



HAL
open science

Quelques phénomènes d'optique atmosphérique

Jean-Marie Malherbe

► **To cite this version:**

Jean-Marie Malherbe. Quelques phénomènes d'optique atmosphérique. Licence. 2009, pp.10. cel-00781467

HAL Id: cel-00781467

<https://cel.hal.science/cel-00781467>

Submitted on 27 Jan 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Quelques phénomènes d'optique atmosphérique

Jean-Marie Malherbe , 01/2009

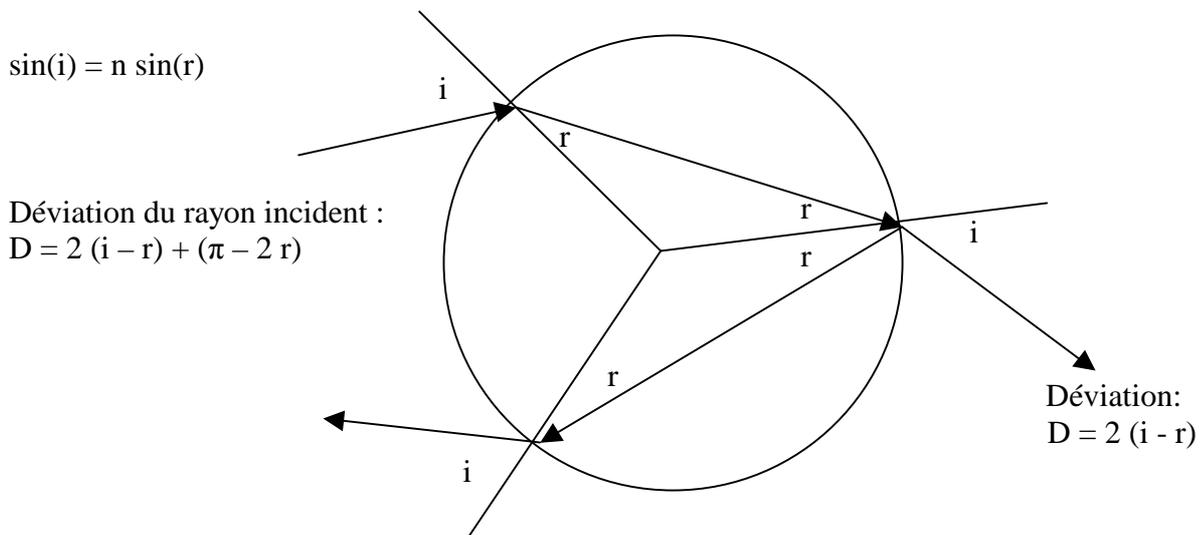
L'arc en ciel



arcs de 42° et 50° (remarquer l'inversion du sens de dispersion)

La réfraction de la lumière à l'intérieur des gouttes d'eau conduit à la formation de plusieurs arcs, de moins en moins lumineux, selon le nombre de réflexions internes à la goutte (coefficient de réflexion $R \ll 1$, en incidence normale $R = [(n_{\text{eau}} - n_{\text{air}})/(n_{\text{eau}} + n_{\text{air}})]^2 = 0.02$). La dispersion de la lumière résulte de la variation de l'indice de réfraction de l'eau en fonction de la longueur d'onde, les rayons bleus (indice plus élevé) étant plus déviés que les rayons rouges. Il existe des arcs en lumière rétro diffusée (quand on a le soleil dans dos), ou en lumière directe (soleil de face), selon le nombre de réflexions dans la goutte. A l'intérieur de l'arc le plus lumineux, on observe parfois des arcs surnuméraires, qui ne sont pas dûs à la réfraction, mais à un phénomène d'interférences lumineuses entre des rayons qui sortent parallèlement de la goutte d'eau.

n indice de réfraction de l'eau $n = n_0 + A/\lambda^2$ avec $n_0 = 1,320$ et $B = 2,376 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$
 ($n = 1.335$ à 400 nm dans le bleu; $n = 1.325$ à 700 nm dans le rouge)



Pour un nombre N de réflexions, la déviation devient $D = 2(i - r) + N(\pi - 2r)$

