HAL open science

Excitation coulombienne des noyaux

J. Kiener

To cite this version:

J. Kiener. Excitation coulombienne des noyaux. École thématique. Ecole Joliot Curie "Noyau, champ et cortège", Maubuisson, (France), du 13-18 septembre 1999 : 18ème session, 1999. cel-00653895

HAL Id: cel-00653895

https://cel.hal.science/cel-00653895v1

Submitted on 20 Dec 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

EXCITATION COULOMBIENNE DES NOYAUX

J. Kiener

Centre de Spectrométrie Nucléaire
et de Spectrométrie de Masse
CNRS-IN2P3, Université de Paris-Sud
F-91405 Campus Orsay

1. L'image

Lors du passage d'une particule chargée à proximité d'un noyau, celui-ci voit une impulsion électromagnétique $\vec{E}$(t), $\vec{H}$(t). Si cette impulsion induit l'excitation du noyau, on parle généralement de *l'excitation Coulombienne* ou de *l'excitation électromagnétique* [1,2]. La parfaite connaissance théorique de l'interaction électromagnétique est une des motivations principales de l'utilisation de l'excitation Coulombienne pour l'étude de la structure des noyaux.

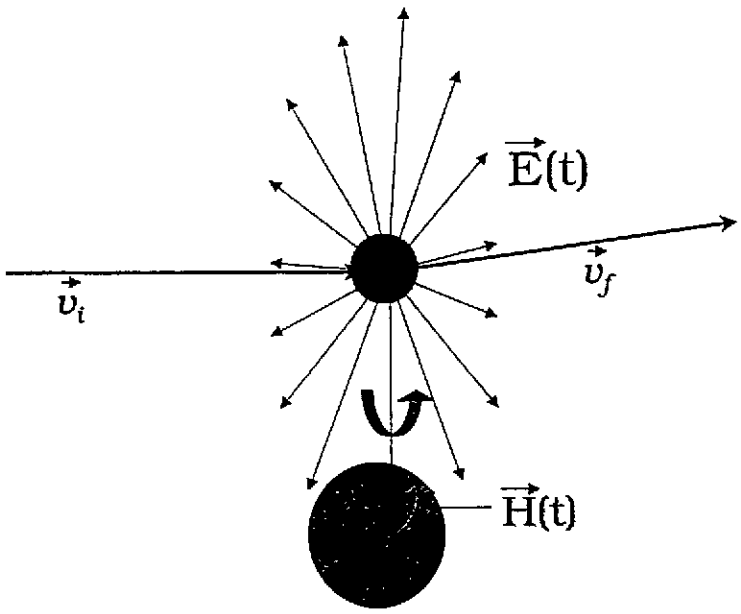

figure 1

Le développement temporel du champ électromagnétique à l'endroit de la cible pour deux collisions entre ions - une avec une vitesse non-relativiste et une avec une vitesse relativiste - est porté sur les graphes de la fig. 2. On remarque d'abord la différence des rapports entre les composantes E_x, E_z et H_y. Pour une collision avec une vitesse relativiste le champ électrique parallèle au mouvement de la particule E_z est negligable par rapport aux composantes électriques et magnétiques verticales, qui sont renforcées dues à la contraction de Lorentz. Une telle impulsion - $\vec{E}$,$\vec{H}$ verticale à la propagation et perpendiculaire entre eux - a une grande similitude avec un photon réel.

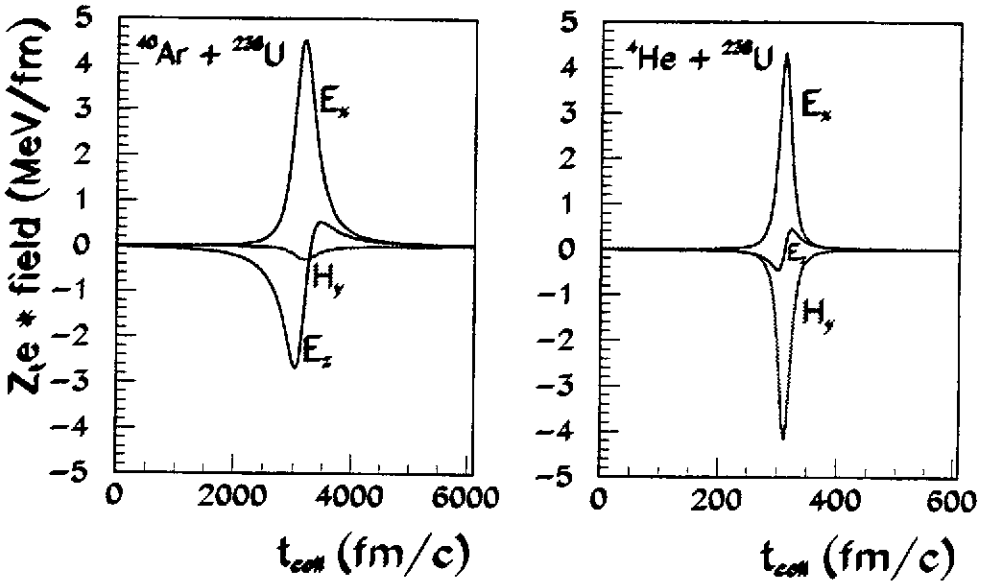

figure 2 : dévelepmont temporel de l'impulsion électromagnétique à l'endroit du noyau cible pour deux collisions avec paramètre d'impact 15 fm. Gauche : ^{40}Ar + ^{238}U à 190 MeV. Droite : ^{4}He + ^{238}U à 10 GeV.

La théorie de Weizsäcker et Williams [3] pour le bremsstrahlung ("rayonnement de freinage") d'un électron relativiste dans le champ d'un noyau est basée sur cette similitude. Là, le bremsstrahlung est décrit comme la diffusion Compton d'un photon du champ électromagnétique - qu'on appelle alors photon virtuel - sur l'électron. En analogie, l'excitation Coulombienne peut être considerée comme l'absorption d'un tel photon virtuel du champ électromagnétique par le noyau. Cette similitude disparaît dans le cas de vitesses non-relativistes, mais on verra plus tard, qu'on peut trouver une expression équivalente à cette image.

Intuitivement, on peut tirer un autre renseignement de l'évolution temporelle de l'impulsion électromagnétique: Pour qu'une excitation puisse avoir lieu, le temps de l'impulsion doit être inférieur au temps charactéristique de la transition nucléaire $\hbar/E_{if}$, sinon le noyau repond de façon adiabatique. C'est la condition de *l'approximation soudaine*. Approximant le temps de l'impulsion par $\tau \approx b/\gamma 2v$, cette condition s'écrit :

$$2\hbar c\gamma(v/c)/bE_{if} \geq 1 \quad \approx \quad 400\gamma\beta/bE_{if} \geq 1 \quad (b\ en\ fm, E_{if}\ en\ MeV) \tag{1}$$

avec b : paramètre d'impact, E_{if} : énergie de transition, v : vitesse relative cible-projectile, $\beta = v/c$, $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$

Pour un b typique de 15 fm, la coupure adiabatique se situe à $E_x \approx 2$ MeV pour une vitesse $\beta = 0.07$ ($E_{cin} = 5$ MeV par nucléon pour un noyau), à environ 15 MeV pour des énergies intermédiaires (50 MeV par nucléon) et à des excitations supérieures à 20 MeV pour des énergies relativistes (pour les leptons, bien sûr aussi $E_{cin} > E_{if}$). Ces considérations générales s'appliquent à tous les projectiles chargés, comme des électrons, muons et noyaux atomiques.

Dans la suite, je me concentrerai sur des collisions entre noyaux atomiques, les électrons et muons nécessitant un traitment théorique différent des noyaux dû à leur pénétration aisée à l'intérieur du noyau.

2. Théorie semiclassique de l'excitation Coulombienne

L'Hamiltonien de la collision, considérant exclusivement l'interaction électromagnétique entre les deux noyaux s'écrit :

$$H = H_0(1) + H_0(2) + W(1,2) \tag{2}$$

où $H_0(i)$ est l'Hamiltonien interne du noyau i et W(1,2) est le terme d'interaction électromagnétique :

$$W(1,2) = \int\int \frac{\rho(\vec{r_1})\rho(\vec{r_2}) - \vec{j}(\vec{r_1})\vec{j}(\vec{r_2})/c^2}{|\vec{r_1} - \vec{r_2}|} \, d\tau_1 d\tau_2 \tag{3}$$

où ρ et $\vec{j}$ sont les distributions de densité de charge et de courant, respectivement. Avec la définition des moments multipolaires électriques et magnétiques du noyau :

$$\mathcal{M}(El,m) = \int \rho(\vec{r}) \, r^l \, Y_{lm}(\hat{\vec{r}}) \, d\tau \tag{4}$$

$$\mathcal{M}(Ml,m) = \frac{-i}{c(l+1)} \int \vec{j}(\vec{r}) \, r^l \, \vec{L} \, Y_{lm}(\hat{\vec{r}}) \, d\tau \tag{5}$$

on peut développer W(1,2) en termes multipolaires électriques et magnétiques. Dans le système de repos de la particule 2 par exemple, après avoir effectué le changement de repère pour les moments de la particule 1 : ($\vec{j_1}' = \vec{j_1} + \vec{v}\rho_1$; $\rho_1' = \rho_1 + \vec{v}/c^2\vec{j_1}$) on obtient :

$$W(1,2) = W_E(1,2) + W_M(1,2) + W_{EM}(1,2) \tag{6}$$

Le terme électrique s'écrit par exemple (voir e.g. [1], eq.II.1.9 pour le terme $W_{EM}(1,2)$) :

$$W_E(1,2) = \sum_{l_1 l_2 m_1 m_2} (4\pi)^{3/2} (-1)^{l_2} \left(\frac{(2l_1+2l_2)!}{(2l_1+1)!(2l_2+1)!} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l_1+l_2 \\ m_1 & m_2 & m \end{pmatrix} \tag{7}$$
$$\mathcal{M}_1(El_1,m_1) \, \mathcal{M}_2(El_2,m_2) \frac{1}{r^{l_1+l_2+1}} \, Y_{l_1+l_2,m}(\Theta,\Phi)$$

Une estimation de l'importance des différents termes $\mathcal{M}_1 \, \mathcal{M}_2$ montre [1], que les contributions multipole - multipole (responsable des excitations *mutuelles* cible-projectile, à distinguer des excitations *simultanées* de la cible et du projectile dues à des interactions monopole-multipole indépendantes pendant la collision) sont négligeables par rapport aux termes incluants le monopole électrique. Les significations de ces termes sont les suivantes:

- monopole électrique - monopole électrique : s'il n'y a pas interpénétration des distributions de charge des deux noyaux, c'est simplement le potentiel Coulombien $\frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$, qui détermine la trajectoire et ne donne pas lieu à une excitation
- monopole électrique - multipole électrique : excitations de type électrique (E1, E2, etc.)
- monopole électrique - multipole magnétique : excitations de type magnétique (M1, M2, etc.)

Ces excitations s'appliquent d'ailleurs également à la cible qu'au projectile dans le cas ici choisi de collisions entre noyaux.

2.1. approximation semiclassique

On considère, qu'on peut décrire le mouvement relative des deux noyaux avec une bonne approximation par une trajectoire classique d'une charge sans extension spatiale ("point charge" en Anglais) dans le champ électrique de l'autre noyau. Pour que cette approximation soit valable, il y a trois conditions à remplir :

- (1) Il ne doit y avoir d'interpénétration des distributions de densité des deux noyaux. Cette condition est toujours remplie pour des collisions sous-Coulombiennes. L'énergie cinétique dans le centre de masse doit être inférieure au potentiel Coulombien à la distance de contact R^c_{12} des deux noyaux. Une expression approximative est :

  $$R^c_{12} \approx 1.2 \times (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) + \Delta$$

  Δ tenant compte de la diffusivité de la surface des noyaux, et elle vaut environ 3 fm pour noyaux, excepté noyaux à halo. L'excitation Coulombienne dans ces collisions sous-Coulombiennes sera le sujet d'étude de la première partie de ce cours.

  Pour des énergies cinétiques supérieures à cette barrière Coulombienne, dans les collisions avec une distance d'approche minimale (désigné a par la suite) plus grand que R^c_{12}, l'approximation semiclassique peut toujours être utilisée avec des précautions, qui seront discutées dans la deuxième partie de ce cours.

- (2) La perturbation de la trajectoire due aux transferts de moment cinétique et d'énergie lors de l'excitation doit être très petite, c.a.d. les vitesses relatives initiale et finale doivent rester presque identiques. Ça exige $E_x \ll E_{cin}$. Toutefois, par comparaison entre calculs semiclassiques et quantiques et avec des valeurs expérimentales, il s'est avéré qu'une symmetrisation des vitesses v_i et v_f ($v_i \rightarrow (v_i+v_f)/2$) dans les formules semiclassiques est une bonne approximation quand E_x vaut par exemple $\approx 0.2\ E_{cin}$. Une illustraton sera donnée plus tard dans l'excitation de ^{19}F par des particules α d'énergie de l'ordre de MeV.

- (3) La longueur d'onde de Broglie du projectile $\frac{\hbar}{mv}$ doit être sensiblement plus petite que la distance d'approche minimum a. Cette distance a se calcule par l'égalité de l'énergie cinétique et potentiel Coulombien pour une collision frontale :

  $$a = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{E} \tag{8}$$

  ce qui donne :

  $$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} \gg 1 \tag{9}$$

  η est souvent appellé paramètre de Sommerfeld.

La section efficace différentielle d'excitation peut alors être factorisée en un terme purement géométrique de section efficace de Rutherford et une probabilité d'excitation :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{i\rightarrow f}} = \frac{d\sigma^{Ruth.}}{d\Omega} P_{i\rightarrow f} \tag{10}$$

$P_{i\to f}$ peut être calculé analytiquement dans la théorie de perturbation. Dans la majorité des cas d'expériences d'excitation Coulombienne la probabilité $P_{i\to f}$ n'excède pas quelques pourcents, et la perturbation au premier ordre est déjà une excellente approximation. Des formules pratiques seront données dans le prochain paragraph et je décrirai brièvement l'extension au deuxième ordre plus tard. Une situation où le traitment de perturbation faillit sera évoquée dans l'exemple de collision Pb + U à la fin de la première partie.

