



**HAL**  
open science

**Petits exercices avec résultats : théorie des poutres  
(résistance des matériaux), dynamique des structures,  
incertitudes, mathématiques, mécanique des solides  
déformables, modélisation des solides**

Jean-Michel Génevaux

► **To cite this version:**

Jean-Michel Génevaux. Petits exercices avec résultats : théorie des poutres (résistance des matériaux), dynamique des structures, incertitudes, mathématiques, mécanique des solides déformables, modélisation des solides. Engineering school. 2011. cel-00611694v1

**HAL Id: cel-00611694**

**<https://cel.hal.science/cel-00611694v1>**

Submitted on 27 Jul 2011 (v1), last revised 15 Jan 2024 (v27)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ENSIM et LPIAV

Banque de Brevets

Jean-Michel Génevaux  
jmgenev@univ-lemans.fr

[http ://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95](http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95)

2 juillet 2011

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Les énoncés de brevet</b>	<b>8</b>
1.1	brevet 001 : orientation de fibre moyenne et repère local . . . . .	8
1.2	brevet 002 : choix du secteur aval ou amont à utiliser pour le calcul du torseur des efforts intérieurs . . . . .	8
1.3	brevet 003 : déplacement par les formules de Bresse . . . . .	8
1.4	brevet 004 : calcul d'un déplacement par méthode énergétique . . . . .	9
1.5	brevet 005 : torseur des efforts intérieurs dans le cas d'un chargement linéique. . .	9
1.6	brevet 006 : moment quadratique et moment d'inertie . . . . .	9
1.7	brevet 007 : évaluation manuelle de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude connue . . . . .	9
1.8	brevet 007bis : évaluation manuelle de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude connue . . . . .	10
1.9	brevet 008 : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue . . . . .	10
1.10	brevet 008 bis : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue . . . . .	10
1.11	brevet 008 ter : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue . . . . .	10
1.12	brevet 008 quad : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue . . . . .	11
1.13	brevet 009 : évaluation de l'incertitude sur un modèle . . . . .	11
1.14	brevet 010 : comparaison entre un modèle et une expérience . . . . .	11
1.15	brevet 010 bis : comparaison entre un modèle et une expérience . . . . .	11
1.16	brevet 011 : équations de Lagrange, système à 2 degrés de liberté . . . . .	11
1.17	brevet 012 : calcul d'un torseur des déformations . . . . .	12
1.18	brevet 013 : degré d'hyperstatisme d'une structure tridimensionnelle . . . . .	12
1.19	brevet 014 : degré d'hyperstatisme d'une structure plane . . . . .	13
1.20	brevet 015 : choix de l'équation permettant de déterminer l'inconnue hyperstatique d'une structure plane. . . . .	13
1.21	brevet 016 : détermination du système isostatique associé à un système hyperstatique. . . . .	13
1.22	brevet 017 : calcul d'un déplacement d'une poutre circulaire. . . . .	13
1.23	brevet 018 : torseur des efforts intérieur et torseur de chargement. . . . .	14
1.24	brevet 019 : Compositions de vitesses. . . . .	14
1.25	brevet 020 : calcul de composantes d'un tenseur d'inertie d'un solide non parallélépipédique. . . . .	14
1.26	brevet 021 : Lagrange : énergie cinétique. . . . .	14
1.27	brevet 022 : Lagrange : forces généralisées. . . . .	16
1.28	brevet 023 : Lagrange : écriture des équations. . . . .	16
1.29	brevet 024 : sollicitations d'une poutre. . . . .	16
1.30	brevet 025 : différence entre torseur de liaison et torseur des efforts intérieurs. . . .	16
1.31	brevet 026 : savoir évaluer une incertitude sur une valeur moyenne de mesures obtenues par répétabilité . . . . .	17
1.32	brevet 026 bis : savoir évaluer une incertitude sur une valeur moyenne de mesures obtenues par répétabilité . . . . .	17

1.33	brevet 027 : savoir choisir le nombre de mesures pour obtenir une incertitude de $x$ sur une valeur moyenne de mesure obtenue par répétabilité . . . . .	17
1.34	brevet 027 bis : savoir choisir le nombre de mesures pour obtenir une incertitude de $x$ sur une valeur moyenne de mesure obtenue par répétabilité . . . . .	17
1.35	brevet 028 : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue, la linéarité doit être valable quelque soit le nombre de points pris en compte . . . . .	17
1.36	brevet 029 : évaluation statistique de la fin de dépendance linéaire entre deux variables $y = px + c$ . . . . .	18
1.37	brevet 029 bis : évaluation statistique de la fin de dépendance linéaire entre deux variables $y = px + c$ . . . . .	18
1.38	brevet 029 ter : évaluation statistique de la fin de dépendance linéaire entre deux variables $y = px + c$ . . . . .	18
1.39	brevets 030 : savoir évaluer une incertitude sur une valeur moyenne de mesures obtenues par répétabilité avec un taux de confiance de 90% . . . . .	18
1.40	brevet 031 : torseur de déplacement d'un solide, formule de changement de point d'un torseur . . . . .	19
1.41	brevet 032 : Utilisation des formules de Bresse en compression charge linéique. . . . .	19
1.42	brevet 033 : formule de changement de point. . . . .	19
1.43	brevet 034 : énergie potentielle de pesanteur. . . . .	19
1.44	brevet 035 : énergie potentielle d'un ressort. . . . .	19
1.45	brevet 036 : Raideur équivalente de deux ressorts en série. . . . .	20
1.46	brevet 037 : Torseur transmissible par la liaison bidimensionnelle appuis sur rouleaux . . . . .	20
1.47	brevet 038 : Torseur transmissible par la liaison tridimensionnelle hélicoidale . . . . .	20
1.48	brevet 039 : Chargement réparti (version 1) . . . . .	20
1.49	brevet 040 : Moment polaire d'une section droite . . . . .	20
1.50	brevet 041 : Raideur d'un plot en compression, ajusté dans un contenant cylindrique parfaitement lubrifié . . . . .	21
1.51	brevet 042 : Raideur d'un plot en compression posé sur un plan parfaitement lubrifié . . . . .	21
1.52	brevet 043 : Détermination d'une incertitude de type A, avec un taux de confiance de 95% . . . . .	21
1.53	brevet 043 bis : Détermination d'une incertitude de type A, avec un taux de confiance de 95% . . . . .	21
1.54	brevet 044 : Détermination d'une incertitude de type B d'une mesure faite avec un pied à coulisse. . . . .	22
1.55	brevet 044 bis : Détermination d'une incertitude de type B d'une mesure faite avec un réglet. . . . .	22
1.56	brevet 045 : Détermination d'une incertitude de type B d'une valeur donnée dans la littérature. . . . .	22
1.57	brevet 045 bis : Détermination d'une incertitude de type B d'une valeur donnée dans la littérature. . . . .	22
1.58	brevet 046 : Incertitude sur une grandeur composée . . . . .	22
1.59	brevet 046 bis : Incertitude sur une grandeur composée . . . . .	23
1.60	brevet 047 : Incertitude sur une grandeur composée à partir des sommation d'erreurs relatives . . . . .	23
1.61	brevet 047 bis : Incertitude sur une grandeur composée . . . . .	23
1.62	brevet 048 : Deux moyennes sont-elles significativement différentes? . . . . .	23
1.63	brevet 048 bis : Deux moyennes sont-elles significativement différentes? . . . . .	24
1.64	brevet 048 ter : Deux moyennes sont-elles significativement différentes? . . . . .	24
1.65	brevet 048 quad : Deux moyennes sont-elles significativement différentes? . . . . .	24
1.66	brevet 049 : Contrainte de cisaillement maximale dans une section droite? . . . . .	25
1.67	brevet 050 : Déplacement pour une poutre en traction . . . . .	25
1.68	brevet 051 : Déplacement pour une poutre en flexion dû au moment fléchissant . . . . .	25
1.69	brevet 052 : Déplacement pour une poutre en flexion dû à l'effort tranchant dans le cas de la cinématique 3 . . . . .	25

1.70	brevet 053 : Déplacement pour une poutre en flexion dû à l'effort tranchant dans le cas de la cinématique 2	26
1.71	brevet 054 : Déformation mesurée sur une poutre en traction	26
1.72	brevet 055 : Déformations mesurées sur une poutre en flexion	26
1.73	brevet 056 : Le principe de superposition est-il applicable?	27
1.74	brevet 057 : Energie de déformation	27
1.75	brevet 058 : Réciprocité	27
1.76	brevet 059 : Castigliano	27
1.77	brevet 060 : détermination de la valeur moyenne d'un exposant d'une relation non linéaire	28
1.78	brevet 060 bis : détermination de la valeur moyenne d'un exposant d'une relation non linéaire	28
1.79	brevet 061 : Mesure avec un pied à coulisse	28
1.80	brevet 061 bis : Mesures avec un pied à coulisse	29
1.81	brevet 062 : Choix de l'échantillonnage de points de mesures	29
1.82	brevet 062bis : Choix de l'échantillonnage de points de mesures	29
1.83	brevet 063 : Présentation dans un tableau de points de mesures, et de grandeurs calculées	29
1.84	brevet 064 : Présentation dans un graphe de points de mesures	29
1.85	brevet 064bis : Présentation dans un graphe de points de mesures	30
1.86	brevet 065 : Coefficients de la droite des moindres carrés associée à des mesures expérimentales (1ière version)	30
1.87	brevet 066 : Coefficients de la droite des moindres carrés associée à des mesures expérimentales (2nd version)	30
1.88	Brevet 067 : déformée d'une poutre articulée est liée à un ressort, formules de Bresse	30
1.89	Brevet 068 : chaîne de cote	31
1.90	Brevet 069 : Equations associées à une chaîne de cote	31
1.91	Brevet 070 : Incertitudes sur une cote de fabrication	31
1.92	Brevet 071 : Gamme d'usinage	33
1.93	Brevet 071 bis : Gamme d'usinage	33
1.94	Brevet 072 : Répartition des intervalles de tolérance sur des cotes de fabrication	33
1.95	Brevet 072 bis : Répartition des intervalles de tolérance sur des cotes de fabrication	33
1.96	Brevet 073 : Choix d'une procédure de fabrication	33
1.97	brevet 074 : Le principe de superposition est-il applicable? (version 2)	35
1.98	brevet 075 : Démarche générale de résolution d'un problème de déplacement en théorie des poutres	35
1.99	brevet 076 : Démarche générale de résolution d'un problème de contrainte en théorie des poutres	35
1.100	brevet 077 : Démarche générale de résolution d'un problème hyperstatique en théorie des poutres	35
1.101	brevet 078 : Identification de poutres parmi des objets manufacturés	36
1.102	brevet 101 : calcul d'une matrice de masse et de rigidité d'une structure discrète	36
1.103	brevet 101bis : calcul d'une matrice de masse et de rigidité d'une structure discrète	37
1.104	brevet 102 : calcul d'un quotient de Rayleigh pour une structure discrète	37
1.105	brevet 102 bis : calcul d'un quotient de Rayleigh pour une structure discrète	37
1.106	brevet 103 : calcul exact des fréquences propres d'une structure discrète	38
1.107	brevet 104 : calcul exact des formes propres d'une structure discrète	38
1.108	brevet 105 : projection dans un sous-espace de dimension moindre, d'une structure discrète	38
1.109	brevet 105 bis : projection dans un sous-espace de dimension moindre, d'une structure discrète	38
1.110	Brevet 106 : poutre continue, conditions aux limites et fonctions de base	38
1.111	Brevet 106 bis	39
1.112	Brevet 107	39
1.113	Brevet 108	39
1.114	Brevet 109 : comparaison de Rayleigh -Ritz et Rayleigh	40