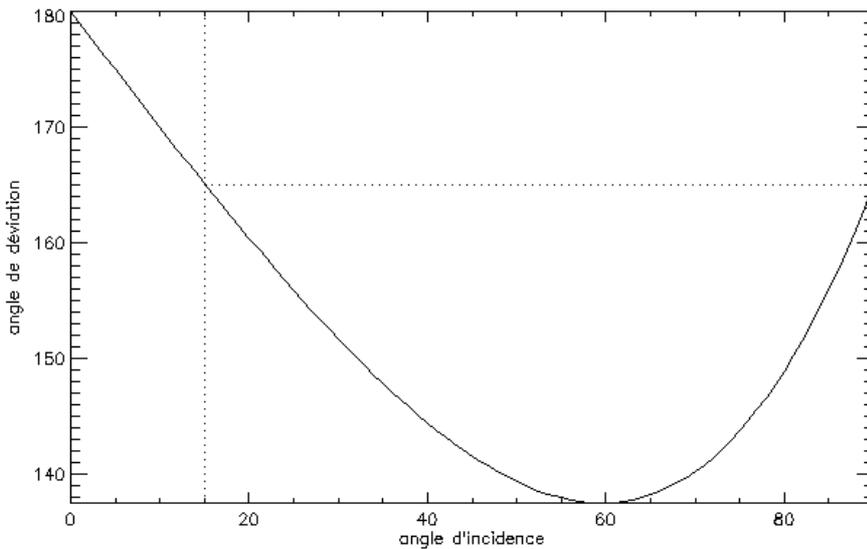
Soit $D = N \pi + 2 i - 2 (N + 1) \arcsin(\sin(i) / n)$, est une fonction de l'angle d'incidence i
 Le minimum de déviation est tel que $dD/di = 0$, d'où l'on tire:

$$\sin(i_m) = [((N+1)^2 - n^2) / ((N+1)^2 - 1)]^{1/2} \text{ d'où } i_m, \text{ puis } r_m = \arcsin(\sin(i_m)/n)$$

Avec $n=1.33$, on calcule le tableau suivant avec $D_m = 2 (i_m - r_m) + N (\pi - 2 r_m)$:

	Déviaton	Anneau	Diffusion
$N=0$; $\sin(i_m) = \text{pas de minimum}$			
$N=1$; $\sin(i_m) = [(4-n^2) / 3]^{1/2}$	$i_m = 59.6^\circ$; $r_m = 40.4^\circ$ $D_m = 138^\circ$	42°	rétro
$N=2$; $\sin(i_m) = [(9-n^2) / 8]^{1/2}$	$i_m = 71.9^\circ$; $r_m = 45.6^\circ$ $D_m = 230^\circ$	50°	rétro
$N=3$; $\sin(i_m) = [(16-n^2) / 15]^{1/2}$	$i_m = 76.9^\circ$; $r_m = 47.1^\circ$ $D_m = 317^\circ$	43°	directe
$N=4$; $\sin(i_m) = [(25-n^2) / 24]^{1/2}$	$i_m = 79.7^\circ$; $r_m = 47.7^\circ$ $D_m = 402^\circ$	42°	directe
$N=5$; $\sin(i_m) = [(36-n^2) / 35]^{1/2}$	$i_m = 81.5^\circ$; $r_m = 48.0^\circ$ $D_m = 487^\circ$	53°	rétro

Une déviation entre 90° et 270° correspond à une rétrodiffusion (soleil dans le dos); une déviation entre 0 et 90° , ou 270° et 360° correspond à une diffusion directe (soleil de face).



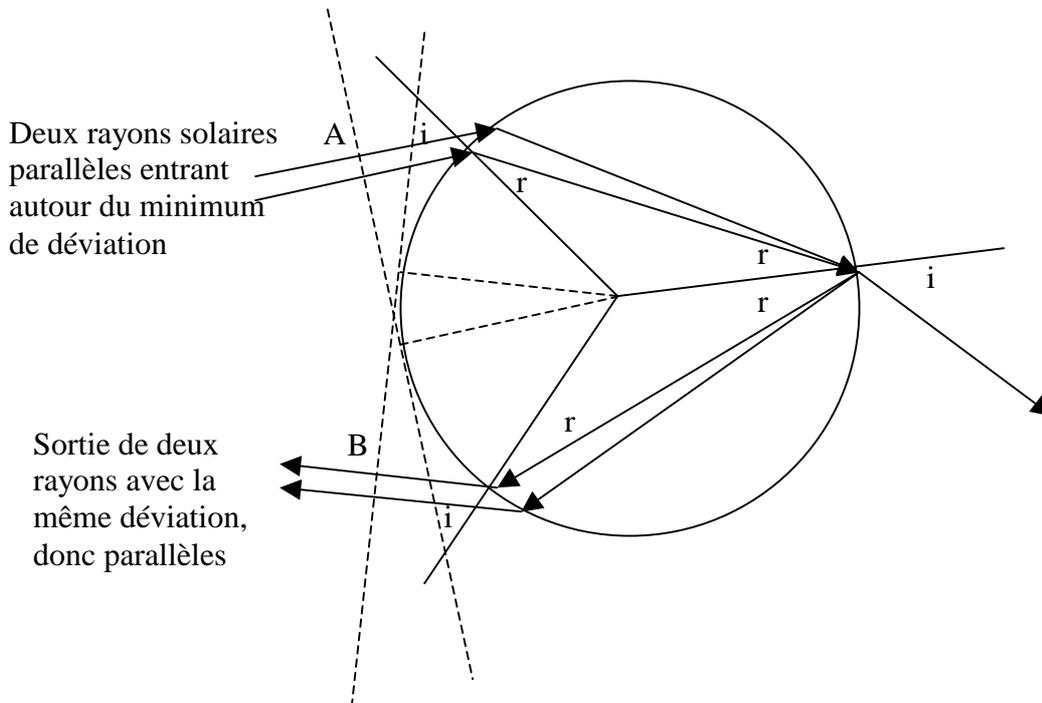
Angle de déviation D en fonction de l'angle d'incidence i sur la goutte d'eau pour une seule réflexion interne.