2.2. théorie de la perturbation au premier ordre

L'amplitude de transition d'un état initial i avec énergie E_i, spin I_i et projection M_i à l'état final f est ici :

$$a_{I_fM_f,I_iM_i} = \frac{1}{i\hbar}\int_{-\infty}^{\infty} < I_fM_f \mid V(t) \mid I_iM_i > e^{\frac{i}{\hbar}(E_f-E_i)t}\, dt \tag{11}$$

développant V(t) en moments multipolaires $\mathcal{M}(\Pi l, m)$, Π pour électrique E ou magnétique M :

$$a_{I_fM_f,I_iM_i} = \frac{4\pi Z_1 e}{i\hbar}\sum_{\Pi lm}\frac{(-1)^m}{2l+1} < I_fM_f \mid \mathcal{M}(\Pi l,-m) I_iM_i > S_{\Pi lm} \tag{12}$$

$S_{\Pi lm}$ sont les intégrales orbitales de Coulomb et contiennent la dynamique de la réaction; explicitement pour les excitations électriques :

$$S_{Elm} = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{Y_{lm}(\Theta(t),\Phi(t))}{r(t)^{l+1}}\, e^{i\omega t}\, dt \tag{13}$$

avec $\omega = (E_f\text{-}E_i)/\hbar$. Des formules analytiques pour le calcul de ces intégrales S_{Elm} et S_{Mlm} dans un système de coordonnées spécifique sont données dans l'annexe A.

La probabilité d'excitation est :

$$P_{i\to f} = \frac{1}{2I_1+1}\sum_{M_i,M_f} \mid a_{I_fM_f,I_iM_i} \mid^2 \tag{14}$$

L'information sur la structure nucléaire à extraire d'une mesure expérimentale d'excitation Coulombienne dans ce cadre est donc la somme des carrés des éléments de matrice de transition $< I_fM_f \mid \mathcal{M}(\Pi l,-m) \mid I_iM_i >$. Remarque sur les électrons : Grâce à leur pénétration dans le noyau dans les diffusions élastiques et inélastiques, on teste la distribution de la charge et du courant du noyau ainsi que la distribution radiale des moments multipolaires de transition.

Généralement, on remplace les éléments de matrice de transition par l'élément de matrice reduit, appliquant le théorème de Wigner-Eckart :

$$< I_fM_f \mid \mathcal{M}(\Pi l,m) \mid I_iM_i > = (-1)^{I_i-M_i}\begin{pmatrix} I_i & l & I_f \\ -M_i & m & M_f\end{pmatrix} < I_i \mid\mid \mathcal{M}(\Pi l) \mid\mid I_f > \tag{15}$$

Introduisant les probabilités de transition reduites $B(\Pi l)$:

$$B(\Pi l) = \frac{1}{2I_i+1} \mid< I_i \mid\mid \mathcal{M}(\Pi l) \mid\mid I_f >\mid^2 \tag{16}$$

, la section efficace différentielle d'excitation Coulombienne s'écrit :

$$\frac{d\sigma^C}{d\Omega} = \frac{d\sigma^{Ruth}}{d\Omega}\,\frac{1}{2I_i+1}\left(\frac{4\pi Z_1 e}{\hbar}\right)^2\sum_{\Pi lm}\frac{B(\Pi l)}{(2l+1)^2} \mid S_{\Pi lm} \mid^2 \tag{17}$$

2.3. photons virtuels (équivalents, quasi-réels)

Après l'introduction des probabilités de transition reduites, le lien de l'excitation Coulombienne semiclassique en premier ordre de perturbation avec l'émission ou l'absorption d'un photon réel par le noyau devient évident. La section efficace de photo-absorption est habituellement exprimée de la façon suivante (voir aussi le cours de C. Leclercq-Willain) :

$$\sigma_\gamma^{\Pi l}(E_\gamma) \;=\; (2\pi)^3\;(l+1)/(l(2l+1)!!)^2 \sum_f \rho_f(E_\gamma)\; k_\gamma^{2l-1}\; B(\Pi l, I_i \to I_f) \tag{18}$$

$\rho_f(E_\gamma)$ est la densité des états finaux et $k_\gamma = E_\gamma/\hbar c$.

En substituant la probabilité de transition reduite dans l'équation 17, la section efficace d'excitation Coulombienne peut être exprimée en fonction de $\sigma_\gamma^{\Pi l}$:

$$\frac{d\sigma^C}{d\Omega} \;=\; \sum_{\Pi l} \int \frac{dE_\gamma}{E_\gamma}\, \frac{d\eta_{\Pi l}}{d\Omega}(E_\gamma)\; \sigma_\gamma^{\Pi l}(E_\gamma) \tag{19}$$

où $\frac{d\eta_{\Pi l}}{d\Omega}$ s'interprète comme la densité de photons virtuels par angle solide contenue dans l'impulsion électromagnétique (photons équivalents semble plus adapté dans le cas de collisions non-relativistes où la similitude avec des photons réels est du moins périphérique, mais cette expression est moins utilisée).

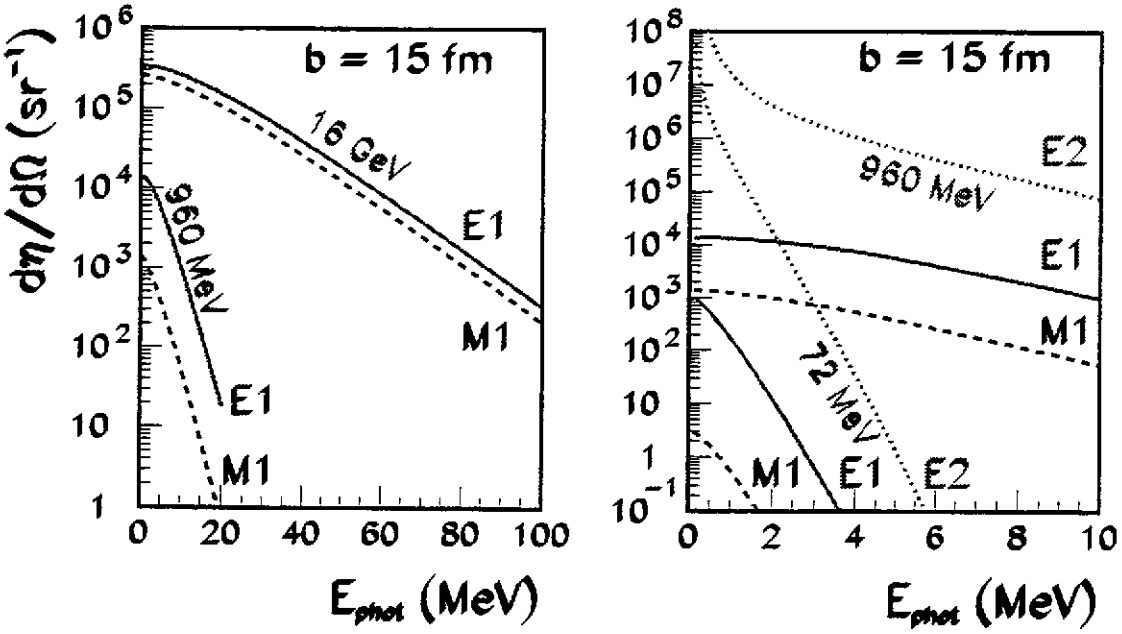

figure 3 : nombre de photons virtuels par angle solide vus par le projectile pour la collision $^{16}O + {}^{208}Pb$ à différentes énergies incidentes.

La dependance en énergie de la densité des photons virtuels E1, M1 et E2 pour une collision $^{16}O + {}^{208}Pb$ avec un paramètre d'impact de 15 fm est portée sur la figure 3 pour trois énergies différentes. Comme déjà remarqué dans l'introduction, le nombre de photons virtuels chute fortement avec l'énergie, surtout pour des petites vitesses, ce qui est la conséquence de la coupure adiabatique. On voit également une différence spectaculaire entre le nombre de photons virtuels de type E2 et E1, M1. Notamment des excitations quadrupolaire électrique

sont fortement favorisées dans l'excitation Coulombienne par rapport aux excitations dipolaires électrique et magnétique. Le rapport M1, E1 évolue avec l'énergie cinétique du projectile pour atteindre l'égalité à des énergies relativistes.

Cette sensibilité pour les différentes multipolarités dans l'excitation Coulombienne constitue une complimentarité intéressante avec la photo-absorption où l'excitation nucléaire. Elle peut par contre aussi être une source de complication, comme par exemple dans l'application astrophysique, ce qui sera développé dans la troisième partie de ce cours.

3. Expériences 1 : Energies sous-Coulombiennes

3.1. un "cas d'école"

Une des premières expériences d'excitation Coulombienne, qui a obtenu des résultats quantificatifs est l'excitation des deux premiers états excités du ^{19}F par des particules α de basse énergie [4]. Sherr, Li et Christy ont observé le rayonnement γ emis dans le bombardement d'une cible de CaF_2 par des α de 0.6 à 2.5 MeV. Les fonctions d'excitation mesurées pour le rayonnement γ de 109 keV et de 196 keV sont portées sur la figure 4 avec plusieures courbes théoriques.

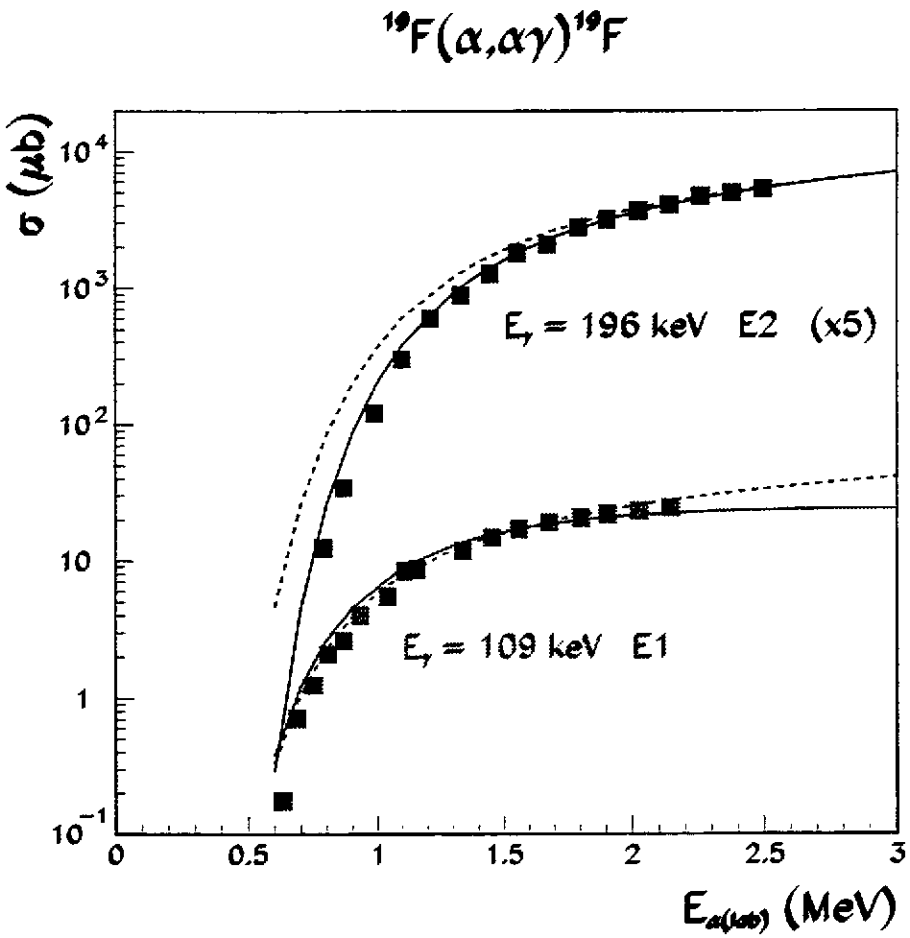

figure 4 : sections efficaces mesurées pour la production du rayonnement γ dans la réaction $\alpha + {}^{19}F$ avec plusieures courbes théoriques (voir texte).

Les probabilités d'excitation ici ne dépassant pas quelques promilles, toutes les courbes théoriques sont calculées avec l'approximation semiclassique en premier ordre de perturba-

tion. Pour la courbe en pointillé décrivant la section efficace de production du γ de 196 keV, la vitesse v_i a été utilisée dans le calcul des amplitudes de transition (Annexe A), tandis que la courbe en trait plein est le résultat utilisant la symmétrisation des vitesses proposée par Alder et Winther. Les deux courbes décrivant les données pour E_γ = 109 keV sont calculées supposant une excitation E1 (trait plein) ou une excitation E2 (pointillé).

Cette figure illustre bien les possibilités et les limitations d'une fonction d'excitation $\sigma_\gamma(E_{cin})$. La pente au seuil de la réaction est typique de l'énergie d'excitation nécessaire pour la production d'un γ donné. La bonne description des points expérimentaux avec un calcul supposant $E_{if} = E_\gamma$ montre que les deux γ sont produits par une excitation directe vers des niveaux excités situés à 109 keV et 196 keV, respectivement. Toutefois, une distinction entre différentes multipolarités ne peut être obtenue qu'avec une grande précision sur la mesure de section efficace. Au dela des énergies mesurées, la formation du noyau composé devient importante et la réaction $^{19}F+\alpha \rightarrow {}^{23}Na^* \rightarrow {}^{19}F+\alpha+\gamma$ s'additionne à l'excitation Coulombienne directe pour la production du rayonnement γ du ^{19}F. Souvent, la désignation des multipolarités est possible après des mesures de section efficace différentielle.

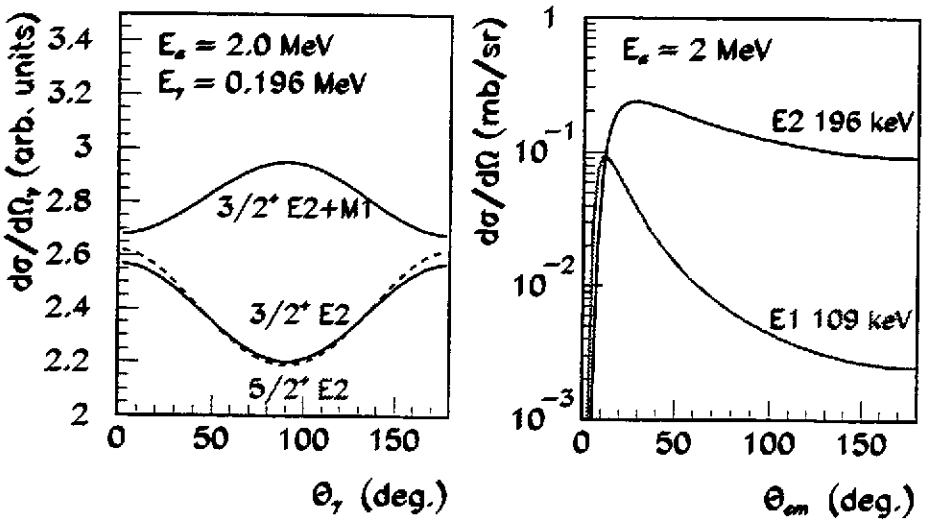

figure 5 : sections efficaces différentielles pour la réaction $^{19}F(\alpha,\alpha'\gamma)^{19}F$. Gauche : distribution angulaire γ pour une transition de type E2 deuxième niveau excité $\rightarrow$ état fondamental supposant un spin de $3/2^+$ et de $5/2^+$ respectivement. La courbe marquée E2+M1 est calculée supposant une transition 10% E2 et 90% M1. Droite : Section efficace différentielle pour la diffusion inélastique sur le premier (109 keV) et deuxième niveau excité (196 keV) par excitation Coulombienne de type E1 et E2 respectivement.