1.115Brevet 110 . . . . .	40
1.116Brevet 111 . . . . .	41
1.117Brevet 112 : critères de choix de la fonction test . . . . .	42
1.118Brevet 113 . . . . .	42
1.119Brevet 114 : coefficient de Rayleigh d'une structure continue avec un ressort . . . . .	43
1.120brevet 115 : calcul par méthode itérative de la première pulsation propre pour une structure discrète . . . . .	43
1.121brevet 115 bis : calcul par méthode itérative de la première pulsation propre pour une structure discrète . . . . .	43
1.122brevet 116 : calcul par méthode itérative de la seconde pulsation propre pour une structure discrète . . . . .	44
1.123brevet 117 : calcul par Rayleigh de la première fréquence propre d'une structure mixte (continue et discrète) . . . . .	44
1.124brevet 118 : Calcul exact de la sensibilité d'un vecteur propre à un paramètre d'un modèle . . . . .	45
1.125brevet 119 : Calcul numérique de la sensibilité d'un vecteur propre à un paramètre d'un modèle . . . . .	45
1.126brevet 120 : Calcul élément fini de la répartition des contraintes dans une poutre cantilever de section rectangulaire dont la hauteur est variable . . . . .	45
1.127brevet 121 : Calcul de l'indicateur d'écart en énergie entre un champs de contrainte lissé et un champs élément fini discontinu . . . . .	45
1.128brevet 122 : Comparaison des indicateurs d'écart en énergie basé sur le champs de contrainte lissé et le champs de contrainte exact . . . . .	46
1.129brevet 123 : Calcul de la matrice MAC entre les résultats d'un modèle et d'une expérience . . . . .	46
1.130brevet 124 : Test d'orthogonalité entre les résultats d'un modèle et d'une expérience	47
1.131brevet 125 : L'amortissement est-il proportionnel? . . . . .	47
1.132brevet 126 : Calcul exact des vecteurs propres d'un système non conservatif à deux degrés de liberté . . . . .	47
1.133brevet 127 : Calcul exact des vecteurs propres d'un système conservatif à deux degrés de liberté . . . . .	48
1.134brevet 128 : Passage d'un mode complexe à un mode réel . . . . .	48
1.135brevet 129 : Réduction statique (de Guyan ) d'un système conservatif à deux degrés de liberté . . . . .	48
1.136brevet 130 : Réduction dynamique d'un système conservatif à deux degrés de liberté	50
1.137brevet 131 : Processus de réduction vers un système équivalent appliquée à un système conservatif à deux degrés de liberté . . . . .	50
1.138brevet 132 : Calcul exact de la répartition des contraintes dans une poutre cantilever de section rectangulaire dont la hauteur est variable . . . . .	51
1.139brevet 133 : Système discret ou continu? (version 1) . . . . .	51
1.140brevet 134 : Energie cinétique d'une poutre et d'une masse? . . . . .	51
1.141brevet 135 : Relation pulsation-période? . . . . .	51
1.142brevet 136 : Relation rotation-fréquence? . . . . .	51
1.143brevet 137 : Harmonique . . . . .	53
1.144brevet 138 : Sous-harmonique . . . . .	53
1.145brevet 139 : Système discret ou continu? (version 2) . . . . .	53
1.146brevet 140 : Système discret ou continu? (version 3) . . . . .	53
1.147brevet 141 : Potentiel de dissipation et frottement visqueux. . . . .	54
1.148brevet 142 : Potentiel de dissipation et frottement sec. . . . .	54
1.149brevet 143 : Fréquence propre d'un système à 1 ddl de translation. . . . .	54
1.150brevet 144 : Pulsation propre d'un système à 1 ddl de translation et pesanteur. . . . .	54
1.151brevet 145 : Phase du mouvement d'un système à 1 ddl de translation et pesanteur.	55
1.152brevet 146 : Inertie équivalente d'un système à 1 ddl. . . . .	55
1.153brevet 147 : Nombre de ddl indépendants. . . . .	55
1.154brevet 148 : Sous-amortissement d'un système . . . . .	55
1.155brevet 149 : Pseudo-pulsation d'un système . . . . .	55

1.156brevet 150 : Extraction du taux l'amortissement d'un système à partir de la réponse libre. . . . .	56
1.157brevet 151 : Tracé dans le plan de Nyquist des frf déplacement/force, vitesse/force, accélération/force pour un système à 1 ddl amorti. . . . .	56
1.158brevet 152 : Silent-block. . . . .	57
1.159brevet 153 : Oscillation(s) d'un système à 1ddl en présence de frottement sec. . . . .	57
1.160brevet 154 : Facteur de perte. . . . .	57
1.161brevet 155 : Homogénéité. Amortissement hystérétique. . . . .	57
1.162brevet 156 : Amortissement et largeur de bande à -3dB. . . . .	58
1.163brevet 157 : Parties réelles et imaginaires d'une frf déplacement/force pour un système à 1 ddl non amorti. . . . .	60
1.164brevet 158 : Réponse impulsionnelle et essai de lâcher. . . . .	60
1.165brevet 159 : Identification des paramètres par lissage de cercle. . . . .	60
1.166brevet 160 : Réponse d'un système à deux degrés de liberté en excitation forcée à une fréquence imposée . . . . .	61
1.167brevet 161 : Antirésonance d'un système à deux degrés de liberté en excitation forcée à une fréquence imposée . . . . .	62
1.168brevet 162 : Equation dynamique normalisée par la matrice de masse . . . . .	62
1.169brevet 163 : Matrice orthogonale d'un problème de dynamique à 2 ddl . . . . .	62
1.170brevet 164 : Normalisation de vecteurs propres par rapport à la matrice de masse . . . . .	63
1.171brevet 165 : Position des masses d'un système 2ddl lors d'un essai avec positions et vitesses initiales données. . . . .	64
1.172brevet 166 : Matrice d'amortissement approchée lorsque l'amortissement n'est pas proportionnel? . . . . .	64
1.173brevet 167 : Mesure au marteau d'impact de l'amplitude d'une fonction de réponse en fréquence . . . . .	64
1.174brevet 168 : Calibration relative d'une chaîne de mesure de fonction de réponse en fréquence, par la méthode du marteau d'impact . . . . .	64
1.175brevet 169 : Mesure au marteau d'impact de l'amortissement d'une structure à une fréquence propre. . . . .	65
1.176brevet 170 : Mesure du coefficient d'absorption sous incidence normale d'un matériau isolant acoustique. . . . .	65
1.177brevet 171 : Réglage d'un absorbeur dynamique. . . . .	65
1.178brevet 172 : Mesure d'un coefficient d'amortissement modal par un essai de lâcher. . . . .	65
1.179brevet 173 : Animation d'une forme propre d'une structure obtenue par analyse modale expérimentale. . . . .	66
1.180brevet 174 : Processus d'expansion utilisant les matrices de masse et de rigidité du modèle, pour un système conservatif à deux degrés de liberté. . . . .	66
1.181brevet 175 : Processus d'expansion utilisant les données modales expérimentales , pour un système conservatif à deux degrés de liberté. . . . .	66
1.182brevet 176 : poutre continue et masse concentrée, Rayleigh-Ritz . . . . .	67
1.183brevet 201 : composantes contravariantes . . . . .	68
1.184brevet 202 : composantes covariantes . . . . .	68
1.185brevet 203 : composantes covariantes et contravariantes avec application numérique . . . . .	68
1.186brevet 204 : calcul d'un produit scalaire à l'aide des composantes covariantes et contravariantes . . . . .	68
1.187brevet 205 : produit tensoriel . . . . .	68
1.188brevet 206 : Est-ce un produit tensoriel? . . . . .	69
1.189brevet 207 : Equation d'une droite passant par deux points. . . . .	69
1.190brevet 208 : Intégration avec changement de variable. . . . .	69
1.191brevet 209 : Déterminant d'une matrice 3x3. . . . .	69
1.192brevet 210 : Produit vectoriel de deux vecteurs. . . . .	69
1.193brevet 211 : Homogénéité d'une équation (version 1). . . . .	69
1.194brevet 212 : Homogénéité d'une équation (version 2). . . . .	70
1.195brevet 213 : Homogénéité d'une équation (version 3). . . . .	70
1.196brevet 214 : Dimension tensorielle (version 1). . . . .	70

1.197brevet 215 : Dimension tensorielle (version 2).	70
1.198brevet 216 : Intégration triple.	70
1.199brevet 217 : Produits de tenseurs du second ordre et vecteurs.	71
1.200brevet 218 : Dérivée d'une fonction trigonométrique.	71
1.201brevet 219 : Intégrale d'une fonction trigonométrique.	71
1.202brevet 220 : Intégrale d'une fonction polynome.	71
1.203brevet 221 : Intégrale d'une fonction à plusieurs variables.	71
1.204brevet 222 : Différence entre vecteur et matrice associée (version 1)	71
1.205brevet 223 : Différence entre vecteur et matrice associée (version 2)	72
1.206brevet 224 : Détermination des dimensions d'un paramètre à partir de l'homogénéité	72
1.207brevet 224 bis : Détermination des dimensions d'un paramètre à partir de l'homogénéité	72
1.208brevet 225 : Produit scalaire de deux vecteurs.	72
1.209brevet 226 : Projection d'un vecteur dans une base.	72
1.210brevet 227 : Projection d'une équation de mouvement dans deux directions.	73
1.211brevet 301 :	74
1.212brevet 302 :	74
1.213brevet 303 :	74
1.214brevet 304 : déplacement d'un volume élémentaire représentatif	74
1.215brevet 305 : déformation d'un volume élémentaire représentatif	74
1.216brevet 306 : calcul d'un vecteur déformation	74
1.217brevet 307 : déformation mesurée par une jauge de déformation	75
1.218brevet 308 : déformations principales	75
1.219brevet 309 : directions principales de déformations	75
1.220brevet 310 : tenseur de taux de déformation et de taux de rotation	75
1.221brevet 311 : rotationnel d'un écoulement	76
1.222brevet 312 : calcul du tenseur des déformation à partir de la mesure de trois jauges de déformation.	76
1.223brevet 313 : contrainte tangentielle maximale	76
1.224brevet 401 : Mesure à l'oscilloscope, via la transformée de Fourier, de l'amplitude d'une tension alternative.	77
1.225brevet 402 : Création d'un signal de fréquence, forme et amplitude donnée.	77
1.226brevet 403 : Mesure au multimètre de l'amplitude d'un signal.	77
1.227brevet 404 : Mesure à l'oscilloscope de l'amplitude, la forme, la fréquence d'une signal de tension.	77
1.228brevet 501 : Ressenti des étudiants à propos de la pédagogie cours-brevet.	78
1.229brevet 502 : Premiers échanges sur la pédagogie Freinet.	78
1.230brevet 503 : Construction d'un arbre des connaissances.	79
1.231brevet 504 : Construction d'un blason au sein d'un arbre des connaissances.	79
1.232brevet 601 : influence du nombre de degrés de liberté d'un modèle sur la fréquence propre.	80
1.233brevet 602 : distance à la solution réelle en fonction du type d'élément.	80
1.234brevet 603 : que représentent les modes propres à pulsation nulle?	80
1.235brevet 604 : recherche de la discrétisation ayant meilleur ratio (précision/coût)	80
1.236brevet 605 : en contraintes planes, quelles sont les composantes de $\bar{\sigma}$ qui sont nulles?	80
1.237brevet 606 : contraintes ou déformations planes?	81
1.238brevet 607 : type de modèle	81
1.239brevet 607 bis : type de modèle	82
1.240brevet 607 ter : type de modèle	82
1.241brevet 608 : Energie cinétique d'une plaque vibrante et énergie de rotation	82
1.242brevet 609 : Calcul d'un terme de la matrice de rigidité élémentaire d'un élément fini de type poutre	83
1.243brevet 609 bis : Calcul d'un terme de la matrice de rigidité élémentaire d'un élément fini de type poutre	83
1.244brevet 609 ter : Nullité d'un terme de la matrice de rigidité élémentaire d'un élément fini de type poutre.	84



1.245brevet 610 : Calcul numérique du moment quadratique en torsion d'une poutre de section triangulaire . . . . .	84
1.246brevet 610 bis : Calcul numérique du moment quadratique en torsion d'une poutre de section circulaire creuse . . . . .	85
1.247brevet 610 ter : Calcul numérique du moment quadratique en torsion d'une poutre de section circulaire creuse fendue . . . . .	85
1.248brevet 610 quad : Calcul numérique de la section corrigée d'une poutre de section circulaire creuse . . . . .	85
1.249brevet 610 quin : Calcul numérique des sections corrigée d'une poutre de section circulaire creuse fendue . . . . .	86
1.250brevet 610 sext : Calcul numérique des moments polaire de poutres de section circulaire pleine et creuse . . . . .	86
1.251brevet 610 sept : Calcul numérique des moments polaires de poutres de section circulaire pleine et creuse fendues . . . . .	86
1.252brevet 611 : Validité de fonctions de contrainte en vue du calcul théorique du moment polaire corrigé d'une poutre de section carrée . . . . .	86
1.253brevet 612 : Choix de la meilleur fonction en vue du calcul théorique approché du moment polaire corrigé d'une poutre de section carrée . . . . .	87
1.254brevet 613 . . . . .	87
1.255brevet 614 . . . . .	87
1.256brevet 615 : Calcul des contraintes $\sigma_{xx}$ dans une poutre de section droite rectangulaire non homogène symétrique . . . . .	87
1.257brevet 616 : Calcul théorique du moment polaire corrigé d'une poutre de section triangulaire . . . . .	87
1.258brevet 617 : Calcul des contraintes $\sigma_{xx}$ dans une poutre de section droite rectangulaire non homogène non symétrique . . . . .	87
1.259brevet 618 : Calcul en petit déplacements d'une poutre console . . . . .	88
1.260brevet 619 : Calcul en grands déplacements d'une poutre console . . . . .	88

**2 Les réponses des brevets** **89**

# Chapitre 1

## Les énoncés de brevet

### 1.1 brevet 001 : orientation de fibre moyenne et repère local

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soient quatre points A,B,C,D positionnés tels que  $\vec{BC} = l\vec{i}$ ,  $\vec{BD} = -R\vec{j}$ ,  $\vec{BA} = -2R\vec{j}$ . Soit une poutre de fibre moyenne AB (1/2 cercle de rayon R de centre D) et BC (ligne droite). Au point B la ligne moyenne ne fait pas de point anguleux. Soit un point  $H_1$  de la fibre moyenne BC repéré par  $\vec{BH}_1 = x_{H_1}\vec{i}$ , et un point  $H_2$  de la fibre moyenne AB repéré par  $\vec{DH}_2 = R\cos(\theta)\vec{j} - R\sin(\theta)\vec{i}$ . La poutre est encastree en C et en appui sur rouleau de normale  $\vec{j}$  en B.