Arcs surnuméraires

On constate sur la figure ci dessus, pour une seule réflexion interne, qu'entre $i = 15^\circ$ et $i = 90^\circ$, il existe toujours deux incidences différentes qui donnent la même déviation. L'interférence à l'infini de ces rayons parallèles en sortie, autour du minimum de déviation, donne naissance aux arcs surnuméraires, de déviation supérieure à 138° , donc qui seront intérieurs à l'arc de 42° .

Cherchons à évaluer la différence de marche entre 2 rayons parallèles tombant sur la goutte de part et d'autre de l'incidence i_m du minimum de déviation, pour une seule réflexion interne.

A l'entrée, tous les rayons sont parallèles. Pour commencer, considérons l'entrée d'un rayon sous incidence i_m et l'entrée d'un second rayon parallèle sous incidence i proche de i_m .



Le chemin optique du rayon d'incidence i entre A et B est, avec l'indice n dans la goutte et 1 à l'extérieur :

$$L = 2R (1 - \cos i) + 4 n R \cos r \quad \text{avec } \sin r = \sin(i)/n$$

Le chemin optique du rayon d'incidence i_m entre A et B est :

$$L_m = 2R (1 - \cos i_m) + 4 n R \cos r_m \quad \text{avec } \sin r_m = \sin(i_m)/n$$

Le minimum de déviation i_m est donné par $\sin(i_m) = [(4-n^2) / 3]^{1/2}$ et $\sin(r_m) = [(4-n^2) / 3n^2]^{1/2}$

La variation de chemin optique ΔL entre les deux rayons s'écrit :

$$\Delta L = 2R (\cos i_m - \cos i) + 4 n R (\cos r - \cos r_m)$$

On effectue un développement limité en fonction de Δi au voisinage de i_m en introduisant $\Delta i = i - i_m$ et $\Delta r = r - r_m$, sachant que Δi et Δr sont liés par la relation $n \cos r \Delta r = \cos i \Delta i$. Les dérivées premières et secondes du développement en Δi pour $i = i_m$ étant nulles, on doit aller jusqu'au 3^{ème} ordre : $\Delta L = -(R/4) \Delta i^3 [(4-n^2) / 3]^{1/2}$

La variation de chemin optique entre deux rayons parallèles d'incidence $i_m - \Delta i$ et $i_m + \Delta i$ est donc :

$$\Delta L = (R/2) \Delta i^3 [(4-n^2) / 3]^{1/2}$$

Il y a interférence constructive des deux rayons si $\Delta L = (R/2) \Delta i^3 [(4-n^2) / 3]^{1/2} = k \lambda$, ou k est un nombre entier, ce qui donne :

$$\Delta i^3 = (2 k \lambda / R) [3 / (4-n^2)]^{1/2}$$

La déviation des rayons lumineux est donnée par $D = \pi + 2 i - 4 r$ à l'incidence i et par $D_m = \pi + 2 i_m - 4 r_m$ au minimum de déviation pour $i = i_m$. En fonction de i , $D = \pi + 2 i - 4 \arcsin(\sin(i) / n)$, et $D_m = \pi + 2 i_m - 4 \arcsin(\sin(i_m) / n)$

