  $A = N + Z$  équations (eq. (4)) est résolu pour la totalité des  $A$  nucléons du noyau ( $Z$  protons +  $N$  neutrons), c'est-à-dire sans "cœur inerte". Certaines symétries sont généralement prises en compte [29,11,1] : par exemple, les noyaux pairs-pairs sont construits avec un état  $\Psi_{HF}$  invariant par renversement du temps (dégénérescence de Kramers) qui permettra de diviser par deux le nombre d'équations à traiter. Les excitations simples du noyau seront des états "particule-trou" construits sur l'état  $\Psi_{HF}$ .

Le seul ingrédient fondamental de base est l'interaction effective  $V_{ij}^{eff}$  que l'on construit de manière phénoménologique dans le cadre d'un "protocole" défini. Les paramètres de cette force effective, une fois ajustés (cf. Section IV), ne sont jamais modifiés ce qui laisse une théorie sans aucun paramètre ajustable lors de la confrontation à l'expérience.

### C. Les théories de champ moyen relativiste

Le point de départ est un lagrangien effectif pris généralement sous la forme :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_N + \mathcal{L}_\sigma + \mathcal{L}_\omega + \mathcal{L}_\rho + \mathcal{L}_{em} - U(\sigma) \quad (6)$$

avec

$$\mathcal{L}_N = \bar{\psi} (i\partial - m_N) \psi$$

$$\mathcal{L}_\sigma = \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + g_\sigma \bar{\psi} \sigma \psi$$

$$\mathcal{L}_\omega = \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} - g_\omega \bar{\psi} \psi \psi$$

$$\mathcal{L}_\rho = \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_\mu \rho^\mu - \frac{1}{4} R_{\mu\nu} R^{\mu\nu} - g_\rho \bar{\psi} \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\tau} \psi$$

$$\mathcal{L}_{em} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - e \bar{\psi} \boldsymbol{A} \psi$$

$$U(\sigma) = \frac{1}{2} m_\sigma^2 \sigma^2 + \frac{1}{3} g_2 \sigma^3 + \frac{1}{4} g_3 \sigma^4$$

Outre les lagrangiens du nucléon et électromagnétique, on retrouve les lagrangiens correspondants aux couplages avec les deux mésons isoscalaires  $\sigma$  et  $\omega$  et avec les deux mésons isovecteurs  $\pi$  et  $\rho$  ainsi qu'un terme de couplage non linéaire  $U(\sigma)$ .

Deux approximations fondamentales sont utilisées sur ce lagrangien :

- l'approximation de "champ moyen" qui remplace tous les champs de mésons par leurs valeurs moyennes ( $\sigma$ ). Les nucléons sont alors des particules indépendantes dans les champs des mésons et l'état fondamental du noyau  $\Psi$  peut être développé sur les états de particules individuelles  $\phi_\alpha$ .
- les états d'énergie négative sont généralement ignorés.

Un principe variationnel sur l'intégrale d'action  $\int \mathcal{L}$  génère un système d'équations couplées, c'est-à-dire une équation de Dirac pour les nucléons et un système d'équations de Klein-Gordon pour les mésons. Après une résolution par itérations, on obtient (comme dans HF non relativiste) un ensemble de fonctions d'onde individuelles  $\phi_\alpha$  et le spectre des énergies  $\varepsilon_\alpha$ .

A partir du premier modèle de Walecka [2] qui ne contenait que les mésons  $\sigma, \omega$  de nombreuses versions ont été développées dont nous ne donnerons pas ici une liste exhaustive. Sous le vocable RMF (Relativistic Mean Field) on comprend en général le modèle de base contenant les mésons  $\sigma, \omega, \rho$  à l'approximation Hartree (RH) c'est-à-dire sans terme d'échange [3,4,10]. Les modèles les plus récents [9,12] prennent en compte l'ensemble des mésons  $\sigma, \omega, \pi, \rho$  à l'approximation Hartree-Fock (RHF).

La Table I donne un exemple des contributions des différents termes aux énergies de liaison des noyaux  $^{16}\text{O}$  et  $^{40}\text{Ca}$ . On remarquera principalement que de fortes compensations apparaissent lorsqu'on enrichit le lagrangien effectif de base d'abord dûes au fait que le méson  $\pi$  n'intervient que dans le terme de Fock. Nous reviendrons sur ce fait lors de la discussion des divers résultats dans la Section V.

TABLE I. Energies de liaison par nucléon (en MeV) pour les noyaux  $^{16}\text{O}$  et  $^{40}\text{Ca}$  calculées avec diverses approximations relativistes Hartree (H) ou Hartree-Fock (HF). Le lagrangien effectif de base contient selon les cas les couplages aux mésons  $\sigma, \omega, \sigma, \omega, \pi$  ou  $\sigma, \omega, \pi, \rho$ . Les constantes de couplage sont renormalisées lors du passage de H à HF [9,12].

	expérience	$\{\sigma, \omega\}$ (H)	$\{\sigma, \omega, \pi\}$ (HF)	$\{\sigma, \omega, \pi, \rho\}$ (HF)
$^{16}\text{O}$	7.98	2.04	3.09	5.61
$^{40}\text{Ca}$	8.55	4.06	4.90	6.82

#### D. Au delà du champ moyen : les corrélations d'appariement

L'approximation de Hartree-Fock est bien adaptée à la description des noyaux pour lesquels il existe, dans le spectre de particules individuelles un écart en énergie ("gap") important entre le dernier niveau occupé et le premier état vide. Ce "gap" garantit la stabilité du noyau générant un nombre magique pour le nombre de neutrons ou de protons correspondant. C'est le cas des noyaux pairs-pairs à couches fermées. L'approximation HF est par contre insuffisante dès que l'on veut décrire les états fondamentaux des noyaux situés en milieu de couches pour lesquels l'état fondamental sera quasiment dégénéré avec une multitude d'autres états obtenus à partir de configurations de type particule-trou construites sur ce dernier. Pour reconstruire une fonction d'onde représentant correctement les états fondamentaux de ces noyaux il est nécessaire de prendre en compte les corrélations d'appariement responsables en particulier de plusieurs faits expérimentaux tels que : i) existence de spectres expérimentaux caractéristiques pour un noyau pair-pair ou pair-impair; ii) effet pair impair qui donne généralement une énergie de liaison d'un noyau pair-impair plus faible que la moyenne arithmétique des deux noyaux pairs-pairs voisins; iii) caractère vibrationnel collectif des premiers états  $2^+$  dans les noyaux pairs-pairs voisins des noyaux à couches fermées, ...

La méthode de Hartree-Fock-Bogoliubov permet de prendre en compte de manière auto-cohérente ces corrélations d'appariement à partir d'une fonction d'onde HF pour l'état fondamental d'un noyau. Ecrivons l'état fondamental HF d'un noyau pair-pair comme :

$$\Psi_{HF} = a_{\alpha_1}^+ a_{\alpha_1}^+ a_{\alpha_2}^+ a_{\alpha_2}^+ \dots |0\rangle \quad (7)$$

où  $a_{\alpha}^+$  est un opérateur qui crée un nucléon dans l'état  $\phi_{\alpha}$  et où  $a_{\bar{\alpha}}^+$  crée un nucléon dans l'état  $\phi_{\bar{\alpha}}$ , renversé par rapport au temps de  $\phi_{\alpha}$ . L'état  $|0\rangle$  est un vide de particules ( $a_{\alpha} = 0$ ).

On transforme l'état HF de particules indépendantes ( $\{a, a^+\}$ ) en un état Hartree-Fock-Bogolyubov (HFB) de quasiparticules indépendantes ( $\{\eta, \eta^+\}$ ) en utilisant la transformation :

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \eta^+ \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} a \\ a^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U & V \\ V^* & U^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ a^+ \end{pmatrix} \quad (8)$$

L'état fondamental HFB est maintenant un vide de quasiparticules ( $\eta_{\alpha} |\Psi_{HFB}\rangle = 0$ ): c'est un déterminant de Slater construit avec les objets  $\{U, V\}$  :

$$\Psi_{HFB} = \det \left[ \begin{pmatrix} U_1 \\ V_1 \end{pmatrix} \cdot \dots \cdot \begin{pmatrix} U_{\alpha} \\ V_{\alpha} \end{pmatrix} \cdot \dots \right] \quad (9)$$

La densité HF  $\rho$  (eq. (5)) devient une densité généralisée HFB construite comme :

$$R = \begin{pmatrix} \rho & -\kappa \\ \kappa^* & 1 - \rho^* \end{pmatrix} \quad (10)$$

avec les définitions des densités normale et anormale (tenseur d'appariement) :

$$\rho = V^* V^T, \quad \kappa = V^* U^T \quad (11)$$

Les quantités  $\{U, V\}$  sont obtenues en minimisant l'énergie totale :

$$E_{HFB} = \langle \Psi_{HFB} | H | \Psi_{HFB} \rangle / \langle \Psi_{HFB} | \Psi_{HFB} \rangle \quad (12)$$

ce qui conduit aux équations de HFB :

$$B\mathcal{H} = EB, \quad \mathcal{H} = \begin{pmatrix} h & \Delta \\ -\Delta^* & -h^* \end{pmatrix} \quad (13)$$

Le hamiltonien  $h$  est le champ HF (eq. (4)) calculé avec la densité  $\rho$  (eq. (11)), le champ d'appariement  $\Delta$  prend la forme :

$$\Delta_{\alpha\gamma} = \frac{1}{2} \sum_{\beta\delta} \langle \alpha\gamma | V^{eff} | \beta\delta \rangle \kappa_{\delta\beta} \quad (14)$$

L'état  $\Psi_{HFB}$  ayant un nombre indéterminé de nucléons, il faudra introduire une contrainte dans le processus de minimisation (eq. (12)) pour conservé ce nombre en valeur moyenne.

### E. L'approximation BCS pour les corrélations d'appariement

D'une manière générale, le champ d'appariement  $\Delta$  couple, des états  $\phi_\alpha$  et  $\phi_\beta$  avec  $\alpha \neq \beta$ . L'approximation BCS consiste à négliger les éléments non diagonaux de  $\Delta$ , c'est-à-dire à imposer des solutions qui ne couplent que des états  $\alpha$  et  $\bar{\alpha}$  :

$$U_\alpha = u_\alpha \phi_\alpha \quad , \quad V_\alpha = -v_\alpha \phi_{\bar{\alpha}}^* \quad (15)$$

La transformation de Bogoliubov ( eq. (8)) devient alors simplement :

$$\begin{aligned} \eta_\alpha &= u_\alpha a_\alpha - v_\alpha a_{\bar{\alpha}}^+ \\ \eta_{\bar{\alpha}} &= u_\alpha a_{\bar{\alpha}} + v_\alpha a_\alpha^+ \\ \eta_\alpha^+ &= u_\alpha a_\alpha^+ - v_\alpha a_{\bar{\alpha}} \\ \eta_{\bar{\alpha}}^+ &= u_\alpha a_{\bar{\alpha}}^+ + v_\alpha a_\alpha \end{aligned}$$

Le problème HFB se simplifie puisqu'il suffit alors :

- de résoudre un problème HF pour avoir :  $\{\phi_\alpha, \varepsilon_\alpha\}$ ,
- de résoudre l'équation du "gap" :

$$\Delta_\alpha = -\frac{1}{4} \sum_\gamma \langle \alpha \bar{\alpha} | V^{eff} | \gamma \bar{\gamma} \rangle \frac{\Delta_\gamma}{E_\gamma} \quad (16)$$

pour obtenir les énergies de quasi particules et les nombres d'occupation :

$$E_\alpha = \sqrt{(\varepsilon_\alpha - \lambda)^2 + \Delta_\alpha^2} \quad , \quad u_\alpha^2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\varepsilon_\alpha - \lambda}{E_\alpha} \right) \quad , \quad v_\alpha^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\varepsilon_\alpha - \lambda}{E_\alpha} \right) \quad (17)$$

Si cette approximation BCS simplifie grandement les calculs numériques pour les noyaux pair-pairs il faudra traiter avec attention le cas des noyaux impairs et d'une manière générale les cas où l'invariance par renversement du temps doit être brisée. Le cas des noyaux proches des instabilités proton ou neutron (où l'énergie de Fermi devient voisine de zéro) demandera aussi un traitement de type HFB [26].

Dans la pratique, la méthode HFB demande une interaction effective pour calculer le champ d'appariement  $\Delta$  ( eq. (16)). Dans le cas d'une interaction effective de portée finie utilisée dans le canal particule-trou, i.e. pour calculer le champ HF  $h$ , il est possible et même recommandé d'utiliser la même interaction de manière à obtenir un traitement auto-cohérent des corrélations d'appariement. Les promoteurs de l'interaction de Gogny utilisent un tel protocole (sans terme dépendant de la densité et sans terme spin-orbite) n'ajoutant ainsi aucun paramètre supplémentaire à la force effective.

Dans le cas des forces effectives de portée nulle, certains auteurs [50] ont fait de même mais il est souvent fait appel à une force différente : i) force de séniorité; ii) force de portée nulle [98,99] ou force de portée nulle avec un facteur de forme de surface [103,100]; introduisant ainsi un paramètre supplémentaire qu'il faut déterminer.

Dans le cas d'une méthode HF relativiste, il faut également avoir recours à une interaction effective particulière au canal particule-particule. C'est en général une force de séniorité ou une force de Gogny [102]

### F. Une méthode semiclassique autocohérente : ETFSI

La méthode ETFSI [30] (Extended Thomas-Fermi plus Strutinsky Integral) est basée sur l'idée fondamentale de Strutinsky [120] séparant l'énergie totale d'un noyau en une partie globale de type "goutte liquide" et une partie contenant les effets de couches, i.e.  $E_{HF} \simeq \bar{E} + \delta E_{shell}$ . On utilise ainsi un développement de type :

$$E_{HF} \simeq E_{ETF} + E_{SI} + E_{pairing} \quad (18)$$

La partie  $E_{ETF}$  est calculée à partir d'une interaction effective de portée nulle de type Skyrme en utilisant un développement semiclassique à l'ordre  $\hbar^4$  pour la densité d'énergie cinétique et la densité de spin [87,88]. Les corrections de couches sont déterminées au moyen de la méthode de Strutinsky [120] avec une densité calculée à partir de la même interaction que pour  $E_{ETF}$ . Les corrélations d'appariement sont introduites à

l'approximation BCS avec une interaction de portée nulle. L'énergie totale du noyau est ainsi minimisée avec des profils de densité de type Fermi et les paramètres de la force effective de Skyrme sont déterminés en ajustant les masses de 1719 noyaux (dans la version la plus récente du modèle). Les noyaux considérés sont de masse  $A \geq 35$  en excluant les noyaux  $N \simeq Z$ .

On dispose ainsi d'une méthode microscopique auto-cohérente qui réalise une approximation réaliste de la méthode Hartree-Fock basée sur une interaction effective de type Skyrme. Si une telle méthode conduit à un succès certain en ce qui concerne les masses et les rayons, les déformations, les énergies de séparation,... il ne faut pas oublier qu'il sera difficile d'utiliser une telle méthode ou la force effective issue d'une telle méthode pour interpréter des propriétés ou la dynamique collective du fluide nucléaire joue un rôle essentiel.

### III. LA NOTION D'INTERACTION EFFECTIVE

#### A. De l'interaction NN libre à l'interaction NN dans le noyau

La détermination de la force nucléon-nucléon (NN) est à la fois le plus ancien et le plus important problème de toute la Physique Théorique Hadronique consacrée à l'étude des propriétés statiques et dynamiques des noyaux. De très nombreux théoriciens se sont attachés, et s'attachent encore à l'heure actuelle, à élaborer des interactions aussi réalistes que possible : la description de la diffusion nucléon-nucléon libre et aussi celle des états liés à peu de nucléons a en particulier permis la construction d'interactions très sophistiquées. De nombreuses tentatives sont également parties de la description des nucléons en termes de quarks en faisant appel à des *modèles de sac* par exemple, la force NN apparaissant alors comme une force résiduelle à longue portée, de type force de Van der Waals. Très réalistes, toutes ces approches se heurtent à un problème majeur, le passage de la situation *nucléon-nucléon libre* à la situation *nucléon-nucléon dans le noyau*. Ce passage ne se fait pas sans approximations et devient de plus très difficile à gérer lorsqu'on s'intéresse à des phénomènes extrêmes : la fission des noyaux lourds par exemple. C'est dans ce cadre que l'on est amené à parler d'interaction effective.

##### 1. Les interactions NN réalistes.

Toutes les constructions d'interactions NN réalistes ont en général un point de départ expérimental commun qui consiste à décrire la diffusion NN libre dont on connaît les déphasages et les paramètres de basse énergie. Quelques états liés simples, le deuton ou les noyaux  $^3\text{H}$  et  $^3\text{He}$ , sont également pris en compte avec discussion éventuelle des effets à trois corps. La base théorique est le plus souvent composée d'une partie à longue portée attractive décrite par l'échange de  $1\pi$ , d'une partie à moyenne portée souvent phénoménologique et d'un *coeur dur* ou *plus ou moins mou*. Ainsi sont nées d'innombrables forces NN avec parmi les plus connues, le potentiel d'Hamada-Johnston, les potentiels de Ried, les potentiels de Paris ou de Bonn parmi les plus récents et peut-être les plus évolués [1].

##### 2. La matrice $G$ de Brueckner.

L'utilisation de ces potentiels issus de l'interaction NN libre dans le noyau ou même dans un milieu idéal tel que la matière nucléaire infinie (cf. §3.2 et Appendice A) passe par la construction d'une matrice  $G^*$  solution de l'équation de Bethe-Goldstone [1,13] que l'on peut écrire symboliquement :

$$G = V - V \frac{Q}{e} G = V - V \frac{Q}{e} V \frac{Q}{e} V + \dots \quad (19)$$

où  $Q$  est l'opérateur de Pauli qui élimine les états intermédiaires occupés et  $e$  est le dénominateur d'énergie.

L'énergie totale prend la même forme que dans l'approximation Hartree-Fock excepté que les éléments de matrice de l'interaction à deux corps  $V$  sont remplacés par les éléments de matrice de  $G$  :

$$E = \sum_i \frac{k_i^2}{2m} + \frac{1}{2} \sum_{ij < F} \langle ij | G(E = e_i + e_j) | ij \rangle \quad (20)$$

où les  $e_i$  sont les énergies de particules individuelles définies de manière auto-cohérente comme :

$$e_i = \frac{k_i^2}{2m} + \sum_{j < F} \langle ij | G(E = e_i + e_j) | ij \rangle \quad (21)$$

Cette expression est évidemment la contribution à l'ordre le plus bas de la matrice  $G$  à l'énergie totale. Pour des interactions réalistes, cet ordre d'approximation ne suffit pas à donner une convergence raisonnable du développement (19) et les contributions des troisième et cinquième ordres deviennent indispensables [1,15,16]. On n'entrera pas ici dans le détail de ces traitements, on pourra par exemple consulter la ref. [13] où sont discutés tous les modèles plus ou moins sophistiqués pour décrire la matière nucléaire infinie en termes d'interactions NN réalistes. On peut cependant résumer la situation avec la Figure 1 où chaque carré représente le point de

\*processus identique à la construction de l'équation de Lippmann-Schwinger pour la matrice de diffusion  $T$ .

saturation (cf. Appendice A) de la matière nucléaire infinie obtenu, à l'ordre le plus bas, avec la plupart des potentiels NN réalistes disponibles à l'heure actuelle, points de saturation qui se regroupent sur une ligne appelée *ligne de Coester* [17]. Sans porter un nom sur chacun de ces points, la principale remarque que l'on doit faire est l'incapacité de ces forces à reproduire correctement la propriété fondamentale de ce milieu. L'introduction de corrélations à trois corps [18], l'utilisation de formalismes relativistes améliorent à l'évidence les résultats; la courbe (DB) de la Figure 1, résultat d'un calcul type Dirac-Brueckner en est l'exemple parfait [13].