Toujours, en détectant le rayonnement γ, la multipolarité de la *transition* γ peut être deduite d'une mesure de la distribution angulaire γ $d\sigma/d\Omega_\gamma$. La figure 5a montre trois distributions angulaires γ théoriques pour la transition 196 keV $\rightarrow$ état fondamental en supposant une excitation de type E2. Une excitation de type M1 ou de multipolarité elevée (M2, E3, etc.) est exclue due à leur faible probabilité de transition et/ou section efficace, incompatible avec la section efficace expérimentale (plus de détails sur les probabilités de transition électromagnétique dans les noyaux sont donnés dans les cours de C. Leclercq-Willain et de M.G. Porquet). La différence entre une transition plutôt dipolaire, representée par la courbe E2+M1 et une transition quadrupolaire (E2) est marquée et une simple mesure de rapport de section efficace, e.g. 90°/180° est souvent suffisante pour déterminer la multipolarité. Par contre, le spin du niveau excité n'a pas une grande influence sur la distribution angulaire γ. Un guide pour le calcul des

distributions angulaires γ est dans l'annexe B.

La détection des particules diffusées inélastiquement est un moyen de déterminer la multipolarité de l'*excitation*. Comme le montre figure 5b, la section efficace différentielle de diffusion inélastique $d\sigma/d\Omega$ est très différente pour une excitation E1 ou E2. Le maximum de la section efficace différentielle à petits angles de diffusion est en générale pointu pour les excitations dipolaires et moins pointu pour les excitations de multipolarité élevée.

3.2. déorientation

Pour un angle de diffusion proche de 180 degrés dans l'excitation Coulombienne d'un noyau pair-pair, le niveau excité est peuplé presque uniquement dans son sous-état magnétique $M_f = 0$. Cet alignement de spin du noyau de recul résulte dans une distribution angulaire γ tres marquée et peut être utilisé pour sonder le champ extérieur subi par ce noyau ou, connaissant le champ extérieur de mesurer par exemple le moment magnétique du niveau excité. En effet, dans un champ magnétique extérieur B_{ext}, l'axe de spin du noyau suit un mouvement de précession autour de l'axe du champ magnétique avec la fréquence de Larmor. Cette precession induit un décalage de la distribution angulaire γ, dépendant de la durée de vie du niveau excité, son moment magnétique et B_{ext}.

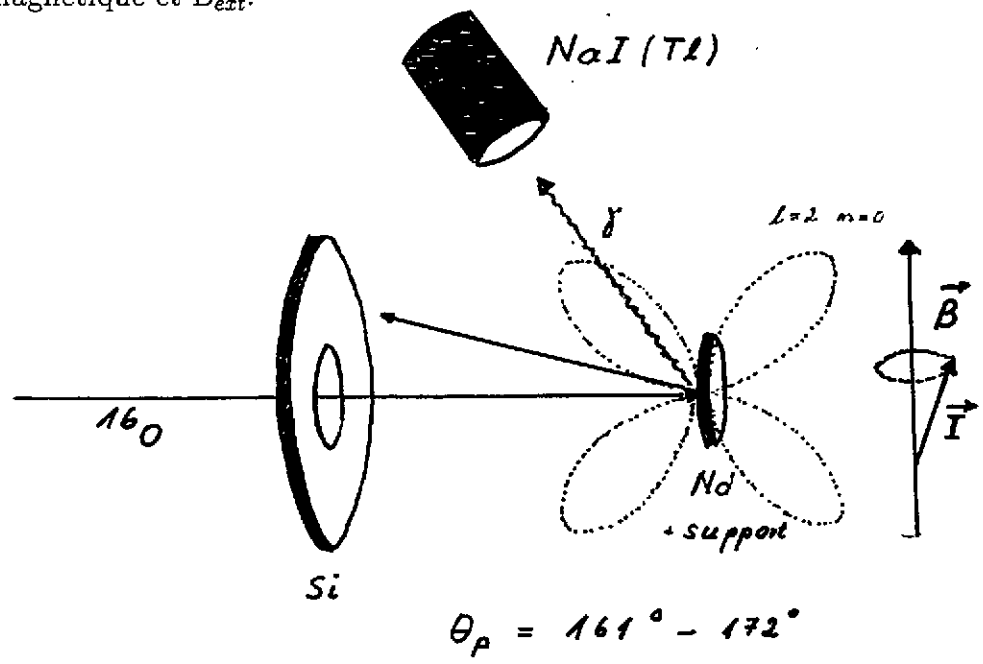

figure 6 : dispositif expérimental typique pour une expérience de déorientation. Les projectiles retrodiffusés sont détectés dans un détecteur Si annulaire, les rayons γ dans un cristal NaI(Tl). Le "papillon" représente une distribution angulaire γ E2 résultant d'un spin du noyau aligné sur le sous-état magnétique m=0.

Figure 6 montre un dispositif expérimental typique pour une telle mesure de déorientation. Dans l'expérience de Ben Zvi et al. [5], les rayons γ du niveau 2^+ de ^{148}Nd à 300 keV ont été détectés en coïncidence avec des projectiles ^{16}O retrodiffusés entre 161 et 172 degrés. Les noyaux de Nd reculent dans le support de la cible et, avec le demi-temps de vie de l'état 2^+ (78 ps), ont le temps de s'arrêter avant d'émettre le rayonnement γ. Une distribution angulaire γ mesurée pour un support de cuivre montre une distribution non-perturbée (fig 7a).

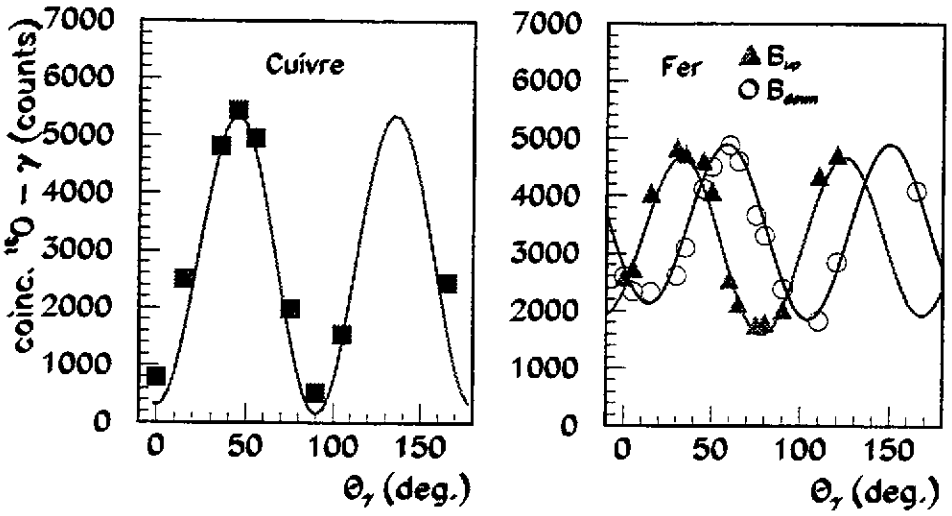

figure 7 : distributions angulaires du rayonnement γ en coïncidence avec des projectiles retrodiffusés pour la réaction ^{146}Nd(^{16}O,^{16}O γ_{300keV})^{146}Nd à E_{16_O} = 35 MeV. Les données expérimentales sont de Ben Zvi et al. [5]. Gauche : avec un support de cuivre. La courbe est la distribution angulaire théorique sans effet de déorientation. Droite : avec un support de fer et deux orientations d'un champ magnétique appliqué. Les courbes sont des ajustements tenant compte d'un décalage angulaire et d'un amortissement de l'amplitude d'oscillation dûs à l'effet de déorientation.

Utilisant un support de fer avec un champ extérieur appliqué B, les distributions sont décalées (fig 7b), indiquant la précession de l'axe de spin du niveau excité. Des mesures du facteur gyromagnétique des premiers états excités 2^+ d'une série d'isotopes sont une application typique de ces études. L'avantage de l'excitation Coulombienne aux énergies sous-Coulombiennes par rapport à e.g. l'excitation nucléaire est la très bonne connaissance de l'interaction électromagnétique permettant le calcul théorique de la distribution angulaire γ et une quasi-absence d'autres réactions produisant de rayons γ indésirables. Un autre avantage sont des sections efficaces comfortables même aux grands angles de diffusion. Dans cette réaction, les probabilités d'excitation avec des ^{16}O de 35 MeV atteignent environ 15% ($d\sigma/d\Omega \approx 40$ mb/sr aux angles considérés), mais pour le calcul de distribution angulaire γ, un traitment en premier ordre de perturbation donne toujours une bonne description.

3.3. théorie de la perturbation au deuxième ordre

Dans le cas où les probabilités d'excitation excèdent une dizaine de pourcent ou pour des excitations directes qui sont impossibles ($0^+ \rightarrow 0^+$) ou très faibles (multipolarités élevées), l'absorption de deux photons dans la collision peut devenir importante. Un état final peut maintenant être atteint par l'excitation d'un état intermédiaire suivi d'une autre excitation par absorption d'un deuxième photon. L'état intermédiaire peut aussi être situé énergetiquement plus haut que l'état final, comme indiqué sur la figure 8. Là, la deuxième transition est l'émission induite d'un photon virtuel.

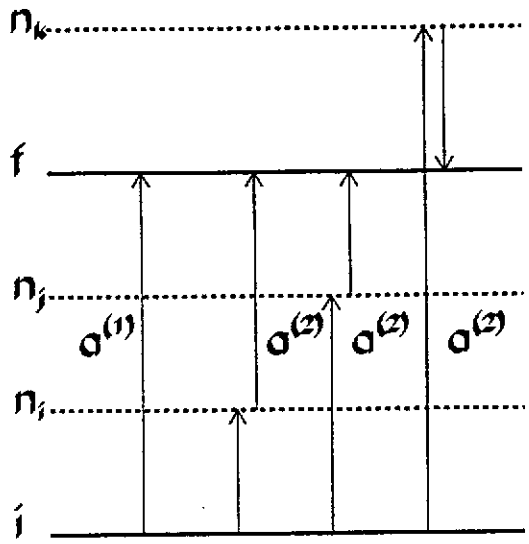

figure 8 : exemple de schéma de niveau et amplitudes de transition en premier ($a^{(1)}$) et deuxième ordre ($a^{(2)}$) de perturbation pour l'excitation du niveau f.

Strictement, l'amplitude de transition $a^{(2)}$ est par conséquence une somme sur tous les états intermédiaires possibles n:

$$a^{(2)}_{I_f M_f I_i M_i} = \left(\frac{1}{i\hbar}\right)^2 \sum_n \int_{-\infty}^{\infty} < I_f M_f \mid V(t) \mid I_n M_n > e^{i\omega_{fn} t}\, dt \int_{-\infty}^{t} < I_n M_n \mid V(t') \mid I_i M_i > e^{i\omega_{ni} t'}\, dt' \tag{20}$$

La structure des intégrales étant la même qu'en premier ordre, leur évaluation peut se faire avec les fonctions de l'annexe A. L'amplitude totale est la somme des amplitudes en premier et deuxième ordre :

$$a = a^{(1)} + a^{(2)} \tag{21}$$

La probabilité de transition comporte les trois termes :

$$P = P^{(1)} + P^{(1,2)} + P^{(2)} \tag{22}$$

C'est l'interférence entre les deux amplitudes, qui peut dans certains cas fournir des informations nouvelles - non accessibles en premier ordre de perturbation - sur la structure des noyaux, comme par exemple la mesure d'un moment quadrupolaire statique d'un niveau excité.

3.3.1. effet d'un moment quadrupolaire statique: réorientation

Prenons un système simple de deux états, un niveau fondamental 0^+ et un premier niveau excité 2^+ appartenant à une bande vibrationnelle ou rotationnelle, une situation qui prévaut dans les noyaux pair-pair. En premier ordre de perturbation, la probabilité d'excitation Coulombienne est proportionnelle à la probabilité de transition reduite B(E2), ou au carré de l'élément de matrice reduit de transition $< 2 \mid\mid \mathcal{M}(E2) \mid\mid 0 > := M_{02}$. La section efficace n'est alors sensible ni au type de bande ni au signe de l'élément de matrice. Cette situation change si on inclut l'effet de réorientation, qui n'est d'autre qu'une transition d'un sous-état magnétique du niveau excité vers un autre sous-état du même niveau intervenant après l'excitation du niveau dans un premier temps.

L'amplitude $a^{(2)}$ contient l'élément de matrice $< 2 \,||\, \mathcal{M}(E2) \,||\, 2 > := M_{22}$, qui est proportionnelle au moment quadrupolaire statique ou déformation du niveau excité Q_2:

$$< 2 \,||\, \mathcal{M}(E2) \,||\, 2 > \;=\; \sqrt{\frac{7}{90}}\,\frac{Z_1 e}{\hbar v}\,Q_2 \tag{23}$$

La probabilité d'excitation P par l'interférence des amplitudes $a^{(1)} \propto M_{02}$ et $a^{(2)} \propto M_{02}\, M_{22}$ devient alors sensible à cette déformation quadrupolaire électrique du noyau ainsi qu'à son signe. L'effet d'un tel moment quadrupolaire sur la probabilité d'excitation est illustré sur la figure 9.