Exprimez les repères locaux  $(H_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  et  $(H_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$  en fonction des vecteurs  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  :

- si on oriente la poutre de A vers C
- si on oriente la poutre de C vers A

### 1.2 brevet 002 : choix du secteur aval ou amont à utiliser pour le calcul du torseur des efforts intérieurs

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soient les points A,B,C,D,E positionnés tels que  $\vec{AB} = l\vec{i} + a\vec{j}$ ,  $\vec{AC} = 2l\vec{i}$ ,  $\vec{AE} = 2.5l\vec{i}$ ,  $\vec{AD} = 3l\vec{i}$ . Soit une poutre formée par les lignes droites AB, BC, CE et ED. Cette poutre est en appui simple en A et en appui sur rouleau de normale  $\vec{j}$  en C. Elle résiste vaillamment à une charge répartie sur le segment ED de force linéique  $d\vec{F} = p dx\vec{j}$ . Soient  $(H_1, H_2, H_3)$  les points courants des fibres moyennes AC, CE et ED. La poutre est orientée de A vers D.

Donnez pour chaque point  $H_1, H_2, H_3$ , la définition du torseur des efforts intérieurs que vous utiliserez pour faire le moins de calculs possibles (vers l'aval ou vers l'amont ?).

### 1.3 brevet 003 : déplacement par les formules de Bresse

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soient les points A,B,O positionnés tels que  $\vec{OA} = R\vec{j}$ ,  $\vec{OB} = R\vec{i}$ . Soit une poutre de ligne moyenne circulaire de centre O de rayon R et rejoignant les points B et A (1/4 de cercle) orientée de B vers A. Soit  $H_1$  un point courant de la fibre moyenne BA repéré par  $\vec{OH}_1 = R\cos(\theta)\vec{i} + R\sin(\theta)\vec{j}$ . Cette poutre est encastree en A et chargée en B par une force concentrée  $\vec{F} = F\vec{i}$ .

Le torseur des efforts intérieurs fourni :

- un effort normal  $N = F\sin(\theta)$

- un effort tranchant  $T_y = F \cos(\theta)$
- un moment fléchissant  $M_{fz} = -FR \sin(\theta)$

Calculez par les formules de Bresse, le déplacement du point  $B$ . Application numérique avec :  $F = 100N$ ,  $R = 0.100m$ ,  $E = 2.10 \cdot 10^{11} Pa$ ,  $I_{Hz} = 1.04 \cdot 10^{-10} m^4$ ,  $S = 5.00 \cdot 10^{-5} m^2$ .

## 1.4 brevet 004 : calcul d'un déplacement par méthode énergétique

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soient les points A,B positionnés tels que  $\vec{BA} = l\vec{j}$ . La poutre est formée par une ligne moyenne rectiligne entre B et A. Elle est encadrée en B et chargée en A par un effort  $\vec{F} = F(-1/\sqrt{2}\vec{i} - 1/\sqrt{2}\vec{j})$ .

Calculez par une méthode énergétique le déplacement du point A dans la direction  $\vec{j}$ . Application numérique :  $F = 100N$ ,  $l = 0.100m$ ,  $E = 2.10 \cdot 10^{11} Pa$ ,  $S = 5.00 \cdot 10^{-5} m^2$ .

## 1.5 brevet 005 : torseur des efforts intérieurs dans le cas d'un chargement linéique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soient les points A,B positionnés tels que  $\vec{AB} = l\vec{i}$ . La poutre est formée par une ligne moyenne rectiligne entre A et B. Elle est encadrée en A et chargée aux points P du tronçon AB tel que  $\vec{AP} = x_p\vec{i}$  par une charge répartie  $d\vec{F}_1 = a x_p dx_p \vec{j}$ , et une charge concentrée en B :  $\vec{F}_2 = -F_2\vec{j}$ .

Quelle est le torseur des efforts intérieurs en un point  $H$  tel que  $\vec{AH} = x_H\vec{i}$ . Application numérique :  $F_2 = 100N$ ,  $l = 0.200m$ ,  $a = 2 \cdot 10^2 N m^{-2}$ ,  $x_H = 0.100m$ .

## 1.6 brevet 006 : moment quadratique et moment d'inertie

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] et cours "mécanique générale" ; autoattribution .

Soit dans un repère global  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , un cylindre d'acier  $S$ , de masse volumique  $\rho = 7800 \text{ kgm}^{-3}$  de section circulaire de diamètre  $d = 0.3 \text{ m}$ , de longueur  $l = 1.4 \text{ m}$ , de centre d'inertie  $G$ , d'axe  $G\vec{k}$ .

Quelle est l'inertie  $I_{S,Gk}$  de ce cylindre autour de l'axe  $G\vec{k}$ ?

Une section droite de ce cylindre, nécessite l'utilisation du repère local  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , avec l'axe  $\vec{x}$  parallèle à l'axe  $\vec{k}$ . Quel est le moment quadratique  $I_{Hz}$  de la section droite passant par le point  $H = G$ ?

## 1.7 brevet 007 : évaluation manuelle de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude connue

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [6] ; Autoattribution .

Soit des données représentées par des couples (x,y) tels que (1,0.84), (1.3,1.19), (1.7,1.5), (2,1.91), (2.5,2.5), (3,2.75), (4,3.95), (4.2,4.22), (4.3,4.5). Les incertitudes sont  $\Delta x = 0.2$  et  $\Delta y = 0.15$ .

Tracez, mesurez et affichez la précision sur la pente d'un modèle linéaire passant par ces points.

## 1.8 brevet 007bis : évaluation manuelle de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude connue

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [6] ; Autoattribution .

Soit des données représentées par des couples  $(x,y)$  tels que  $(1,0.84)$ ,  $(1.3,1.19)$ ,  $(1.7,1.5)$ ,  $(2,1.91)$ ,  $(2.5,2.5)$ ,  $(3,2.75)$ ,  $(4,3.95)$ ,  $(4.2,4.22)$ ,  $(4.3,4.5)$ . Les incertitudes sont  $\Delta x = 0.08$  et  $\Delta y = 0.05$ .

Tracez, mesurez et affichez la précision sur la pente d'un modèle linéaire passant par ces points.

## 1.9 brevet 008 : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [6] .

A partir d'un jeu de points expérimentaux dont les rectangles d'incertitudes ne sont pas connus, affichez la précision sur la pente d'un modèle linéaire passant par ces points.

Faire le td *td5.src* disponible sur <http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95>

## 1.10 brevet 008 bis : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [6] .

A partir d'un jeu de points expérimentaux dont les rectangles d'incertitudes ne sont pas connus, affichez la précision sur la pente d'un modèle linéaire passant par ces points.

Faire le td *td5bis.ods* disponible sur <http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95>

## 1.11 brevet 008 ter : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [6] .

Une image de référence à chaque pixel codé entre 0 et 255 pour chaque couleur. En niveau de gris, la moyenne des trois couleurs est faite. La répartition des niveaux de gris dans l'image implique une valeur moyenne, une valeur médiane *med* et un écart type *eca*. Pour accéder à ces valeurs avec *Gimp* : ouvrir une image, couleur, information, histogramme. Lors de la transmission de cette image, du bruit peu être rajouté. Vous le simulerez sur gimp par : filtre, bruit, brouillage RVB, RVB indépendants, taux de bruit compris entre 0 et 1 (valeur *tb* à choisir identique sur chaque canal.

Pour l'image *tesse.jpg* disponible sur <http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95> , pour des valeurs de *tb* comprises entre 0 et 1, mesurez les évolutions associées de la médiane, et

de l'écart type. Si l'on suppose un modèle affine entre les deux paramètres  $tb$  et  $med$ , quelle est la valeur de la pente avec son incertitude élargie à un taux de confiance de 95% ?

## 1.12 brevet 008 quad : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [6] .

Suite à l'examen de gestions des aléas de mars 2011, les étudiants ont fournis de façon anonyme le couple ( $nbabsence$ ,  $note$ ) avec  $nbabsence$  le nombre de séances de gestion des aléas auxquelles ils ne sont pas venus cette année là, et  $note$ , la note qu'ils ont obtenus à l'examen : (0,13), (0,18), (0,6), (0,4), (0,15), (0,13), (0,8), (0,14), (0,1), (0,4), (0,8), (0,16), (0,11), (0,8), (0,16), (1,6), (1,15), (1,4), (1,14), (2,0), (2,11), (2,10), (2,6), (2,6), (3,20), (3,10), (3,14), (3,10), (3,1), (5,11).

Peut-on affirmer, avec un taux de confiance de 95%, que être absent aux séances implique une réussite plus faible à l'examen ?

## 1.13 brevet 009 : évaluation de l'incertitude sur un modèle

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] .

A partir d'une formule traduisant le calcul d'une grandeur en fonction de paramètres mesurés, calculez la précision sur l'évaluation de cette grandeur.

Faire le sujet *td1.sxc* disponible sur <http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95>

## 1.14 brevet 010 : comparaison entre un modèle et une expérience

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] .

Une modélisation permet de trouver un encadrement d'une grandeur  $a$  :  $13.43 < y_{theo} < 14.56$ . Une expérience permet de trouver l'encadrement expérimental de la même grandeur  $a$  :  $12.26 < y_{expe} < 13.57$ .

Le modèle est-il adapté à l'expérience ?

## 1.15 brevet 010 bis : comparaison entre un modèle et une expérience

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] .

Une modélisation permet de trouver un encadrement d'une grandeur  $y$  :  $1.23 < y_{theo} < 1.45$ . Une expérience permet de trouver l'encadrement expérimental de la même grandeur  $y$  :  $1.14 < y_{expe} < 1.21$ .

Le modèle est-il adapté à l'expérience ?

## 1.16 brevet 011 : équations de Lagrange, système à 2 degrés de liberté

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "Mécanique Générale" .

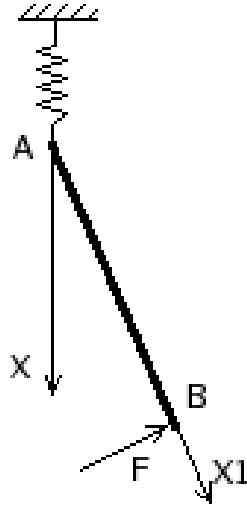


FIGURE 1.1 – Un pendule dont l’axe est retenu par un ressort.

Déterminer par les équations de Lagrange les deux équations de mouvement relatives au système présenté figure 1.1. Un pendule  $AB$  (barre de masse  $m$ , de longueur  $l$  dans la direction  $\vec{x}_1$ , de faible section par rapport à la longueur) dont la liaison pivot est en liaison glissière d’axe  $A\vec{x}$ , maintenue par un ressort de rigidité  $k$  agissant dans cette même direction, est placée dans un champs de pesanteur  $g\vec{x}$ . Un effort extérieur  $\vec{F}$  constant est appliqué dans la direction  $\vec{y}_1$  orthogonale à la direction de la barre  $\vec{x}_1$ . On notera  $A_0$  la position de l’axe du pendule, au repos, sous son propre poids (sans l’effort  $\vec{F}$ ).

### 1.17 brevet 012 : calcul d’un torseur des déformations

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une fibre moyenne constituée d’un segment de droite  $AB$ , tel que  $\vec{AB} = l\vec{i}$ . La position d’un point courant  $H$  sera repérée par  $\vec{AH} = x\vec{i}$ . Cette poutre est déformée telle que le point  $H$  subisse un déplacement  $\vec{u} = 3x^2\vec{j}$ . Calculez le torseur des déformations en  $H$ .

### 1.18 brevet 013 : degré d’hyperstatisme d’une structure tridimensionnelle

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre constituée d’un segment de droite  $AB$ , tel que  $\vec{AB} = l_1\vec{i}$ , un segment de droite  $BC$ , tel que  $\vec{BC} = l_2\vec{j}$ , et un segment de droite  $CD$ , tel que  $\vec{CD} = l_3\vec{k}$ . Cette structure est liée au référentiel extérieur

- en A par une glissière d’axe  $A\vec{i}$
- en B, par un appui ponctuel de normale  $B\vec{j}$
- en C, par un appui plan de normale  $C\vec{i}$ .

Elle subit un torseur de chargement quelconque en B. Quel est le degré d’hyperstatisme de cette structure ?

## 1.19 brevet 014 : degré d'hyperstatisme d'une structure plane

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours 2a.pdf ; autoattribution .

Soit le problème plan, formé par une poutre constituée d'un segment de droite  $AB$ , tel que  $\vec{AB} = l_1\vec{i}$ , un segment de droite  $BC$ , tel que  $\vec{BC} = l_2\vec{j}$ . Cette structure est liée au référentiel extérieur :

- en A un appui simple,
- en C, un appui sur rouleau de normale  $C\vec{i}$ .

Cette structure subie un chargement au point B :

- une force  $\vec{F}$  dont la direction n'est pas précisée,
- un couple  $C\vec{k}$ .

Quel est le degré d'hyperstatisme de cette structure ?

## 1.20 brevet 015 : choix de l'équation permettant de déterminer l'inconnue hyperstatique d'une structure plane.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours 2a.pdf ; autoattribution .

Soit le problème plan, formé par une poutre constituée d'un segment de droite  $AB$ , tel que  $\vec{AB} = l_1\vec{i}$ , un segment de droite  $BC$ , tel que  $\vec{BC} = l_2\vec{j}$ . Cette structure est liée au référentiel extérieur :

- en A un encastrement,
- en C, un appui sur rouleau de normale  $C\vec{i}$ .

Soit un chargement au point B constitué d'un couple  $C\vec{k}$ . Le degré d'hyperstatisme de cette structure est 1. Si l'on choisi comme inconnue hyperstatique la réaction en C, quelle est l'équation cinématique qui permet d'obtenir une équation supplémentaire permettant de déterminer l'inconnue hyperstatique ?