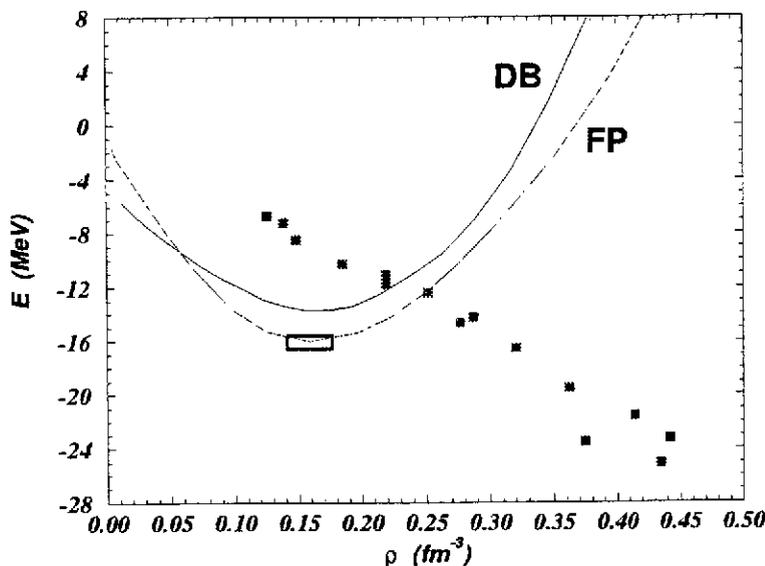


FIG. 1. Energie par particule (en MeV) dans la matière nucléaire infinie symétrique en fonction de la densité (en  $fm^{-3}$ ); le point de saturation empirique est indiqué par un rectangle. La courbe notée DB est un calcul relativiste de type Dirac-Brueckner [13]; la courbe notée FP est un calcul variationnel de Friedmann et Pandharipande [14]. Les carrés noirs donnent les résultats de l'eq. (20) pour la plupart des potentiels NN réalistes existants.

Dans les noyaux finis, où la construction d'une matrice  $G$  nécessite des approximations supplémentaires [16,19–21], les résultats laissent encore apparaître des divergences importantes avec l'expérience [22]. Si l'introduction de corrélations au-delà de l'ordre le plus bas où la mise en oeuvre de calculs relativistes [22,23] améliorent là aussi les résultats, il est évident que la complexité des calculs numériques rend illusoire l'utilisation d'une telle approche pour l'étude des propriétés exotiques de noyaux très lourds.

## B. Les interactions effectives phénoménologiques

Sans entrer dans d'importants développements théoriques (cf. les ouvrages de référence [1,16] ou [20,24]) on peut présenter la notion d'interaction effective à partir des résultats rassemblés sur la Figure 1. Elle consiste à construire une force NN phénoménologique à base de paramètres que l'on détermine en reproduisant les propriétés fondamentales de la matière nucléaire infinie. Cette *force effective* va alors jouer le jeu d'une matrice  $G$ , et ses éléments de matrice vont remplacer les éléments de matrice  $G$  dans l'équation (20).

### 1. Interactions de portée finie.

A partir des années 60 et jusqu'à nos jours, depuis les forces de type *Brink-Boeker* [1] jusqu'à la *force de Gogny* [25], l'interaction effective de portée finie est probablement la plus étudiée parce que peut-être la plus naturelle. La portée finie permet en effet une meilleure simulation des longue et moyenne portées de l'interaction NN réaliste. Elle autorise en outre un traitement auto-cohérent des corrélations d'appariement [26] dans un formalisme Hartree-Fock-Bogolyubov (HFB) pour décrire les propriétés statiques des noyaux. C'est à l'évidence un atout important dès que l'on veut s'éloigner vers de grandes déformations ou vers les lignes d'instabilité proton ou neutron, les corrélations d'appariement s'adaptant automatiquement à ces nouvelles conditions.

La force de Gogny se présente sous la forme d'une somme de gaussiennes avec une dépendance en densité et un terme spin-orbite de portée nulle :

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_{i=1,2} \{W_i + B_i P_\sigma - H_i P_\tau - M_i P_\sigma P_\tau\} e^{r^2/\mu^2} + t_3 (1 + x_3 P_\sigma) \left[ \rho(\mathbf{R}) \right]^\alpha \delta(\mathbf{r}) + iW_0 \boldsymbol{\sigma} \cdot \left[ \mathbf{P}' \times \delta(\mathbf{r}) \mathbf{P} \right] \quad (22)$$

La paramétrisation d'origine DI [25] a été construite à partir des masses et des rayons de quelques noyaux sphériques. Plus récente, la paramétrisation DIS [27] ajuste la tension de surface pour reproduire correctement les barrières de fission des actinides. Il faut rappeler ici que des calculs de type HFB sont relativement lourds à mettre en oeuvre ce qui restreint les possibilités de jouer avec les paramètres de la force pour s'adapter à de nouvelles conditions [109].

## 2. Interaction de portée nulle : la force de Skyrme.

Si les premières interactions effectives de portée nulle datent de 1965-1970 avec l'interaction delta de surface (SDI ou MDI) [1], c'est certainement Skyrme [28] qui a donné la forme la plus simple à utiliser, cette forme ayant d'ailleurs pris une réelle importance avec le succès de Vautherin et Brink [29] lors des premières applications aux propriétés des états fondamentaux des noyaux sphériques.

Sous sa forme standard la plus utilisée, l'interaction de portée nulle de Skyrme se met sous la forme d'une somme de termes :

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = t_0 (1 + x_0 P_\sigma) \delta(\mathbf{r}) \quad \text{terme central} + \frac{1}{2} t_1 (1 + x_1 P_\sigma) \left[ \mathbf{P}'^2 \delta(\mathbf{r}) + \delta(\mathbf{r}) \mathbf{P}^2 \right] + t_2 (1 + x_2 P_\sigma) \mathbf{P}' \cdot \delta(\mathbf{r}) \mathbf{P} \quad \text{termes non-locaux} + \frac{1}{6} t_3 (1 + x_3 P_\sigma) \left[ \rho(\mathbf{R}) \right]^\alpha \delta(\mathbf{r}) \quad \text{terme dépendant de la densité} + iW_0 \boldsymbol{\sigma} \cdot \left[ \mathbf{P}' \times \delta(\mathbf{r}) \mathbf{P} \right] \quad \text{terme spin-orbite} \quad (23)$$

avec les notations usuelles :

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 \quad , \quad \mathbf{R} = \frac{1}{2} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \quad , \quad \mathbf{P} = \frac{1}{2i} (\nabla_1 - \nabla_2) \quad , \quad \mathbf{P}' \text{ cc de } \mathbf{P} \text{ agissant à gauche}$$

et également :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2 \quad , \quad P_\sigma = (1 + \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) / 2$$

Parmi toutes les modifications (termes *non standards* dans la suite du texte) qui ont été tentées, deux sont à retenir :

- la première consiste à modifier le terme dépendant de la densité pour avoir une dépendance séparée en  $\rho_n$  et  $\rho_p$ , densités neutron et proton respectivement. Le terme en  $t_3$  de l'éq. (23) devient ainsi :

$$+ \frac{1}{6} t_3 (1 + x_3 P_\sigma) \left[ \rho_{q_1}(\mathbf{r}_1) + \rho_{q_2}(\mathbf{r}_2) \right]^\alpha \delta(\mathbf{r}) \quad (24)$$

Mise en oeuvre récemment [30-32], l'idée d'une telle modification avait déjà été émise par Dabrowski [33] et Köhler [34] pour avoir un meilleur comportement aux grandes valeurs de  $I = \frac{(N-Z)}{A}$ .

- Il est également possible d'ajouter au terme dépendant de la densité un terme dépendant des vitesses de la forme :

$$+ \frac{1}{2} t_4 (1 + x_4 P_\sigma) \left\{ \mathbf{P}'^2 \left[ \rho_{q_1}(\mathbf{r}_1) + \rho_{q_2}(\mathbf{r}_2) \right]^\beta \delta(\mathbf{r}) + cc \right\} \quad (25)$$

De nombreux auteurs ont tenté l'ajustement de ce type de termes [35-37] et on reviendra sur les problèmes qu'ils posent quand on étudie le degré de liberté d'isospin  $I = \frac{(N-Z)}{A}$ .

## 3. La fonctionnelle de Skyrme.

L'énergie de liaison totale d'un noyau peut se mettre sous la forme d'une somme :

$$E_{tot} = E_{kin} + E_{nuc.pot.} + E_{Coul} \quad (26)$$

Un avantage fondamental de l'interaction de portée nulle de type Skyrme réside dans la possibilité d'écrire l'énergie potentielle nucléaire sous une forme simple. Dans le cadre de l'approximation de particules indépendantes, où la fonction d'onde totale du système de nucléons qui constitue le noyau est écrite sous la forme d'un déterminant de Slåter, cette énergie apparaît comme la valeur moyennée du hamiltonien du système :

$$\langle H || \rangle = \int \mathcal{H}(\mathbf{r}) \mathfrak{z}r \quad (27)$$

avec

$$\mathcal{H} = \mathcal{K} + \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_3 + \mathcal{H}_{eff} + \mathcal{H}_{fin} + \mathcal{H}_{so} + \mathcal{H}_{sg} + \mathcal{H}_{Coul} \quad (28)$$

où l'on trouve un terme  $\mathcal{K} = \frac{\hbar^2}{2m} \tau$  d'énergie cinétique, un terme  $\mathcal{H}_0$  de portée nulle, un terme  $\mathcal{H}_3$  dépendant de la densité, un terme  $\mathcal{H}_{eff}$  de masse effective, un terme  $\mathcal{H}_{fin}$  de portée finie, un terme  $\mathcal{H}_{so}$  de couplage spin-orbite et un terme  $\mathcal{H}_{sg}$  dû au couplage tenseur spin-gradient. Le terme coulombien contient une partie directe et une partie d'échange qui est généralement traitée à l'approximation de Slåter [29,38] avec les expressions :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 &= \frac{1}{4} t_0 [(2 + x_0) \rho^2 - (2x_0 + 1) (\rho_p^2 + \rho_n^2)] \\ \mathcal{H}_3 &= \frac{1}{24} t_3 \rho^\alpha [(2 + x_3) \rho^2 - (2x_3 + 1) (\rho_p^2 + \rho_n^2)] \\ \mathcal{H}_{eff} &= \frac{1}{8} [t_1 (2 + x_1) + t_2 (2 + x_2)] \tau \rho \\ &\quad + \frac{1}{8} [t_2 (2x_2 + 1) - t_1 (2x_1 + 1)] (\tau_p \rho_p + \tau_n \rho_n) \\ \mathcal{H}_{fin} &= \frac{1}{32} [3t_1 (2 + x_1) - t_2 (2 + x_2)] (\nabla \rho)^2 \\ &\quad - \frac{1}{32} [3t_1 (2x_1 + 1) + t_2 (2x_2 + 1)] [(\nabla \rho_p)^2 + (\nabla \rho_n)^2] \\ \mathcal{H}_{so} &= \frac{1}{2} W_0 [\mathbf{J} \cdot \nabla \rho + \mathbf{J}_p \cdot \nabla \rho_p + \mathbf{J}_n \cdot \nabla \rho_n] \\ \mathcal{H}_{sg} &= -\frac{1}{16} (t_1 x_1 + t_2 x_2) \mathbf{J}^2 + \frac{1}{16} (t_1 - t_2) [\mathbf{J}_p^2 + \mathbf{J}_n^2] \end{aligned} \quad (29)$$

Les densités totales sont définies comme  $\rho = \rho_p + \rho_n$ ,  $\tau = \tau_p + \tau_n$ ,  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_n + \mathbf{J}_p$  et de même pour  $\nabla \rho$ . Les densités locales neutron et proton ( $q = n, p$ ) sont définies comme :

$$\rho_q(\mathbf{r}) = \sum_{i,s} |\varphi_i^q(\mathbf{r}, s)|^2 n_i^q, \quad (30)$$

il en est de même pour les densités d'énergie cinétique :

$$\tau_q(\mathbf{r}) = \sum_{i,s} |\nabla \varphi_i^q(\mathbf{r}, s)|^2 n_i^q, \quad (31)$$

et pour les densités de spin :

$$\mathbf{J}_q(\mathbf{r}) = \sum_{i,s,s'} \varphi_i^{q*}(\mathbf{r}, s') \nabla \varphi_i^q(\mathbf{r}, s) \times \langle s' | \boldsymbol{\sigma} | s \rangle n_i^q, \quad (32)$$

$\varphi_i^q(\mathbf{r}, s)$  sont les fonctions d'onde de particules individuelles avec des nombres quantiques orbital, de spin et d'isospin  $i$ ,  $s$  et  $q$ , respectivement, les  $n_i^q$  sont les nombres d'occupation de l'état  $i, s, q$ .

La construction exacte de cette fonctionnelle génère également des termes dépendant des densités vecteurs  $\vec{\rho}_q(\mathbf{r})$  et  $\vec{j}_q(\mathbf{r})$  [38,39]. Ces termes ne contribuent pas aux propriétés statiques des noyaux et sont omis dans l'expression (28),(29) pour des raisons de simplicité.

Les termes *non standards* (cf. eqs. (24),(25)) apportent des modifications au terme  $\mathcal{H}_3$  et créent un terme supplémentaire  $\mathcal{H}_4$  qui se mettent sous la forme :

$$\mathcal{H}_3 = \frac{1}{12} t_3 \left\{ (2 + x_3) \rho^\alpha \rho_n \rho_p + \frac{1}{8} (1 - x_3) \left[ (2\rho_n)^{\alpha+2} + (2\rho_p)^{\alpha+2} \right] \right\} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_4 = & \frac{1}{32} t_4 (2 + x_4) \rho^\beta \left\{ (2\beta + 3) (\nabla \rho)^2 - (\nabla \rho_n)^2 - (\nabla \rho_p)^2 + 2\rho_n \nabla^2 \rho_n + 2\rho_p \nabla^2 \rho_p \right\} \\ & + \frac{1}{32} t_4 (1 - x_4) \left\{ (2\rho_n)^\beta \left[ (2\beta + 3) (\nabla \rho_n)^2 + 2\mathbf{J}_n^2 \right] + (2\rho_p)^\beta \left[ (2\beta + 3) (\nabla \rho_p)^2 + 2\mathbf{J}_p^2 \right] \right\} \\ & - \frac{1}{8} t_4 x_4 \rho^\beta \mathbf{J}_n \mathbf{J}_p \\ & + \frac{1}{8} t_4 \left\{ (2 + x_4) \rho^\beta (\rho_n \tau_p + \rho_p \tau_n) + \frac{1}{2} (1 - x_4) \left[ (2\rho_n)^{\beta+1} \tau_n + (2\rho_p)^{\beta+1} \tau_p \right] \right\} \end{aligned} \quad (34)$$

Depuis les premières paramétrisations de Vautherin-Brink [29], la plupart des auteurs ont exigé une bonne description des propriétés des états fondamentaux (énergies et rayons) des noyaux [34,40]. Après ces premières investigations, il est apparu indispensable de prendre en compte un certain nombre de données expérimentales nouvelles concernant le fluide nucléaire. C'est ainsi que de nouvelles paramétrisations ont été construites pour décrire les propriétés des états excités des noyaux [36,37,41,42], les résonances géantes [37,43], les barrières de fission dans la région des actinides [44-46], les distributions de charge des noyaux sphériques [36], les déplacements d'énergie coulombienne [47,48], les propriétés des étoiles à neutrons [32,49], les corrélations d'appariement dans un traitement de type Hartree-Fock-Bogolyubov [50], approche qui vient d'être récemment utilisée pour étudier les lignes d'instabilité (*drip lines*) neutron et proton [51]. Des travaux plus spécifiques ont porté sur les instabilités de spin ou d'isospin de certaines paramétrisations en s'intéressant aux paramètres de Landau-Migdal [52,53] ou en élaborant des conditions particulières [54]. Des ajustements systématiques ont également été réalisés dans le but d'étudier les corrélations qui existent dans les états fondamentaux des noyaux [55,56]. Sans être exhaustive cette liste traduit bien la facilité avec laquelle on peut s'adapter à des conditions d'études particulières en utilisant ce type d'interaction effective de portée nulle.

Une revue synthétique voire même critique de toutes ces paramétrisations (cf. Tables 1 pour les forces qui seront utilisées dans le texte) serait fastidieuse et probablement inutile. Au moment où l'on s'intéresse de plus en plus aux noyaux dans des conditions extrêmes de déformation ou d'isospin, conditions de plus en plus proche de l'instabilité du milieu nucléaire, il est plus fondamental de se poser la question de savoir si, parmi toutes ces interactions, certaines sont capables d'apporter des informations prédictives fiables dans de telles conditions. Pour cela nous allons présenter une procédure possible, qui va nous permettre d'avancer pas à pas dans la détermination des paramètres de l'interaction, avec le souci permanent de répondre à la question : Quels sont les ingrédients simples, propriétés du fluide nucléaire, qu'il faudrait contraindre pour étudier ces conditions extrêmes?

Si on peut se poser la question de la réalité physique d'une telle force NN de portée nulle, on doit se souvenir de quelques raisons majeures justifiant ce choix :

- Vautherin et Brink [29] ont, il faut le rappeler, démontré qu'avec une forme aussi simple on peut correctement reproduire énergies de liaison et rayons à travers la table des noyaux.
- La forme mathématique très simple permet d'une part la construction d'une fonctionnelle pour l'énergie totale d'un noyau mais permet également des calculs Hartree-Fock (HF) très aisés dans l'espace  $\{\mathbf{r}\}$  de configuration, le champ HF à un corps prenant lui aussi une forme remarquablement simple.
- L'argument le plus fort est certainement dû aux travaux de Negele et Vautherin [57] qui ont établi une connection entre les forces NN réalistes et ce type d'interaction phénoménologique. Leur raisonnement est basé sur une approximation de densité locale (LDA)<sup>†</sup> de la matrice  $G$  dérivée d'une force NN réaliste.

<sup>†</sup>on calcule la matrice  $G$  à chaque valeur  $\rho(\mathbf{R})$  comme si le noyau, localement autour de  $\mathbf{R}$ , était un morceau de matière nucléaire de densité  $\rho$ . Les relations *type matière nucléaire infinie* demeurent vraies avec une dépendance en  $\mathbf{R}$ ,  $\rho(\mathbf{R}) = (2/3\pi^2)^{2/3} k_F^3(\mathbf{R})$ .

La matrice réaction obtenue exhibe une dépendance vis-à-vis de la matrice densité dont on peut faire un développement (DME). On obtient ainsi une fonctionnelle  $\mathcal{H}\{\rho(\mathbf{r}), \nabla \rho(\mathbf{r}), \tau(\mathbf{r})\}$  des densités locales  $\rho, \tau$  pour la densité d'énergie d'un noyau. Cette fonctionnelle suggère tous les termes présents dans l'eq. (29), dont la dépendance en densité et y compris les termes *non standards*. Cette justification microscopique peut d'ailleurs être utilisée pour obtenir une première évaluation des divers paramètres de la force de Skyrme [57] en particulier pour montrer l'utilité des termes *non standards* [36].