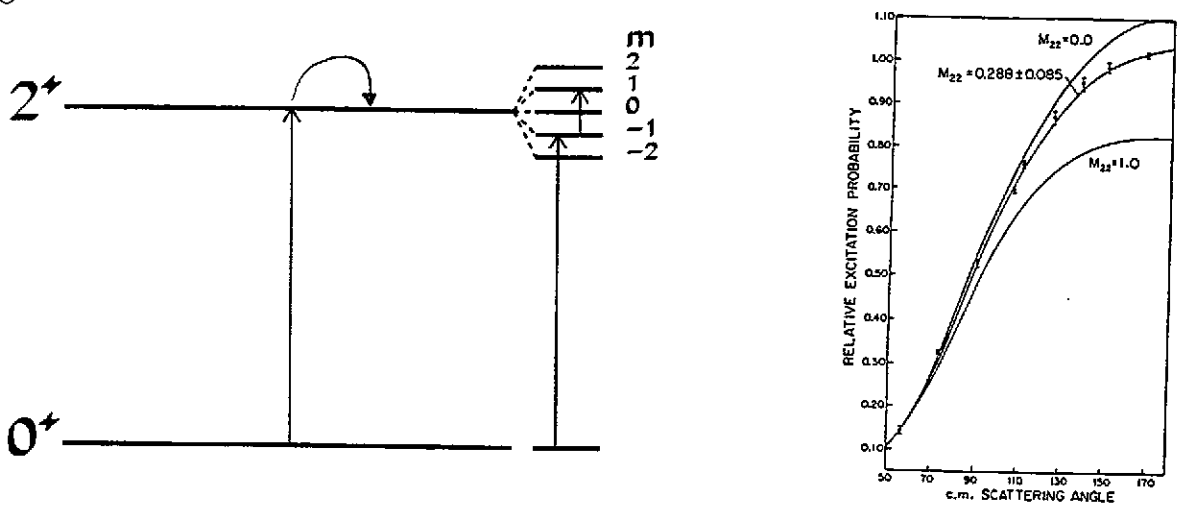

figure 9 : probabilité d'excitation du niveau 2^+ à 847 keV du ^{56}Fe en fonction de l'angle de diffusion du projectile ^{16}O à $E_{^{16}O}$ = 25 MeV (figure de Thomson, Scharenberg et Lutz [6]).

3.4. excitation multiple

Pour les bandes rotationnelles dans les noyaux lourds avec déformation conséquente, les probabilités d'excitation Coulombienne peuvent facilement dépasser l'unité. Une des bandes les plus étudiées par l'excitation Coulombienne est la bande rotationnelle fondamentale de l'uranium-238. Les projectiles utilisés couvrent presque tout le domaine des masses des noyaux, allant de l'hélium-4 jusqu'au plomb-208. Aux angles de diffusion s'approchant les 180°, les probabilités sont de l'ordre de 10% pour ^{4}He à 4.2 MeV per nucléon et franchissent déjà l'unité pour les projectiles plus lourds que ^{16}O à environ 4 MeV per nucléon.

L'absorption de plusieurs photons virtuels dans la collision devient alors très probable et des états de haut spin de la bande rotationnelle sont accessibles par cette excitation multiple. Il n'est alors plus possible d'utiliser la théorie de la perturbation et un calcul plus compliqué d'excitation multiple en canaux couplés est indispensable. La théorie est développée dans Alder et Winther [1] et on trouve un programme Fortran d'excitation multiple en canaux couplés basé sur l'approche semiclassique dans [7].

Dans une expérience avec des projectiles de ^{208}Pb à E/A = 5.3 MeV bombardant une cible de ^{238}U, effectuée au GsI Darmstadt, la bande rotationnelle fondamentale de ^{238}U a pu être peuplée jusqu'au spin 28^+ (eventuellement 30^+) [8], obtenant la série complète des probabilités de transition reduite B(E2,i→f) de 0^+-2^+ jusquà 26^+-28^+ (28^+-30^+). Un des résultats importants de cette étude a été la confirmation d'un comportement du noyau en roteur rigide pour toute la bande. Un spectre obtenu dans cette expérience est porté sur la figure 10.

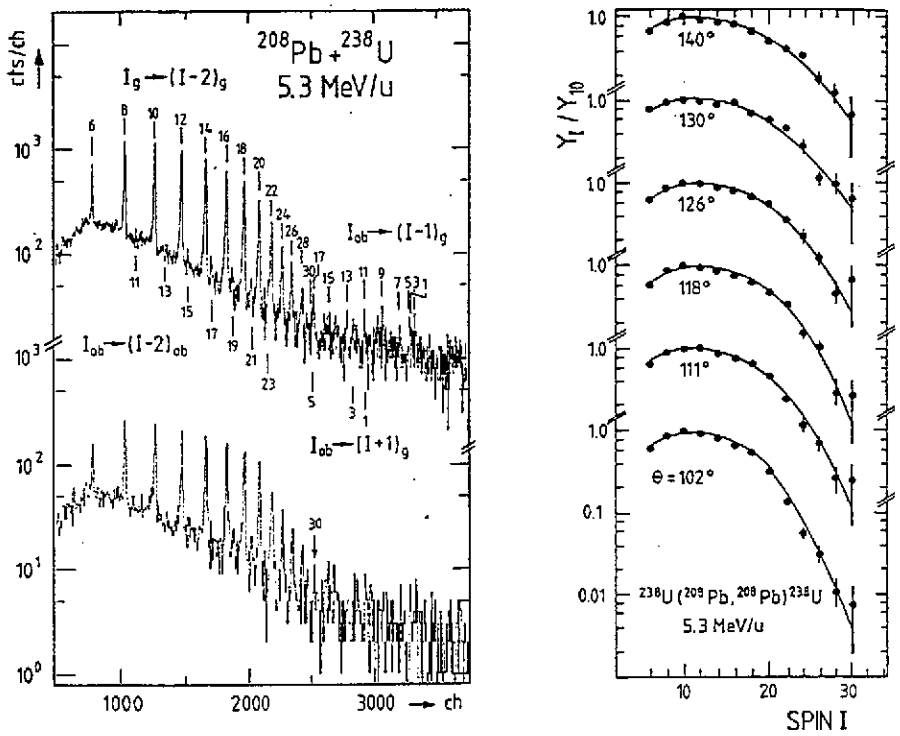

figure 10 : spectre γ expérimental avec : transitions γ de la bande rotationelle fondamentale ($I_g \rightarrow (I\text{-}2)_g$), transitions de la bande octupolaire ($I_{ob} \rightarrow (I\text{-}2)_{ob}$), et transitions inter-bande ($I_{ob} \rightarrow (I\pm1)_g$). Droite : taux de transition γ I→I-2 relative à $10^+ \rightarrow 8^+$ dans la bande fondamentale en fonction du spin I du niveau excité.

4. Expériences 2: énergies intermédiaires

A des énergies incidentes supérieures à la barrière Coulombienne l'interaction nucléaire entre en compétition avec l'interaction électromagnétique. Cela se traduit par une déviation de la trajectoire Rutherford pour des petits paramètres d'impact et par l'interférence entre l'excitation Coulombienne et l'excitation nucléaire. L'interaction nucléaire étant plus forte que l'interaction électromagnétique, l'étude des réactions de type diffusion inélastique en terme d'excitation Coulombienne n'est généralement plus adéquate.

Néanmoins, pour des collisions entre ions lourds, il existe souvent un domaine d'angles de diffusion où l'interaction Coulombienne domine sur l'interaction nucléaire. Il est clair que pour les paramètres d'impact b plus grand que la somme des deux rayons nucléaires (voir chapitre 2.1), l'interaction Coulombienne est la seule force entre les noyaux. Les angles de diffusion correspondante sont décrits par les propriétés de la trajectoire Rutherford. Qualitativement l'évolution des probabilités d'excitation Coulombienne peut être compris par le contenu en photons virtuels de l'impulsion. Pour un b très grand à limite adiabatique, la probabilité est quasiment nulle et elle augmente quand les paramètres d'impact diminuent à cause de la diminution de la durée de l'impulsion contenant alors de plus en plus de photons virtuels de haute fréquence. Traduit en angle de diffusion, la probabilité et la section efficace d'excitation Coulombienne augmentent presque exponentiellement pour de très petites angles de diffusion jusquà ce que le paramètre d'adiabaticité (éq. 1) devient plus grand que l'unité et plus doucement après jusqu'à un angle, où l'absorption devient importante. Cet angle est appellé angle d'effleurement ("grazing angle" en Anglais), defini grossièrement par l'angle à lequel la section efficace de diffusion élastique a chuté à 1/e de la section efficace Rutherford.

Pour des paramètres d'impact avec légère interpénétration des distributions de densité, répulsion Coulombienne et attraction nucléaire déterminent la trajectoire, détruisant alors la correspondance directe entre paramètre d'impact et angle de diffusion. Ce sont ces trajectoires

où l'excitation nucléaire et l'excitation Coulombienne sont généralement à leur maximum et interfèrent, les angles de diffusion se situant légègerement au dessous de l'angle d'effleurement. Pour des paramètres d'impact encors plus petit, l'interaction nucléaire conduit le plus souvent à des réactions plus complexes, détruisant l'identité de l'un ou des deux noyaux incidants, ici désigné par l'absorption. Figure 11 illustre très schématiquement ces processus.

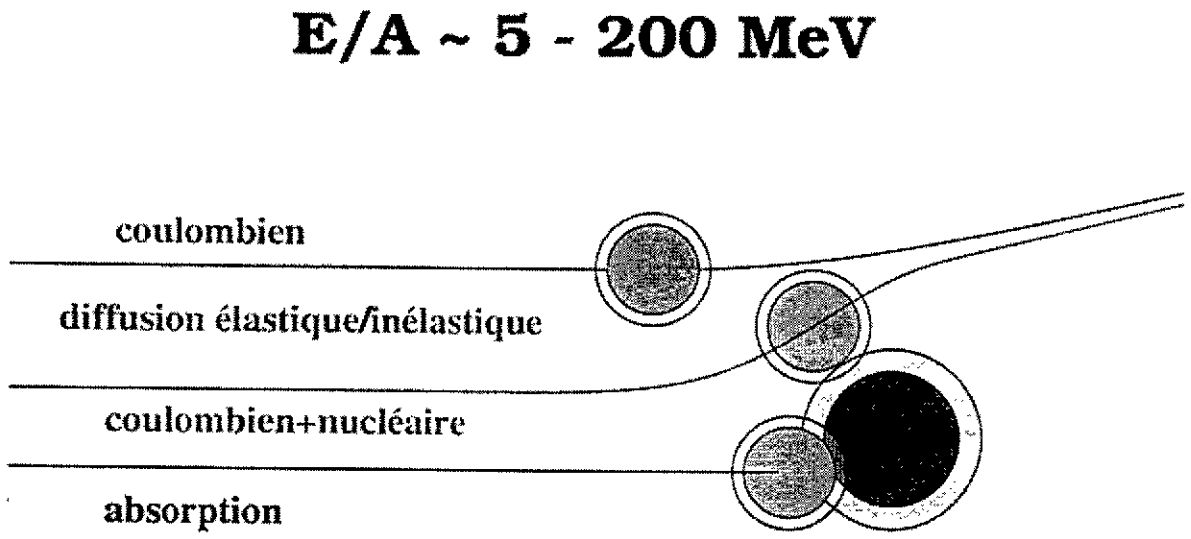

figure 11 : collisions entre ions lourds

Une bonne description de ces collisions est normalement obtenue par le modèle optique des réactions nucléaires, en analogie avec la diffusion de lumière sur un disque absorbant. Le potentiel d'interaction $V_{1,2}$ entre les deux noyaux est en conséquence décrit par un potentiel réel V_0 et imaginaire W, représentant un indice de refraction complexe. S'ajoutent le terme Coulombien V_C et eventuellement d'autres termes comme un potentiel spin-orbite V_{LS}:

$$V_{1,2}(r) = V_0 f(r) + iWf(r) + V_C f_c(r) + V_{LS} 1/r df(r)/dr LS + \ldots \quad (24)$$

La détermination des paramètres du potentiel optique nécessiterait un cours entier, disons seulement qu'on utilise souvent un potentiel phénoménologique avec f(r) en forme de Woods-Saxon, et qu'on ajuste des paramètres pour reproduire des données expérimentales: sections efficaces différentielles de diffusion élastique et inélastique dominent pour les études de collisions entre ions lourds. Des potentiels semi-microscopiques construits par convolution des distributions de nucléons de deux noyaux avec une force effective nucléon-nucléon sont une autre méthode souvent utilisée. Le traitment le plus complet des réactions nucléaires aux énergies intermédiaires est donné par Satchler [9].

A une énergie typique de beaucoup de grands accélérateurs d'ions lourds (GANIL, MSU, Riken) de 50 MeV par nucléon, l'angle d'effleurement se situe à environ 6 degrés, au delà les sections efficaces de diffusion élastique et inélastique chutent rapidement. Pour une excitation $0^+ \rightarrow 2^+$ de type collectif, le rapport approximatif entre la section efficace Coulombienne intégrée jusqu'à l'angle d'effleurement et la section efficace nucléaire pour plusieurs projectiles incidents sur une cible de ^{208}Pb est portée sur la figure 12.