La variation de déviation ΔD est donc :

$$\Delta D = 2 (i - i_m) - 4 [\arcsin(\sin(i) / n) - \arcsin(\sin(i_m) / n)]$$

Un développement limité en Δi pour $i = i_m$ donne au second ordre :

$$\Delta D = (\Delta i^2/2) (3/2) [(4-n^2) / (n^2-1)]^{1/2}$$

Il n'y a en effet pas de premier ordre, puisque la position du minimum de déviation i_m est définie par la nullité de la dérivée première de D par rapport à i , qui fournit $\sin(i_m) = [(4-n^2) / 3]^{1/2}$

Bien sûr, ΔD ne dépend pas du signe de Δi , les deux rayons parallèles entrants ont donc subi en sortie une déviation totale identique égale à $D_m + \Delta D$ et restent parallèles.

De $\Delta i^3 = (2 k \lambda / R) [3 / (4-n^2)]^{1/2}$, on en déduit ainsi ΔD :

$$\Delta D = (k \lambda / R)^{2/3} (3/2)^{4/3} (4-n^2)^{1/6} / (n^2-1)^{1/2}$$

Soit numériquement avec $n = 1.333$, $\Delta D = 2.23 (k \lambda / R)^{2/3}$

Avec $\lambda = 500 \text{ nm}$ et $R = 0.3 \text{ mm}$, on trouve $\Delta D = 1.8^\circ, 2.8^\circ, 3.8^\circ \dots$ La déviation sera plus grande pour le rouge que pour le bleu, à l'inverse de la réfraction.



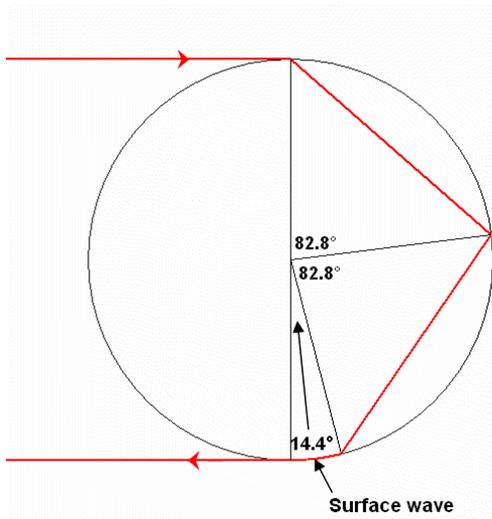
Arcs surnuméraires à l'intérieur du premier arc à une réflexion interne. L'indice de réfraction n variant en $A + B / \lambda^2$, il diminue vers le rouge. Le minimum de déviation D_m (voisin de 138°) est donc plus petit dans le rouge que dans le bleu. En conséquence, le rayon angulaire de l'arc rouge ($180^\circ - D_m$) est plus grand. La conclusion s'inverse pour l'arc à deux réflexions internes (D_m voisin de 230° , arc de rayon $D_m - 180^\circ$)

Le spectre de Brocken

Le spectre de Brocken est fréquent en montagne : on l'observe comme un arc en ciel, soleil dans le dos, en lumière rétrodiffusée par de la brume (fines gouttes d'eau), comme le montrent les photos ci dessous. Au centre du spectre se trouve l'ombre portée de l'observateur sur la brume, pour cette raison on l'appelle aussi « gloire ». Le phénomène ne peut pas s'expliquer par les lois de la réfraction comme dans le cas des arcs en ciel, car les anneaux ont un rayon angulaire beaucoup plus petit. Du reste, il n'y a pas inversion de la dispersion entre les différents anneaux concentriques, contrairement à l'arc en ciel. Il s'agit plutôt d'un phénomène d'interférences, ou plus probablement de diffraction des ondes lumineuses par le contour de la goutte de rayon R . Comme la taille des gouttes d'eau de brume est beaucoup plus petite que celle des gouttes de pluie (environ 0.01 mm de rayon au lieu de 0.3 mm), la diffraction devient importante, car la taille des gouttes se rapproche de celle de la longueur d'onde de la lumière.



Spectres de Brocken : sommet du Mont Blanc (à gauche) et de la Grande Sassièrre (à droite)



Avec une incidence $i = 90^\circ$, l'angle de réfraction vaut $r = \arcsin(\sin i / n)$ où $n = 1.333$ est l'indice de réfraction de l'eau, soit numériquement $r = 48.6^\circ$. La déviation après 2 réfractions et une réflexion interne vaut :

$$D = 2(i - r) + (\pi - 2r) = 165.6^\circ$$

Les interférences du rayon sortant avec un rayon ayant suivi le chemin contraire ne sont possibles que si la déviation est de 180° (diffraction à l'infini). Pour ce faire, on doit invoquer une onde de surface le long d'un arc de 14.4° pour compléter le demi cercle.