## 1.21 brevet 016 : détermination du système isostatique associé à un système hyperstatique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit le problème plan, formé par une poutre constituée d'un segment de droite  $AB$ , tel que  $\vec{AB} = l_1\vec{i}$ , un segment de droite  $BC$ , tel que  $\vec{BC} = l_2\vec{j}$ . Cette structure est liée au référentiel extérieur :

- en A un encastrement,
- en C, un appui sur rouleau de normale  $C\vec{i}$ .

Soit un chargement au point B constitué d'un couple  $C\vec{k}$ . Le degré d'hyperstatisme de cette structure est de 1.

- a) Si l'on choisi comme inconnue hyperstatique la réaction en C, quel est le système isostatique associé, et le chargement qui lui est appliqué ?
- b) Si l'on choisi comme inconnue hyperstatique la réaction dans la direction  $\vec{i}$  en A, quel est le système isostatique associé, et le chargement qui lui est appliqué ?

## 1.22 brevet 017 : calcul d'un déplacement d'une poutre circulaire.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours 2a.pdf ; autoattribution .

Soit le problème plan, formé par une poutre dont la fibre moyenne est représentable par un arc de cercle de centre  $O$  de rayon  $R$  entre les points  $A$  et  $B$ , avec les coordonnées de  $A$  et  $B$  telles que :  $\vec{OA} = R\vec{i}$  et  $\vec{OB} = R\vec{j}$ . Cette poutre est encastree en  $A$ , chargée en point  $B$  par une force  $F\vec{j}$ .

Quel est le déplacement du point  $B$  dans la direction  $\vec{j}$ ? On prendra  $E = 2,1e^{11} Pa$ ,  $I_{gz} = 0.833 \cdot 10^{-9} m^4$ ,  $S = 10^{-4} m^2$ ,  $R = 1 m$ ,  $F = 9.81 N$ . Le déplacement dû à l'effort normal est-il négligeable devant celui dû au moment fléchissant ?

## 1.23 brevet 018 : torseur des efforts intérieur et torseur de chargement.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit le problème plan, formé par une poutre constituée d'un segment de droite  $AB$ , tel que  $\vec{AB} = l_1\vec{z}$ . Le point  $A$  soit encastree. Soit un chargement au point  $B$  constitué d'un couple  $C\vec{k}$ . Soit  $H$  un point courant compris entre  $A$  et  $B$ . La poutre est orientée de  $B$  vers  $A$ .

Le torseur,

$$\{\tau_1\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C\vec{z} \end{array} \right\}_H \quad (1.1)$$

est-il un torseur des efforts intérieur ou un torseur de chargement ?

## 1.24 brevet 019 : Compositions de vitesses.

Ce brevet est présenté figure 1.2.

## 1.25 brevet 020 : calcul de composantes d'un tenseur d'inertie d'un solide non parallélépipédique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "mécanique générale : cinétique d'un solide : paragraphe 1-3" ; attribution : autoattribution .

Soit un cube en acier de masse volumique  $\rho = 7800 kgm^{-3}$ , de coté de longueur  $a = 12cm$ . Soit 6 de ses sommets positionnés tels que leurs coordonnées dans un repère  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  soient :  $A(0, 0, 0)$ ;  $B(a, 0, 0)$ ;  $C(0, 0, a)$ ;  $D(0, a, 0)$ ;  $E(a, a, 0)$ ;  $F(0, a, a)$ . Ce cube est coupé par le plan passant pas les points  $CBEF$ .

Si l'on considère le solide  $S$  limité par les arêtes reliant ces 6 points,

- calculez l'inertie du solide  $S$  autour de l'axe  $A\vec{y}$ .
- calculez le terme hors diagonale (produit d'inertie)  $-P_{xy}$

## 1.26 brevet 021 : Lagrange : énergie cinétique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "mécanique générale : équations de Lagrange" ; attribution : autoattribution .

Soit une barre de section circulaire, de rayon  $r$ , de longueur  $l$ , de masse totale  $m$  parallèle à l'axe  $\vec{x}$ . A ces deux extrémités  $A$  et  $B$ , elle est liée à un repère galiléen  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  par des ressorts de raideur  $k$  agissant dans la direction  $\vec{y}$ . Soit  $H$  le centre de gravité de la barre, et  $C$  un point de la barre tel que  $\vec{AC} = a\vec{x}$  auquel est appliqué une force extérieure  $F\sin(\omega t)\vec{y}$ . Les points  $A$  et  $B$  ne peuvent se déplacer que dans la direction  $\vec{y}$ , leurs déplacements respectifs, par rapport à la position d'équilibre sont repérés par  $y_1$  et  $y_2$ . Le poids propre de la barre sera négligé.

Calculez l'énergie cinétique de la barre en sachant que  $r = l/8$ .



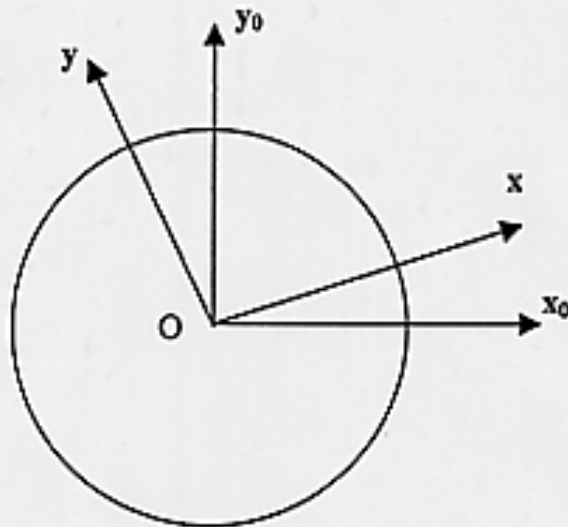
Auteur : N. Dauchez

(d'après <http://www.univ-lemans.fr/enseignements/physique/02/meca/manege.html>)

Ressource : N. Dauchez Cours de mécanique générale - Cinématique - ENSIM 1<sup>ère</sup> année.

Un enfant parcourt avec une vitesse uniforme  $v=3$  km/h un diamètre d'un manège circulaire qui tourne avec une vitesse angulaire constante  $\Omega=12$  tour/min . Donnez les expressions des vitesses et accélérations de l'enfant en fonction du temps  $t$ , dans le repère lié au manège  $R$  ( $O$  centre du manège,  $x$  et  $y$  dans le plan du manège,  $z$  axe de rotation) puis dans le repère lié au sol  $R_0$  ( $O$ ,  $x_0$  et  $y_0$  axes horizontaux,  $z$ ).

Donnez les valeurs des accélérations centrifuges et de Coriolis lorsque l'enfant est à 2 m du centre du manège.



$$\Gamma_{\text{Centrifuge}} = 3.1 \text{ m.s}^{-2} ; \Gamma_{\text{Coriolis}} = 2 \text{ m.s}^{-2}$$

FIGURE 1.2 – Brevet 19

## 1.27 brevet 022 : Lagrange : forces généralisées.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "mécanique générale : équations de Lagrange" ; attribution : autoattribution .

Soit une barre de section circulaire, de rayon  $r$ , de longueur  $l$ , de masse totale  $m$  parallèle à l'axe  $\vec{x}$ . A ces deux extrémités A et B, elle est liée à un repère galiléen  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  par des ressorts de raideur  $k$  agissants dans la direction  $\vec{y}$ . Soit  $G$  le centre de gravité de la barre, et C un point de la barre tel que  $\vec{AC} = a\vec{x}$  auquel est appliqué une force extérieure  $F\sin(\omega t)\vec{y}$ . Les points A et B ne peuvent se déplacer que dans la direction  $\vec{y}$ , leurs déplacements respectifs, par rapport à la position d'équilibre sont repérés par  $y_1$  et  $y_2$ . Le poids propre de la barre sera négligé. Calculez les efforts généralisés associés aux degrés de libertés  $y_1$  et  $y_2$  de la barre.

## 1.28 brevet 023 : Lagrange : écriture des équations.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "mécanique générale : équations de Lagrange" ; attribution : autoattribution .

Soit une barre de section circulaire, de rayon  $r$ , de longueur  $l$ , de masse totale  $m$  parallèle à l'axe  $\vec{x}$ . A ces deux extrémités A et B, elle est liée à un repère galiléen  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  par des ressorts de raideur  $k$  agissants dans la direction  $\vec{y}$ . Soit  $G$  le centre de gravité de la barre, et C un point de la barre tel que  $\vec{AC} = a\vec{x}$  auquel est appliqué une force extérieure  $F\sin(\omega t)\vec{y}$ . Les points A et B ne peuvent se déplacer que dans la direction  $\vec{y}$ , leurs déplacements respectifs, par rapport à la position d'équilibre sont repérés par  $y_1$  et  $y_2$ . Le poids propre de la barre sera négligé. Ecrire les deux équations de Lagrange associés aux degrés de libertés  $y_1$  et  $y_2$  de la barre.

## 1.29 brevet 024 : sollicitations d'une poutre.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; attribution : autoattribution .

Soit une barre de section circulaire, de rayon  $r$ , de longueur  $l$  entre les points A et B tels que  $\vec{AB} = l\vec{j}$ , de masse totale  $m$ . A son extrémité A elle est liée par un encastrement à un repère galiléen  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . En B sont appliqués une force extérieure  $-F\vec{j}$  et un couple  $C\vec{k}$ . En un point H courant de la fibre moyenne telle que  $\vec{AH} = s\vec{j}$ , si on oriente la poutre de A vers B, le torseur des efforts intérieurs est donné par :

$$\{\tau_H\} = \left\{ \begin{array}{c} -F\vec{j} \\ C\vec{k} \end{array} \right\}_H \quad (1.2)$$

Quelles sont les sollicitations de cette poutre ?

## 1.30 brevet 025 : différence entre torseur de liaison et torseur des efforts intérieurs.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; attribution : autoattribution .

Soit une barre de section circulaire, de rayon  $r$ , de longueur  $l$  entre les points A et B tels que  $\vec{AB} = l\vec{j}$ , de masse totale  $m$ . A son extrémité A elle est liée par un appui simple à un repère galiléen  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , ainsi qu'en B par un appui simple de normale  $\vec{i}$ . En B sont appliqués une force extérieure  $-F\vec{j}$  et un couple  $C\vec{k}$ . Soit le point H courant de la fibre moyenne tel que  $\vec{AH} = s\vec{j}$ . On oriente la poutre de A vers B.

Soit le torseur exprimé en H :

$$\{\tau_H\} = \left\{ \begin{array}{c} -F\vec{j} \\ C\vec{k} \end{array} \right\}_H \quad (1.3)$$

Est-ce un torseur d'efforts intérieur, un torseur de chargement exprimé en  $H$  ou un torseur d'inter-effort à une liaison exprimé en  $H$  ?

### **1.31 brevet 026 : savoir évaluer une incertitude sur une valeur moyenne de mesures obtenues par répétabilité**

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; attribution : autoattribution .

Faire la première partie du sujet *td2.sxc* disponible sur <http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95>

### **1.32 brevet 026 bis : savoir évaluer une incertitude sur une valeur moyenne de mesures obtenues par répétabilité**

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; attribution : autoattribution .

Faire la première partie du sujet *td2bis.sxc* disponible sur <http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95>

### **1.33 brevet 027 : savoir choisir le nombre de mesures pour obtenir une incertitude de $x$ sur une valeur moyenne de mesure obtenue par répétabilité**

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; attribution : autoattribution .

Faire la seconde partie du sujet *td2.ods* disponible sur <http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95>

### **1.34 brevet 027 bis : savoir choisir le nombre de mesures pour obtenir une incertitude de $x$ sur une valeur moyenne de mesure obtenue par répétabilité**

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; attribution : autoattribution .

Faire la seconde partie du sujet *td2bis.ods* disponible sur <http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95>

### **1.35 brevet 028 : évaluation statistique de l'incertitude sur une droite passant au mieux de points expérimentaux d'incertitude inconnue, la linéarité doit être valable quelque soit le nombre de points pris en compte**

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] .

A partir d'un jeu de points expérimentaux dont les rectangles d'incertitudes ne sont pas connus, tracez, mesurez et affichez la précision sur la pente d'un modèle linéaire passant par l'ensemble des points, quelque soit le nombre de ces points pris en compte.

Faire le sujet *td6.sxc* disponible dans [distribdocetu / incertitudes / td.](#)

### 1.36 brevet 029 : évaluation statistique de la fin de dépendance linéaire entre deux variables $y = px + c$

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] .

A partir d'un jeu de points expérimentaux dont les rectangles d'incertitudes ne sont pas connus, détectez la fin de linéarité, et donnez le nombre de points tels que l'hypothèse de linéarité est valide depuis le premier point.

Faire le sujet *td7.ods* disponible sur <http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95>

### 1.37 brevet 029 bis : évaluation statistique de la fin de dépendance linéaire entre deux variables $y = px + c$

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] .

A partir d'un jeu de points expérimentaux dont les rectangles d'incertitudes ne sont pas connus, détectez la fin de linéarité, et donnez le nombre de points tels que l'hypothèse de linéarité est valide depuis le premier point.

Faire le sujet *td7bis.ods* disponible sur <http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95>

### 1.38 brevet 029 ter : évaluation statistique de la fin de dépendance linéaire entre deux variables $y = px + c$

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] .