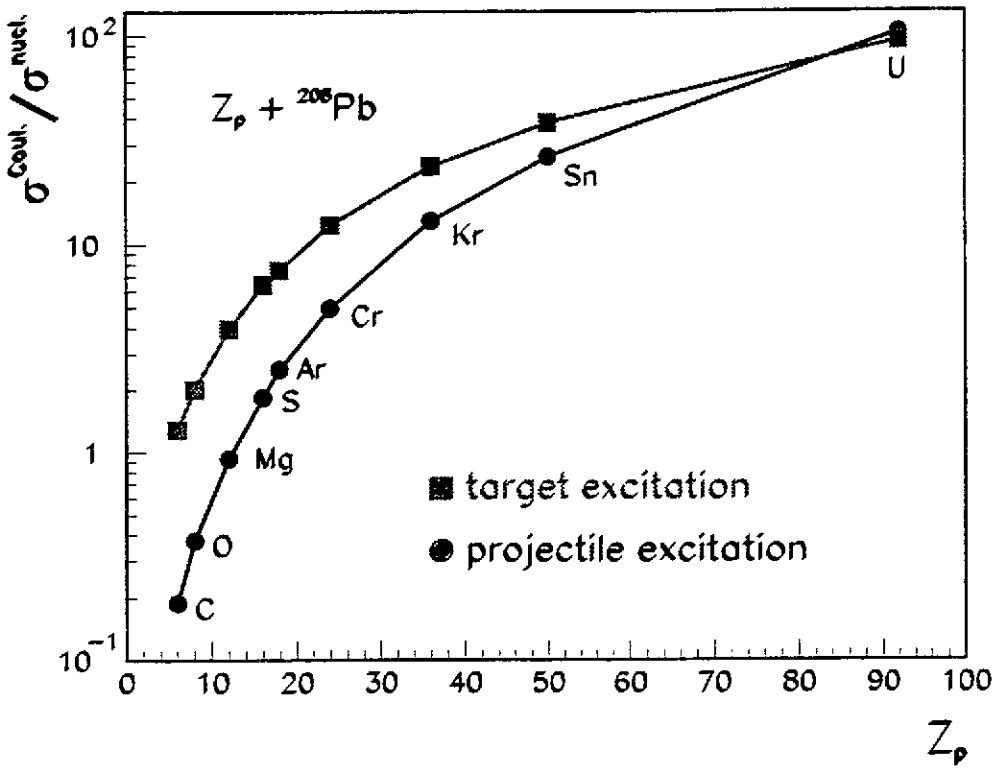

figure 12 : rapport des sections efficaces Coulombienne/nucléaire pour l'excitation E2/λ = 2 d'un hypothétique état collectif à 1 MeV d'énergie d'excitation pour des collisions d'un projectile de charge Z_p avec une cible de ^{208}Pb à E/A = 50 MeV. La section efficace Coulombienne est l'intégrale de la section efficace théorique semiclassique en premier ordre de perturbation jusqu'à l'angle d'effleurement ($\approx 6°$). L'estimation de la section efficace d'excitation nucléaire a été obtenue par un calcul quantique DWBA (code Ecis94 [10]) avec un set de paramètres du potentiel optique commun pour tous les systèmes.

Si on s'intéresse particulièrement à l'excitation du projectile - cinématique obligée pour l'étude des noyaux exotiques -, l'interprétation des diffusions inélastiques nécessite la prise en compte de l'excitation nucléaire pour les projectiles plus légers que soufre.

4.1. expériences récentes avec faisceaux radioactifs

Depuis une dizaine d'années, des faisceaux radioactifs sont disponibles dans plusieurs accélérateurs d'ions lourds. La technique la plus souvent utilisée est la fragmentation d'un faisceau primaire de l'ordre de 50 MeV à environ 1 GeV par nucléon incidant sur une cible primaire épaisse. Les produits de fragmentation sont ensuite triés par un ensemble d'éléments ion-optique et envoyés sur une cible de réaction. On peut ainsi produire des faisceau secondaires d'ions instables de très courte durée de vie ($\tau_{min} \approx 0.1$ μs) à une énergie typique de 50 MeV par nucléon et d'intensité allant de quelques dizaines à quelques 10^6 particules par seconde. Grâce à des sections efficaces élevées, l'excitation Coulombienne E2 des premiers états excités est pour de telles intensités une des premières réactions utilisées pour l'étude de ces noyaux exotiques.

4.1.1. ^{32}Mg

L'excitation du premier niveau 2^+ de ^{32}Mg à 885 keV a été observée dans une expérience à Riken avec un faisceau secondaire de ^{32}Mg d'énergie E/A = 49.2 MeV incidant sur une cible de ^{208}Pb [11]. Des rayonnements γ de la transition 2^+, 885 keV $\rightarrow 0^+$ g.s. ont été détectés par

un ensemble de 60 scintillateurs NaI(Tl) entourant la cible, en coïncidence avec des projectiles diffusés. Dans cette expérience un faisceau d'environ 300 projectiles par seconde (!) était suffisant pour permettre une extraction du B(E2) dû à des sections efficaces différentielles élevées autour de 10 b/sr (!) (fig. 13).

Une probabilité de transition reduite B(E2,0^+-2^+) de 454±78 e^2fm^4 a été extraite de la mesure, ce qui représente 15 unités de Weisskopf pour la transition 2^+-0^+. Une telle collectivité est rencontrée uniquement dans les bandes rotationelles et dans cette hypothèse les auteurs ont déduit un paramètre de déformation $\beta_2 \approx 0.5$ du ^{32}Mg, dépendant légèrement du potentiel optique utilisé pour le calcul des sections efficaces (par contre, voir le cours de M.G. Porquet pour une discussion du passage du B(E2) au β_2). Ce résultat indique fortement une disparition de la fermeture de couche à N=20 pour les noyaux très riches en neutron.

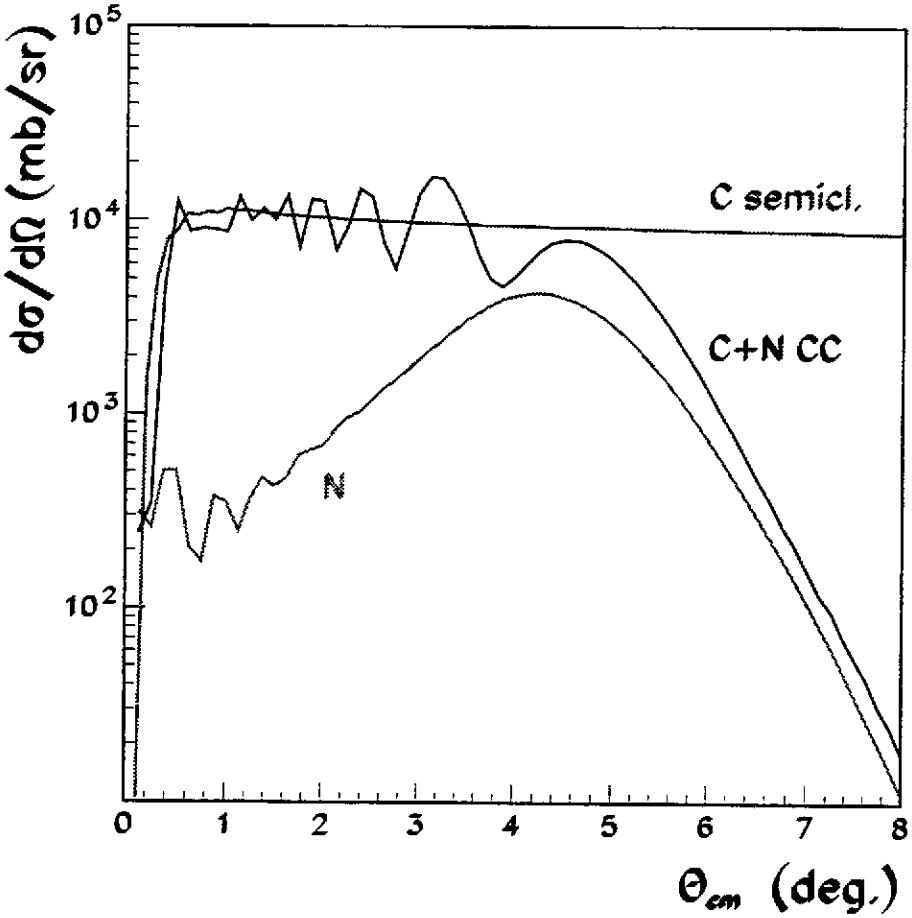

figure 13 : section efficace différentielle de la réaction ^{208}Pb(^{32}Mg,^{32}Mg$^*_{0.885}$)^{208}Pb à E/A = 49.2 MeV. Les courbes "N" et "C+N CC" viennent d'un calcul quantique en canaux couplés pour l'excitation nucléaire pure et l'excitation Coulombienne et nucléaire respectivement. La courbe "C semicl." est le résultat d'un calcul semiclassique pour l'excitation Coulombienne sans interaction nucléaire.

Une source d'incertitude pour l'extraction du B(E2) dans cette réaction est, comme indiqué plus haut l'influence de l'interaction nucléaire. Un calcul complet des amplitudes de transition incluant l'interaction nucléaire et Coulombienne donne la section efficace différentielle inélastique portée sur la figure 13. Cette distribution angulaire montre clairement le domaine

d'angles où l'excitation Coulombienne domine et l'effet d'absorption à des angles supérieurs à 5-6 degrés par comparaison avec un calcul semiclassique sans interaction nucléaire. Le dispositif dans l'expérience étant principalement sensible à des angles de diffusion entre 0.3 et 4 degrés, la section efficace est toujours dominée par l'excitation Coulombienne, et les incertitudes sur la partie nucléaire n'affectent pas trop l'interprétation. C'est un constat basé sur la similitude des potentiels optiques entre ions lourds pour noyaux stables et exotiques, ce qui reste à démontrer, et une extraction plus précise que 15% des probabilités de transition reduite est suspendue à de telles études.

Une mesure directe de la déformation statique du ^{32}Mg pourrait être obtenue dans un futur proche par une mesure de réorientation comme c'était présenté au chapitre 3.3.1. Les énergies intermédiaires n'étant pas bien adaptées à ces études à cause de l'interaction nucléaire et des probabilités d'excitation faibles ($P < 5\%$ à $E/A = 50$ MeV pour le 2^+ du ^{32}Mg), une mesure aux énergies sous-Coulombiennes doit alors attendre des nouveaux accélérateurs d'ions radioactifs comme Rex-Isolde au Cern et Spiral au Ganil. Les sections efficaces théoriques pour l'excitation des niveaux 2^+ et 4^+ à $E/A = 4$ MeV, supposant un modèle vibrationnelle ($M_{22} = 0.$) ou un modèle de roteur rigide ($M_{22} = -1.2\ M_{02}$) pour ^{32}Mg, sont portées sur la figure 14. La différence est nette aux angles de retrodiffusion, mais il faudrait alors un faisceau de l'ordre de 10^5 particules par seconde pour permettre une mesure suffisament précise de ces distributions angulaires.

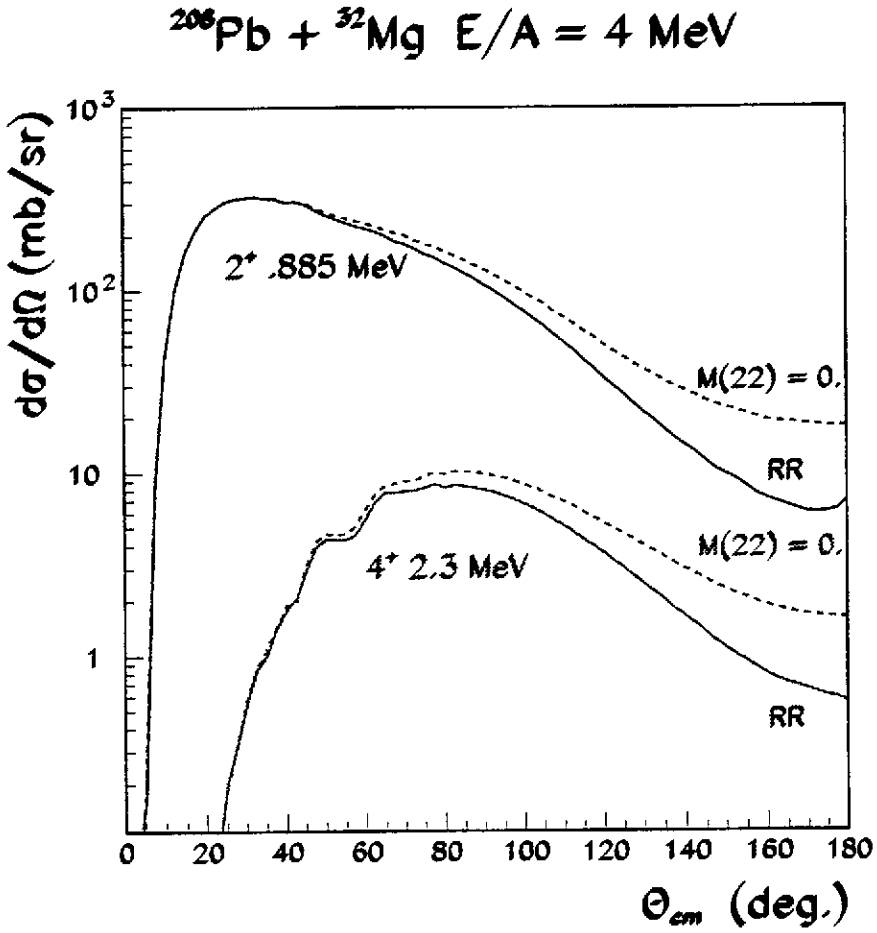

figure 14 : sections efficaces différentielles de la réaction ^{208}Pb(^{32}Mg,^{32}Mg$^*_{I_f}$)^{208}Pb à E/A = 4 MeV, I_f étant 2^+, 0.885 MeV et 4^+, 2.3 MeV (transition γ mise en évidence recemment au Ganil [12]) respectivement pour deux modèles sur la structure de ^{32}Mg.

4.1.2. ^{68}Ni, ^{44}S et autres

Le principe pour toutes les études d'excitation Coulombienne des noyaux radioactifs - excitation E2 au premier 2^+ pour les noyaux pair-pair et aussi excitations E2 pour quelques noyaux impairs, étude de la disparition des fermeture de couches/apparition de nouvelles fermetures de couche - était le même jusqu'à maintenant, je me concentrerai sur les aspects expérimentaux. Un défi expérimental majeur est la détection du rayonnement γ emis par des ions de vitesse élevée. Elle est de l'ordre de 0.3 c pour E/A = 50 MeV. L'énergie E_γ dans le laboratoire varie approximativement comme $E_\gamma = E_0\ (1 + \beta\ \cos(\Theta_\gamma)$, E_0 étant l'énergie de transition et Θ_γ) l'angle entre le rayon γ et le projectile au laboratoire.

La correction de l'effet Doppler est alors une nécessité pour pouvoir extraire le pic d'une transition γ. Ce problème est résolu dans des différentes expériences effectuées par une détermination précise de l'angle Θ_γ grâce à une granularité importante du dispositif à Riken (60 scintillateurs), par une mesure de la position d'impact du rayon γ sur le scintillateur au MSU et par l'utilisation de détecteurs clover avec segmentation électronique supplémentaire au Ganil. L'effet de la détermination précise de Θ_γ est illustré pour le dispositif Ganil sur la figure 15.