Une façon simplifiée pour aborder le phénomène consiste à considérer sa ressemblance avec la diffraction de Fraunhofer (à l'infini) par le contour de la goutte d'eau de rayon R . Le contour peut se représenter par la fonction de Dirac $\delta(r-R)$.

La répartition angulaire du faisceau diffracté est donné par la transformée de Fourier (ou plus exactement de Hankel en symétrie cylindrique) du masque (voir le cours d'optique de Fourier à l'adresse suivante : http://www.lesia.obspm.fr/~malherbe/cours/Optique_Fourier.pdf).

$$F(u) = 2\pi \int_0^{+\infty} f(r) r J_0(2\pi u r) dr$$

avec $u = \sin(\alpha) / \lambda \approx \alpha / \lambda$, α donnant la répartition angulaire.

Avec $f(r) = \delta(r-R)$, on tire immédiatement $F(u) = 2\pi R J_0(2\pi u R)$ et l'intensité lumineuse donne des anneaux de diffraction tels que $I(u) = J_0(2\pi u R)^2$.

$J_0(2\pi u R)$ est la fonction de Bessel d'indice 0. Ses zéros successifs sont donnés par :

$u R = \sin(\alpha) R / \lambda \approx \alpha R / \lambda \approx 0.38, 0.88, 1.38, 1.88...$

On obtient donc des anneaux concentriques de rayon angulaire :

$\alpha \approx (\lambda / R) \times 0.38, 0.88, 1.38, 1.88...$

c'est à dire variant en λ / R comme dans tout processus de diffraction de la lumière à l'infini.

Comme les anneaux n'ont pas le même diamètre angulaire selon les couleurs, le diamètre des anneaux rouges étant plus grand que celui des bleus, on assiste à un mélange des couleurs.

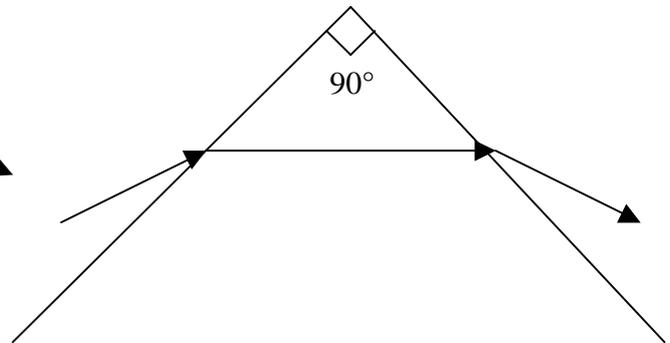
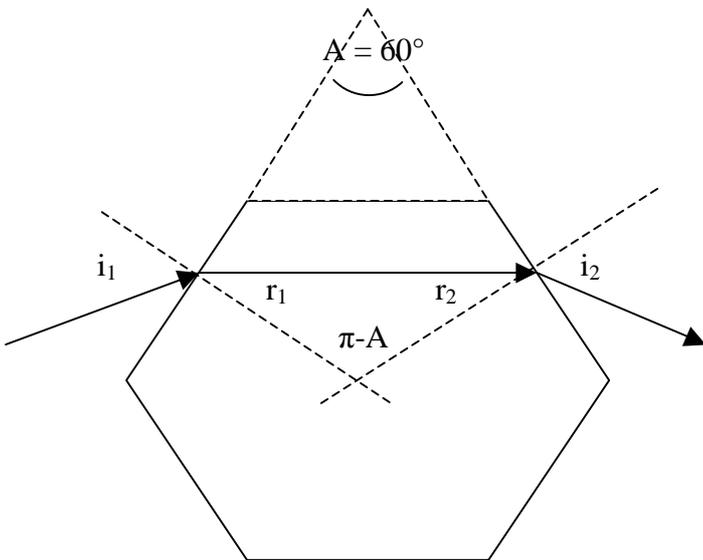
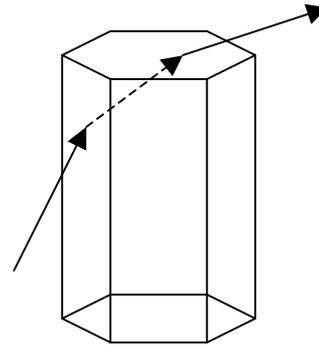
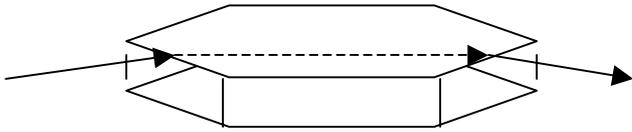
Seule la tache centrale est blanche, mais il s'y projette l'ombre de l'observateur.