TABLE II. Paramètres des forces de Skyrme utilisées dans le texte.

Force	SIII [40]	SGII [52]	SkM [43]	SkM* [46]	RATP [49]	SkP [50]
$t_0$ (MeV fm <sup>3</sup> )	-1128.75	-2645.00	-2645.00	-2645.00	-2160.00	-2931.70
$t_1$ (MeV fm <sup>5</sup> )	395.00	340.00	385.00	410.00	513.00	320.62
$t_2$ (MeV fm <sup>5</sup> )	-95.00	-41.90	-120.00	-135.00	121.00	-337.41
$t_3$ (MeV fm <sup>3+3<math>\sigma</math></sup> )	14000.00	15595.00	15595.00	15595.00	11600.00	18708.97
$x_0$	0.450	0.09000	0.090	0.090	0.418	0.29215
$x_1$	0.000	-0.05880	0.000	0.000	-0.360	0.65318
$x_2$	0.000	1.42500	0.000	0.000	-2.290	-0.53732
$x_3$	1.000	0.06044	0.000	0.000	0.586	0.18103
$\sigma$	1	1/6	1/6	1/6	1/5	1/6
$W_0$ (MeV fm <sup>5</sup> )	120.0	105.0	130.0	130.0	120.0	100.0
Force	T6 [45]	Ska [34]	SLy4	SLy5	SLy6	SLy7
$t_0$ (MeV fm <sup>3</sup> )	-1794.20	-1602.78	-2488.91	-2484.88	-2479.50	-2482.41
$t_1$ (MeV fm <sup>5</sup> )	294.00	570.88	486.82	483.13	462.18	457.97
$t_2$ (MeV fm <sup>5</sup> )	-294.00	-67.70	-546.39	-549.40	-448.61	-419.85
$t_3$ (MeV fm <sup>3+3<math>\sigma</math></sup> )	12817.00	8000.00	13777.0	13757.0	13673.0	13677.0
$x_0$	0.392	-0.020	0.834	0.778	0.825	0.846
$x_1$	-0.500	0.000	-0.344	-0.328	-0.465	-0.511
$x_2$	-0.500	0.000	-1.000	-1.000	-1.000	-1.000
$x_3$	0.500	-0.286	1.354	1.267	1.355	1.391
$\sigma$	1/3	1/3	1/6	1/6	1/6	1/6
$W_0$ (MeV fm <sup>5</sup> )	107.0	125.0	123.0	126.0	122.0	126.0

## IV. LA CONSTRUCTION D'UNE INTERACTION EFFECTIVE DE TYPE SKYRME

### A. La matière nucléaire infinie symétrique

La matière nucléaire infinie symétrique est un système idéal composé de nucléons dont on peut résumer les principales propriétés :

- $N = Z$ , neutrons et protons en nombre égal,
- milieu infini sans surface,
- pas d'interaction coulombienne entre les protons,
- pas de corrélations d'appariement entre les nucléons,
- milieu invariant par translation, les fonctions d'onde y sont des ondes planes.
- milieu de densité constante  $\rho_0$  à l'équilibre.

On est en présence d'un gaz de Fermi dont le moment de Fermi est fixé par la densité  $\rho_0$  (cf. Appendice A). Théoriquement et à partir d'une interaction NN, on peut calculer l'énergie par nucléon de cette matière nucléaire infinie en fonction de la densité  $\rho$  (cf. Figure 2) et la densité  $\rho_0$  de saturation apparaît naturellement comme la densité d'équilibre. Il faut souligner que ce mécanisme de saturation est subtil, la présence d'un coeur dur est en particulier fondamentale pour assurer cet équilibre. On peut montrer en effet facilement qu'un potentiel à deux corps purement attractif ne donne pas de saturation pour un système de nucléons [58,59].

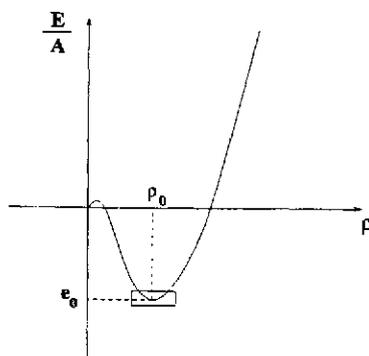


FIG. 2. Energie par nucléon d'une matière nucléaire infinie symétrique.

Les premiers tests d'une interaction NN sont usuellement faits dans ce fluide nucléaire idéal comme cela a été vu au §2.1.2 et il est donc naturel d'essayer d'ajuster les paramètres d'une interaction effective phénoménologique sur les propriétés d'un tel milieu. Dans le cas d'une interaction de Skyrme, cela devient particulièrement aisé puisque la fonctionnelle (28, 29) va générer des expressions très simples de ces propriétés.

#### 1. La densité nucléaire à la saturation.

La diffusion élastique d'électrons sur les noyaux fournit des informations fondamentales sur les distributions de charge [60] et en utilisant le facteur de forme du proton, dont la distribution de charge n'est pas uniforme, on peut extraire la distribution de protons puis la distribution de neutrons au moyen de modèles nucléaires simples. On constate que la densité totale de matière au centre des noyaux lourds et quasiment constante, indépendante du noyau. Pour un système symétrique ( $N = Z$ ) cette densité est donnée dans l'encadré ci-dessous. On en conclue généralement que la densité de nucléons sature à la densité  $\rho_0$  et le concept de *matière nucléaire infinie* trouve ici toute sa justification : Le coeur des noyaux suffisamment lourds, insensible au nombre total de nucléons que contient le noyau se comporte comme un milieu infini.

$$\rho_0 = 0.16 \pm 0.005 \text{ fm}^{-3} \quad ; \quad \frac{E}{A}(\rho_0) = -16 \pm 0.2 \text{ MeV}$$

## 2. L'énergie de volume.

Aux effets de couches près, la formule de masse semi-empirique de Bethe-Weizsäcker donne une excellente approximation des énergies de liaison expérimentales des noyaux. Ce succès est un des supports fondamentaux des modèles de type goutte liquide qui écrivent l'énergie par nucléon d'un noyau  $(N, Z)$  de masse  $A$  et d'asymétrie  $I = (N - Z)/A$  comme un développement :

$$\frac{E}{A} = a_v + a_I I^2 + a_s A^{-1/3} + a_{I_s} I^2 A^{-1/3} + a_c A^{-2/3} + a_{coul} Z^2 A^{-4/3} + \dots \quad (35)$$

Sans entrer ici dans les diverses approximations qui différencient les modèles de la goutte liquide (LDM) ou de la gouttelette (*droplet model* DM), rappelons que les analyses les plus récentes [61,62] des masses expérimentales faites par Möller, Myers et Swiatecki permettent de fixer le coefficient  $a_v$  (cf. encadré §3.1.1), coefficient qui correspond à la définition de l'énergie de liaison par nucléon dans une matière nucléaire infinie symétrique.

Dans le cas d'une force de Skyrme, la fonctionnelle (28, 29) fournit une expression analytique pour  $a_v$  en éliminant tous les termes de surface, de spin-orbite et en posant  $\rho_n = \rho_p = \frac{\rho}{2}$  :

$$\frac{E}{A}(\rho) = \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{2/3} + \frac{3}{8} t_0 \rho + \frac{3}{80} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \left[ 3t_1 + t_2 (5 + 4x_2) \right] \rho^{5/3} + \frac{1}{16} t_3 \rho^{\alpha+1} \quad (36)$$

expression que l'on peut réécrire aisément en fonction des coefficients  $A, B, C,$  et  $D$  qui ne dépendent que des paramètres de la force :

$$\frac{E}{A}(\rho) = A\rho^{2/3} + B\rho + C\rho^{5/3} + D\rho^{\alpha+1} \quad (37)$$

La pression s'écrit comme :

$$P(\rho) = \rho^2 \frac{dE/A(\rho)}{d\rho} = \rho \left\{ \frac{2}{3} A\rho^{2/3} + B\rho + \frac{5}{3} C\rho^{2/3} + D(\alpha+1)\rho^{\alpha+1} \right\} \quad (38)$$

et l'équilibre à la densité de saturation  $\rho_0$  satisfait l'équation :

$$P = \rho_0 \left( \frac{dE/A(\rho)}{d\rho} \right)_{\rho=\rho_0} = 0 \quad (39)$$

On s'aperçoit que deux paramètres pourront être déterminés à partir des deux équations (36) et (38) et des valeurs empiriques (cf. encadré §3.1.1) du point de saturation de la matière nucléaire infinie symétrique.

## 3. Le coefficient d'incompressibilité.

Le coefficient d'incompressibilité est relié à la courbure au point de saturation de la fonction  $\frac{E}{A}(\rho)$  (eq. (36)) (cf. Appendice A). Coefficient fondamental aux basses densités puisque relié à la dureté de l'équation d'état nucléaire, il l'est aussi aux hautes densités où certaines forces peuvent souvent violer le principe de causalité [63] (cf. Appendice A). Pour une force de Skyrme il s'exprime simplement :

$$K_\infty = 9\rho_0^2 \left( \frac{d^2 E/A(\rho)}{d\rho^2} \right)_{\rho=\rho_0} = -2A\rho_0^{2/3} + 10C\rho_0^{5/3} + 9D\alpha(\alpha+1)\rho_0^{\alpha+1} \quad (40)$$

Ce coefficient est resté longtemps très mal connu ( $K_\infty \approx 300 \pm 100 \text{ MeV}$ ) tant que son approche expérimentale était tentée à l'aide de masses, de rayons nucléaires ou d'une manière générale de propriétés statiques des noyaux [64]. Il en existe désormais de multiples évaluations mais leur interprétation reste toujours délicate puisque la plupart des mesures expérimentales concernent des noyaux et non ce milieu idéal qu'est la matière nucléaire infinie. Dans le cadre d'une étude microscopique (calculs Hartree-Fock plus approximation RPA des phases aléatoires) de la résonance géante monopolaire (E0; T=0 GMR), J.P. Blaizot [65] a pu extraire une valeur fiable de ce coefficient :

$$K_\infty = 210 \pm 30 \text{ MeV}$$

Depuis cette évaluation de multiples extractions ont été faites à partir de données très diverses [64] et il convient d'en dresser un bilan synthétique et critique.

**Remarque 1.** Les résultats issus d'analyses de propriétés de supernovae [64] doivent être pris avec prudence, la notion de surface dans ce type de milieu n'étant jamais prise en compte. C'est également le cas des valeurs que l'on peut extraire des règles de sommes de la théorie de Landau-Migdal pour les liquides de Fermi. D'une manière générale les coefficients extraits sont souvent affectés d'incertitudes très importantes pour cette raison.

**Remarque 2.** Les analyses du mouvement collectif transverse pour des collisions entre ions lourds, pour des énergies incidentes inférieures à 100 MeV/A, n'infirmant pas cette valeur de  $K_\infty$  associée à une masse effective  $\frac{m^*}{m} \simeq 0.8$ . Deux raisons essentielles montrent qu'il est difficile d'aller plus loin dans cette affirmation : i) lorsque l'énergie incidente augmente, les collisions à 2 corps deviennent prépondérantes et les signatures que l'on peut extraire pour l'équation d'état nucléaire deviennent rapidement floues; ii) la notion même d'équation d'état doit être considérée prudemment dans ces expériences : en effet, elle concerne des systèmes équilibrés et en ce sens, le temps auquel on construit ce flot collectif doit être soigneusement choisi [66].

**Remarque 3.** L'extraction expérimentale du coefficient  $K_\infty$  à partir des énergies de la résonance géante monopolaire  $E0;T=0$  (GMR), passe par la relation :

$$K_A = \frac{m}{\hbar^2} \langle r^2 \rangle E_{GMR}^2$$

où  $\langle r^2 \rangle$  est le r.m.s. du noyau. Le coefficient  $K_\infty$  est alors extrait à l'aide d'un développement de type goutte liquide du coefficient  $K_A$  d'un noyau :

$$K_A = K_\infty + K_s A^{-1/3} + K_c A^{-2/3} + K_I I^2 + K_{I_s} I^2 A^{-1/3} + K_{coul} Z^2 A^{-4/3} + \dots \quad (41)$$

Les divers coefficients  $K_j$  de (41) sont déterminés par ajustement des énergies expérimentales dont on dispose, soit environ une cinquantaine de valeurs à l'heure actuelle. Sachant qu'on ne peut en aucun cas négliger un des termes du développement (41) et que les meilleurs ajustements des coefficients de la relation (35) pour les masses des noyaux reposent sur environ 1600 masses expérimentales, on mesure l'incertitude qui peut demeurer sur le coefficient  $K_\infty$ . Ce problème a généré dans le passé des valeurs de  $K_\infty$  sans réelle signification [67]. J.M. Pearson [68] a montré qu'il existait de très fortes corrélations entre les divers  $K_j$  qui rendent très difficile une détermination unique de  $K_\infty$ . Dans le cadre d'une étude critique de cette procédure, Shlomo et Youngblood [69] ont récemment réanalysé toutes les données disponibles en 1993 pour conclure que l'on ne pouvait pas attendre une meilleure valeur que  $K_\infty = 200 \div 350$  MeV.

**Remarque 3.** La seule détermination fiable est indirecte. Il faut faire un calcul microscopique (RPA ou HF plus règles de somme [70]) ou semi-classique (règles de somme [71]). Ce type de calcul est basé sur une modélisation du mode  $E0;T=0$  sous la forme d'une compression radiale (*scaling*) où la densité est modifiée radialement comme :

$$\rho(r) \rightarrow \lambda^3 \rho(\lambda r) \quad (42)$$

le coefficient  $K_A$  est alors obtenu comme :

$$K_A = \left. \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \rho(\lambda) \right|_{\lambda=1} = \frac{m}{\hbar^2} \langle r^2 \rangle E^2(E0;T=0) \quad (43)$$

Les densités sont calculées microscopiquement à l'aide d'une interaction effective donnée (qui possède entre autres propriétés un  $K_\infty$  donné) et les énergies du mode  $E0;T=0$  obtenues sont reproduites sur la Figure 3 pour quelques interactions effectives montrant ainsi clairement le caractère sélectif de ce mode géant vis-à-vis d'une force effective. Le désaccord général observé pour les noyaux légers est à mettre au passif de l'approximation (42), un seul mode de volume ne suffisant pas en rendre compte des résultats expérimentaux. Un *scaling* plus sophistiqué doit être utilisé en couplant un mode de volume à un mode de surface, couplage réalisé avec succès par Gleissl *et al.* [71] (cf. Figure 4). Même si cette approximation du *scaling* doit être utilisée prudemment à cause des erreurs systématiques qu'elle peut générer sur les modes à haute énergie d'excitation [72], il n'y a pas à l'heure actuelle d'argument fondamental permettant de remettre en cause l'analyse de Blaizot [65] et la valeur de  $K_\infty$  de l'encadré ci-dessus. Rappelons que dans cet esprit, Gleissl *et al.* [71] et plus récemment Farine *et al.* [32] ont analysé tous les résultats expérimentaux disponibles pour confirmer la valeur de Blaizot.

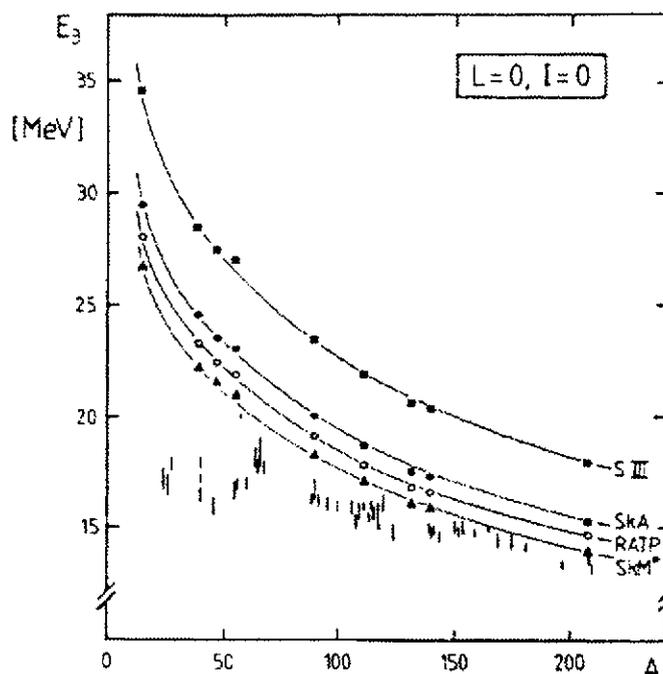


FIG. 3. Energies (en MeV) du mode géant monopolaire isoscalaire  $E_0; T=0$  (GMR) obtenues avec quatre forces différentes comparées aux énergies expérimentales [73] (représentées avec leurs erreurs).

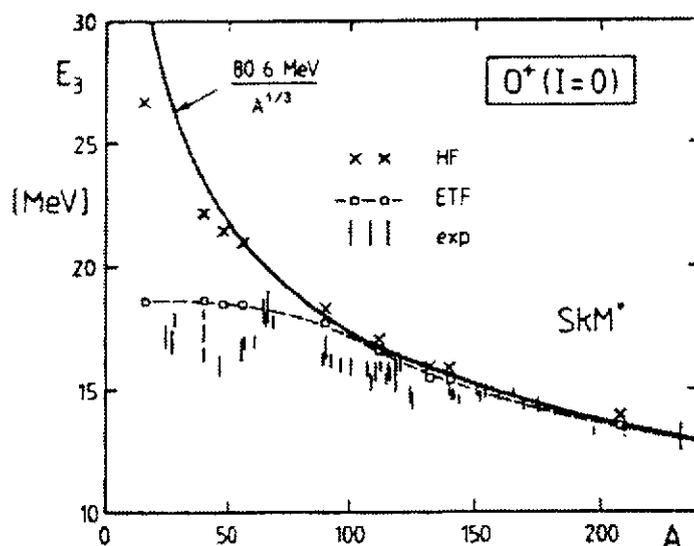


FIG. 4. Energies du mode  $E_0; T=0$  (GMR) obtenues avec la force  $SkM^*$ . Croix : énergies  $E_3$  HF comme dans la Figure 3. Carrés : énergies de l'état le plus bas dans un "scaling" à 2 dimensions. Les points expérimentaux sont les mêmes que dans la Figure 3. Trait plein : ajustement de type LDM proportionnel à  $A^{-1/3}$ .