Une image de référence à chaque pixel codé entre 0 et 255 pour chaque couleur. En niveau de gris, la moyenne des trois couleurs est faite. La répartition des niveaux de gris dans l'image implique une valeur moyenne, une valeur médiane et un écart type *eca*. Pour accéder à ces valeurs avec *Gimp* : ouvrir une image, couleur, information, histogramme. Lors de la transmission de cette image, du bruit peu être rajouté. Vous le simulerez sur gimp par : filtre, bruit, brouillage RVB, RVB indépendants, taux de bruit compris entre 0 et 1 (valeur *tb* à choisir identique sur chaque canal.

Pour l'image *tesse.jpg* disponible sur <http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95> , pour des valeurs de *tb* comprises entre 0 et 1, mesurez les évolutions associées de la médiane, et de l'écart type. Peux-ton affirmer que un modèle affine n'est pas acceptable pour la relation entre *tb* et *eca*? Quelle est la valeur de la pente avec son incertitude élargie à un taux de confiance de 95%?

### 1.39 brevet 030 : savoir évaluer une incertitude sur une valeur moyenne de mesures obtenues par répétabilité avec un taux de confiance de 90%

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; attribution : autoattribution .

Soit les mesures d'une grandeur *a* faites successivement : 1.23, 1.45, 1.43, 1.27, 1.34, 1.18.

Quelle est l'incertitude sur la valeur moyenne  $\Delta\bar{a}$  avec un taux de confiance de 90%?

## 1.40 brevet 031 : torseur de déplacement d'un solide, formule de changement de point d'un torseur

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6], Autoattribution .

Soient trois points A,B,C dans l'espace affine de base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , tels que  $\vec{AB} = 12\vec{i}$  m et  $\vec{BC} = 3\vec{j} - 6\vec{k}$  m. Soit un solide indéformable reliant les points A,B et C. Si le point A subit une translation  $4\vec{j} - 4\vec{k}$  m/s et une rotation  $2\vec{i}$  s<sup>-1</sup>, quel est le torseur de déplacement de ce solide exprimée au point C ?

## 1.41 brevet 032 : Utilisation des formules de Bresse en compression charge linéique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite AB, de module d'Young  $E = 2.1e11$ , de coefficient de poisson  $\nu = 0.28$ , de masse volumique  $\rho = 7800$  kg m<sup>-3</sup>, d'aire de section droite circulaire de rayon  $R = 0.05$  m = 2 dans le champs de pesanteur  $\vec{g} = -9.81\vec{j}$ , dont le vecteur  $\vec{AB} = l\vec{j} = 10\vec{j}$ , encastree en A et portant à son extrémité B une masse ponctuelle  $M = 200$  kg. Sous l'effet de la pesanteur, le torseur des efforts intérieur en un point H tel que  $\vec{AH} = x\vec{j}$  est composé d'un effort normal  $N = -g(M + \rho\pi R^2(l - x))$ .

Quel est le déplacement du la masse concentrée.

## 1.42 brevet 033 : formule de changement de point.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit, dans la base orthonomée directe  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , les points O,A,B tels que  $\vec{OA} = 3\vec{i} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{OB} = 5\vec{i} - 2\vec{j}$ . Soit le torseur,

$$\{\tau\} = \left\{ \begin{array}{c} 4\vec{k} - 5\vec{j} \\ 2\vec{i} \end{array} \right\}_A . \quad (1.4)$$

Quelle est l'expression de ce torseur lorsqu'il est exprimé en B ?

## 1.43 brevet 034 : énergie potentielle de pesanteur.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours vibration 1 de JC Pascal ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m = 2$  kg dans un champs de pesanteur  $\vec{g} = 9.81\vec{z}$  ms<sup>-2</sup> avec  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  un repère galiléen orthonormé. Ce solide est déplacé de la position A à la position B tels que  $\vec{OA} = 1\vec{x} + 3\vec{y} + 1\vec{z}$  en m et  $\vec{OB} = 3\vec{x} + 5\vec{y} - 2\vec{z}$  en m.

Quelle est la variation d'énergie potentielle  $V$  de ce solide entre les deux points A et B.

## 1.44 brevet 035 : énergie potentielle d'un ressort.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours vibration 1 de JC Pascal ; autoattribution .

Soit un ressort de rigidité  $k = 2$  Nm<sup>-1</sup> Dont les extrémités A et B ont comme coordonnées dans un repère galiléen orthonormé  $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  :  $\vec{OA} = 1\vec{x} + 3\vec{y} + 1\vec{z}$  en m et  $\vec{OB} = 3\vec{x} + 5\vec{y} - 2\vec{z}$

en m. Les extrémités de ce ressort sont déplacées aux positions A' et B' de coordonnées telles que  $\vec{OA}' = 1\vec{x} + 3\vec{y} + 2\vec{z}$  en m et  $\vec{OB}' = 1\vec{x} + 5\vec{y} - 2\vec{z}$  en m.

Quelle est la variation d'énergie potentielle  $V$  entre les deux positions du ressort.

### 1.45 brevet 036 : Raideur équivalente de deux ressorts en série.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours vibration 1 de JC Pascal ; autoattribution .

Soit une masse  $m$  assujétie à se déplacer suivant l'axe  $\vec{x}$  et reliée au repère galiléen par 2 ressorts en série de rigidité  $k_1 = 2 \text{ Nm}^{-1}$  et  $k_2 = 1 \text{ Nm}^{-1}$ .

Quelle est la rigidité  $k_3$  du ressort équivalent ?

### 1.46 brevet 037 : Torseur transmissible par la liaison bidimensionnelle appuis sur rouleaux

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours techno-mécanique ; autoattribution .

Soit pour un problème dans le plan  $(A, \vec{x}, \vec{y})$ , une liaison appuis sur rouleau en un point B de normale  $\vec{y}$ .

Démontrez, si la liaison est parfaite, que le torseur des efforts transmissibles est :

### 1.47 brevet 038 : Torseur transmissible par la liaison tridimensionnelle hélicoïdale

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours techno-mécanique ; autoattribution .

Soit pour un problème dans l'espace  $(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , une liaison hélicoïdale d'axe  $B\vec{y}$  de pas  $p$ .

Démontrez, si la liaison est parfaite, que le torseur des efforts transmissibles est :

### 1.48 brevet 039 : Chargement réparti (version 1)

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours techno-mécanique ; autoattribution .

Soit une poutre droite AB de longueur  $l = 2 \text{ m}$  d'axe  $\vec{i}$ , soumise tout son long à une répartition de couples par unité de longueur  $\check{c} = 0.1\vec{j}$  en Nm/m.

Donnez l'expression de son torseur équivalent au point B.

### 1.49 brevet 040 : Moment polaire d'une section droite

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours techno-mécanique ; autoattribution .

Soit une section droite de section carré de coté  $a = 10 \text{ mm}$ , évidée en son centre par une section circulaire de diamètre  $d = 5 \text{ mm}$ .

Quelle est la valeur de son moment polaire  $I_0$  par rapport à son axe  $H\vec{x}$ , avec  $H$  son barycentre et  $\vec{x}$  le vecteur normal à cette surface.

## 1.50 brevet 041 : Raideur d'un plot en compression, ajusté dans un contenant cylindrique parfaitement lubrifié

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit un cylindre de direction  $\vec{j}$ , de section droite circulaire de diamètre  $d = 10$  mm, en aluminium AU4G, de longueur  $l = 50$  mm, ajusté dans un contenant cylindrique indéformable parfaitement lubrifié. Ce plot est soumis à une force  $\vec{F} = -200\vec{j}$  sur sa surface supérieure. Sa surface inférieure est bloquée en translation par une surface de normale  $\vec{j}$ . Sous cette charge, la surface supérieure se déplace d'une valeur  $\vec{u} = -u\vec{j}$ .

Quelle est la rigidité  $k = F/u$  de ce plot ?

## 1.51 brevet 042 : Raideur d'un plot en compression posé sur un plan parfaitement lubrifié

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit un cylindre de direction  $\vec{j}$ , de section droite circulaire de diamètre  $d = 10$  mm, en aluminium AU4G, de longueur  $l = 50$  mm. Ce plot est soumis à une force  $\vec{F} = -200\vec{j}$  sur sa surface supérieure. Sa surface inférieure est bloquée en translation dans la direction  $\vec{j}$  par une surface parfaitement lubrifiée. Sous cette charge, la surface supérieure se déplace d'une valeur  $\vec{u} = -u\vec{j}$ .

Quelle est la rigidité  $k = F/u$  de ce plot ?

## 1.52 brevet 043 : Détermination d'une incertitude de type A, avec un taux de confiance de 95%

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit la mesure d'une même grandeur  $a$  faite par répétabilité. Les valeurs mesurées successivement sont : 1.22, 1.24, 1.22, 1.25, 1.25, 1.23, 1.30, 1.23

Quelle est la valeur moyenne  $\bar{a}$  et son incertitude au taux de confiance de 95% ? Vous pouvez utiliser le tableur *incvalmoy.ods* ou *incvalmoy.sci*

## 1.53 brevet 043 bis : Détermination d'une incertitude de type A, avec un taux de confiance de 95%

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit la mesure d'une même grandeur  $a$  faite par répétabilité. Les valeurs mesurées successivement sont : 3.23, 3.43, 3.24, 3.12

Quelle est la valeur moyenne  $\bar{a}$  et son incertitude au taux de confiance de 95% ? Vous pouvez utiliser le tableur *incvalmoy.ods* ou *incvalmoy.sci*

### 1.54 brevet 044 : Détermination d'une incertitude de type B d'une mesure faite avec un pied à coulisse.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit la mesure de la dimension d'une pièce avec un pied à coulisse mécanique sans affichage digital, dont les graduations sont faites tous les 0.02 mm. La mesure donne  $a = 12.34$  mm.

Quelle est l'incertitude élargie sur cette mesure ?

### 1.55 brevet 044 bis : Détermination d'une incertitude de type B d'une mesure faite avec un réglet.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit la mesure de la dimension d'une pièce avec un réglet, dont les graduations sont faites tous les 1 mm. La mesure donne  $a = 143$  mm.

Quelle est l'incertitude élargie sur cette mesure ?

### 1.56 brevet 045 : Détermination d'une incertitude de type B d'une valeur donnée dans la littérature.

auteur : JM Génevaux et A Houdouin ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit deux grandeurs  $a$ ,  $b$  et  $c$  qui sont données dans la littérature  $a = 12.3$ ,  $b = 13400$  et  $c = 28.0$  sans indications complémentaires

Quelle sont les incertitudes élargies que l'on peut considérer sur ces grandeurs en faisant l'hypothèse que le rédacteur de l'ouvrage est cohérent ?

### 1.57 brevet 045 bis : Détermination d'une incertitude de type B d'une valeur donnée dans la littérature.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit deux grandeurs  $a$ ,  $b$  et  $c$  qui sont données dans la littérature  $a = 0.3256$ ,  $b = 1200$  et  $c = 14.0$  sans indications complémentaires

Quelle sont les incertitudes élargies que l'on peut considérer sur ces grandeurs en faisant l'hypothèse que le rédacteur de l'ouvrage est cohérent ?

### 1.58 brevet 046 : Incertitude sur une grandeur composée

auteur : JM Génevaux T Jupin ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une grandeur  $y$  composée de grandeurs  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  par la relation  $y = (ab)/(c+2d)$ . La valeur  $a = 12.34$  mm est mesurée au pied à coulisse dont les graduations sont distantes de 0.02 mm. La valeur  $b$  est mesurée par une répétabilité de 12 mesures (1.123, 1.124, 1.119, 1.130, 1.124, 1.128, 1.121, 1.120, 1.123, 1.117, 1.127, 1.125), la valeur  $c$  est donnée dans la littérature  $c = 12,3$  V et



la valeur  $d$  est de moyenne  $\bar{d} = 1.25$  avec une variance de  $\sigma_d = 0.12$  et une loi de répartition de Student à 12 degrés de liberté autour de cette moyenne.

Quelle est la valeur moyenne et l'incertitude élargie sur  $y$  à un taux de confiance de 95% ?

## 1.59 brevet 046 bis : Incertitude sur une grandeur composée

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une grandeur  $y$  composée de grandeurs  $a, b, c, d$  par la relation  $y = \frac{\sqrt{ab}}{c+d^2}$ . La valeur  $a = 12$  mm est mesurée au reglet dont les graduations sont distantes de 1 mm. La valeur  $b$  est mesurée par une répétabilité de 7 mesures (1.34, 1.35, 1.33, 1.29, 1.35, 1.36, 1.32), la valeur  $c$  est donnée dans la littérature  $c = 3.0$  et la valeur  $d$  est de moyenne  $\bar{d} = 4$  avec une variance de  $\sigma_d = 0.23$  et une loi de répartition de Student à 7 degrés de liberté autour de cette moyenne.

Quelle est la valeur moyenne et l'incertitude élargie sur  $y$  à un taux de confiance de 95% ?

## 1.60 brevet 047 : Incertitude sur une grandeur composée à partir des sommation d'erreurs relatives

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une grandeur  $y$  composée de grandeurs  $a, b, c, d$  par la relation  $y = (ab)/(c+2d)$ . La valeur  $a = 12.34$  mm est mesurée au pied à coulisse dont les graduations sont distantes de 0.02 mm. La valeur  $b$  est mesurée par une répétabilité de 12 mesures (0.123, 0.124, 0.119, 0.130, 0.124, 0.128, 0.121, 0.120, 0.123, 0.117, 0.127, 0.125), la valeur  $c$  est donnée dans la littérature  $c = 12,3$  V et la valeur  $d$  est de moyenne  $\bar{d} = 1.25$  avec une variance de  $\sigma_d = 0.12$  et une loi de répartition de Student à 12 degrés de liberté autour de cette moyenne.