La taille des anneaux dépend du rayon des gouttes. Pour $R = 10$ microns, cette théorie très simplifiée donne à $\lambda = 500$ nm dans le vert $\alpha \approx 1^\circ, 2.5^\circ, 4^\circ, etc...$ Si les gouttelettes sont deux fois plus petites, par exemple, on double ces valeurs.

Les halos

Halo de 22° en direction du Soleil formé par la présence de cristaux de glace.





Les halos atmosphériques, autour de la Lune ou du Soleil, peuvent s'expliquer par la présence de cristaux de glace de deux sortes : des cristaux hexagonaux plats, en forme d'assiettes, ou des cristaux hexagonaux longs, en forme de crayon de papier.

Les halos de 22° sont produits par la réfraction dans les cristaux plats qui forment un prisme de 60° d'angle au sommet ; les halos de 46° sont quant à eux dûs à la réfraction dans les cristaux longs au niveau d'un prisme de 90° d'angle au sommet.

On a les relations : $\sin i_1 = n \sin r_1$ et $n \sin r_2 = \sin i_2$

Avec $r_1 + r_2 = A$ et la déviation $D = i_1 - r_1 + i_2 - r_2 = i_1 + i_2 - A$

En différenciant : $dr_1 + dr_2 = 0$; $\cos i_1 di_1 = n \cos r_1 dr_1$; $n \cos r_2 dr_2 = \cos i_2 di_2$

D'où l'on tire : $(\cos i_1 / \cos i_2) di_1/di_2 = - \cos r_1 / \cos r_2$

$dD/di_1 = 1 + di_2/di_1 = 1 - (\cos i_1 \cos r_2) / (\cos i_2 \cos r_1)$

La condition de minimum de déviation du prisme est obtenue lorsque $dD/di_1 = 0$, soit :

$\cos i_1 \cos r_2 = \cos i_2 \cos r_1$

$(1 - n^2 \sin^2 r_1)^{1/2} \cos r_2 = (1 - n^2 \sin^2 r_2)^{1/2} \cos r_1$

Avec $r_2 = A - r_1$, on exprime tout en fonction de r_1 seulement :

$(1 - n^2 \sin^2 r_1)^{1/2} \cos (A - r_1) = (1 - n^2 \sin^2 (A - r_1))^{1/2} \cos r_1$

soit:

$(1 - n^2 \sin^2 r_1)^{1/2} / \cos r_1 = (1 - n^2 \sin^2 (A - r_1))^{1/2} / \cos (A - r_1)$

Cette égalité n'est possible que si $r_1 = (A-r_1)$, d'où $r_1 = A/2$.

La condition du minimum de déviation est donc $r_1 = r_2 = A/2$, $i_1 = i_2 = \arcsin(n \sin(A/2))$ et la déviation minimale est donnée par :

$$D_m = 2 \arcsin(n \sin(A/2)) - A$$

Pour la glace avec $n = 1.31$, on trouve $D_m = 22^\circ$ avec $A = 60^\circ$ et $D_m = 46^\circ$ avec $A = 90^\circ$

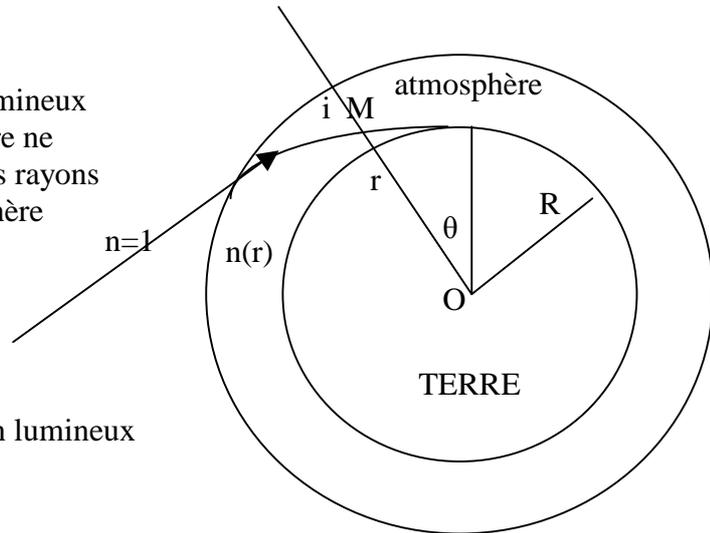
L'irisation provient du fait que l'indice de réfraction est plus élevé dans le bleu que dans le rouge ; les rayons bleus sont donc plus déviés que les rouges, d'où l'arc rouge à l'intérieur.