#### 4. La masse effective isoscalaire.

L'énergie d'une particule individuelle de moment  $\mathbf{p}$  dans la matière nucléaire infinie s'écrit :

$$\varepsilon_p = \frac{\mathbf{p}}{2m} + \Sigma(\mathbf{p}, \varepsilon_p) = \frac{\mathbf{p}}{2m^*} \quad (44)$$

Cette équation auto-cohérente pour  $\varepsilon_p$  contient un premier terme d'énergie cinétique et un second terme de *self-énergie* résultant de l'interaction de la particule avec le milieu. Cette énergie peut aisément être réécrite comme l'énergie cinétique d'une particule libre mais *affectée* d'une masse effective  $m^*$  qui s'exprime alors comme :

$$\frac{m^*}{m} = \frac{m}{p} \frac{d\varepsilon_p}{dp} \quad (45)$$

Dans les noyaux finis cette masse effective joue un rôle important sur la densité de niveaux à la surface de Fermi, ce qui donne une valeur d'environ  $1.1 \div 1.2$  pour les états près du niveau de Fermi [74,75], tandis que les états plus profonds tendent à préférer une valeur plus faible. En prenant en compte les évaluations issues des résonances géantes quadrupolaires isoscalaires E2; T=0 [65] on peut avancer une valeur de :

$$\frac{m^*}{m} = 0.8 \div 0.9$$

Dans la fonctionnelle de Skyrme (eq. (29)), la masse effective est extraite en rassemblant les termes en  $\rho\tau$ , mettant en évidence une dépendance vis-à-vis de la non-localité de la force soit :

$$\frac{\hbar^2}{2m_q^*} \tau_q = \tau_q \left\{ \frac{\hbar^2}{2m} + \frac{1}{8} \rho \left[ t_1 (2 + x_1) + t_2 (2 + x_2) \right] + \frac{1}{8} \rho_q \left[ t_2 (1 + 2x_2) - t_1 (1 + 2x_1) \right] \right\} \quad (46)$$

ce qui devient dans la matière nucléaire infinie symétrique où  $\rho_p = \rho_n = \rho/2$  :

$$\left( \frac{m^*}{m} \right)^{-1} = 1 + \frac{1}{8} \frac{m}{\hbar^2} \rho \left[ 3t_1 + (5 + 4x_2) \right] \quad (47)$$

A partir des données isoscalaires que l'on vient de discuter, on voit déjà se dessiner un début de protocole de détermination des paramètres de la force effective [76] :

$$\rho_0 \quad \frac{E}{A} \quad K_\infty \quad \frac{m^*}{m} \quad \longrightarrow \quad t_0 \quad t_3 \quad \alpha \quad 3t_1 + t_2 (5 + 4x_2)$$

La combinaison de paramètres  $3t_1 + t_2 (5 + 4x_2)$  peut être gardée en l'état avant la prise en compte d'autres données, cette combinaison étant quasiment insensible aux quantités autre que la masse effective  $\frac{m^*}{m}$ . La Figure 5 montre la forte corrélation qui existe entre  $K_\infty$  et la masse effective  $\frac{m^*}{m}$ . La Figure 6 montre la corrélation entre  $K_\infty$  et la densité à l'équilibre  $\rho_0$  pour deux valeurs de l'asymétrie neutron-proton  $I$ . Ces deux figures montrent à l'évidence les très fortes corrélations qui vont exister entre les divers coefficients de l'interaction effective, relativiste ou non relativiste. La Figure 6 montre en outre que ces corrélations peuvent évoluer très différemment d'une force à l'autre donnant éventuellement une possibilité de choix si on est capable d'approcher expérimentalement les quantités  $K_\infty$  ou  $\rho_0$  pour de fortes asymétries  $I$ .

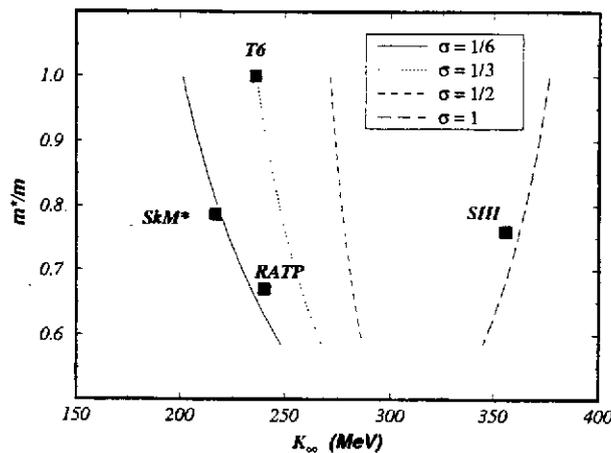


FIG. 5. Corrélations entre le coefficient d'incompressibilité  $K_\infty$  et la masse effective  $\frac{m^*}{m}$  pour diverses valeurs du paramètre  $\alpha$  gouvernant la dépendance en densité de la force. Ces abaques sont tracés pour une densité à l'équilibre  $\rho_0 = 0.16 \text{ Fm}^{-3}$  et une énergie de liaison par nucléon  $\frac{E}{A} = 16 \text{ MeV}$ .

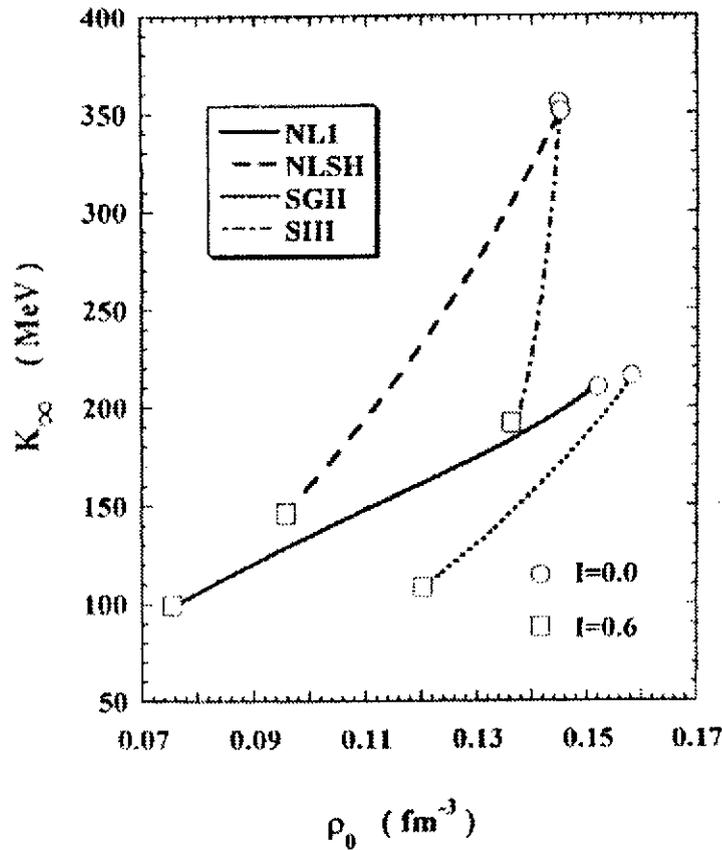


FIG. 6. Corrélations entre le coefficient d'incompressibilité  $K_\infty$  et la densité à l'équilibre  $\rho_0$  pour diverses interactions effectives relativistes (NLI, NLSH) ou non relativiste (SGII, SIII). Cette corrélation est tracée pour deux valeurs de l'asymétrie neutron-proton  $I$ .

### B. La matière nucléaire infinie asymétrique

L'étude des noyaux très loin de la vallée de stabilité, en particulier ceux proches de la *drip line* neutron nous imposent maintenant de savoir si l'on peut intégrer dans cette procédure des propriétés caractéristiques d'une matière nucléaire asymétrique  $I \neq 0$ . A partir de la fonctionnelle de Skyrme (cf. eqs. (28, 29)), il est relativement aisé de construire l'expression de l'énergie d'une matière nucléaire infinie asymétrique. Les densités de neutrons et de protons deviennent des fonctions de la densité totale  $\rho$  et d'un paramètre d'asymétrie neutron-proton  $Y_e$  ou  $I = 1 - 2Y_e$  comme  $\rho_n = \rho(1 - Y_e) = \rho(1 + I)/2$  et  $\rho_p = \rho Y_e = \rho(1 - I)/2$  avec :

matière nucléaire symétrique  $\frac{1}{2} \geq Y_e = \frac{Z}{A} \geq 0$  matière de neutrons

$$\text{ibid. } 0 \leq I = \frac{N-Z}{A} \leq \text{libid.}$$

$$\begin{aligned} \frac{E}{A}(Y_e \text{ ou } I; \rho) &= \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{5}{3}} F_{5/3} \\ &+ \frac{1}{8} t_0 \rho \left[ 2(x_0 + 2) - (2x_0 + 1) F_2 \right] + \frac{1}{48} t_3 \rho^{\alpha+1} \left[ 2(x_3 + 2) - (2x_3 + 1) F_2 \right] \\ &+ \frac{3}{40} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{5}{3}} \left\{ \left[ t_1(x_1 + 2) + t_2(x_2 + 2) \right] F_{5/3} \right. \\ &\left. + \frac{1}{2} \left[ t_2(2x_2 + 1) - t_1(2x_1 + 1) \right] F_{8/3} \right\} \end{aligned} \quad (48)$$

avec la définition des facteurs d'asymétrie :

$$F_m(Y_e) = 2^{m-1} \left[ Y_e^m + (1 - Y_e)^m \right] \quad , \quad F_m(I) = \frac{1}{2} \left[ (1 + I)^m + (1 - I)^m \right]$$

La Figure 7 donne l'évolution de l'énergie par particule de cette matière infinie asymétrique en fonction de la densité  $\rho$  et pour quelques valeurs du paramètre d'asymétrie allant de la matière symétrique  $Y_e = \frac{1}{2}$ ,  $I = 0$  à la matière de neutrons  $Y_e = 0$ ,  $I = 1$ .

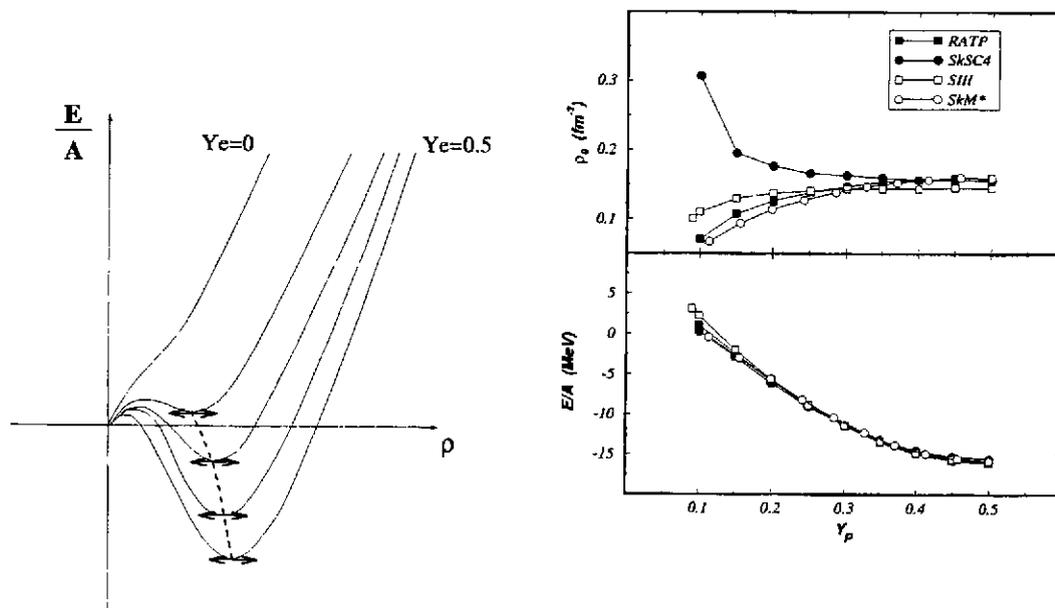


FIG. 7. Partie gauche : énergie par nucléon dans la matière nucléaire infinie asymétrique en fonction de la densité  $\rho$ . Les énergies sont tracées pour diverses valeurs de  $Y_e$  entre  $Y_e = \frac{1}{2}$  et  $Y_e = 0$ . Partie droite : évolution de l'énergie par nucléon et de la densité au point de saturation en fonction de  $Y_p = Z/A$  pour diverses interactions de Skyrme.

L'évolution de  $\frac{E}{A}$  en fonction de  $Y_e$  est relativement mal connue, bien qu'il existe des essais de calculs de type Brueckner-Hartree-Fock pour une matière asymétrique [77,78] qui montrent par exemple que l'on doit s'attendre à un adoucissement de l'équation d'état avec  $Y_e$  [79]. Cet effet apparaît clairement sur la Table III, qui donne les valeurs du coefficient d'incompressibilité à l'équilibre pour  $Y_e = \frac{1}{3}$ .

TABLE III. Coefficients  $K_{eq}(Y_e = 1/3)$  (en MeV) pour quelques forces de Skyrme et pour le potentiel de Paris [79]. Les valeurs de  $K_\infty$  (en MeV) sont données pour comparaison.

	SIII	SGII	SkM*	RATP	T6	SLy4	Paris
$K_\infty$	356	215	217	240	236	230	185
$K_{eq}(Y_e = 1/3)$	305	181	173	202	198	182	143

Si cet adoucissement est une caractéristique importante, une autre propriété est l'évolution de la densité d'équilibre avec l'asymétrie  $Y_e$ , sachant que l'on doit naturellement aller vers sa disparition puisqu'aucune saturation n'apparaît pour la matière de neutrons. La Figure 7 montre, pour des forces de Skyrme très différentes, que si l'énergie à la saturation ne change quasiment pas, on peut constater des variations importantes dans les comportements des densités en fonction de  $Y_e$ . Pour mieux comprendre la portée de ces différences, il faut rappeler que si la zone des faibles densités ( $\simeq 0.1 \text{ fm}^{-3}$ ) n'est intéressante que pour l'étude de la croûte des étoiles à neutrons, la zone  $0.3 \leq Y_e \leq 0.5$  concerne les noyaux riches en neutrons, la *drip line* neutron devant être voisine de  $Y_e = 0.3$ .

## 1. L'énergie de symétrie.

L'étude d'une matière nucléaire asymétrique  $I = \frac{(N-Z)}{A} \neq 0$  donne des renseignements sur le coefficient  $a_I$  du développement (35). Les analyses expérimentales de Möller, Myers et Swiatecki [61,62] donnent la valeur de l'encadré ci-dessous avec une incertitude qui intègre d'une part plusieurs déterminations du coefficient  $a_I$  (augmentation du nombre de masses expérimentales prises en compte) et d'autre part les différences que l'on observe entre les analyses type LDM ou DM ( $a_I = 30.8 \text{ MeV}$  et  $J = 32.7 \text{ MeV}$  respectivement), avec une légère préférence pour la valeur type DM, puisque ce modèle offre une meilleure description des effets de surface.

$$a_I = 32.5 \pm 0.5 \text{ MeV}$$

Cette énergie de symétrie peut-être déduite simplement de l'eq. (48) comme :

$$a_{sym} = \frac{1}{2} \frac{d^2}{dI^2} \frac{E}{A}(\rho) \Big|_{I=0} = \ell \rho^{\frac{2}{3}} + n\rho + p\rho^{\frac{5}{3}} + q\rho^{\alpha+1} \quad (49)$$

avec les définitions :

$$\begin{aligned} \ell &= \frac{1}{3} \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad n = -\frac{1}{8} t_0 (2x_0 + 1), \quad q = -\frac{1}{48} t_3 (2x_3 + 1) \\ p &= -\frac{1}{24} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \left[ 3t_1 x_1 - t_2 (4 + 5x_2) \right] \end{aligned} \quad (50)$$

Les coefficients  $L$  et  $K_I$  peuvent également être déduits de l'eq. (48) (cf. Appendice C) mais malheureusement leur détermination *expérimentale*, qui passe à nouveau par des développements de type goutte liquide, restent très aléatoires (cf. discussion sur l'extraction de  $K_\infty$ ).

Pour notre protocole de construction d'une force de Skyrme, cette énergie de symétrie fait intervenir, outre les paramètres  $t_0, t_3, \alpha$ , trois nouvelles quantités  $x_0, x_3$  et une combinaison  $3t_1 x_1 - t_2(5 + 4x_2)$ .

## 2. La matière de neutrons.

A partir d'hamiltoniens réalistes incluant des termes à deux et trois corps, il existe des calculs variationnels donnant accès à des équations d'état relativement sophistiquées [14,80] pour une matière pure en neutrons. Incluant diverses paramétrisations pour des zones particulières de densités (équation d'état de Bethe et Pethick [81] aux très basses densités, description de Negele et Vautherin [82] pour les densités subnucléaires plus une matière faite uniquement de neutrons pour des densités supérieures à  $0.1 \text{ fm}^3$ ), ces équations rendent bien compte des masses des étoiles à neutrons de masses voisines de  $1.44 M_\odot$  [83].

L'expression (eq. (48)) écrite pour  $Y_e = 0$  (ou  $I = 1$ ) donne l'énergie par particule d'une matière infinie composée uniquement de neutrons ( $F_m(Y_e = 0) = F_m(I = 1) = 2^{m-1}$ ) :

$$\begin{aligned} \frac{E}{A}(Y_e = 0, \text{ ou } I = 1; \rho) &= \frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{4} \rho t_0 (1 - x_0) \\ &+ \frac{1}{24} \rho^{\alpha+1} t_3 (1 - x_3) + \frac{3}{40} (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \rho^{\frac{2}{3}} [t_1 (1 - x_1) + 3t_2 (1 + x_2)] \end{aligned} \quad (51)$$

Pour notre protocole, cette énergie fait intervenir les mêmes paramètres  $x_0, x_3$  et une nouvelle combinaison  $t_1(1 - x_1) + 3t_2(1 + x_2)$ .

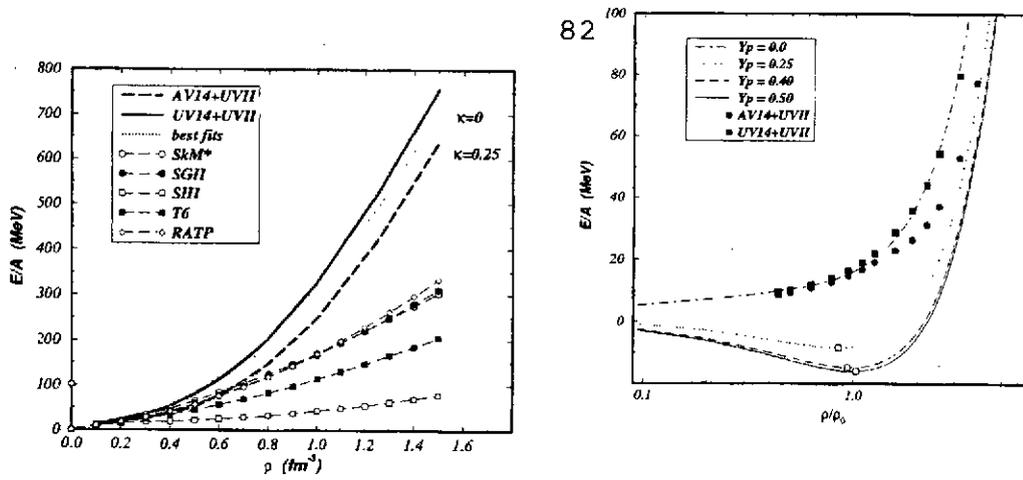


FIG. 8. Partie gauche : énergie par particule (en MeV) dans la matière de neutrons en fonction de la densité  $\rho$  pour diverses forces de Skyrme comparées aux deux modèles réalistes de Wiringa *et al.*. Partie droite : énergie par particule (en MeV) dans la matière nucléaire asymétrique pour diverses valeurs de  $Y_p = Z/A$ . Deux forces de Skyrme de type SLy sont considérées avec des facteurs  $\kappa$  différents.

Certains auteurs ont déjà regardé la possibilité de reproduire ces équations d'état [84,85] ou de reproduire un ou plusieurs points particuliers, parallèlement aux propriétés nucléaires habituelles [32,49]. La Figure 8 montre pour comparaison comment les forces de Skyrme usuelles reproduisent l'équation d'état de Friedmann et Pandharipande [14] avec, pour certaines paramétrisations, un effondrement qui apparaît à des densités relativement basses.