Pouvez-vous déterminer la valeur moyenne et de l'incertitude élargie sur  $y$  à un taux de confiance de 95% à l'aide de la méthode des dérivées logarithmiques (méthode de grand-papa) ?

## 1.61 brevet 047 bis : Incertitude sur une grandeur composée

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une grandeur  $y$  composée de grandeurs  $a, b, c, d$  par la relation  $y = \frac{\sqrt{ab}}{c+d^2}$ . La valeur  $a = 12$  mm est mesurée au pied à coulisse dont les graduations sont distantes de 1 mm. La valeur  $b$  est mesurée par une répétabilité de 7 mesures (1.34, 1.35, 1.33, 1.29, 1.35, 1.36, 1.32), la valeur  $c$  est donnée dans la littérature  $c = 3.0$  et la valeur  $d$  est de moyenne  $\bar{d} = 4$  avec une variance de  $\sigma_d = 0.23$  et une loi de répartition de Student à 7 degrés de liberté autour de cette moyenne.

Pouvez-vous déterminer la valeur moyenne et de l'incertitude élargie sur  $y$  à un taux de confiance de 95% à l'aide de la méthode des dérivées logarithmiques (méthode de grand-papa) ?

## 1.62 brevet 048 : Deux moyennes sont-elles significativement différentes ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une promotion de l'élèves de l'Ensim qui ont été examinés par deux jurys. Les notes des étudiants qui ont été évalués par le jury 1 sont : 12, 11, 14, 9, 15, 6, 12, 10, 11, 13. Les notes des étudiants qui ont été évalués par le jury 2 sont : 8, 15, 4, 18, 11, 10, 14, 8, 9, 7, 5, 10, 11, 13, 12, 9, 8, 9, 10, 8.

Les moyennes de ces deux groupes sont-elles significativement différentes au seuil de 95% de confiance ? Vous pouvez utiliser le programme *comvalmoy.ods*.

### **1.63 brevet 048 bis : Deux moyennes sont-elles significativement différentes ?**

**auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .**

Soit une promotion de l'élèves de l'Ensim qui ont été examinés par deux jurys. Les notes des étudiants qui ont été évalués par le jury 1 sont : 8, 9, 10, 8 et 7. Les notes des étudiants qui ont été évalués par le jury 2 sont : 6, 7, 13, 5, 8, 10 et 11.

Les moyennes de ces deux groupes sont-elles significativement différentes au seuil de 95% de confiance ? Vous pouvez utiliser le programme *comvalmoy.ods*.

### **1.64 brevet 048 ter : Deux moyennes sont-elles significativement différentes ?**

**auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .**

La consultation du site web UMTICE sur les incertitudes est mesurée pour deux populations : les invités et les étudiants. Entre Octobre 2008 et Août 2009, les consultations sont données ci-dessous :

- invité : 33, 1477, 2656, 2313, 2586, 2094, 2051, 2026, 2149, 1563, 941
- étudiant : 465, 519, 1097, 2566, 902, 1675, 178, 336, 56, 301, 6

Les moyennes de ces deux groupes sont-elles significativement différentes au seuil de 95% de confiance ? Vous pouvez utiliser le programme *comvalmoy.ods*.

### **1.65 brevet 048 quad : Deux moyennes sont-elles significativement différentes ?**

**auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .**

A l'examen de gestions des aléas de mars 2011, deux populations d'étudiants étaient présentes : les étudiants suivant la formation informatique et ceux suivant la formation vibration acoustique capteur. Les notes de ces deux populations sont données ci-dessous :

- informatique : 5.1, 7.5, 9.9, 10.0, 3.6, 0.4, 9.9, 7.1, 10.0, 5.6, 6.9, 9.6, 1.5, 1.4, 9.4, 16.1, 1.5, 2.3, 6.1, 8.1, 8.5, 5.0, 3.8, 6.0
- vibration acoustique capteur : 5.8, 13.8, 9.9, 10.0, 14.1, 17.1, 14.1, 15.5, 15.8, 5.6, 11.8, 6.6, 10.4, 12.9, 10.8, 8.6, 16.5, 15.2, 14.1, 10.1, 12.3, 10.8, 15.1, 5.1, 6.1, 14.6, 1.9, 16.0, 10.4, 4.6, 11.8, 11.8, 8.9

Les moyennes de ces deux groupes sont-elles significativement différentes au seuil de 95% de confiance ? Vous pouvez utiliser le programme *comvalmoy.ods*.

## 1.66 brevet 049 : Contrainte de cisaillement maximale dans une section droite ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de section droite rectangulaire de largeur  $b = 0.1$  m dans la direction  $\vec{z}$  et de hauteur  $h = 0.2$  m dans la direction  $\vec{y}$ . Dans une section droite l'effort tranchant est  $T_y = 1000$  N.

Quelle est la contrainte de cisaillement  $\sigma_{yx}$  maximale dans la section droite en utilisant la cinématique 3 ? Diffère-t-elle de la contrainte de cisaillement que vous obtenez avec l'hypothèse de la cinématique 2 ?

## 1.67 brevet 050 : Déplacement pour une poutre en traction

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur  $l = 1$  m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur  $b = 0.1$  m dans la direction  $\vec{z}$  et de hauteur  $h = 0.2(s + 1)$  m dans la direction  $\vec{y}$ , avec  $s$  l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que  $\vec{AH} = s\vec{i}$ . Les repères locaux  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et global  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  coïncident. Le point A est encastré, et une force à l'extrémité B implique que l'effort normal dans toute la poutre est  $N = 1000$  N. Le module de Young du matériau est  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Pa.

Quelle est le déplacement du point B ?

## 1.68 brevet 051 : Déplacement pour une poutre en flexion dû au moment fléchissant

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur  $l = 1$  m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur  $b = 0.15$  m dans la direction  $\vec{z}$  et de hauteur  $h = 0.02(s + 1)$  m dans la direction  $\vec{y}$ , avec  $s$  l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que  $\vec{AH} = s\vec{i}$ . Les repères locaux  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et global  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  coïncident. Le point A est encastré, et une force à l'extrémité B dans la direction  $\vec{j}$  implique que l'effort tranchant  $T_y = 1000$  N et un moment fléchissant  $Mf_z(s) = 1000(l - s)$  Nm. Le module de Young du matériau est  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Pa.

Quelle est le déplacement dans la direction  $\vec{j}$  du point B dû au moment fléchissant ?

## 1.69 brevet 052 : Déplacement pour une poutre en flexion dû à l'effort tranchant dans le cas de la cinématique 3

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur  $l = 1$  m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur  $b = 0.15$  m dans la direction  $\vec{z}$  et de hauteur  $h = 0.02(s + 1)$  m dans la direction  $\vec{y}$ , avec  $s$  l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que  $\vec{AH} = s\vec{i}$ . Les repères locaux  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et global  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  coïncident. Le point A est encastré, et une force à l'extrémité B dans la direction  $\vec{j}$  implique que l'effort tranchant  $T_y = 1000$  N et un moment

fléchissant  $Mf_z(s) = 1000(l - s)$  Nm. Le module de Young du matériau est  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Pa, son coefficient de Poisson est  $\nu = 0.3$ .

Quelle est le déplacement dans la direction  $\vec{j}$  du point B dû à l'effort tranchant dans le cas de la cinématique 3 ?

## 1.70 brevet 053 : Déplacement pour une poutre en flexion dû à l'effort tranchant dans le cas de la cinématique 2

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur  $l = 1$  m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur  $b = 0.15$  m dans la direction  $\vec{z}$  et de hauteur  $h = 0.02(s + 1)$  m dans la direction  $\vec{y}$ , avec  $s$  l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que  $\vec{AH} = s\vec{i}$ . Les repères locaux  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et global  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  coïncident. Le point A est encastré, et une force à l'extrémité B dans la direction  $\vec{j}$  implique que l'effort tranchant  $T_y = 1000$  N et un moment fléchissant  $Mf_z(s) = 1000(l - s)$  Nm. Le module de Young du matériau est  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Pa, son coefficient de Poisson est  $\nu = 0.3$ .

Quelle est le déplacement dans la direction  $\vec{j}$  du point B dû à l'effort tranchant dans le cas de la cinématique 2 ?

## 1.71 brevet 054 : Déformation mesurée sur une poutre en traction

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur  $l = 1$  m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur  $b = 0.015$  m dans la direction  $\vec{z}$  et de hauteur  $h = 0.02(s + 1)$  m dans la direction  $\vec{y}$ , avec  $s$  l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que  $\vec{AH} = s\vec{i}$ . Les repères locaux  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et global  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  coïncident. Le point A est encastré, et une force à l'extrémité B implique que l'effort normal dans toute la poutre est  $N = 1000$  N. Le module de Young du matériau est  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Pa, son coefficient de Poisson est  $\nu = 0.3$ .

Si une jauge de déformation est collée sur la surface libre supérieure (vers les  $\vec{j}$  positif) dans la section droite du point H d'abscisse  $s = 0.2$  m, quelle est la déformation mesurée si la jauge est collée dans la direction  $\vec{i}$ ? Même question si elle est collée dans la direction  $\vec{k}$  ?

## 1.72 brevet 055 : Déformations mesurées sur une poutre en flexion

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur  $l = 1$  m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur  $b = 0.15$  m dans la direction  $\vec{z}$  et de hauteur  $h = 0.02(s + 1)$  m dans la direction  $\vec{y}$ , avec  $s$  l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que  $\vec{AH} = s\vec{i}$ . Les repères locaux  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et global  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  coïncident. Le point A est encastré, et une force à l'extrémité B dans la direction  $\vec{j}$  implique que l'effort tranchant  $T_y = 1000$  N et un moment fléchissant  $Mf_z(s) = 1000(l - s)$  Nm. Le module de Young du matériau est  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Pa, son coefficient de Poisson est  $\nu = 0.3$ .

Si une jauge de déformation est collée sur la surface libre supérieure (vers les  $\vec{j}$  positif) dans la section droite du point H d'abscisse  $s = 0.2$  m, quelle est la déformation mesurée si la jauge est collée dans la direction  $\vec{i}$ ?

### 1.73 brevet 056 : Le principe de superposition est-il applicable ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur  $l = 1$  m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur  $b = 0.015$  m dans la direction  $\vec{z}$  et de hauteur  $h = 0.02$  m dans la direction  $\vec{y}$ , avec  $s$  l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que  $\vec{AH} = s\vec{i}$ . Les repères locaux  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et global  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  coïncident. Le point A est encastré. Un premier chargement est constitué d'une force à l'extrémité B  $\vec{F}_1 = 100\vec{j}$ . Un second chargement est constitué d'une force à l'extrémité B  $\vec{F}_2 = -1000\vec{j}$ . Le module de Young du matériau est  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Pa.

En calculant le déplacement en bout de poutre, dites si les hypothèses du principe de superposition sont vérifiées dans ce cas ?

### 1.74 brevet 057 : Energie de déformation

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur  $l = 1$  m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur  $b = 0.15$  m dans la direction  $\vec{z}$  et de hauteur  $h = 0.02$  m dans la direction  $\vec{y}$ , avec  $s$  l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que  $\vec{AH} = s\vec{i}$ . Les repères locaux  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et global  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  coïncident. Le point A est encastré. Un chargement est constitué d'une force à l'extrémité B  $\vec{F}_2 = 100\vec{j}$  N. Le module de Young du matériau est  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Pa.

Quelle est l'énergie de déformation  $W_{int}$  contenue dans la poutre ?

### 1.75 brevet 058 : Réciprocité

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur  $l = 1$  m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur  $b = 0.015$  m dans la direction  $\vec{z}$  et de hauteur  $h = 0.02$  m dans la direction  $\vec{y}$ , avec  $s$  l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que  $\vec{AH} = s\vec{i}$ . Les repères locaux  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et global  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  coïncident. Le point A est encastré. Un chargement 1 est constitué d'une force à l'extrémité B  $\vec{F}_1 = 100\vec{j}$  N. Le module de Young du matériau est  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Pa. Sous cette charge, le déplacement en milieu de poutre (point C) est  $u_C = 0.0139$  m. Le chargement 1 est enlevé. Une seconde charge  $\vec{F}_2 = 50\vec{j}$  N est appliquée au point C.

Quelle est le déplacement au point B sous cette seconde charge ?