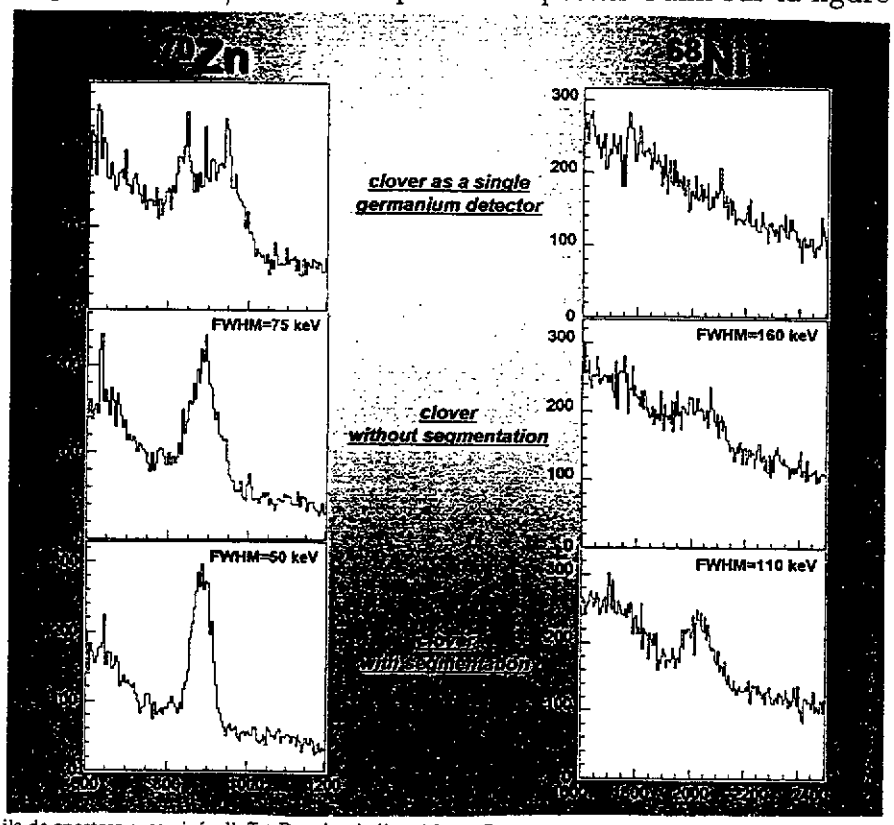

figure 15 : détails de spectres γ corrigés d'effet Doppler de l'expérience E283a au Ganil de l'excitation Coulombienne des noyaux ^{70}Zn et ^{68}Ni à E/A = 40 MeV, supposant plusieures conditions d'analyse (figure fournie aimablement par S. Leenhardt).

4.2. noyaux à halo et soft dipole resonance

Apart les particularités définissant un noyau à halo - grande extension spatiale de la fonction d'onde d'un ou deux neutrons (evtl. protons) en dehors du coeur et faible énergie de liaison -, la présence d'une résonance dipolaire à basse énergie d'excitation (résonance pygmée ou soft dipole resonance) a été proposée pour expliquer les section efficaces de dissociation de ces noyaux $d\sigma_D/dE_x$. Cette résonance dipolaire pourrait s'interpréter comme l'oscillation du coeur de e.g. ^{9}Li (^{10}Be) par rapport aux neutrons (au neutron) du halo. La force de rappel étant fourni seulement par un ou deux nucléons faiblement liés, contrairement aux résonances géantes

où tous les neutrons oscillent contre tous les protons, l'énergie d'excitation se trouve alors à relativement basse énergie.

Si on fragmente un noyaux à halo avec une énergie intermédiaire sur des noyaux cible lourds, la dissociation est principalement due à l'interaction électromagnétique. En fait, il s'agit simplement d'une excitation Coulombienne dans un état (ou dans le continuum) d'énergie supérieure à l'énergie de liaison du noyau. La decroissance se fait alors par décroissance d'un ou plusieures particules. La même constatation est aussi vraie pour la résonance géante, qui décroit principalement par émission d'un ou plusieurs neutrons.

Dans ces cas de noyaux à halo et de résonances géantes, les probabilités d'excitation sont faibles aux énergies intermédiaires et la section efficace différentielle $d\sigma_D/dE_x$ est directement liée à la densité de probabilité de transition reduite ("dipole strength function") $dB(E1)/dE_x$ (eq. 17). Cette "strength function" représente un maximum autour de 1 MeV pour le ^{11}Li et le ^{11}Be avec une forme vaguement Gaussien d'une largeur d'environ 0.7 MeV. Avec cette largeur la durée de vie τ de la résonance serait d'environ 10^{-21} s.

Une preuve directe de l'existence de cette résonance est la mesure de sa durée de vie en utilisant l'effet de post-accélération, illustré sur figure 16: l'excitation Coulombienne se fait avec la plus grande probabilité à proximité du noyau cible. Si la dissociation se fait instantanément, le coeur de ^{9}Li se trouve dans le champ électrique du ^{208}Pb et sera accéléré par le potentiel Coulombien tandis que les neutrons gardent en moyenne la vitesse du ^{11}Li lors de la rupture. La vitesse asymptotique moyenne mesurée dans les détecteurs est dans ce cas supérieure pour le ^{9}Li par rapport aux neutrons. Une hypothétique résonance par contre décroirait loin du ^{208}Pb ($\approx$ 75 fm) pour les conditions de figure 16, et l'effet de post-accélération serait beaucoup plus faible.

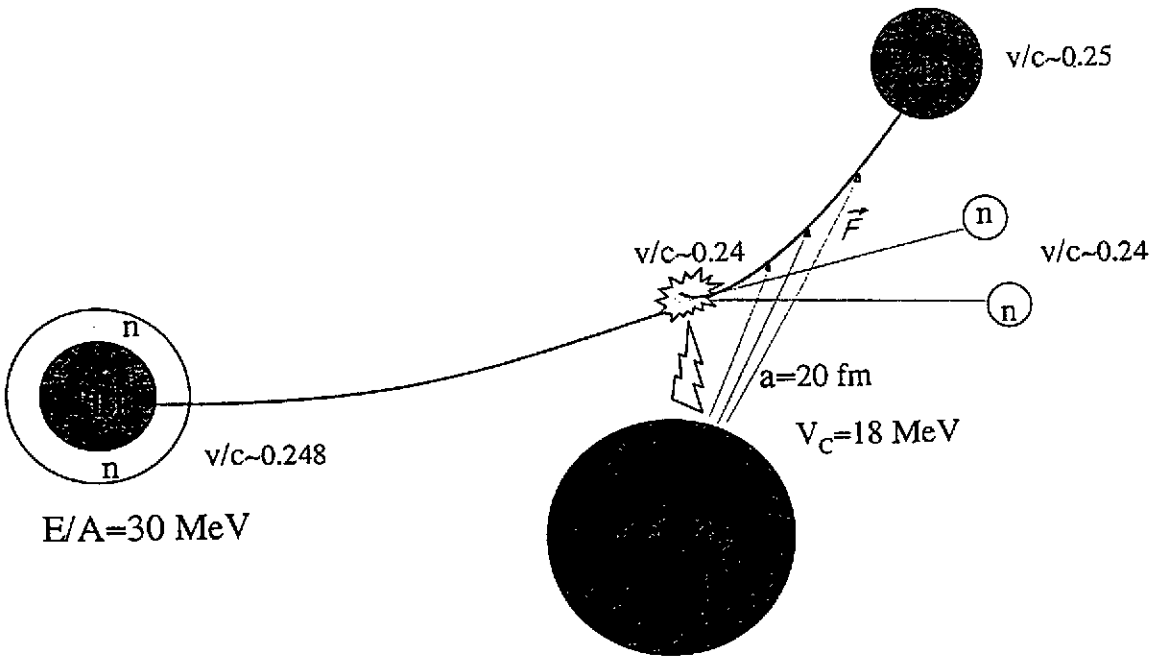

figure 16 : illustration de l'effet de l'accélération différentielle de neutrons et de ^{9}Li après dissociation à la distance d'apporche minimale du ^{11}Li dans le champ électrique du noyau cible ^{208}Pb.

De telles mesures ont été faites pour le ^{11}Li (fig. 17) et le ^{11}Be. Le résultat pour ces noyaux est clair: la différence des vitesses moyennes coeur/neutrons est compatible avec une dissocia-

tion instantanée, incompatible avec une résonance. Les distributions des vitesses s'expliquent simplement par une distribution suivant l'espace de phase des fragments.

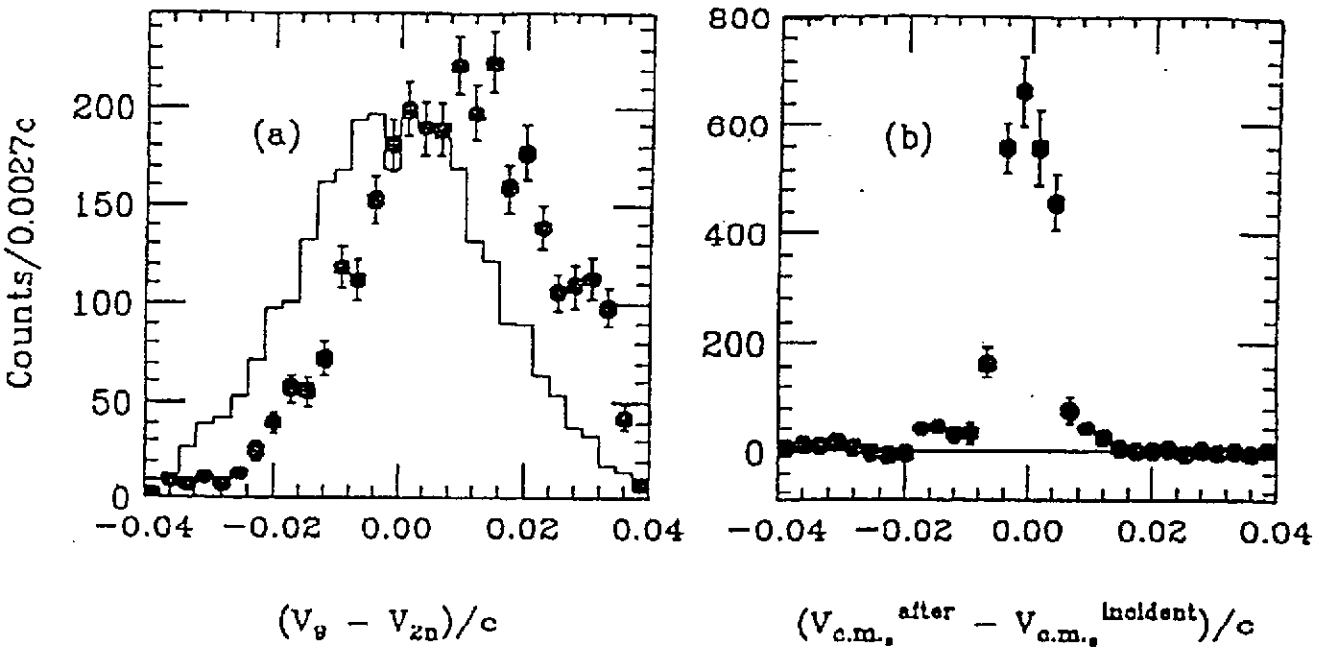

figure 17 : Gauche : spectre de différence de vitesses neutron - ^{9}Li apres dissociation de ^{11}Li à E/A = 30 MeV sur une cible de plomb. Droite : spectre de différence de vitesse ^{11}Li incident - vitesse centre de masse des fragments sortants. Figure de Sackett et al. [12].

5. Applications of Coulomb Breakup to Nuclear Astrophysics

5.1. Introduction

Radiative capture reactions between charged particles play an important role in primordial nucleosynthesis and in quiescent and explosive stellar burning. One aim of laboratory nuclear astrophysics is to obtain the cross sections for the implied radiative capture reactions at astrophysically relevant energies.

However, especially in quiescent stellar burning the energy region of thermonuclear burning, the so-called Gamow peak, is generally far below the Coulomb barrier between the fusing nuclei. Therefore one has to deal with extremely small cross sections, very often in the picobarn and sub-picobarn domain. For most of the reactions experimental data exist only at higher energies and an extrapolation to astrophysical energies by theoretical calculations is necessary, which may enhance the uncertainties. A very comprehensive review of the field of nuclear astrophysics is given for example in Rolfs&Rodney [13].

The experimental situation today is even more difficult for the processes involved in explosive astrophysical scenarios where many proton, neutron and α-capture reactions on short-lived isotopes are essential pieces of the nuclear reaction network. Astrophysical energies and cross sections here are generally higher than in quiescent burning, but the required radioactive beams suffer from moderate intensities, making direct cross section measurements with today's techniques practically impossible for a large majority of interesting cases.

Another way to obtain the required informations is the use of indirect methods, like transfer reactions, decay studies and Coulomb breakup. Among these methods, Coulomb breakup is

appealing by its straightforward relation to radiative capture reactions. This breakup of fast projectiles in the electric field of a heavy target nucleus has been proposed in 1986 by Baur, Bertulani and Rebel [14] as a new experimental approach to radiative capture cross sections of astrophysical interest. Another interesting fact are the relatively large cross sections compared to the direct reaction, which may yield experimental data directly at the thermonculear burning energies.

Since then, several Coulomb breakup experiments of astrophysical interest have been performed, investigating important radiative capture reactions for the primordial nucleosynthesis and quiescent and explosive stellar burning. It is the topic of this lecture to present some selected cases, and to give an impression of the achieved results and the problems inherent to the method which have still to be solved.

5.2. The Coulomb breakup method

The absorption of a virtual photon with energy above the breakup threshold of the projectile nucleus leads to dissociation of the latter, generally called Coulomb dissociation or Coulomb breakup. The dissociation cross section in first order perturbation theory (see also chapter 2.3) can then simply be factorized into the photoabsorption cross section $\sigma_{\pi\lambda}^{photo}$ and the virtual photon number density $\frac{dn_{\pi\lambda}}{d\Omega}$ at that specific energy [14] :

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_\gamma} = \frac{1}{E_\gamma}\frac{dn_{\pi l}}{d\Omega} \times \sigma_{\pi l}^{photo} \tag{25}$$

The photoabsorption cross section for the process a+γ→b+c is directly linked by the detailed balance theorem to the radiative capture cross section :

$$\sigma(a+\gamma \rightarrow b+c) = \frac{(2j_b+1)(2j_c+1)}{2(2j_a+1)}\frac{k_{bc}^2}{k_\gamma^2}\sigma(b+c \rightarrow a+\gamma) \tag{26}$$

The wave number of the fragment relative momentum k_{bc}^2 is generally bigger than the photon wave number k_γ^2; for not too high breakup thresholds, the virtual photon numbers contribute another large factor in favor of Coulomb breakup, so that often the breakup cross sections are much larger than the radiative capture cross sections. This and the good theoretical understanding of electromagnetic excitation of nuclei is the principal interest of the method. For convenience, the electromagnetic excitation cross sections are usually expressed in terms of the reduced electromagnetic transition probabilities $B_{exc}(\pi l)$. Rewriting the detailed balance theorem gives

$$B_{exc}(\pi l, E_{cm}) = \frac{\mu E_{cm}}{\pi^2\hbar^2}\frac{(2j_b+1)(2j_c+1)}{2j_a+1}\frac{l(2l+1)!!^2}{8\pi(l+1)}(\frac{\hbar c}{E_\gamma})^{2l+1}\sigma^{capt}(\pi l, E_{cm}) \tag{27}$$

where μ is the reduced mass and j_b, j_c are the spins of the two fragments and j_a the spin of the compound nucleus.