Pour s'affranchir des difficultés que l'on peut rencontrer en cherchant à ajuster des forces utilisant des termes *non standards*, essentiellement pour s'affranchir d'un effondrement à des densités voisines de  $2\rho_0$  [32,36,37], une possibilité est d'ajuster la totalité de l'équation d'état d'une matière purement neutronique. En imposant une précision de départ d'environ 5% on pourra *relâcher* cette précision aux très grandes densités, pour décrire les propriétés des noyaux.

Les courbes  $\frac{E}{A}(Y_p, \rho)$  qui sont tracées sur la Figure 8 (partie droite) sont obtenues avec la force SLy4 où l'on a ajusté, entre autres propriétés, l'équation d'état de Wiringa *et al.* [80] pour la matière de neutrons.

### C. La matière nucléaire semi-infinie : l'énergie de surface

Il est relativement simple de réaliser un modèle de matière nucléaire semi-infinie, pour avoir accès au coefficient  $a_s$  de la formule de masse (35). Considérée comme constante selon deux axes, la densité nucléaire est modélisée par une fonction de Fermi avec une épaisseur de surface  $\alpha$  le long de l'axe perpendiculaire à la surface qui est supposée infinie.

L'énergie de surface est alors simplement écrite selon l'eq. (52) et minimisée par rapport à  $\rho_0$  et  $\alpha$ .

$$a_s = 4\pi r_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \mathcal{H}[\rho(x)] - a_v \rho(x) \right\} dx \quad (52)$$

avec  $a_v = \mathcal{H}(\rho_0)/\rho_0$  et  $r_0 = (\frac{4}{3}\pi\rho_0)^{1/3}$ .

De tels modèles simples ont été réalisés par plusieurs auteurs [86-89] et généralisés à une matière nucléaire asymétrique [89-91] pour avoir accès au coefficient :

$$\tilde{a}_s = a_s + a_{I_s} I^2 = J - \frac{9}{4} \frac{J^2}{Q} I^2 \quad (53)$$

où la seconde égalité fait apparaître les coefficients  $J$  et  $Q$  du modèle de la gouttelette (DM).

Pour une matière très asymétrique, la simplicité première du modèle doit être revue essentiellement en ce qui concerne le profil de Fermi, où une asymétrie de surface devient rapidement indispensable avec  $I = (N - Z)/A$  [88,90]. Néanmoins, et même si de tels modèles simples surévaluent l'énergie de surface de 1 ou 2 MeV par rapport à un calcul de type Hartree-Fock, leur compacité permet de prendre en compte simplement cette quantité dans l'ajustement d'une force effective. Les énergies de surface obtenues [91] pour quelques forces

de Skyrme (cf. Table IV) sont très proches de celles extraites d'un calcul de type goutte liquide ( $\simeq 20 \text{ MeV}$  (LDM),  $\simeq 23 \text{ MeV}$  (DM) ) en prenant en compte qu'il faut corriger ces dernières valeurs de la contribution du terme spin-orbite ( $1.5 \div 2.0 \text{ MeV}$ ). Les nombreux auteurs qui ont développé de tels modèles [86-89,91] ont largement discuté comment on obtient des résultats très divers, parfois même incompatibles pour le coefficient  $a_{I_s}$ , montrant à quel point on devient tributaire du modèle utilisé.

TABLE IV. Energies de surface  $a_s$  en  $\text{MeV}$  pour quelques forces de Skyrme.

SIII	Ska	SkM	SkM*	RATP	SLy4
17.8	18.7	16.7	16.0	19.0	16.67

Un approche réaliste de ce coefficient de surface consiste à raisonner de manière relative en considérant le lien étroit qui existe entre cette énergie de surface et les barrières de fission des noyaux lourds. Même si en valeur absolue, on ne reproduit pas exactement la bonne valeur de l'énergie de surface, surtout en partie à cause de l'approximation ETF, on a néanmoins un bon comportement en fonction de  $K_\infty$  ou de  $a_v$  [92]. On peut utiliser ces résultats comme test en se *calant* sur une force comme  $SkM^*$  dont on connaît le succès pour les barrières de fission des noyaux lourds. Expérimentalement, la structure des barrières de fission des actinides est relativement bien connue [116], les effets de couche dans cette région et leur influence sur ces barrières de fission le sont également [117]. Pour le noyau  $^{240}\text{Pu}$ , la première barrière est légèrement triaxiale tandis que la seconde a une composante qui brise la symétrie droite-gauche (caractère octupolaire). Cette complexité du chemin de fission [118] rend difficile l'ajustement d'une force effective sur la simple hauteur d'une barrière de fission. Les calculs théoriques montrent en outre généralement que si la plupart des paramétrisations donnent les bonnes caractéristiques de la première barrière (position et hauteur), les différences apparaissent sur la seconde barrière [44,118]. La valeur de ces diverses contributions avec en outre celles dues à la projection des états intrinsèques a été évaluée [119] mais une philosophie plus simple (celle qui a fait le succès de la force  $SkM^*$ ) consiste à étudier la composante semi-classique de la barrière de fission pour le noyau  $^{240}\text{Pu}$ . Sachant que l'on dispose d'une procédure efficace pour prendre en compte à la *Strutinsky* les effets de couches à partir d'un calcul semi-classique [120,121], on pourra aisément retrouver la structure microscopique de la barrière de fission. Il existe certes d'autres relations : i) entre la hauteur de cette barrière et le coefficient  $K_\infty$ , une équation d'état dure donnant généralement une barrière plus haute [122]; ii) Tondeur a également établi une dépendance de la masse effective sur les oscillations de couches [123] qui semblent préférer une valeur proche de  $\frac{m^*}{m} = 1.0$ .

Néanmoins, le lien le plus direct est certainement celui existant entre la hauteur de barrière et l'énergie de surface  $\bar{a}_s$  de la force. Cette corrélation est évidente sur la Table V [91]. Si l'on prend comme référence la valeur de  $\bar{a}_s$  pour  $SkM^*$  (la structure microscopique de la barrière de fission est correcte, comparée à l'expérience [46]) on peut avancer l'hypothèse raisonnable que les forces qui auront une tension de surface identique auront des hauteurs des barrières comparables. Si cette corrélation se confirme, elle n'est pas le seul fait des forces de portée nulle puisqu'il existe le même effet pour les forces de portée finie de type *Gogny* [118] (les forces D1 et D1S avec des tensions de surface voisines de celles de SIII et  $SkM^*$  respectivement ont des hauteurs de barrières compatibles avec celles de SIII et  $SkM^*$ ). On pourrait donc envisager, abstraction faite du modèle utilisé pour calculer  $\bar{a}_s$ , de prendre en compte la *valeur correcte de  $SkM^*$*  dans un ajustement des paramètres de la force.

TABLE V. Barrières de fission (en MeV) et énergies de surface  $a_s$ , en MeV pour quelques forces de Skyrme.

	$a_s$	E(barrière)	E(2nd min)	
SIII	17.8			
SLy4	16.67	11.6	$\approx 6.0$	$\approx D1$
SkM*	16.00	10.4	5.1	
SLy7	15.80	9.9	3.2	$\approx D1S$
expt (a)			3.0	
			$\approx 2.6$	

### D. Autres quantités importantes

#### 1. La masse effective isovectorielle ou le facteur d'accélération de la résonance géante dipolaire isovectorielle.

La résonance géante dipolaire isovectorielle  $E1; T=1$  fournit également un bon test direct de partie non-locale de la force effective. La règle de somme  $m_1$  [70,71] est en effet directement accessible expérimentalement par réactions de photoabsorption sur les noyaux :

$$m_1 = \frac{1}{4\pi^2} \frac{\hbar c}{e^2} \int \sigma(E_\gamma) dE_\gamma = \frac{NZ}{A} \frac{\hbar^2}{2m} (1 + \kappa) \quad (54)$$

$\sigma(E_\gamma)$  est la section efficace de photoabsorption,  $\kappa$  le facteur d'accélération mesurant la déviation par rapport à la règle de somme de Thomas-Reiche-Kuhn (TRK). Il ne faut cependant pas oublier que dans ces sections efficaces intégrées de photoabsorption entrent en jeu à la fois des effets tensoriels et des effets subnucléoniques, qui justifient que l'on admette généralement qu'avec une force de Skyrme standard où de tels degrés de liberté sont absents une bonne valeur de ce coefficient est  $\kappa = 0.4 \div 0.5$ . Il faut donc prendre garde de ne pas *ajuster* trop fortement une telle valeur qui doit être néanmoins surveillée pour rester dans des limites raisonnables.

#### 2. Les paramètres de Landau-Migdal.

Une critique souvent faite aux forces effectives de portée nulle de type Skyrme est leur instabilité de spin ou d'isospin. L'analyse d'une paramétrisation en termes de paramètres de Landau-Migdal [52-54] par les inégalités et règles de somme qu'elle fournit permet une surveillance efficace de ce comportement.

### E. Quelques noyaux sphériques à l'approximation Hartree-Fock.

Afin de différencier les paramètres de la force dans les barres d'erreurs des divers coefficients que l'on vient de discuter, on ajuste, à l'approximation HF, les énergies de liaison  $E_B$  et les rayons de charge  $\langle r^2 \rangle_c$  pour les noyaux doublement magiques  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{56}\text{Ni}$  et  $^{208}\text{Pb}$ .

#### 1. Terme spin-orbite.

Pour achever la détermination des paramètres de la force effective, il reste à fixer une "règle du jeu" pour le terme spin-orbite. Dans le cas des théories non relativistes, ce terme est toujours ajouté de manière phénoménologique avec en général un paramètre ajusté sur l'écart en énergie entre les états individuels  $3p$  neutrons dans le noyau  $^{208}\text{Pb}$  :

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)_{so} = iW_0 \boldsymbol{\sigma} \cdot [\mathbf{P}' \times \delta(\mathbf{r}) \mathbf{P}] \quad (55)$$

ce qui donne dans la fonctionnelle un terme de la forme :

$$\mathcal{H}_{so} = \frac{1}{2} W_0 [\mathbf{J} \cdot \nabla \rho + \mathbf{J}_p \cdot \nabla \rho_p + \mathbf{J}_n \cdot \nabla \rho_n] \quad (56)$$

Les théories relativistes présentent à priori l'avantage majeur de décrire le degré de liberté de spin de manière cohérente sans faire appel à aucun paramètre supplémentaire. Certains auteurs, Thies [6] et Reinhard [4] ont tenté d'extraire le terme qu'il faut introduire dans une fonctionnelle de type Skyrme à partir de la limite non relativiste des théories relativistes. Dans cet esprit Reinhard et Flocard [7] ont proposé : un terme du type avec deux paramètres :

$$\mathcal{H}_{so} = \frac{W_1}{2} \mathbf{J} \cdot \nabla \rho + \frac{W_2}{2} \{ \mathbf{J}_p \cdot \nabla \rho_p + \mathbf{J}_n \cdot \nabla \rho_n \} \quad (57)$$

Bender *et al.* [129] ont réalisé une étude systématique des écarts spin-orbite dans plusieurs noyaux sphériques. Les résultats sont réunis sur la Figure 9 qui montre la supériorité évidente des théories relativistes pour décrire ces quantités.

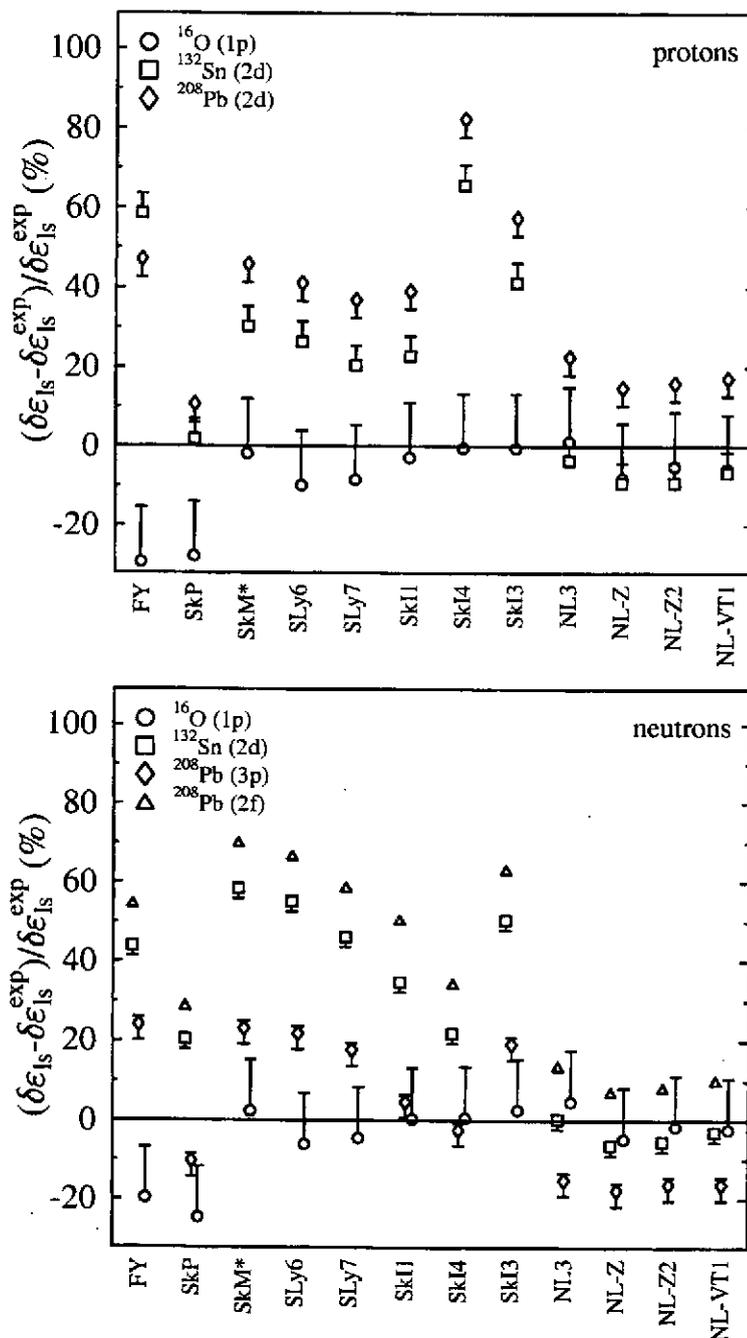


FIG. 9. Ecarts spin-orbite (en % par rapport aux valeurs expérimentales) pour les états : protons : 1p de  $^{16}\text{O}$ , 2d de  $^{132}\text{Sn}$  et 2d de  $^{208}\text{Pb}$ ; neutrons : 1p de  $^{16}\text{O}$ , 2d de  $^{132}\text{Sn}$  et 3p et 2f de  $^{208}\text{Pb}$  [129].

Il faut toutefois rappeler que les résultats rassemblés par Bender *et al.* sont tous obtenus dans le cadre de théories relativistes qui travaillent à l'approximation Hartree et il est fondamental d'étudier la contribution du terme d'échange avant de conclure définitivement. Ce travail a été récemment achevé par López-Quelle *et al.* sur les deux séries isotopiques de noyaux de Ca et de Sn en prenant en compte tous les mésons à l'approximation RHF. Les résultats qui sont montrés sur la Figure 10 pour la série des Calcium et sur la Figure 11 pour la série des

Etain. font apparaître une forte contribution du terme de Fock avec une importante dépendance vis à vis de l'asymétrie neutron-proton. Le méson  $\pi$ , dont la contribution n'intervient que dans ce terme d'échange, est en partie responsable du comportement avec  $I$  mettant ainsi en évidence qu'il existe encore de sérieuses difficultés pour décrire correctement ces écarts spin-orbite.

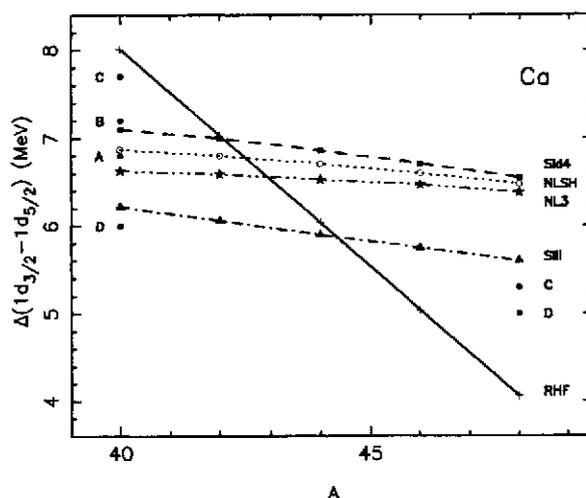


FIG. 10. Ecarts spin-orbite (en MeV) pour la série des Calcium pour divers modèles. Les modèles relativistes NL3 et NLSH travaillent à l'approximation Hartree. Seul le calcul RHF [5] est un calcul complet Hartree-Fock avec tous les mésons.

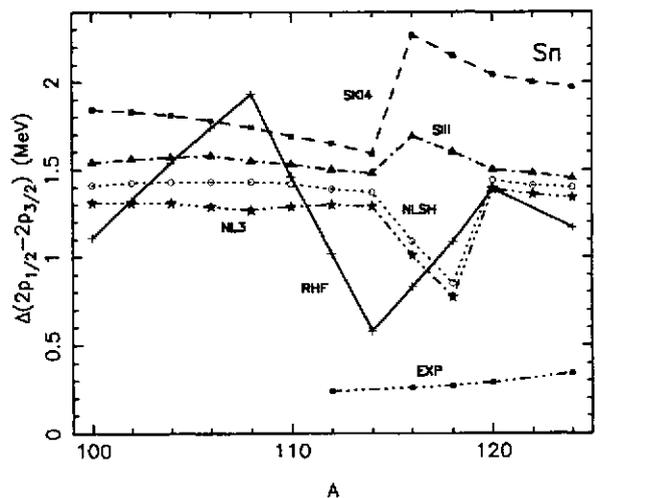


FIG. 11. Ecarts spin-orbite (en MeV) pour la série des Etain pour divers modèles. Les modèles relativistes NL3 et NLSH travaillent à l'approximation Hartree. Seul le calcul RHF [5] est un calcul complet Hartree-Fock avec tous les mésons.

## 2. Résumé du protocole de construction d'une interaction effective de type Skyrme.

Avant de montrer quelques résultats dans divers domaines extrêmes de déformations ou d'isospin obtenus avec des forces existantes, on peut rappeler les résultats de ce Chapitre sous la forme d'un tableau récapitulatif

( Figure 12 montrant un protocole possible de détermination des paramètres d'une force de type Skyrme. De nombreux auteurs ont développé de tels processus d'ajustement (partiellement ou en totalité) pour étudier systématiquement l'influence des paramètres de l'interaction sur certaines propriétés statiques des noyaux [36,49,76,115].