### 1.76 brevet 059 : Castigliano

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur  $l = 1$  m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur  $b = 0.015$  m dans la direction  $\vec{z}$  et de hauteur  $h = 0.02$

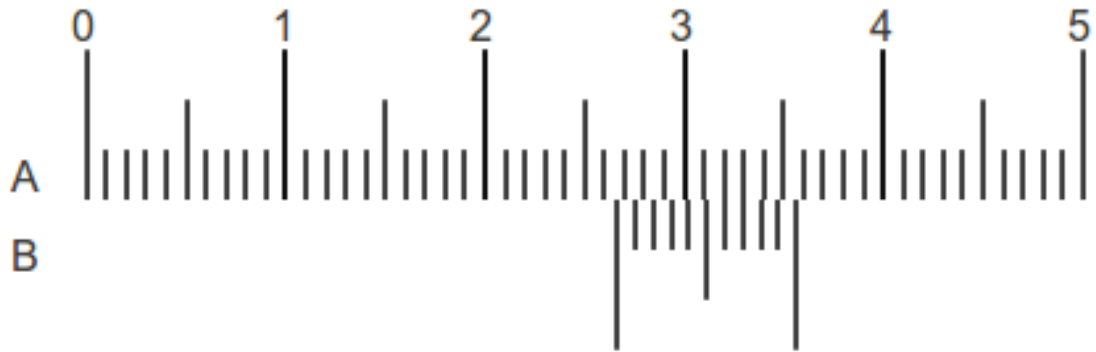


FIGURE 1.3 – Curseurs d’un pied à coulisse

m dans la direction  $\vec{y}$ , avec  $s$  l’abscisse d’un point courant de la poutre tel que  $A\vec{H} = s\vec{i}$ . Les repères locaux  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et global  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  coïncident. Le point A est encastré. Un chargement est constitué d’une force à l’extrémité B  $\vec{F}_2 = 100\vec{j}$  N. Le module de Young du matériau est  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Pa.

Quel est le déplacement du point B dans la direction de la force qui lui est appliqué ?

### 1.77 brevet 060 : détermination de la valeur moyenne d’un exposant d’une relation non linéaire

auteur : JM Géneaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit des grandeurs  $a$  et  $b$  dont on cherche à déterminer l’exposant de la fonction théorique qui passe au mieux des mesures expérimentales  $(a_i, b_i)$  :  $(0.25, 0.69)$ ,  $(0.32, 0.73)$ ,  $(0.41, 0.78)$ ,  $(0.52, 0.83)$ ,  $(0.67, 0.89)$ ,  $(0.86, 0.96)$ ,  $(1.10, 1.03)$ ,  $(1.41, 1.10)$ .

Si la loi théorique testée est  $b = a^c$ , quelle est la valeur moyenne de  $c$  ?

### 1.78 brevet 060 bis : détermination de la valeur moyenne d’un exposant d’une relation non linéaire

auteur : JM Géneaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit des grandeurs  $a$  et  $b$  dont on cherche à déterminer l’exposant de la fonction théorique qui passe au mieux des mesures expérimentales  $(a_i, b_i)$  :  $(0.25, 0.39)$ ,  $(0.32, 0.46)$ ,  $(0.41, 0.53)$ ,  $(0.52, 0.61)$ ,  $(0.67, 0.70)$ ,  $(0.86, 0.80)$ ,  $(1.10, 0.92)$ ,  $(1.41, 1.04)$ .

Si la loi théorique testée est  $b = c + a^d$ , quelle est la valeur moyenne de  $d$  ? (Vous pouvez optimiser  $c$  afin de minimiser la dispersion des points autours de la droite des moindres carrés).

### 1.79 brevet 061 : Mesure avec un pied à coulisse

auteur : JM Géneaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit une mesure de longueur à l’aide d’un pied à coulisse, telle que montrée sur la figure 1.3.

Quelle est la longueur mesurée ?

## 1.80 brevet 061 bis : Mesures avec un pied à coulisse

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; attribution par un détenteur du brevet 061 bis .

Trois fois de suite, un détenteur du brevet 061 bis positionne un pied à coulisse. Il vous le tend. Vous lisez la distance et l'énoncez à haute voix.

## 1.81 brevet 062 : Choix de l'échantillonnage de points de mesures

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit un système qui implique une relation entre une grandeur  $a$  et une grandeur  $b$ . La valeur admissible par le système sont  $a_{mini} = 0$  et  $a_{maxi} = 12$ . Pour simuler le comportement du système (que vous n'avez pas entre les mains pour faire ce brevet), supposons que la relation entre  $b$  et  $a$  que vous cherchez à mesurer expérimentalement est :  $b = 2 + 3a^3 - \sqrt{1/(a+1)}$ .

Dans quel ordre ordonnez-vous les réglages de  $a$  ?

## 1.82 brevet 062bis : Choix de l'échantillonnage de points de mesures

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit un système qui implique une relation entre une grandeur  $a$  et une grandeur  $b$ . La valeur admissible par le système sont  $a_{mini} = 0$  et  $a_{maxi} = 12$ . Pour simuler le comportement du système (que vous n'avez pas entre les mains pour faire ce brevet), supposons que la relation entre  $b$  et  $a$  que vous cherchez à mesurer expérimentalement est :  $b = 2 + 0,3a^3 - a^2 + \frac{1}{a-6,01}$ .

Dans quel ordre ordonnez-vous les réglages de  $a$  ?

## 1.83 brevet 063 : Présentation dans un tableau de points de mesures, et de grandeurs calculées

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit un système qui implique une relation entre une grandeur  $a$  et une grandeur  $b$  et vous souhaitez présenter la grandeur  $c = a/b$ . Les données sont données par des couples  $(a_i, b_i)$  : (0.45,1234.6) et (0.98,2454.9) lorsque les couples sont exprimés en (m,A).

Faire le tableau présentant ces résultats de  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

## 1.84 brevet 064 : Présentation dans un graphe de points de mesures

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit un système qui implique une relation entre une grandeur  $a$  et une grandeur  $b$ . Les données sont données par des couples  $(a_i, b_i)$  : (0.45,1234.6), (0.98,2454.9) et (1.3,3234.7) lorsque les couples

sont exprimés en (m,A).

Faire le graphe présentant ces résultats de  $b$  en fonction de  $a$ .

### 1.85 brevet 064bis : Présentation dans un graphe de points de mesures

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit un système qui implique une relation entre une grandeur  $a$  et une grandeur  $b$ . Les données sont données par des couples  $(a_i, b_i)$  : (1,4.00), (2,4.04), (4,4.43), (8,5.07), (16,5.90), (32,6.92) et (64,8.16) lorsque les couples sont exprimés en (m,A).

Faire le graphe présentant ces résultats de  $b$  en fonction de  $a$ .

### 1.86 brevet 065 : Coefficients de la droite des moindres carrés associée à des mesures expérimentales (1ière version)

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit un système qui implique une relation entre une grandeur  $a$  et une grandeur  $b$ . Les données sont données par des couples  $(a_i, b_i)$  : (0.45,1234.6), (0.98,2454.9) et (1.3,3234.7) lorsque les couples sont exprimés en (m,A).

Quels sont les valeurs  $p$  et  $c$  de la droite des moindres carrés du modèle  $b = pa + c$  ?

### 1.87 brevet 066 : Coefficients de la droite des moindres carrés associée à des mesures expérimentales (2nd version)

auteur : JM Génevaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit un système qui implique une relation entre une grandeur  $a$  et une grandeur  $b$ . Les données sont données par des couples  $(a_i, b_i)$  : (-3,26), (-2,11), (-1,2), (2,13), (4,47) et (5,74) lorsque les couples sont exprimés en (m,A).

Quels sont les valeurs  $p$  et  $c$  de la droite des moindres carrés du modèle  $b = pa + c$  ?

### 1.88 Brevet 067 : déformée d'une poutre articulée est liée à un ressort, formules de Bresse

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7] ; auto-attribution .

Soit le problème plan d'une poutre de section  $S$  de moment quadratique  $I_{Gz}$ , de module d'Young  $E$ , de masse volumique  $\rho$ , formée de deux tronçons droits AB et BC, telles que  $A(0, 0)$ ,  $B(0, b)$ ,  $C(b, b)$  dans le repère  $(A, \vec{X}, \vec{Y})$  (voir figure 1.4). Le point A est en liaison appui simple avec le référentiel, et le point B est lié avec le référentiel par un ressort rigidité  $k$  agissant dans la direction  $\vec{X}$ .



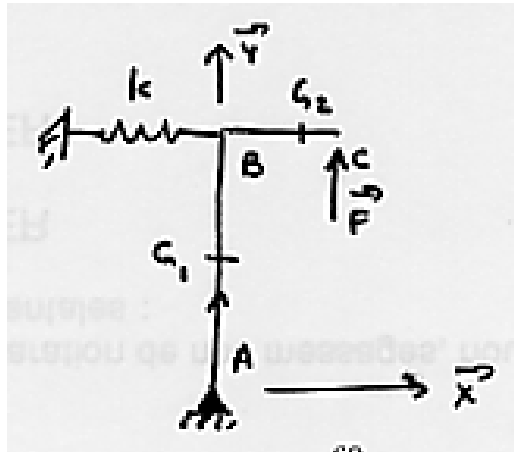


FIGURE 1.4 – Une poutre en pivot, avec un ressort.

Calculez la déformée du système sous une charge ponctuelle  $F\vec{Y}$  en C. On pourra adimensionnaliser la solution en posant l'abscisse curviligne du point G1 adimensionnelle  $sg1a = sg1/b$  ( $sg1$  distance entre G1 et A, la rigidité adimensionnelle du ressort  $ka = k/(F/b)$ , la rigidité adimensionnelle en flexion de la fibre moyenne  $eia = E * I_{gz}/(Fb^2)$ , la rigidité adimensionnelle en traction de la fibre moyenne  $esa = E * S/F$ , le déplacement adimensionnel du point G1 dans la direction  $\vec{X}$  sera noté  $ug1xa$ . Faites les calculs pour les valeurs  $ka = 10$ ,  $eia = 10$ ,  $esa = 10$ .

## 1.89 Brevet 068 : chaîne de cote

auteur : JM Géneaux ; ressource : [6] ; auto-attribution .

Lors du dressage de la face, telle que représentée figure 1.5, la distance  $d_1$  entre la surface dressée et la surface de référence dépend des qualités des appuis et de certaines distances de la machine.

Tracez la chaîne de cote associée à cette distance  $d_1$ .

## 1.90 Brevet 069 : Equations associées à une chaîne de cote

auteur : JM Géneaux ; ressource : [6] ; auto-attribution .

Lors du dressage de la face, la distance  $d_1$  entre la surface dressée et la surface de référence dépend des cotes et des qualités de contacts telles que représentés figure 1.16.

Donnez l'équation liant  $d_1$  aux autres cotes. Donnez l'expression des valeurs maxi et mini ( $d_{1M}$  et  $d_{1m}$ ).

## 1.91 Brevet 070 : Incertitudes sur une cote de fabrication

auteur : JM Géneaux ; ressource : [6] ; auto-attribution .

Lors du dressage de la face, la distance  $d_1$  entre la surface dressée et la surface de référence dépend des cotes et des qualités de contacts telles que représentés figure 1.16. La chaîne de cote associée fournit l'équation  $d_1 = d_2 + d_{12} + d_3 + d_4 + d_5 + d_6 - d_7 - d_8 - d_9 - d_{10} - d_{11}$ .

### Dispersions en tournage (dressage de face)

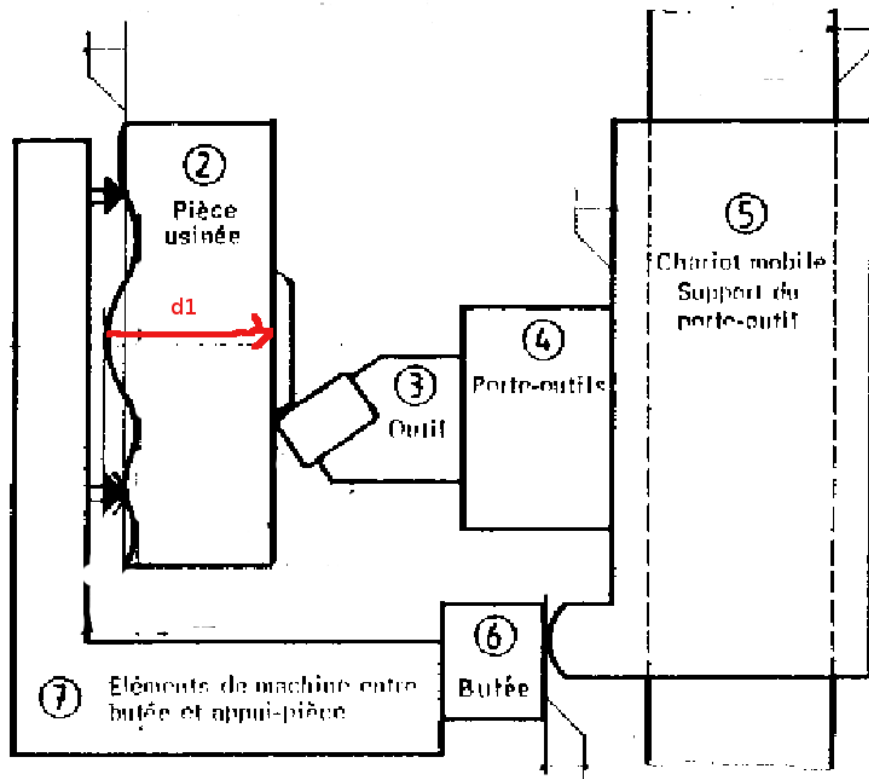


FIGURE 1.5 – Dressage d'une face au tour.