Practically, projectile energies of the order of several tens of MeV per nucleon seem to be best suited. For these energies the virtual photon spectrum extends to sufficiently high energies to reach the breakup threshold for most nuclei. Although for higher projectile energies (several hundred MeV per nucleon) the differential cross sections may still increase for Coulomb breakup, the experimental requirements for a reasonable definition of the breakup reaction (center-of-mass fragment angular correlation and relative energy resolution) are hardly met by existing

setups. For moderately high energies, as already explained in chapter 4, nuclear interaction between target and projectile is to be taken into account.

A comparison between radiative capture and Coulomb breakup cross sections for different reactions of astrophysical interest is shown in Table 1. Relative energies E_{cm} in that list are chosen at the lowest energy reached in a radiative capture or a Coulomb breakup experiment. For the first two reactions the Coulomb breakup cross sections are several orders of magnitude larger than the capture cross sections, which can be explained by the relatively low Q-values - or breakup thresholds -, which implies low gamma energies, where the virtual photon numbers are extremely high. Furthermore, a breakup experiment yields generally a whole relative energy spectrum over several hundred keV simultaneously, while in a direct measurement, only one data point per beam energy is obtained in the energy spectrum.

REACTION		cross sections	
$\pi\lambda$	E_{CM}	$\sigma^{capture}$	$\sigma^{Coul.diss.}$
$^7Be(p,\gamma)^8B$	$Q = 0.138$ MeV		
E1	100 keV	1.7 nb	145 μb
$d(\alpha,\gamma)^6Li$	$Q = 1.475$ MeV		
E2	100 keV	29 pb	200 nb
$t(\alpha,\gamma)^7Li$	$Q = 2.468$ MeV		
E1	50 keV	17 nb	49 nb
$^{12}C(\alpha,\gamma)^{16}O$	$Q = 7.162$ MeV		
E1	1 MeV	18 pb	11 pb
E2	1 MeV	18 pb	600 pb

Table 1 : Comparison between direct reaction and Coulomb dissociation cross sections for several radiative capture reactions of astrophysical interest. For Coulomb dissociation, the double differential cross section [eq.1] has been integrated from 0° to the grazing angle and for an E_{cm} interval of 10 keV. A projectile energy of 50 AMeV was chosen.

An important fact in Coulomb breakup is seen for $^{12}C(\alpha,\gamma)^{16}O$, which proceeds by E1 and E2-capture with about the same magnitude. In Coulomb breakup at moderately high energies, the E2-amplitudes are largely favored over the E1-amplitudes. This interplay of different multipolarities will be discussed in more detail later for the ^8B breakup.

There are, however, some restrictions and several problems of the method, which must be carefully studied for each reaction. A general restriction is that one can not study radiative capture reactions which proceed by several γ-transitions via intermediate states to the ground state of the compound nucleus. In principle, multiple step excitations in Coulomb breakup are also possible, but the extraction of accurate electromagnetic transition probabilities from those measurements seems too difficult.

Apart from the interference between different multipolarities, interference between Coulomb and nuclear breakup amplitudes, even at angles below grazing, has to be taken care of. That item will be further developed in the example of ^6Li breakup. Differential acceleration of the fragments after breakup in the Coulomb field of the target nucleus has already been mentionned for the case of halo nuclei. There is some evidence, that the dissociation mechanism in the case of charged particles is different to the case of neutron emission: the dissociation of ^7Li shows no hint of post acceleration [15] and the relative energy spectrum of ^8B breakup seems also widely free from distorsions induced by post acceleration [30].

5.3. Applications to nuclear astrophysics

5.3.1. ^{6}Li breakup

The origin of ^6Li is believed to be mainly from cosmic ray spallation reactions of CNO nuclei and only a tiny part of the present abundance may be produced in primordial nucleosynthesis by the $d(\alpha,\gamma)^6Li$ reaction at c.m. energies from about 70 keV to 400 keV. However, no direct measurement of the cross section below $E_{cm} = 1$ MeV is available, and the above statement is based on a theoretical extrapolation of the cross section into that energy region.

First studies of the astrophysical interest of ^6Li breakup were done at Karlsruhe by the group of H. Rebel and the experimental aspects of the method were investigated in a pilot experiment at the Karlsruhe Isochronous Cyclotron. Several interesting features of the ^6Li nucleus make

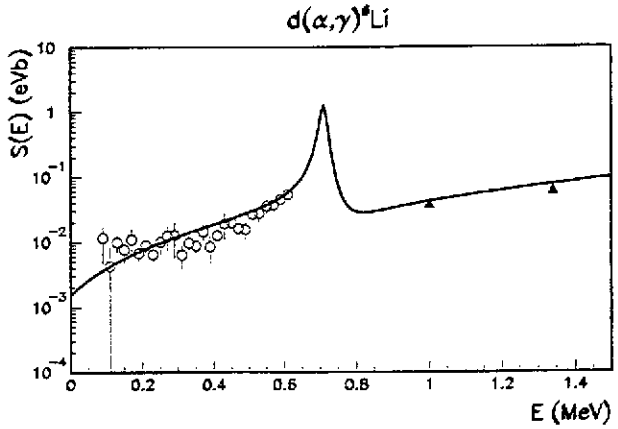

Figure 18 : Astrophysical S-factor S(E) for the reaction $d(\alpha,\gamma)^6Li$. Open circles represent the extracted values from the ^6Li breakup experiment, averaged over six different reaction angles from 2.5° to 6°. Filled triangles are data from a direct measurement [22]. The continuous line is the theoretical calculation of [23].

it a good test case. It has a low binding energy which results in comfortably large Coulomb breakup cross sections (see table 1). The first excited state of ^{6}Li lies at 2.19 MeV, 710 keV above the breakup threshold, whose B(E2)-value is well known and comparison with the value extracted from the breakup experiments permits a validation of the theoretical concept.

Sequential (resonant) breakup via the 2.19 MeV state of ^{6}Li has been measured at several angles below the grazing angle at an projectile energy of 156 MeV. This experimental angular distribution could be nicely reproduced by coupled-channels calculations with the optical model parameters (slightly modified), obtained from fits of the elastic scattering cross section $^{208}Pb(^6Li,^6Li)^{208}Pb_{g.s.}$ at the same projectile energy and a Coulomb deformation parameter β_2, which corresponds to a B(E2)-value in agreement with the tabulated value. The calculations confirm the predominance of Coulomb breakup over nuclear breakup below the grazing angle [17].

Direct (nonresonant) breakup with center-of-mass fragment energies from about 50 keV up to the 710 keV resonance has also been observed in these experiments. From the triple differential breakup cross section, obtained in a run at different reaction angles below the grazing angle, the radiative capture cross section $\sigma^{capt}(E)$ for $d(\alpha,\gamma)^6Li$ was extracted, assuming pure E2 Coulomb excitation. These data are shown in fig. 18 in form of the astrophysical S-Factor S(E) $:= E \times \sigma^{capt}(E) \times e^{2\pi\eta}$, η being the Sommerfeld parameter. The lowest energy data for the nonresonant radiative capture from direct measurements can be seen above 1 MeV. It gives an impression of the progress that could be obtained with Coulomb breakup, reminding that the cross section falls exponentially with decreasing energy and for example by about 2 orders of magnitude between 1 MeV and 100 keV.

The absolute magnitude of the cross section is well reproduced, adding an experimental basis to the above mentionned astrophysical conclusions. However, the experimental data suggest an essentially constant S-factor below 400 keV, whereas the theoretical curve drops with decreasing energy. There are several possible explications of this deviation. Although all theoretical calculations show a decrease of the S-factor [19], for example some badly known nuclear structure effect could be responsible for that deviation from the data. Nuclear breakup, which is less well understood than the Coulomb breakup may explain deviations of the data. It is however, hard to explain, that a constant S-factor is found at all reaction angles from 2.5° to 6° investigated in [20]. Nuclear/Coulomb interference should be different at different angles.

E1 amplitudes in the $d(\alpha,\gamma)^6Li$ reaction are believed to play an increasing role with decreasing energy, and interference with the E2 amplitudes could influence the fragment angular correlations in the breakup [18]. Such an effect could not be observed in the 156 MeV data [16], but some unexplained forward-backward asymmetries in the fragment angular correlation were reported in another ^{6}Li breakup experiment at lower projectile energy [21]. However, also that effect should depend on the reaction angle. Anticipating a better astronomical determination of the primordial ^{6}Li abundance, a good knowledge of the astrophysical S-factor below 400 keV is desirable, and it would be interesting to investigate this problem by additional breakup experiments with precise determination of the fragment angular correlation.

5.3.2. ^{8}B breakup

The ^{8}B produced in the solar interior by the $^7Be(p,\gamma)^8B$ reaction is the major source of high energy neutrinos detected in many solar-neutrino experiments now operating or in development [25]. As this neutrino flux is linearly proportional to the cross section of that radiative capture reaction, it constitutes an essential nuclear ingredient to what is commonly called the "solar neutrino puzzle". So far several experiments were performed to determine the low energy cross section [26] [27] [28] [29], but were limited to energies above 100 keV, while thermonuclear burning of ^{7}Be proceeds at energies around 20 keV in our sun. Furthermore, absolute cross determinations scatter by as far as 30% (fig.19).

A promising alternative to the direct measurements is Coulomb dissociation of a radioactive ^{8}B beam, favorable because of the very low binding energy of ^{8}B. With the availability of moderately intense secondary ^{8}B beams, produced by fragmentation reactions of a primary beam (e.g. ^{12}C), studies of that reaction have been done in Riken [30], GsI [31] and MSU [32]. It was soon realized that a possible tiny contribution of E2 capture ($\sigma_{E2}/\sigma_{E1} \approx 10^{-3}$) could lead to E2 amplitudes comparable to the E1 amplitudes in the dissociation [33]. In order to extract the astrophysically important E1 capture the possible E2 contribution has to be subtracted from the breakup data. Kikuchi et al. [30] adressed that question by angular distribution measurements of the breakup yield at a projectile energy of 416 MeV. This is possible because of the typically forward peaked E1 angular distribution, while the E2 angular distribution spreads over a larger angular range.

Theoretical angular distributions for the E1 Coulomb breakup and E2 Coulomb/λ=2 nuclear breakup are shown in fig. 20. By extending the measurement to diffusion angles up to 10° for relative energies from 500 keV to energies above 2 MeV, the E2 contribution could be inferred as a function of relative energy and was found to be much lower than theoretically predicted [34] [35]. Below 1.75 MeV the experimental data are even compatible with no E2/λ=2 contribution, which enables an unambiguous extraction of the E1 capture component. A recent experiment at Riken at $E_{^8B} \approx 50$ AMeV [31] obtained the E1 capture cross section in the energy range $\approx$ 350 keV to 3 MeV. The data are in agreement with each other and the results of [29] [28] and another recent direct measurement [36]. This strenghtens the support of a lower than commonly adopted astrophysical S-factor for the $^7Be(p,\gamma)^8B$ reaction.

6. Conclusion

Taking a random sample of nuclei in the nuclear chart, one recognizes, that at least for the low energy part of the level scheme, Coulomb excitation measurements were systematically used to deduce nuclear structure data. This can be explained by the relatively straightforward (nearly) model-independent analysis of the experiments and by usually comfortable cross sec-

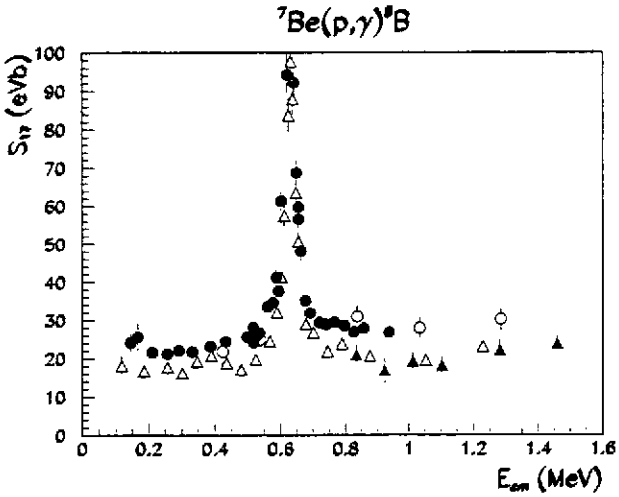

Figure 19 : Astrophysical S-factor S(E) for the reaction ^{7}Be(p,γ)^{8}B. Filled and open circles are data from [27] and [26] respectively, filled and open triangles are data from [28] and [29], respectively.

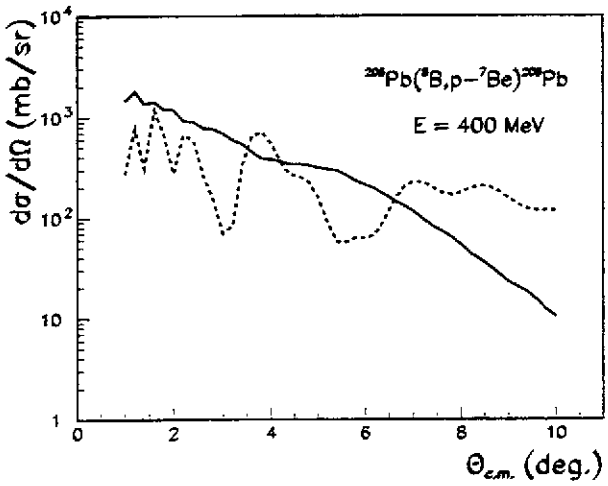

Figure 20 : Coupled channels calculations for ^{8}B dissociation in the relative energy interval E_{cm}=.95-1.05 MeV. The full curve is the E1 contribution with S^{E1}(1 MeV)=20 eVb and the broken curve for E2/λ=2 nuclear breakup with S^{E2}(1 MeV)=20 meVb. Θ_{cm} is the diffusion angle of the center-of-mass of the fragments.

tions. The last point is especially important in the development of radioactive beams with generally modest intensities, manifest in the many experiments of Coulomb excitation of exotic nuclei already performed. Parallely, new applications in nuclear astrophysics and recent studies on halo nuclei illustrate that Coulomb excitation is an actual and versatile tool of experimental nuclear physics. However, progress is still needed for some aspects of the theoretical description of dissociation reactions. Post acceleration in the electric field of the target nucleus for fragments with different charge-to-mass ratios demands a consistent quantum-mechanical calculation, providing eventually a new technique for the measurement of extremely short lifetimes or giving new insights in particle decay dynamics.