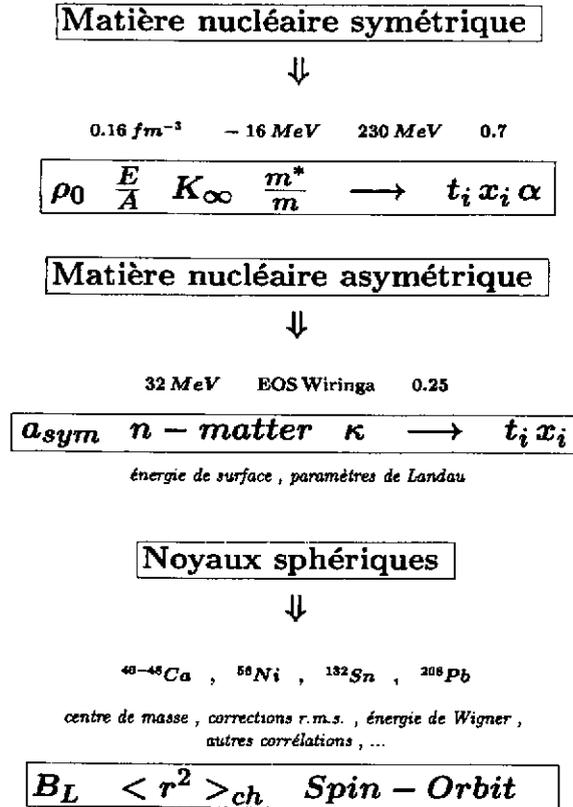


FIG. 12. Résumé d'un protocole possible pour la détermination des paramètres d'une force effective.

### 3. Le problème des corrélations dans les états fondamentaux des noyaux.

L'existence de corrélations dans les états fondamentaux des noyaux est certainement un des problèmes les plus importants qui se pose lors de la construction d'une interaction effective. Il faut rappeler que :

- d'une part on vient d'ajuster dans le §3.5.2 les énergies de liaison et les rayons de charge de quelques noyaux magiques à l'approximation HF,
- d'autre part, on va présenter dans le Chapitre 4 des études du comportement des énergies de liaison ou des énergies de séparation de deux neutrons ou de deux protons en fonction de  $I$ , et ceci toujours à l'approximation HF+BCS.

Des évaluations systématiques [108,110] de ces corrélations qui se situent au-delà de l'approximation HF, ont été réalisées tant pour les corrélations venant des résonances et des états de haute énergie que pour celles venant de modes de basse énergie : mouvement du centre de masse, rotations ou vibrations collectives. Si les effets

relatifs sont souvent faibles, il existe des effets de couches visibles, point important si on se souvient qu'une des questions majeures de l'étude des noyaux très riches en neutrons est justement la recherche de nouveaux nombres magiques dans cette région [111,113]. En fonction de la déformation, les effets des corrélations des modes de basse énergie ont été évalués quantitativement à environ 5 MeV le long du chemin de fission et jusqu'au point de scission pour des noyaux moyens ou lourds [110].

Sans développer plus loin cet aspect, il est important de rappeler qu'il pose le problème de la *renormalisation* de l'interaction effective que l'on a construite à la simple approximation HF. Une procédure idéale serait évidemment un ajustement des paramètres de la force au niveau HF+RPA mais le prix à payer deviendrait alors exorbitant. Un schéma plus souple pourrait consister dans la construction d'un état corrélé dans une matière nucléaire très simple dont on pourrait paramétriser l'énergie comme une fonctionnelle de Skyrme, une approximation de type LDA nous permettant enfin l'usage de cette fonctionnelle pour des noyaux finis. Ce type d'approche, tenté avec succès dans des systèmes constitués d'électrons (fonctionnelle de Gunnarson et Lundqvist [114]), pose encore dans les noyaux beaucoup de problèmes : la différence fondamentale qui existe entre les corrélations de type RPA dans la matière nucléaire et dans les noyaux est certainement un des points les plus importants.

## V. RESULTATS ET DISCUSSIONS

### A. Masses et rayons de noyaux sphériques

Avant d'aborder quelques résultats prospectifs dans des conditions extrêmes, il est intéressant de tenter de dresser un bilan comparatif des différentes approches microscopiques qui viennent d'être présentées.

Z. Patyk [126] *et al.* ont ainsi analysé 116 noyaux sphériques dans le cadre de plusieurs approches théoriques :

- formalisme Hartree-Fock-Bogolyubov (HFB) en utilisant des interactions effectives de portée finie (type Gogny) ou de portée nulle (type Skyrme);
- formalisme Hartree-Bogolyubov relativiste (RMF) à partir d'un lagrangien effectif;
- formalisme semi-classique utilisant un développement de type "Thomas-Fermi étendu" plus un traitement "à la Strutinsky" des effets de couches (ETFSI);
- comme élément de comparaison avec les formules de masses, les auteurs présentent également des résultats (MM) de type macroscopique-microscopique obtenus dans le cadre de diverses versions du modèle de la gouttelette ("droplet model") [126].

La Table VI résume l'ensemble de ces résultats en donnant les déviations standards sur les masses et sur les rayons obtenues pour les différentes approches théoriques utilisées.

TABLE VI. Déviations standards sur les masses (en MeV, partie gauche) et les rayons de charge (en fm, partie droite) obtenues pour les 116 noyaux étudiés par Patyk *et al.* [126] en fonction des différents modèles théoriques utilisés. 116 masses et 33 rayons de charge sont pris en compte dans cette analyse. SIII, SkP et SkM\* sont des forces effectives de type Skyrme; NL1, NL2 et NL3 sont des paramétrisations de lagrangiens relativistes. Les indices  $\delta$  et  $\delta\rho$  dénotent différentes paramétrisations pour la force d'appariement dans le cas des forces de Skyrme.

SIII	4.74	SkP	2.37	SkM*	6.32	SIII	0.059	SkP	0.040	SkM*	0.022
SIII $\delta$	3.07	SkP $\delta$	2.53	SkM* $\delta$	5.36	SIII $\delta$	0.057	SkP $\delta$	0.033	SkM* $\delta$	0.021
SIII $\delta\rho$	2.26	SkP $\delta\rho$	2.32	SkM* $\delta\rho$	4.74	SIII $\delta\rho$	0.065	SkP $\delta\rho$	0.043	SkM* $\delta\rho$	0.023
Gogny	2.07						0.031				
NL1	3.94	NL2	11.24	NL3	2.48	NL1	0.026	NL2	0.031	NL3	0.028
ETFSI	0.80						0.021				
MM	0.76-0.57						0.036				

On peut tirer de cette table un certain nombre de conclusions évidentes :

- Dans le cas des forces de Skyrme, les corrélations d'appariement sont prises en compte en utilisant trois types de forces effectives : une force de séniorité avec une intensité constante (aucun indice); une force de portée nulle (indice  $\delta$ ) et une force de portée nulle avec un facteur de forme de surface (indice  $\delta$ ) (cf. Section II E). Pour les trois paramétrisations présentées, l'effet de ce raffinement est clair sur les masses puisqu'il permet de se rapprocher sensiblement des résultats obtenus avec la force de Gogny où un traitement auto-cohérent des corrélations d'appariement utilisant la même force effective dans les canaux particule-trou et particule-particule a toujours montré des champs d'appariement concentrés autour de la surface du noyau. Ce résultat est toutefois moins évident sur les rayons de charge vraisemblablement plus sensibles au champ moyen.
- En ce qui concerne les masses nucléaires, la supériorité des modèles macroscopiques de "type goutte liquide" apparaît clairement mais il ne faut pas oublier que ces masses étant leur propre ingrédient fondamental de base, ils ne font en quelque sorte que reproduire, heureusement correctement, les données qui ont servi à leur construction. Cette remarque est à rapprocher de remarques générales identiques dans le cours de G. Audi [127] à propos des formules empiriques pour les masses nucléaires. Elle est également confirmée par les déviations standards obtenues pour les rayons de charge qui ne montrent pas une supériorité évidente de ces formules de masses comparées aux théories de champ moyen.
- Il n'apparaît pas à ce stade de différences fondamentales entre théories relativistes et non relativistes et les résultats obtenus dans ce dernier cadre avec la force effective de Gogny semblent réaliser
- Dans la mesure où l'on s'intéresse prioritairement à des masses et des rayons, l'approche semi-classique ETFSI réalise un compromis relativement satisfaisant basé sur une approche auto-cohérente utilisant l'approximation de champ moyen.

Le comportement des rayons nucléaires le long de longues séries d'isotopes ou d'isotones permet de mettre en évidence quelques différences spectaculaires entre les diverses approches. Z. Patyk *et al.* [126] ont analysés pour cela les rayons de charge et de neutrons pour des chaînes d'isotopes et d'isotones. La Figure 13 montre ces rayons pour deux séries d'isotopes d'Etain et de Plomb tandis que la Figure 14 montre deux séries d'isotones  $N=82$  et  $N=126$ .

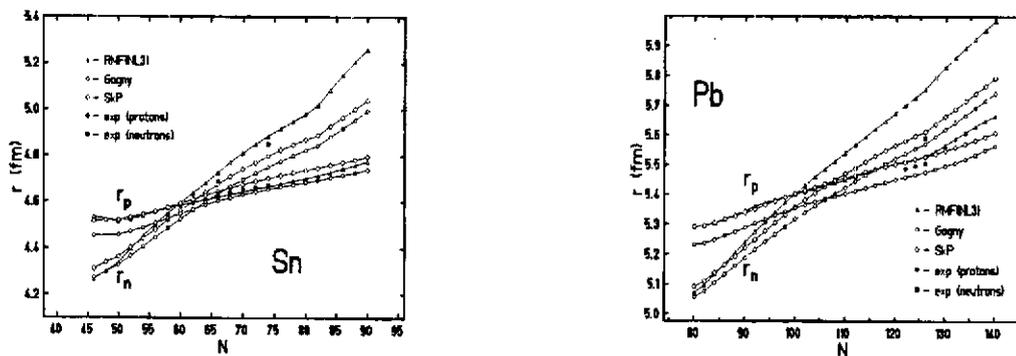


FIG. 13. Rayons de charge et rayons neutrons obtenus avec trois approches différentes pour les séries isotopiques des Etain (partie gauche) et des Plomb (partie droite).

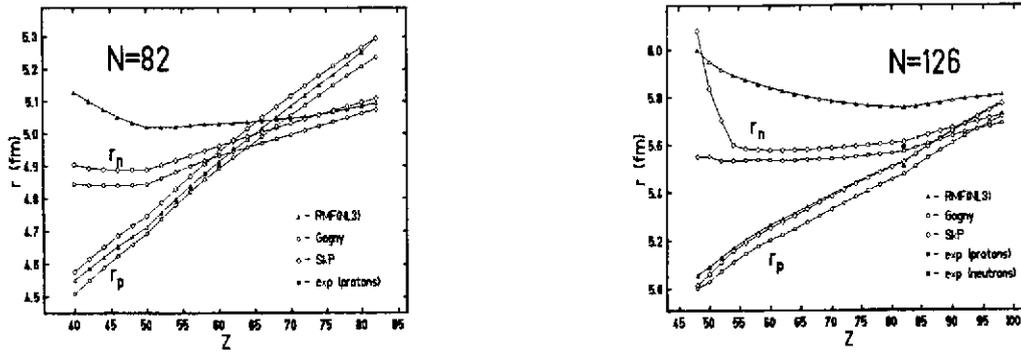


FIG. 14. Rayons de charge et rayons neutrons obtenus avec trois approches différentes pour les isotones  $N=82$  (partie gauche) et  $N=126$  (partie droite).

Comme précédemment, ces analyses appellent un certain nombre de commentaires :

- Relativistes ou non, les théories de champ moyen reproduisent assez correctement les rayons de charge expérimentaux sans différences significatives.
- Les rayons de neutrons plus difficilement accessibles expérimentalement font apparaître des disparités importantes entre les divers modèles particulièrement en ce qui concerne les théories relativistes.
- Ces différences entre les divers modèles concernent des zones de noyaux riches en neutrons où des mesures de rayons sont encore expérimentalement inaccessibles. On peut néanmoins s'intéresser aux zones moins exotiques où les rayons de charge et de neutrons sont égaux. Dans le cas des isotopes de Plomb, on passe ainsi du noyau  $^{182}\text{Pb}$  (pour RMF) au noyau  $^{188}\text{Pb}$  (Gogny) et  $^{190}\text{Pb}$  (SkP) pour les théories non relativistes. Une telle différence est peut-être expérimentalement mesurable.

### B. $S_{2n}$ , $S_{2p}$ et nombres magiques

L'attrait des régions de noyaux près des lignes d'instabilité de particules (neutron ou proton) est évidemment lié aux nombreux phénomènes exotiques que certaines perspectives laissent entrevoir [111]. Celles-ci posent un certain nombre de questions fondamentales dont celle liée au comportement des effets de couches avec le degré de liberté d'isospin  $I = (N - Z)/A$  qui peut modifier profondément les valeurs des nombres magiques dans ces régions.

Le formalisme Hartree-Fock est un outil microscopique idéal pour de telles investigations et de nombreuses tentatives existent déjà en ce qui concerne notamment les lignes d'instabilité à une ou deux particules [51,131]. De très forts effets de couche ont été prédits près de la *drip line* neutron. L'utilisation de calculs HF dans ces régions de noyaux posent évidemment la question de savoir si la force effective utilisée est capable de *travailler* dans de telles conditions d'isospin et de déformation. Les propriétés de surface de l'interaction devront également jouer un rôle important particulièrement pour les noyaux riches en neutrons [90]. Si la région des noyaux riches en protons semble relativement peu sensible aux propriétés d'asymétrie de la force, la région de *drip line* neutron est, au contraire, très dépendante du coefficient  $a_I$ . Ceci a été confirmé à la fois avec de calculs HF et à l'aide de calculs utilisant une approximation de champ moyen dans un cadre relativiste (RMF) [132]. Dans la région des isotopes de Zirconium, ce même type d'approche RMF a mis en évidence des effets de couches très différents de ceux prédits avec un calcul HF [133], mettant ainsi l'accent sur les propriétés d'asymétries différentes des forces effectives utilisées.

La Figure 15 montre des énergies de séparation de deux neutrons  $S_{2n}$  pour les deux séries isotopiques de noyaux de Calcium et de Nickel. La Figure 16 montre des énergies de séparation de deux neutrons  $S_{2n}$  pour les isotopes d'Etain et pour les isotones  $N=82$ . Même si certains effets de couches sont légèrement surestimés, ici avec la force effective SLy4, on peut observer un accord général satisfaisant avec les résultats expérimentaux.

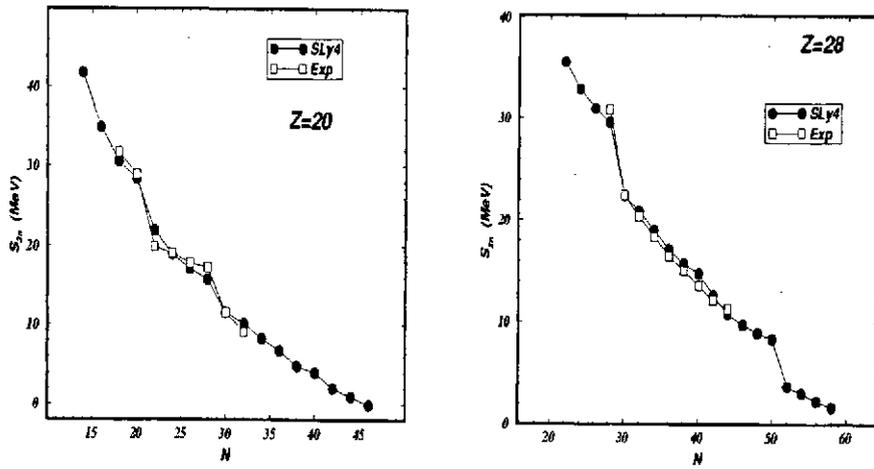


FIG. 15. Energies de séparation de deux neutrons  $S_{2n}$  (en MeV) pour les séries d'isotopes de Calcium ( $Z=20$ ) et de Nickel ( $Z=28$ ).

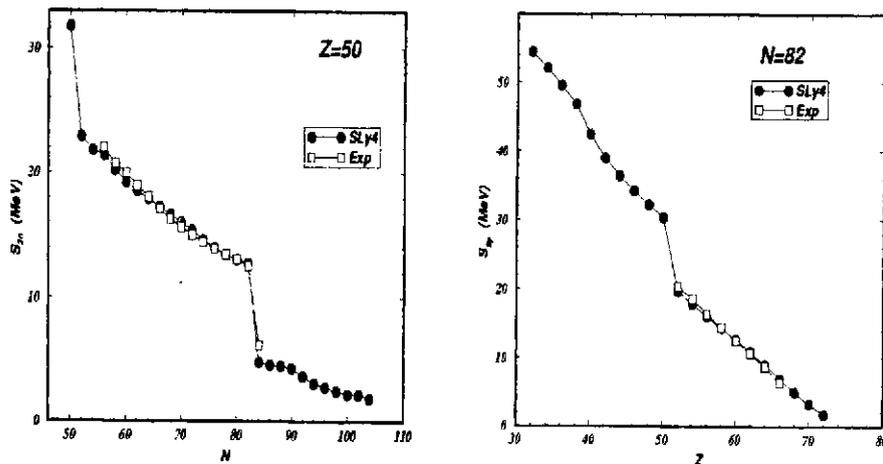


FIG. 16. Energies de séparation de deux neutrons  $S_{2n}$  (en MeV) pour la série d'isotopes d'Etain ( $Z=50$ ) et de deux protons  $S_{2p}$  (en MeV) pour la série d'isotones  $N=82$ .

Pour des valeurs extrêmes de l'asymétrie neutron-proton, ces énergies de séparation  $S_{2n}$  peuvent permettre la mise en évidence de comportement fortement dépendant de l'interaction effective utilisée. La Figure 17 montrent des résultats comparant un modèle relativiste à un modèle non relativiste avec chaque fois deux interactions effectives différentes [101]. Alors que pour les isotopes d'Etain, les différents modèles prévoient tous une ligne d'instabilité neutron voisine de  $N=124-126$ , pour les isotopes de Nickel celle-ci est fortement dépendante du modèle relativiste (vers  $N=70-72$ ) ou non relativiste (vers  $N=66$ ).

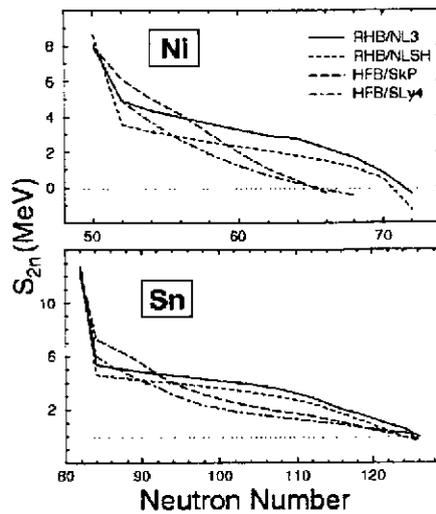


FIG. 17. Energies de séparation de deux neutrons  $S_{2n}$  (en MeV) pour les séries d'isotopes de Nickel ( $Z=28$ ) et d'Etain ( $Z=50$ ).

Des études systématiques de l'évolution de ces effets de couches loin de la vallée de stabilité ont été mené par plusieurs auteurs dans le cadre de la symétrie sphérique. En utilisant l'interaction SLy4, la Figure 18 montre cette évolution pour les effets de couche observés pour  $N=28$  et  $50$ . Fortement marqués pour les noyaux doublement magiques  $^{56}_{28}\text{Ni}$  et  $^{90}_{40}\text{Zr}$ , ces effets de couches diminuent très fortement lorsque le nombre de neutrons augmente. Cette "disparition" semble plus forte dans le cas des noyaux légers (cas du noyau  $^{42}_{14}\text{Si}$  sur la partie gauche de la Figure 18) où les effets de déformation et d'une manière générale au-delà du champ moyen sont naturellement plus importants.