Loi de Bouguer

Si l'indice de réfraction n d'un rayon lumineux qui pénètre dans l'atmosphère de la Terre ne dépend que de la distance au centre r , les rayons sont incurvés à la traversée de l'atmosphère selon la loi :

$$n r \sin i = \text{constante}$$

avec $\|\mathbf{OM}\| = r$, n dépend de r ,
 i = angle entre le vecteur \mathbf{OM} et le rayon lumineux
 (angle entre la normale et le rayon)



La trajectoire des rayons lumineux est donnée en coordonnées polaires (r, θ) par $\text{tg } i = r \, d\theta / dr$

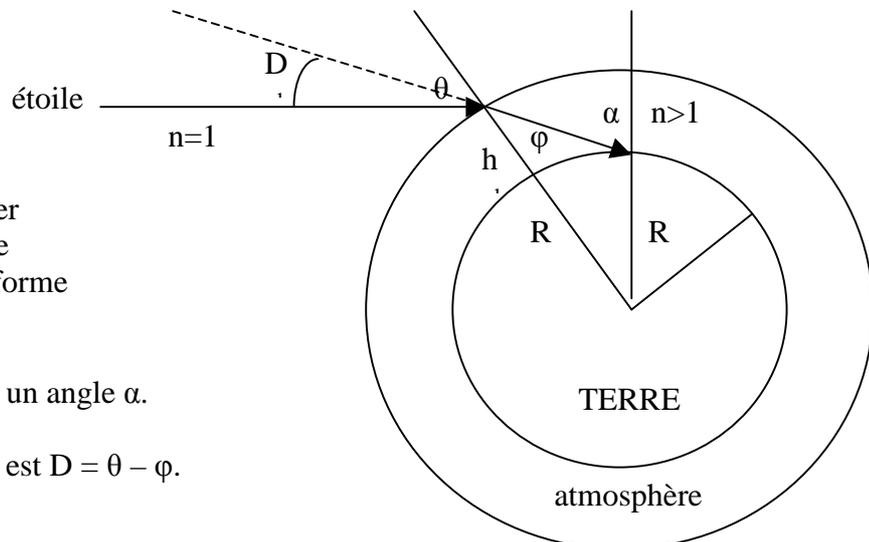
sachant que $n r \sin i = K$ (constante), on obtient une équation différentielle :

$$dr / [r (n^2 r^2 / K^2 - 1)^{1/2}] = d\theta$$

Dans le cas d'école le plus simple où $n r = \text{constante}$, soit $i = \text{constante}$, les rayons lumineux ont la forme d'une spirale logarithmique du type $r = r_0 \exp[(\theta - \theta_0) / \text{tg } i]$

La réfraction astronomique

La réfraction astronomique découle de la loi de Bouguer. Lorsqu'on observe une étoile, depuis le sol, à une distance α du zénith, on commet une erreur de positionnement D due à la réfraction atmosphérique. Cette erreur est nulle au zénith ($\alpha = 0$), et maximale sur l'horizon ($\alpha = \pi/2$). Nous allons tenter de donner une estimation de cette erreur en fonction de la distance zénithale α à l'aide d'un modèle très simple.



On assimile pour simplifier l'atmosphère à une couche d'indice de réfraction uniforme $n > 1$ et d'épaisseur h .

L'étoile est observée sous un angle α .

L'erreur que l'on commet est $D = \theta - \phi$.
 C'est une déviation.

D'après la loi de Descartes, on a :

$$\sin \theta = n \sin \varphi$$

D'après la loi de Bouguer, on a :

$$(R + h) \sin \theta = n R \sin \alpha$$

$$\text{d'où } D = \theta - \varphi = \text{arc sin}[n R \sin \alpha / (R + h)] - \text{arc sin}[R \sin \alpha / (R + h)]$$

Dans cette formule qui donne la déviation D , h , R et n sont connus. C'est donc une formule grossière qui donne la déviation D en fonction de la distance zénithale α d'observation.