7. Annexe A

Intégrales orbitales de Coulomb $S_{\Pi lm}$

(1) Energies sous-Coulombiennes et énergies intermédiaires

$$S_{Elm} = \frac{1}{va^l} Y_{lm}(\pi/2,0)\, I_{Elm}(\theta,\xi) \tag{28}$$

$$S_{Mlm} = \frac{1}{ca^l}\frac{1}{l} Y_{l+1,m}(\pi/2,0)\, C_{lm}\, I_{Mlm}(\theta,\xi) \tag{29}$$

$$C_{lm} = \sqrt{\frac{2l+1}{2l+3}}\sqrt{(l+1)^2-m^2}\; cotan(\theta/2)$$

avec v : vitesse relative projectile-cible
a = $\frac{Z_1 Z_2 e^2}{\gamma m_{red} v^2}$
θ : angle de diffusion c.m.
$\xi = \frac{aE_x}{\hbar v}$
E_x : énergie d'excitation

Les intégrales $I_{\Pi lm}$ se calculent le plus facilement dans le système designé A dans [1]: l'origine dans le noyau cible, z perpendiculaire au plan de diffusion, x dans le plan de diffusion faisant un angle avec le projectile incidant de $(\pi+\theta)/2$. Ces intégrales sont exprimées explicitement par exemple dans [1] [7], mais sont calculées en négligeant des effets relativistes. Je conseillerais d'utiliser pour des énergies supérieures à 10 MeV par nucléon un nouveau calcul de Aleixo et Bertulani[37], qui ont inclu certains effets relativistes.

Une forme pratique pour l'évaluation numérique est :

$$\begin{aligned} I_{Elm}(\theta,\xi) = & -i\,(\frac{v\xi}{c})^{l+1}\frac{1}{l(2l-1)!!}\,e^{-\pi/2\xi} \\ & \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-\xi\epsilon cosh(\omega)}\frac{(sinh^2(\omega)+echw^2)^{m/2}}{(1+\epsilon^2 sinh^2(\omega))^{(m-1)/2}}\mid hchw \mid \\ & exp(i\{\xi\omega + m\; atan(\frac{sinh(\omega)}{echw}) - (m-1)atan(\epsilon sinh(\omega)) + atan(\frac{Im(hchw)}{Re(hchw)}\}) \end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned} I_{Mlm}(\theta,\xi) = & -i\,(\frac{v\xi}{c})^{l+1}\frac{1}{l(2l-1)!!}\,e^{-\pi/2\xi} \\ & \int_{-\infty}^{\infty} d\omega e^{-\xi\epsilon cosh(\omega)}\frac{(sinh^2(\omega)+echw^2)^{m/2}}{(1+\epsilon^2 sinh^2(\omega))^{m/2}}\mid hchw \mid \\ & exp(i\{\xi\omega + m\; atan(\frac{sinh(\omega)}{echw}) - m\; atan(\epsilon sinh(\omega)) + atan(\frac{Im(hchw)}{Re(hchw)}\}) \end{aligned} \tag{31}$$

avec : echw = ϵ - $\sqrt{\epsilon^2-1}$ cosh(ω)
ϵ = 1/sin(θ/2)
hchw = (l+1)h_l(z) - zh_{l+1}(z) - (v/c)$^2\epsilon h_l$(z) cosh(ω) (électrique)

hchw = $h_l(z)$ (magnétique)
$h_l(z)$: fonctions de Hankel sphériques de premier ordre
$z = v/c\ \xi\ (i\ \epsilon\ \sinh(\omega) + 1)$
$\xi = \frac{\omega a}{\gamma v}$

Il suffit d'intégrer la partie imaginaire de l'intégrale. Dans le système de coordonnées choisi, l + m doit être pair pour les excitations électriques et impair pour les excitations magnétiques. Les $S_{\Pi lm}$ sont purement réels. On trouve une tabulation des I_{E2m} dans [7], qu'on peut comparer avec les intégrales ci-dessus en choissisant une petite vetisse v $\ll$ c.

(2) Energies relativistes

On peut ici utiliser sans problème l'approximation de la trajectoire rectiligne ("straight-line approximation" en Anglais), et les intégrales se simplifient donc considérablement. Les amplitudes peuvent être exprimées directement comme suit [38] [39] :

$$a_{i\to f} = -i\frac{Z_1 e}{\gamma\hbar v}\sum_{\Pi lm}(-1)^m\sqrt{2l+1}\,k^l\,G_{\Pi lm}(c/v)\,K_m(\frac{\omega b}{\gamma v}) \quad (32)$$
$$< I_f M_f \mid \mathcal{M}(\Pi l, -m) \mid I_i M_i >$$

m = M_i-M_f, les intégrales de Gegenbauer $G_{\Pi lm}$ sont données en termes de polynômes de Legendre, et se trouvent par exemple dans [38] [39]. K_m sont des fonctions de Bessel modifiées, b est le paramètre d'impact; une modification proposée par Alder et Winther est de remplacer b par b + $\frac{\pi a}{2\gamma}$, qui tient approximativement compte de la déviation de la trajectoire rectiligne et donne de meilleurs résultats. Avec cette modification, l'écart entre l'approximation de la trajectoire rectiligne et le calcul avec les intégrales orbitales est inférieur à 10% pour des angles de diffusion inférieurs à 3°.

8. Annexe B

Distribution angulaire γ

Ce calcul peut être, dans certains cas, assez fastidieux. Pour une élaboration détaillée, consultez l'excellent livre "electromagnetic excitation" de Alder et Winther. Quelques formules, par contre, me semblent pouvoir aider à surmonter les réticences possibles devant un tel sujet (surtout pour des collègues expérimentateurs comme moi). Je me contenterai de la distribution angulaire γ issue d'une transition directe sans cascades.

La section efficace double différentielle pour observer la particule diffusée dans un angle solide Ω_p et le rayonnement γ de la transition d'un état de spin I_f vers un état de spin I_{ff} dans un angle solide Ω_γ est, supposant que c'est la seule transition γ possible :

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_p d\Omega_\gamma} = \frac{a^2}{4}\frac{1}{sin^4(\theta/2)}\frac{1}{\sqrt{4\pi}}\sum_{k\ even}\rho^*_{k\kappa}(I_f)\sum_{ll'}\delta_l\delta_{l'}F_k(ll'I_{ff}I_f)\ Y_{k\kappa}(\theta_\gamma,\phi_\gamma) \tag{33}$$

Θ est l'angle de diffusion du projectile dans le centre de masse, a est la distance d'approche minimale, les δ_l sont les constants de decroissance partielle d'émission γ de multipolarité l et $Y_{k\kappa}$ les harmoniques sphériques.

Les $\rho_{k\kappa}$ sont les tenseurs statistiques et décrivent l'état de polarisation de la cible (ou du projectile) après l'excitation Coulombienne au niveau de spin I_f. Pour des noyaux cible (ou des projectiles) non-polarisés avant collision, on trouve :

$$\rho_{k\kappa}(I_f) = \frac{\sqrt{2I_f+1}}{2I_i+1}\sum_{M_iM_fM'_f}(-1)^{I_f-M'}\begin{pmatrix} I_f & k & I_f \\ -M'_f & \kappa & M_f\end{pmatrix} a^*_{I_fM'_f,I_iM_i}\ a_{I_fM_f,I_iM_i} \tag{34}$$

Les $F_k(ll'I_{ff}I_f)$ sont des coefficients de correlation γ-γ [1] :

$$F_k(ll'I_{ff}I_f) = (-1)^{I_f+I_{ff}-1}\sqrt{(2k+1)(2I_f+1)(2l+1)(2l'+1}\ \begin{pmatrix} l & l' & k \\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}\begin{Bmatrix} l & l' & k \\ I_f & I_f & I_{ff}\end{Bmatrix} \tag{35, 36}$$

( ) et {} désignent les symboles de Wigner-3j et -6j respectivement. Pour construire une distribution angulaire γ propice à une comparaison directe avec l'expérience, un système de coordonnées avec des axes fixes par rapport au faisceau incident s'impose. Par exemple, le système C dans Alder et Winther [1] : l'origine dans le noyau cible, l'axe z en direction du faisceau incident, l'axe x dans le plan de diffusion du projectile et y perpendiculair au plan de diffusion.

Il est plus facile de déterminer d'abord le tenseur statistique avec les intégrales orbitales et amplitudes évaluées dans un système tourné par 90 degrés (système B) par rapport au système defini dans l'annexe A (système A),

$$S^B_{\Pi lm} = \sum_n S^A_{\Pi ln}\ D^l_{mn}(0,-\pi/2,0) \tag{37}$$

ici l est la multipolarité de *l'excitation*!

et ensuite transformer ce tenseur $\rho^B_{k\kappa}$ que de calculer les intégrales orbitales et amplitudes directement dans le système C. Le tenseur statistique $\rho^C_{k\kappa}$ dans le nouveau système C est obtenue par une rotation du tenseur statistique du système intermédiaire:

$$\rho^C_{k\kappa} = \sum_{\kappa'} \rho^B_{k\kappa'}\, i^{-\kappa'}\, D^k_{\kappa\kappa'}(0,(\pi+\theta)/2,0)(-1)^\kappa \tag{38}$$

Les $D^k_{\kappa\kappa'}$ sont les matrices de rotation, définies et tabulées par exemple dans [1]. La distribution angulaire est ainsi donné dans un système dont l'origine est attachée au noyau cible. Si celui-ci acquiert une vitesse de recul non-négligeable dans la collision une transformation de Lorentz pour passer dans le système de laboratoire est nécessaire pour chaque angle de recul séparement.

Un cas spécial est l'excitation du projectile. La façon la plus simple d'obtenir la distribution angulaire dans le laboratoire est peut-être d'échanger le rôle de projectile et cible pour l'évaluation des amplitudes, tenseurs etc. (en gardant l'énergie par nucléon constante) et de faire ensuite la transformation dans le système qui se déplace avec la vitesse du projectile diffusé.

REFERENCES

1. K. Alder and A. Winther, "*electromagnetic excitation*", North-Holland Pub. Comp., Amsterdam-Oxford, American Elsevier Pub. Comp., Inc., New York, 1975
2. K. Alder and A. Winther," *Coulomb Excitation*", Academic Press, New York and London, 1966
3. C.F.v. Weizsäcker, Z.Phys. 88 (1934) 612; E.J. Williams, Phys. Rev. 45 (1934) 729
4. R. Sherr, C. W. Li and R. F. Christy, Physical Review 96 (1954) 1258
5. Ben Zvi et al., Nuclear Physics A96 (1967) 138
6. J.A. Thomson, R.P. Scharenberg and W.R. Lutz, Physical Review C4 (1971) 1699
7. K. Alder, A. Bohr, T. Huus, B. Mottelson and A. Winther, Reviews of Modern Physics 28 (1956) 432, également reproduit dans: K. Alder and A. Winther," *Coulomb excitation*", Academic Press, New York and London, 1966
8. E. Grosse et al., Physica Scripta 24 (1981) 337
9. G.R. Satchler, "*Direct Nuclear Reactions*", Clarendon Press, Oxford, Oxford University Press, New York, 1983
10. J. Raynal, Optical Model and Coupled Channel Calculation in Nuclear Physics. In Computing as a Language of Physics (International Center for Theoretical Physics, Trieste) 1971
11. T. Motobayashi et al., Physics Letters B346 (1995) 9
12. D. Sackett et al., Physical Review C48 (1993) 118
13. C.E. Rolfs and W.S. Rodney, *Cauldrons in the Cosmos* (The University of Chicago Press, Chicago and London) 1988
14. G. Baur, C.A. Bertulani and H. Rebel, Nuclear Physics A458 (1986) 188
15. H. Utsunomiya et al., Physics Letters B416 (1998) 43
16. J. Kiener, H.J. Gils, H. Rebel and G. Baur, Zeitschrift für Physik A332 (1989) 359, short note
17. J. Kiener et al., Zeitschrift für Physik A339 (1991) 489
18. G. Baur and M. Weber, Nuclear Physics A504 (1989) 352
19. K.M. Nollett, M. Lemoine and D.N. Schramm, Physical Reviwe C56 (1997) 1144

20. J. Kiener et al., Physical Review C44 (1991) 2195
21. J. Hesselbarth et al., Zeitschrift für Physik A331 (1988) 365, short note
22. R.G.H. Robertson et al., Physical Review Letters 47 (1981) 1867
23. P. Mohr et al., Phys. Rev. C50 (1994) 1543
24. S. Typel, private communication
25. J.N. Bahcall, in *Solar Modeling* (World Scientific, Singapore) 1994, p.1
26. P.D. Parker, Physical Review 150 (1966) 851
27. R.W. Kavanagh et al., Bull. Am. Phys. Soc. 14 (1969) 1209
28. F.J. Vaughn et al., Physical Review C2 (1970) 1657
29. B.W. Filippone et al., Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 412 and Phys. Rev. C28 (1983) 2222
30. T. Motobayashi et al., Physical Review Letters 73 (1994) 2680 and T. Kikuchi et al., Physics Letters B391 (1997) 261
31. T. Motobayashi, private communication
32. B.S. Davids et al., Annual Report MSU 1996, p. 111
33. K. Langanke and T.D. Shoppa, Physical Review C49 (1994) R1771, Erratum Physical Review C51 (1995) 2844
34. S. Typel and G. Baur, Physical Review C50 (1994) 2104
35. K.H. Kim, M.H. Park and B.T. Kim, Physical Review C35 (1987) 363
36. F. Hammache et al., Physical Review Letters 80 (1998) 928
37. A.N.F. Aleixo and C.A. Bertulani, Nuclear Physics A505 (1989) 448
38. C.A. Bertulani and G. Baur, Physics Reports 163 (1988) 299
39. A. Winther and K. Alder, Nuclear Physics A319 (1979) 518