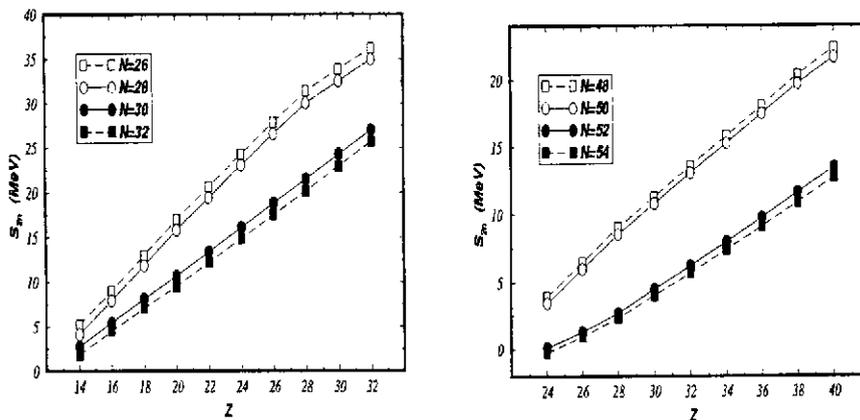


FIG. 18. Evolution des énergies de séparation de deux neutrons  $S_{2n}$  (en MeV) pour les séries d'isotones  $N=26-32$  (partie gauche) et  $N=48-54$  (partie droite). Les sauts, caractéristiques d'un effet de couches, observés pour  $N=28$  et  $N=50$  diminuent fortement lorsque  $Z$  diminue, i.e. pour les noyaux riches en neutrons.

Les résultats qui viennent d'être décrits ont tous été obtenus dans le cadre de la symétrie sphérique. P.-H. Heenen *et al.* [128] ont récemment réalisé une importante étude systématique de la région des noyaux de masse  $A=190$  ainsi que des actinides U et Pu. En incluant des déformations quadrupolaires de symétrie axiale, ces auteurs ont analysés aussi bien les états fondamentaux que les états superdéformés. On y retrouve le mauvais comportement avec  $I = (N - Z)/A$  de la force SkM\* tandis que les forces SkP et SLy4 sont en meilleur accord global avec l'expérience.



### 1. Au niveau Hartree-Fock.

Il faut encore une fois rappeler le problème crucial des corrélations dans les états fondamentaux des noyaux et il y a toujours une question de choix de savoir à quel niveau il faut *ajuster* une force effective. Conscient de ce fait et en l'absence de solution simple pour tenir compte de ces corrélations nous avons pris le parti, dans l'ensemble de ce Cours, de construire une force de Skyrme au niveau Hartree-Fock avec la seule correction du centre de masse.

### 2. Au niveau HF+BCS.

Le traitement des corrélations d'appariement à l'approximation BCS n'est peut-être pas idéal surtout en ce qui concerne le degré de liberté d'isospin. On peut cependant rappeler qu'en ce qui concerne les grandes déformations, on n'observe pas de différences fondamentales entre des calculs statiques de type HFB et HF+BCS [124,145]. Le problème est peut-être un peu différent en ce qui concerne la dépendance en  $I$ . De récentes études systématiques [146] montrent des corrélations évidentes entre l'appariement et  $A$ . La corrélation naturelle qui existe entre  $A$  et  $I$  le long de la *drip line* neutron ne permet alors pas de conclure sur une corrélation directe de l'appariement avec  $I$ .

### 3. Au niveau de la force effective.

Plusieurs voies possibles se détachent :

- L'introduction de termes *non standards* doit être faite avec une parfaite maîtrise de ces termes. Les problèmes rencontrés même à haute densité dans la matière de neutrons et ou dans la matière nucléaire normale doivent être éliminés et une procédure possible a été avancée.
- Le terme spin-orbite souffre certainement d'une faiblesse manifeste dans sa détermination. Ajusté sur l'espacement  $p_{3/2} - p_{1/2}$  dans le noyau  $^{16}\text{O}$  ou dans les noyaux  $^{40}\text{Ca}$  ou  $^{208}\text{Pb}$ , cette procédure met en lumière l'évidence d'une variation avec  $A$  qui n'est jamais prise en compte. Certaines études précises de ce terme ont également montré qu'il devrait être plus faible pour les grands excès de neutrons [51,81]; la croissance de l'épaisseur de surface doit conduire à une diminution de l'intensité de l'interaction spin-orbite.

Il est certain que les approches existantes utilisant un cadre relativiste [147] offrent une solution séduisante à ce problème. Limitées à une approximation de Hartree et à l'approximation sphérique [132,148], il existe maintenant des systématiques intéressantes sur des évolutions de formes dans la région des noyaux de masse  $A = 70 \div 80$  [149-151] ou pour des noyaux très loin de la vallée de stabilité [152,153].

Le succès le plus important obtenu dans ce cadre est probablement l'interprétation de l'évolution des déplacements isotopiques  $\delta < r^2 >$  pour les isotopes de Plomb [154] qui peut être attribué au traitement correct de l'interaction spin-orbite, celle-ci étant prise en compte naturellement dans cette approche relativiste.

- Les termes tenseurs souffrent aussi certainement d'une faiblesse de détermination. Seuls quelques rares essais ont été tentés sans conclusions très positives sur leur caractère indispensable [37,155].

### 4. Au niveau des expériences.

Que peuvent nous apporter les prochains résultats expérimentaux? Il est certain que la connaissance complète des 4 noyaux déjà cités (cf. Table 6) apporterait un avantage fondamental dans la construction d'une force effective, à condition toutefois de ne pas avoir de *surprise* sur le noyau  $^{100}\text{Sn}$  et sur son caractère doublement magique donc très durement sphérique. Si à ces propriétés on pouvait ajouter une détermination précise des distributions de neutrons dans des noyaux sphériques et atteindre ainsi la peau de neutrons [105], des renseignements précieux sur la modification de la surface en fonction de  $I = \frac{(N-Z)}{A}$  pourraient être alors pris en compte.

### Remerciements

Ce Cours n'aurait certainement pas vu le jour sans les très fructueuses discussions que j'ai eues avec J.-F. Berger, P. Bonche, G. Chanfray, Th. Duguet, P.-H. Heenen, J.-F. Mathiot, Nguyen Van Giai, R. Schaeffer, leurs remarques pertinentes m'ont toujours permis d'éclairer un point précis.

APPENDIX : APPENDICE A : QUELQUES DEFINITIONS POUR LA MATIERE NUCLEAIRE  
INFINIE FOOTNOTECF. LA REVUE DE J.P. BLAIZOT [65] POUR UNE LISTE EXHAUSTIVE DE  
CES DEFINITIONS

L'énergie totale par nucléon dans la matière nucléaire infinie symétrique à température nulle peut être écrite comme :

$$\frac{E}{A}(\rho) = \frac{V}{A} \mathcal{E}(\rho) = \frac{\mathcal{E}(\rho)}{\rho} \quad (\text{A1})$$

$V$  est un volume suffisamment grand pour pouvoir négliger les effets de surface et  $\mathcal{E}(\rho)$  est la densité d'énergie. On a un gaz de Fermi de moment de Fermi  $k_F$  où chaque particule a une énergie cinétique  $\frac{3}{5} \frac{\hbar^2}{2m} k_F^2$  et  $\rho = \frac{A}{V}$  la densité de nucléons est reliée au moment de Fermi  $k_F$  comme :

$$\rho = \frac{2}{3\pi^2} k_F^3 \quad (\text{A2})$$

et on définit également la distance inter-nucléon comme :

$$d = \frac{(9\pi)^{\frac{1}{3}}}{2k_F} \quad (\text{A3})$$

On définit la pression de ce fluide :

$$P = - \left. \frac{\partial E}{\partial V} \right|_A = \frac{A}{V^2} \left. \frac{\partial E}{\partial \rho} \right|_A = \rho^2 \left. \frac{\partial \frac{E}{A}(\rho)}{\partial \rho} \right|_A \quad (\text{A4})$$

à la densité  $\rho_0$  d'équilibre, on a  $P(\rho_0) = 0$ . Le module de compression  $\chi$  est :

$$\chi = - \left. \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial P} \right|_A = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)^{-1} \quad (\text{A5})$$

ce qui donne :

$$\rho\chi = \frac{2P}{\rho} + \rho^2 \frac{\partial^2 \frac{E}{A}}{\partial \rho^2} \quad (\text{A6})$$

À l'équilibre, le premier terme est nul par définition et on définit le coefficient d'incompressibilité  $K_\infty$  comme :

$$K_\infty = k_F^2 \left. \frac{\partial^2 \frac{E}{A}}{\partial k_F^2} \right|_{\rho=\rho_0} = 9\rho_0^2 \left. \frac{\partial^2 \frac{E}{A}}{\partial \rho^2} \right|_{\rho=\rho_0} \quad (\text{A7})$$

La vitesse du son (*son zéro*) dans le milieu est reliée à ce coefficient d'incompressibilité :

$$\frac{v_s}{c} = \sqrt{\frac{K_\infty}{9m}} \quad (\text{A8})$$

cette vitesse du son est reliée à la densité du milieu nucléaire et il est important d'étudier cette dépendance aux hautes densités où un phénomène de superluminosité peut apparaître pour une force de Skyrme donnée [63].

Pour une matière nucléaire asymétrique, on peut, outre l'énergie par nucléon, calculer également le coefficient de compressibilité en fonction des asymétries  $Y_e = \frac{Z}{A}$  ou  $I = \frac{(N-Z)}{A}$  pour avoir les coefficients  $L$  et  $K_I$  qui s'écrivent :

$$L = 3\rho_0 \left. \frac{d\alpha_I}{d\rho} \right|_{\rho=\rho_0} = 2\ell \rho_0^{\frac{2}{3}} + 3n \rho_0 + 5p \rho_0^{\frac{5}{3}} + 3q (\alpha + 1) \rho_0^{\alpha+1} \quad (\text{A9})$$

$$K_I = 9\rho_0^2 \left. \frac{d^2 \alpha_I}{d\rho^2} \right|_{\rho=\rho_0} = -2\ell \rho_0^{\frac{2}{3}} + 10p \rho_0^{\frac{5}{3}} + 9q \alpha (\alpha + 1) \rho_0^{\alpha+1} \quad (\text{A10})$$

où les coefficients  $\ell, n, p, q$  ont été définis dans le texte (50).

APPENDIX: APPENDICE B : MASSE EFFECTIVE ISOSCALAIRE ET RÉSONANCE GÉANTE  
E<sub>2</sub>;T=0 †.

Dans le cadre de l'approximation du *scaling* où l'on ne considère qu'un seul mode de compression radiale, les deux règles de somme  $m_1$  et  $m_3$  qui permettent de calculer une estimation de l'énergie de la résonance géante comme :  $E = \sqrt{m_3/m_1}$  s'écrivent simplement :

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{\hbar^2}{m} A \langle r^2 \rangle \\ m_3 &= \left( \frac{\hbar^2}{m} \right)^2 \left[ 4E_{kin} + 4E_{eff} + 4E_{fin} + E_{so} - \frac{4}{5}E_{coul} \right] \end{aligned} \quad (B1)$$

où les différents termes  $E_i$  sont naturellement issus des divers termes de la fonctionnelle (eqs. (28), (29)).

Dans la matière nucléaire infinie symétrique tous les termes sont nuls sauf  $E_{kin}$  et  $E_{eff}$ , ce dernier s'écrit en tenant compte de  $\tau_q = \frac{3}{5} (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \rho_q^{\frac{5}{3}}$  :

$$4E_{eff} = \frac{3}{20} \left( \frac{3\pi^2}{2} \right) \rho_q^{\frac{8}{3}} \left[ 3t_1 + t_2 (5 + 4x_2) \right] \quad (B2)$$

où l'on retrouve la combinaison de paramètres qui intervient dans la masse effective isoscalaire  $\frac{m^*}{m}$  (cf. eq. (47)).

APPENDIX: APPENDICE C : MASSE EFFECTIVE ISOVECTORIELLE ET RÉSONANCE  
GÉANTE E<sub>1</sub>;T=1 ‡.

Le facteur d'accélération  $\kappa$  défini comme la déviation à la règle de somme de Thomas-Reiche-Kuhn dans le cas de résonance géante dipolaire isovectorielle E<sub>1</sub>;T=1 (cf. eq. (54)) peut s'écrire comme :

$$\kappa = \frac{m}{4\hbar^2} \frac{A}{NZ} \left\{ t_1 (2 + x_1) + t_2 (2 + x_2) \right\} \int \rho_n(\mathbf{r}) \rho_p(\mathbf{r}) 3r \quad (C1)$$

ce qui donne dans la matière nucléaire infinie où  $\rho_n = \rho_p = \rho/2$  :

$$\kappa = \frac{m}{4\hbar^2} \left\{ t_1 (2 + x_1) + t_2 (2 + x_2) \right\} \rho^2 \quad (C2)$$

La masse effective isovectorielle s'obtient en posant  $\rho_q = 0$  dans l'expression (46) :

$$\left( \frac{m_v^*}{m} \right)^{-1} = 1 + \frac{m}{4\hbar^2} \left\{ t_1 (2 + x_1) + t_2 (2 + x_2) \right\} = 1 + \kappa \quad (C3)$$

†CF. LA REVUE DE P. GLEISSL *et al.* [71]

‡CF. LA REVUE DE P. GLEISSL *et al.* [71] ET LE PAPIER DE J. MEYER *et al.* [93]

**APPENDIX: APPENDICE D : PRINCIPALES PROPRIÉTÉS DES FORCES DE SKYRME  
UTILISÉES DANS LE TEXTE.**

TABLE VII. Propriétés de la matière nucléaire infinie pour les forces effectives de type Skyrme citées dans le texte.  $r_0 = \frac{(9\pi)^{\frac{1}{3}}}{2k_F}$  est la distance entre deux nucléons dans le milieu. L'énergie de surface contient une dépendance en isospin, elle est calculée pour les valeurs  $Y_p = 0.3916$  ou  $I = 0.2167$  qui correspondent à l'asymétrie du noyau  $^{240}\text{Pu}$ .

Force	SIII [40]	SGII [52]	SkM [43]	SkM* [46]
$\rho_\infty$ (fm <sup>-3</sup> )	0.145	0.158	0.160	0.160
$k_F$ (fm <sup>-1</sup> )	1.291	1.328	1.334	1.333
$r_0$ (fm)	1.180	1.147	1.142	1.143
$a_v$ (MeV)	-15.851	-15.594	-15.770	-16.046
$K_\infty$ (MeV)	355.4	214.6	216.6	216.6
$m_\infty^*/m$	0.76	0.79	0.79	0.67
$a_s$ (MeV)	28.16	26.83	30.03	29.26
$\kappa$ (E1; T = 1)	0.53	0.49	0.53	0.78
$a_{surf}$ (MeV)	17.00	14.80	16.00	17.90

Force	RATP [49]	SkP [50]	T6 [45]	Ska [34]
$\rho_\infty$ (fm <sup>-3</sup> )	0.160	0.162	0.161	0.155
$k_F$ (fm <sup>-1</sup> )	1.333	1.340	1.335	1.320
$r_0$ (fm)	1.143	1.137	1.141	1.154
$a_v$ (MeV)	-16.046	-15.948	-15.963	-15.991
$K_\infty$ (MeV)	239.51	200.96	235.93	263.10
$m_\infty^*/m$	0.67	1.00	1.00	0.61
$a_s$ (MeV)	29.26	30.00	29.97	32.91
$\kappa$ (E1; T = 1)	0.78	0.35	0.00	0.94
$a_{surf}$ (MeV)	17.90	16.65	16.00	43.90

Dans un souci d'uniformité, toutes les propriétés données dans les Tables D1 ont été calculées avec les valeurs suivantes des constantes usuelles [156]:

$$\begin{aligned} \text{masse moyenne du nucléon (MeV)} &= 938.91897 \\ \hbar \cdot c \text{ (MeV} \cdot \text{fm)} &= 197.32705 \\ (e^2/\hbar \cdot c)^{-1} &= 137.03604 \end{aligned}$$

- [1] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- [2] J.D. Walecka, *Ann. Phys. (N.-Y.)* 83 (1974) 491; A. Fetter and J.D. Walecka, *Quantum Theory of Many Particle Systems*, Mc Graw Hill, New-York, 1971.
- [3] B.D. Serot and J.D. Walecka, *Adv. Nucl. Phys.* 16 (1986) 1.
- [4] P.-G. Reinhard, *Rep. Prog. Phys.* 52 (1989) 439.
- [5] M. López-Quelle *et al.*, 2000, sous presse.
- [6] M. Thies, *Phys. Lett.* 162B (1985) 55; *ibid.* 166B (1986) 23.
- [7] P.-G. Reinhard and H. Flocard, *Nucl. Phys.* (1996)
- [8] A. Bouyssy, *Nucl. Phys.* A381 (1982) 445.
- [9] A. Bouyssy, J.-F. Mathiot and Nguyen Van Giai, *Nucl. Phys.* A415 (1984) 497; A. Bouyssy, J.-F. Mathiot, Nguyen Van Giai and S. Marcos, *Nucl. Phys.* A415 (1984) 497; *Phys. Rev.* C36 (1987) 380.
- [10] Y.K. Gambhir, P. Ring and A. Thimet, *Ann. Phys. (N.-Y.)* 198 (1990) 132.
- [11] Ph. Quentin and H. Flocard, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sc.* 28 (1978) 523.
- [12] J.-F. Mathiot, *Phys. Rev.* 173 (1989) 63; J.-F. Mathiot, *Ann. de Phys. (Paris)* 16 (1991) 527; J.-F. Mathiot, *Comptes-Rendus de l'Ecole Joliot-Curie*, 1997.
- [13] B. ter Haar and R. Malfliet, *Phys. Rep.* 149 (1987) 207.
- [14] B. Friedman and V.R. Pandharipande, *Nucl. Phys.* A361 (1981) 502.
- [15] D. Vautherin, *Nuclear Physics of Hot Dense Matter*, Lectures given at the NATO Advanced Study Institute on Supernovae, Les Houches, France, July 31-September 1, 1990.
- [16] J.W. Negele, *Rev. Mod. Phys.* 54 (1982) 913.
- [17] H. Müther, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 14 (1985) 125; 17 (1986) 97.
- [18] H. Müther, *Prog. Part. Nucl. Phys.* 30 (1993) 1.
- [19] J.W. Negele, *Phys. Rev.* C1 (1970) 1260.
- [20] D.W.L. Sprung and P.K. Banerjee, *Nucl. Phys.* A168 (1971) 273; D.W.L. Sprung, *Nucl. Phys.* A182 (1972) 97.
- [21] X. Campi and D.W. Sprung, *Nucl. Phys.* A194 (1972) 401.
- [22] S.C. Pieper, R.B. Wiringa and V.R. Pandharipande, *Phys. Rev.* C46 (1992) 1741.
- [23] R. Fritz, H. Müther and R. Machleidt, preprint Tübingen, May 1993.
- [24] H.S. Köhler, *Nucl. Phys.* A162 (1971) 385; A170 (1971) 88.
- [25] J. Dechargé and D. Gogny, *Phys. Rev.* C21 (1980) 1568.
- [26] J.F. Berger, *Comptes-Rendus de l'Ecole Joliot-Curie* 1991.
- [27] J.F. Berger, M. Girod and D. Gogny, *Nucl. Phys.* A502 (1989) 85c.
- [28] T. H. R. Skyrme, *Phil. Mag.* 1 (1956) 1043; *Nucl. Phys.* 9 (1959) 615.
- [29] D. Vautherin and D.M. Brink, *Phys. Rev.* C3 (1972) 626.
- [30] A.K. Dutta, J.-P. Arcoragi, J.M. Pearson, R. Behrman and F. Tondeur, *Nucl. Phys.* A458 (1986) 77; F. Tondeur, A.K. Dutta, J.M. Pearson and R. Behrman, *Nucl. Phys.* A470 (1987) 93; J.M. Pearson, Y. Aboussir, A.K. Dutta, R.C. Nayak, M. Farine and F. Tondeur, *Nucl. Phys.* A528 (1991) 1; Y. Aboussir, J.M. Pearson, A.K. Dutta and F. Tondeur, *Nucl. Phys.* A549 (1992) 155; Y. Aboussir, J.M. Pearson, A.K. Dutta and F. Tondeur, *At. Data and Nucl. Data Tables* 61 (1995) 127; R.C. Nayak and J.M. Pearson, *Phys. Rev.* C52 (1995) 2254.
- [31] F. Tondeur, communication privée.
- [32] M. Farine, J.M. Pearson and F. Tondeur, Preprint, Univ. de Nantes, 1992.
- [33] J. Dabrowski, *Nukleonika* 21 (1977) 143.
- [34] S. Köhler, *Nucl. Phys.* A258 (1976) 301.
- [35] M. Waroquier, J. Sau, K. Heyde, P. Van Isacker and H. Vincx, *Phys. Rev.* C19 (1979) 1983.
- [36] M. Waroquier, K. Heyde and G. Wenes, *Nucl. Phys.* A404 (1983) 269; M. Waroquier, G. Wenes and K. Heyde, *Nucl. Phys.* A404 (1983) 298.
- [37] Keh-Fei Liu, Hong-De Luo, Zhongyu Ma, Qing-Biao Shen and S.A. Moszkowski, *Nucl. Phys.* A534 (1991) 1, 25, 48 and 58.