Sachant que n est voisin de 1 ($n = 1.0003$), on peut effectuer un développement limité de $\text{arc sin}[n R \sin \alpha / (R + h)]$ au voisinage de $\text{arc sin}[R \sin \alpha / (R + h)]$, et l'on trouve :

$$D \approx (n-1) R \sin \alpha / [(R + h)^2 - R^2 \sin^2 \alpha]^{1/2}$$

Et en supposant que $h \ll R$ (rayon de la Terre), on obtient :

$$D \approx (n-1) \sin \alpha / [2h/R + \cos^2 \alpha]^{1/2}$$

Au zénith: $\alpha = 0$ donne $D = 0$ et sur l'horizon, $\alpha = \pi/2$ donne $D = (n-1) [R/2h]^{1/2}$

Numériquement avec $n = 1.0003$, $h = 10$ km, $R = 6380$ km, on trouve :

$\alpha = 45^\circ$, $D = 0.02^\circ$; $\alpha = 60^\circ$, $D = 0.03^\circ$; $\alpha = 80^\circ$, $D = 0.09^\circ$; $\alpha = 85^\circ$, $D = 0.16^\circ$; $\alpha = 90^\circ$, $D = 0.31^\circ$; on constate que la déviation croît très vite au voisinage de l'horizon où elle atteint une fraction appréciable de degré. Ainsi, lorsqu'on voit le Soleil se coucher, il est déjà largement passé derrière l'horizon puisque son diamètre angulaire est de 0.5° .

Le rayon vert et la réfraction différentielle



Le rayon vert est parfois visible au coucher du Soleil pendant environ 1 s. Il résulte de la réfraction différentielle en fonction de la longueur d'onde : l'indice de réfraction de l'atmosphère est plus élevé dans le vert que dans le rouge. Le rayon bleu n'est pas visible en raison de la diffusion Rayleigh du bleu par les molécules de l'atmosphère, qui est très forte, en $1/\lambda^4$.

L'indice de réfraction de l'atmosphère est donné par la loi :

$$(n - 1) 10^6 = (288 + 1.48 / \lambda^2) [1 / (1 + 0.0037 T)] (P / 760)$$

λ longueur d'onde en microns (μ)

T température en degrés C

P pression en mm de mercure

Lorsque l'on va vers le bleu, n augmente donc. En première approximation, $dn/d\lambda \approx -2 \cdot 10^{-5} \mu^{-1}$ dans le visible vers 0.5μ . Entre le jaune et le vert, la distance spectrale n'est que de 0.05 microns (0.53μ pour le vert, 0.58μ pour le jaune). On en déduit une variation d'indice de réfraction $\Delta n \approx 10^{-6}$ entre les deux couleurs.

De la déviation à l'horizon $D = (n-1) [R/2h]^{1/2}$, on en déduit par différentiation sur n :

En H, la réflexion est totale si $i > i_m$ avec $\sin i_m = n_2/n_1 < 1$

Or $\sin i = R / (R+h)$

La réflexion se produit lorsque $R / (R+h) > n_2/n_1$, soit si : $h / R < n_1/n_2 - 1$

Prenons par exemple $n_1 = 1.00030$ ($T = 0^\circ\text{C}$) et $n_2 = 1.00027$ ($T = 25^\circ\text{C}$) ; on en déduit $h < 190$ m.
Pour n_1 et n_2 donné, la condition de réflexion totale n'est réalisée que si l'altitude h de la couche chaude, d'indice plus petit, est inférieure à une hauteur critique.

Dans ce cas la distance de vision au sol d'un point M_2 est égale à l'arc PM_2 soit :

$$d = 2R \arccos[R/(R+h)]$$

et vaut 100 km avec les valeurs numériques ci dessus. Cette distance est en théorie nulle en l'absence de réflexion.

La distance de vision d'un point M_1 d'altitude z (une montagne) est égale à l'arc PM_1 soit :

$$d = 2R \arccos[R/(R+h)] + R \arccos[R/(R+z)]$$

et vaut par exemple 210 km avec les valeurs numériques ci dessus pour un sommet de $z = 1000$ m d'altitude. Cette distance devient $R \arccos[R/(R+z)]$ en l'absence de réflexion, et dans notre cas serait de 110 km.

Et pour finir, des ombres...



Ombre du Teide sur l'atmosphère



Ombre du Pic du Midi au coucher du Soleil

Des sites à visiter :

Atmospheric optics :

<http://www.atoptics.co.uk/>

How are glories formed ?

<http://www.philiplaven.com/p2c1a.html>