- [38] M.J. Giannoni and P. Quentin, Phys. Rev. C21 (1980) 2076.
- [39] Y.M. Engel, D.M. Brink, K. Goeke, S.J. Krieger and D. Vautherin, Nucl. Phys. A249 (1975) 215.
- [40] M. Beiner, H. Flocard, Nguyen Van Giai and P. Quentin, Nucl. Phys. A238 (1975) 29.
- [41] S. Krewald, V. Klemt, J. Speth and A. Faessler, Nucl. Phys. A281 (1977) 166.
- [42] M. Waroquier et K. Heyde, Comptes-Rendus de la 6<sup>ème</sup> Session d'Etudes Biennale de Physique Nucléaire, La Toussuire, 2-6 Février 1981, Rapport LYCEN 8102.
- [43] H. Krivine, J. Treiner and O. Bohigas, Nucl. Phys. A366 (1980) 155.
- [44] A.K. Dutta and M. Kohno, Nucl. Phys. A349 (1980) 455.
- [45] F. Tondeur, M. Brack, M. Farine and J.M. Pearson, Nucl. Phys. A420 (1984) 297.
- [46] J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet and H.-B. Håkansson, Nucl. Phys. A386 (1982) 79.
- [47] J.M. Gómez and J. Martorell, Nucl. Phys. A410 (1983) 475.
- [48] S. Marcos, Nguyen Van Giai and L.N. Savushkin, Nucl. Phys. A549 (1992) 143.
- [49] M. Rayet, M. Arnould, F. Tondeur and G. Paulus, Astron. Astrophys. 116 (1982) 183.
- [50] J. Dobaczewski, H. Flocard and J. Treiner, Nucl. Phys. A422 (1984) 103.
- [51] R. Smolańczuk and J. Dobaczewski, Phys. Rev. C48 (1993) R2166.
- [52] Nguyen Van Giai and N. Sagawa, Nucl. Phys. A371 (1981) 1.
- [53] S.-O. Bäckmann, A.D. Jackson and J. Speth, Phys. Lett. 56B (1975) 209.
- [54] B.D. Chang, Phys. Lett. 56B (1975) 205.
- [55] J. Friedrich and P.-G. Reinhard, Phys. Rev. C33 (1986) 335.
- [56] P.-G. Reinhard and J. Friedrich, Z. Phys. A321 (1985) 619; P.-G. Reinhard, communication privée.
- [57] J.W. Negele and D. Vautherin, Phys. Rev. C5 (1972) 1472; C11 (1975) 1031.
- [58] M.A. Preston and R.K. Bhaduri, Structure of the Nucleus, Addison-Wesley Pub., Reading, 1982.
- [59] E. Suraud, Comptes-Rendus de l'Ecole Joliot-Curie 1990.
- [60] B. Frois and C.N. Papanicolas, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 37 (1987) 133.
- [61] P. Möller, W.D. Myers, W.J. Swiatecki and J. Treiner, Atomic Data and Nuclear Data Tables 39 (1988) 225.
- [62] P. Möller, J.R. Nix, W.D. Myers and W.J. Swiatecki, Atomic Data and Nuclear Data Tables, to be published.
- [63] R.K. Su, H.Q. Song and T.T.S. Kuo, Phys. Rev. C37 (1988) 1770.
- [64] N.K. Glendenning, Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 1120; Phys. Rev. C37 (1988) 2733.
- [65] J.P. Blaizot, Phys. Rep. 64 (1980) 171.
- [66] V. de la Mota, F. Sebille, B. Remaud and P. Schuck, Z. Phys. A343 (1992) 417; V. de la Mota, F. Sebille, M. Farine, B. Remaud and P. Schuck, Phys. Rev. C46 (1992) 677.
- [67] M.M. Sharma, W.T.A. Borghols, S. Brandenburg, S. Crona, A. van der Woude and M.N. Harakeh, Phys. Rev. C38 (1988) 2562; M.M. Sharma, W. Stocker, P. Gleissl and M. Brack, Nucl. Phys. A504 (1989) 337.
- [68] J.M. Pearson, Phys. Lett. 271B (1991) 12.
- [69] S. Shlomo and D.H. Youngblood, Phys. Rev. C47 (1993) 529.
- [70] O. Bohigas, A. M. Lane and J. Martorell, Phys. Rep. 51 (1979) 267.
- [71] P. Gleissl, M. Brack, J. Meyer and P. Quentin, Ann. Phys. (N.-Y.) 197 (1990) 205.
- [72] Ph. Chomaz, T. Suomijärvi, N. Van Giai and J. Treiner, Phys. Lett. 281B (1992) 6.
- [73] M. Buenerd, Int. Symp. on Highly Excited States and Nuclear Structure, Orsay 1983; J. de Physique (Paris), Colloques, 45 (1984) C4-115.
- [74] V. Bernard and Nguyen Van Giai, Nucl. Phys. A348 (1980) 75.
- [75] J.P. Blaizot and B.L. Friman, Nucl. Phys. A372 (1981) 69.
- [76] J.M.G. Gómez, C. Prieto and J. Navarro, Nucl. Phys. A549 (1992) 125.
- [77] I. Bombaci and U. Lombardo, Phys. Rev. C44 (1991) 1892.
- [78] H. Huber, F. Weber and M.K. Weigel, Phys. Lett. 317B (1993) 485.
- [79] H.Q. Song, Z.X. Wang and T.T.S. Kuo, Phys. Rev. C46 (1992) 1788.
- [80] R.B. Wiringa, V. Fiks and A. Fabrocini, Phys. Rev. C38 (1988) 1010; R.B. Wiringa, Rev. Mod. Phys. 65 (1993) 231.
- [81] C.J. Pethick and D.G. Ravenhall, in *Neutron Stars : Theory and Observation*, ed. J. Ventura and D. Pines, NATO ASI Series C : Vol. 334, Kluwer, Dordrecht, 1991, p. 3.
- [82] J.W. Negele and D. Vautherin, Nucl. Phys. A207 (1973) 298.
- [83] R. Schaeffer, *Supernovae de type II et assimilées*, Cours de Structure Interne, 3<sup>ème</sup> Session, Aussois, 29 Septembre-5 Octobre, 1991, Rapport CEA Saclay, SPhT/92-130.
- [84] D.G. Ravenhall, C.D. Bennett and C.J. Pethick, Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 978.
- [85] P. Bonche and D. Vautherin, Nucl. Phys. A372 (1981) 496.
- [86] J.P. Blaizot and B. Grammaticos, Nucl. Phys. A355 (1981) 115.
- [87] B. Grammaticos and A. Voros, Ann. of Phys. 123 (1979) 359; 129 (1980) 153.
- [88] M. Brack, C. Guet and H.-B. Håkansson, Phys. Rep. 123 (1985) 275.
- [89] J. Treiner and H. Krivine, Ann. of Phys. (N.-Y.) 170 (1986) 406.
- [90] K. Kolehmainen, M. Prakash, J.M. Lattimer and J.R. Treiner, Nucl. Phys. A439 (1985) 535.
- [91] M.F. Hasler, Rapport de Stage, Magistère des Sciences de la Matière, ENS Lyon, Septembre 1993, non publié.
- [92] V.S. Uma Maheswari, V.S. Ramamurthy and L. Satpathy, Phys. Rev. C47 (1993) 194.
- [93] J. Meyer, P. Quentin and B.K. Jennings, Nucl. Phys. A385 (1982) 269.
- [94] A. Leprêtre, H. Beil, R. Bergère, P. Carlos, J. Fagot, A. de Miniac and A. Veyssière, Nucl. Phys. A367 (1981) 237,

and references therein.

- [95] M. Meyer, *Comptes-Rendus de l'Ecole Joliot-Curie* 1983; *Ann. Phys. Fr.* 9 (1984) 791.
- [96] S. Åberg, H. Flocard and W. Nazarewicz, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 40 (1990) 439.
- [97] P. Bonche, H. Flocard, P.-H. Heenen, S.J. Krieger and M.S. Weiss, *Nucl. Phys.* A443 (1985) 39.
- [98] F. Tondeur, *Nucl. Phys.* A315 (1979) 353.
- [99] S.J. Krieger, P. Bonche, H. Flocard, P. Quentin and M.S. Weiss, *Nucl. Phys.* A517 (1990) 275.
- [100] J. Terasaki, P.-H. Heenen, P. Bonche, J. Dobaczewski and H. Flocard, *Nucl. Phys.* A593 (1995) 1.
- [101] S. Mizutori, J. Dobaczewski, G.A. Lalazissis, W. Nazarewicz and P.-G. Reinhard, *Phys. Rev. C* (2000) .
- [102] J. Kucharek and P. Ring, *Nucl. Phys.* A593 (1995) 1.
- [103] R.R. Chasman, *Phys. Rev. C*14 (1976) 1935.
- [104] P. Bonche, J. Dobaczewski, H. Flocard, P.-H. Heenen and J. Meyer, *Nucl. Phys.* A510 (1990) 466.
- [105] N. Fukunishi, T. Otsuka and I. Tanihata, *Phys. Rev. C*48 (1993) 1648.
- [106] F. Tondeur, *Phys. Lett.* 123B (1983) 139.
- [107] W.R. Gibbs and J.P. Dedonder, *Phys. Rev. C*46 (1992) 1825.
- [108] P.-G. Reinhard and M. Girod, *Nucl. Phys.* A389 (1982) 179.
- [109] M. Farine, D. Von Eiff, P. Schuck, J.-F. Berger, J. Dechargé and M. Girod, *J. Phys. G* 25 (1999) 863.
- [110] P.-G. Reinhard and C. Toepffer, to be published; P.-G. Reinhard, communications privées.
- [111] The IsoSpin Laboratory (ISL), Research Opportunities with Radioactive Beams, Report prepared by the North American Steering Committee for the IsoSpin Laboratory, Report LALP 91-51, 1991.
- [112] J.F. Berger, 2001, communication privée.
- [113] E. Roeckl, *Rep. Prog. Phys.* 55 (1992) 1661.
- [114] M. Brack, *Rev. Mod. Phys.* 65 (1993) 677.
- [115] E. Chabanat, communication privée.
- [116] S. Bjørnholm and J.E. Lynn, *Rev. Mod. Phys.* 52 (1980) 725.
- [117] Z. Patyk, A. Sobiczewski, P. Armbruster and K.-H. Schmidt, *Nucl. Phys.* A491 (1989) 267; Z. Patyk and A. Sobiczewski, *Nucl. Phys.* A533 (1991) 132.
- [118] J.F. Berger, *Nucl. Phys.* A502 (1989) 85c.
- [119] Ph. Quentin, *Comptes-Rendus de la 6<sup>ème</sup> Session d'Etudes Biennale de Physique Nucléaire, La Toussuire, 2-6 Février 1981, Rapport LYCEN 8102.*
- [120] M. Brack, J. Dangaard, A.S. Jensen, H.C. Pauli, V.M. Strutinsky and C.Y. Wong, *Rev. Mod. Phys.* 44 (1972) 320.
- [121] M. Brack and P. Quentin, *Nucl. Phys.* A361 (1981) 35.
- [122] M.M. Majumdar, J.N. De, C. Samanta and S.K. Samaddar, *Phys. Rev. C*48 (1993) 2093.
- [123] F. Tondeur, *Nucl. Phys.* A442 (1985) 460.
- [124] P. Bonche, S.J. Krieger, P. Quentin, M.S. Weiss, J. Meyer, M. Meyer, N. Redon, H. Flocard and P.-H. Heenen, *Nucl. Phys.* A500 (1989) 308; S.J. Krieger, P. Bonche, M.S. Weiss, J. Meyer, H. Flocard and P.-H. Heenen, *Nucl. Phys.* A542 (1992) 43.
- [125] M. Meyer and J.P. Vivien, *Ann. Phys. Fr.* 17 (1992) 11.
- [126] Z. Patyk, A. Baran, J.F. Berger, J. Dechargé, J. Dobaczewski, P. Ring and A. Sobiczewski, *Phys. Rev. C*59 (1999) 704.
- [127] G. Audi, Cours donné à XIX<sup>ème</sup> ECOLE Internationale Joliot-Curie de Physique Nucléaire, voir ce volume.
- [128] P.-H. Heenen, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, P. Bonche and T.L. Khoo, *Phys. Rev. C*57 (1998) 1719.
- [129] M. Bender, K. Rutz, P.-G. Reinhard, J.A. Maruhn and W. Greiner, *Phys. Rev. C*60 (1999) 034304.
- [130] A.T. Kruppa, M. Bender, W. Nazarewicz, P.-G. Reinhard, T. Vertse and S. Ówiok, *Phys. Rev. C*61 (200) .
- [131] J. Dobaczewski, I. Hamamoto, W. Nazarewicz and J.A. Sheikh, preprint, JIHIR 93-20, 93-23, Oak Ridge, USA.
- [132] K. Sumiyoshi, D. Hirata, H. Toki and H. Sagawa, *Nucl. Phys.* A552 (1993) 437; D. Hirata, H. Toki, I. Tanihata, K. Sumiyoshi, Y. Sugahara and R. Brockmann, paper presented at the "Third Int. Conf. on Radioactive Beam", East Lansing, USA, May 24-27, 1993; D. Hirata, Ph.D Thesis, Saitama University, Japan, 1993; Report RIKEN-AF-NP-152, March 1993.
- [133] M.M. Sharma, G.A. Lalazissis, W. Hillebrandt and P. Ring, preprint MPA 758, Garching, Allemagne, October 1993, to be published in *Phys. Rev. Lett.* .
- [134] N. Tajima, P. Bonche, H. Flocard, P.-H. Heenen and M.S. Weiss, *Nucl. Phys.* A551 (1993) 434.
- [135] B. Nerlo-Pomorska and B. Mach, preprint Lublin, Pologne, Novembre 1993.
- [136] M. Girod, communication privée.
- [137] C. Detraz and D.J. Vieira, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 39 (1989) 407.
- [138] A.C. Mueller and B.M. Sherrill, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 43 (1993) in print.
- [139] M. Girod, Ph. Dessagne, M. Bernas, M. Langevin, F. Pougheon and F. Roussel, *Phys. Rev. C*37 (1988) 2600.
- [140] M. Bernas, P. Armbruster, J.P. Bocquet, R. Brissot, H. Faust, Ch. Kozuharov and J.L. Sida, *Z. Phys.* A336 (1990) 41.
- [141] G. Audi and A.H. Wapstra, *Nucl. Phys.* A565 (1993) 1 and 66.
- [142] M. Bernas, P. Armbruster, S. Czajkowski, H. Faust, J.P. Bocquet and R. Brissot, *Phys. Rev. Lett.* 67 (1991) 3661.
- [143] V. Borrel, R. Anne, D. Bazin, C. Borcea, G.G. Chubarian, R. del Moral, C. Detraz, S. Dogny, J.P. Dufour, L. Faux, A. Fleury, L.K. Fifield, D. Guillemaud-Mueller, F. Hubert, E. Kashy, M. Lewitowicz, C. Marchand, A.C. Mueller, F. Pougheon, M.S. Pravikoff, M.G. Saint-Laurent et O. Sorli, *Z. Phys.* A344 (1992) 135; V. Borrel, Invited talk

- given at the *Radioactive Beams Third International Conference*, East Lansing, USA, May 24-27, 1993.
- [144] R.D. Page, P.J. Woods, R.A. Cunningham, T. Davidson, N.J. Davis, S. Hofmann, A.N. James, K. Livingston, P.J. Sellin and A.C. Shotter, *Phys. Rev. Lett.* 68 (1992) 1287.
  - [145] M. Girod, J.P. Delaroche, D.Gogny and J.F. Berger, *Phys. Rev. Lett.* 62 (1989) 2452.
  - [146] P. Möller and R. Nix, *Nucl. Phys.* A536 (1992) 20.
  - [147] P.-G. Reinhard, M. Rufa, J. Maruhn, W. Greiner and J. Friedrich, *Z. Phys.* A323 (1986) 3; M. Rufa, P.-G. Reinhard, J.A. Maruhn, W. Greiner and M.R. Strayer, *Phys. Rev.* C38 (1988) 390.
  - [148] H. Toki, Y. Sugahara, D. Hirata, B.V. Carlson and I. Tanihata, *Nucl. Phys.* A524 (1991) 633.
  - [149] D. Hirata, H. Toki, I. Tanihata and P. Ring, *Phys. Lett.* 314B (1993) 168.
  - [150] S.K. Patra and C.R. Praharaj, *Phys. Rev.* C47 (1993) 2978.
  - [151] J.A. Sheikh, J.P. Maharana and Y.K. Gambhir, *Phys. Rev.* C48 (1993) 192.
  - [152] D. Hirata, H. Toki, T. Watabe, I. Tanihata and B.V. Carlson, *Phys. Rev.* C44 (1991) 1467.
  - [153] J.A. Sheikh and P. Ring, *Phys. Rev.* C47 (1993) R1850.
  - [154] M.M. Sharma, G.A. Lalazissis and P. Ring, *Phys. Lett.* 317B (1993) 9.
  - [155] Fl. Stancu, D.M. Brink and H. Flocard, *Phys. Lett.* 68B (1977) 108.
  - [156] Review of Particle Physics, Particle Data Group, *Eur. Phys. J.* C15 (2000) 1.