Dispersions dues à l'usure de l'outil			
Valeurs variables suivant notamment la nature de l'outil, la nature de la pièce, les conditions de coupe, le temps de coupe.			
Dispersions dues aux prises de pièces (mm)			
surface d'appui de la pièce	brute	moulée au sable	0,4
		moulée en coquille	0,2
		sciée	0,1 à 0,4
	usinée	0,02 à 0,1	
Dispersions dues aux butées de course (mm)			
type de butée		ébauche	finition
fixe		0,04 à 0,08	0,02 à 0,04
débrayage mécanique		0,1 à 0,2	0,05 à 0,1
débrayage électrique		0,05 à 0,1	0,03 à 0,05
Dispersions dues aux porte-pièces (mm)			
Mandrin 3 mors durs	dispersion de coaxialité	0,1 à 0,2	
Mandrin 3 mors doux		0,02 à 0,04	
centreur cylindrique		fonction du jeu	
centreur quelconque		0,02 à 0,04	
rondelles Ringspann		0,01 à 0,02	
expansibles		0,01 à 0,02	
Valeurs courantes données à titre de première estimation			

FIGURE 1.6 – Les dispersions dépendent du type de surface et du type de contact.

A partir du tableau présenté figure 1.6, donnez la valeur de l'incertitude en dessous de laquelle la cote  $d_1$  ne peut pas être réalisée sur cette machine. On fera cette estimation dans le cas d'une petite série.

## **1.92 Brevet 071 : Gamme d'usinage**

**auteur : S Deslandes ; ressource : [6] ; auto-attribution .**

Le bureau d'étude transmet au bureau des méthodes le dessin de définition d'une pièce (fig. 1.7).

Dessiner la gamme de fabrication si l'ordre d'obtention des surfaces est 4 puis 1 puis 2 puis 3.

## **1.93 Brevet 071 bis : Gamme d'usinage**

**auteur : S Deslandes ; ressource : [6] ; auto-attribution .**

Le bureau d'étude transmet au bureau des méthodes le dessin de définition d'une pièce (fig. 1.7).

Dessiner la gamme de fabrication si l'ordre d'obtention des surfaces est 1 puis 4 puis 3 puis 2.

## **1.94 Brevet 072 : Répartition des intervalles de tolérance sur des cotes de fabrication**

**auteur : S Deslandes ; ressource : [6] ; auto-attribution .**

Le bureau d'étude a transmis au bureau des méthodes le dessin de définition d'une pièce (fig. 1.7). Ceci a donné lieu à une gamme de fabrication avec un ordre d'obtention des surfaces qui est 4 puis 1 puis 2 puis 3 (fig. 1.15).

Répartir les intervalles de tolérance sur les différentes cotes de fabrication.

## **1.95 Brevet 072 bis : Répartition des intervalles de tolérance sur des cotes de fabrication**

**auteur : S Deslandes ; ressource : [6] ; auto-attribution .**

Le bureau d'étude a transmis au bureau des méthodes le dessin de définition d'une pièce (fig. 1.7). Ceci a donné lieu à une gamme de fabrication avec un ordre d'obtention des surfaces qui est 1 puis 4 puis 3 puis 2 (fig. 1.22).

Répartir les intervalles de tolérance sur les différentes cotes de fabrication.

## **1.96 Brevet 073 : Choix d'une procédure de fabrication**

**auteur : S Deslandes ; ressource : [6] ; auto-attribution .**

Le bureau d'étude a transmis au bureau des méthodes le dessin de définition d'une pièce (fig. 1.7). Ceci a donné lieu à deux gammes de fabrication avec un ordre d'obtention des surfaces

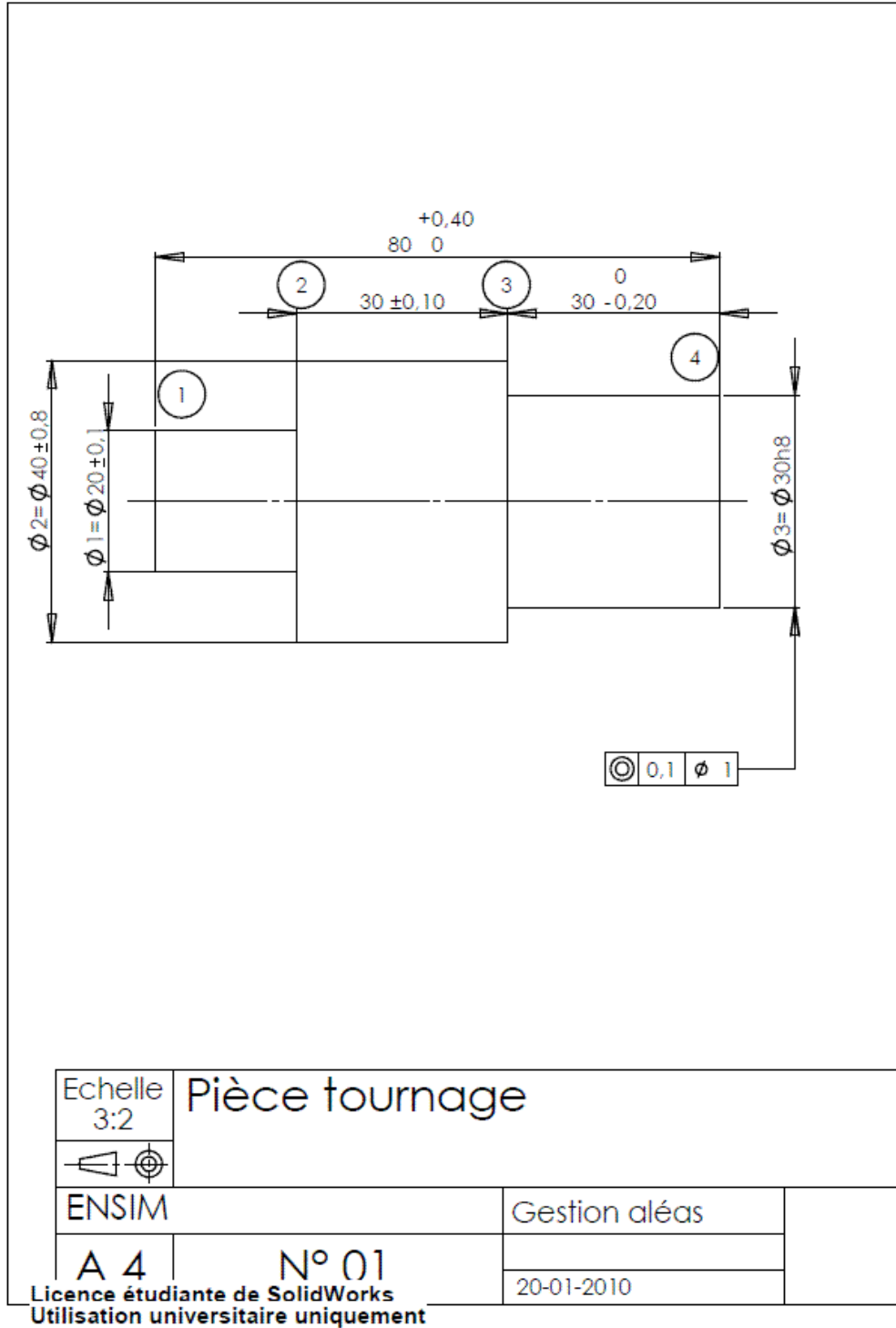


FIGURE 1.7 – Dessin de définition d'une pièce à fabriquer.

différents (fig. 1.15 et donc des intervalles de tolérances différents sur les cotes de fabrications (fig. 1.18 pour la gamme 1 et 1.22 pour la gamme 2).

Quelle est la gamme de fabrication a choisir.

## 1.97 brevet 074 : Le principe de superposition est-il applicable ? (version 2)

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur  $l = 1$  m, dont la fibre moyenne relie un point A et un point B, de section droite rectangulaire de largeur  $b = 0.015$  m dans la direction  $\vec{z}$  et de hauteur  $h = 0.02$  m dans la direction  $\vec{y}$ , avec  $s$  l'abscisse d'un point courant de la poutre tel que  $\vec{AH} = s\vec{i}$ . Les repères locaux  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  et global  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  coïncident. Le point A est encastré. Un premier chargement est constitué d'une force à l'extrémité B  $\vec{F}_1 = 1000\vec{i}$ . Un second chargement est constitué d'une force à l'extrémité B  $\vec{F}_2 = -100\vec{j}$ . Le module de Young du matériau est  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Pa.

En calculant le moment en A dans la configuration de référence et dans la configuration déformée, dites si les hypothèses du principe de superposition sont vérifiées dans ce cas ?

## 1.98 brevet 075 : Démarche générale de résolution d'un problème de déplacement en théorie des poutres

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit un crochet fixé au plafond, représenté par une poutre en acier de diamètre  $d$ , composé d'un segment droit reliant les points A et B, puis d'un segment d'arc de cercle de rayon  $r$  reliant les points B C et D. On appellera O le centre du cercle. Les coordonnées des points dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  sont  $A(0, r + l)$ ,  $B(0, r)$ ,  $C(0, -r)$ ,  $D(-r, 0)$ . Une force  $\vec{F} = -F\vec{j}$  est exercée en C.

Donnez la démarche pour calculer le déplacement du point C (ne pas faire les calculs).

## 1.99 brevet 076 : Démarche générale de résolution d'un problème de contrainte en théorie des poutres

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Soit un crochet fixé au plafond, représenté par une poutre en acier de diamètre  $d$ , composé d'un segment droit reliant les points A et B, puis d'un segment d'arc de cercle de rayon  $r$  reliant les points B C et D. On appellera O le centre du cercle. Les coordonnées des points dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  sont  $A(0, r + l)$ ,  $B(0, r)$ ,  $C(0, -r)$ ,  $D(-r, 0)$ . Une force  $\vec{F} = -F\vec{j}$  est exercée en C.

Donnez la démarche pour calculer le point le plus sollicité entre A et D (ne pas faire les calculs).

## 1.100 brevet 077 : Démarche générale de résolution d'un problème hyperstatique en théorie des poutres

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .



FIGURE 1.8 – Un bureau plein d’objets manufacturés (pas de remarque sur le rangement... merci !

Soit un crochet fixé au plafond, représenté par une poutre en acier de diamètre  $d$ , composé d’un segment droit reliant les points  $A$  et  $B$ , puis d’un segment d’arc de cercle de rayon  $r$  reliant les points  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $E$ . On appellera  $O$  le centre du cercle. Les coordonnées des points dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  sont  $A(0, r + l)$ ,  $B(0, r)$ ,  $C(r, 0)$ ,  $D(0, r)$ ,  $E(-r, 0)$ . Une force  $\vec{F} = -F\vec{j}$  est exercée en  $D$ . Le point  $C$  (qui touche le mur latéral) est en liaison appui sur rouleau de normale  $C(-\vec{i})$ .

Donnez la démarche pour calculer le déplacement du point  $D$  (ne pas faire les calculs).

### 1.101 brevet 078 : Identification de poutres parmi des objets manufacturés

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] ; autoattribution .

Déterminez parmi les objets présents sur la figure 1.8, au moins 6 objets qui soient modélisable par une poutre, ou dont une partie est modélisable par une poutre.

### 1.102 brevet 101 : calcul d’une matrice de masse et de rigidité d’une structure discrète

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l’axe horizontal voir figure 1.9. On notera  $x_1, x_2, x_3$  les déplacements des masses de gauche à droite.

Calculez les matrices de masse et de rigidité.

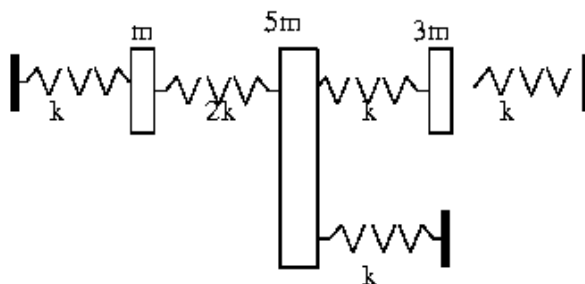


FIGURE 1.9 – une structure discrète

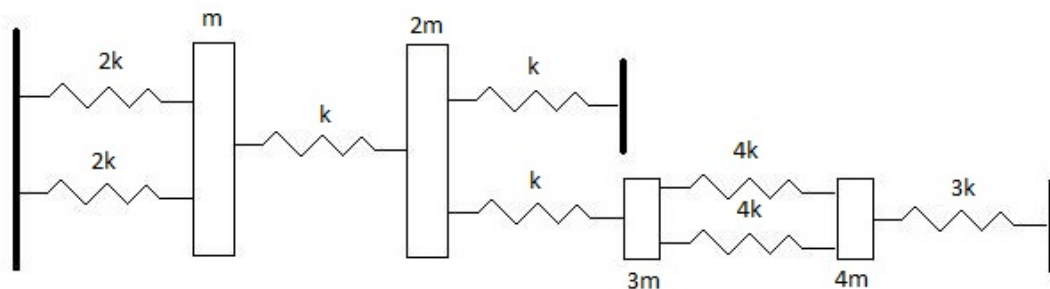


FIGURE 1.10 – Une structure discrète

### 1.103 brevet 101bis : calcul d'une matrice de masse et de rigidité d'une structure discrète

auteur : A Pagès ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.10. On notera  $x_1, x_2, x_3, x_4$  les déplacements des masses de gauche à droite.

Calculez les matrices de masse et de rigidité.

### 1.104 brevet 102 : calcul d'un quotient de Rayleigh pour une structure discrète

auteur : JM Géneaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.9

Si le mode de vibration est  $\vec{x} = [1\ 2\ 1]^t$ , calculez le coefficient de Rayleigh , et la pulsation propre associée.

### 1.105 brevet 102 bis : calcul d'un quotient de Rayleigh pour une structure discrète

auteur : A Pagès ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.10

Si le mode de vibration est  $\vec{x} = [1 \ 2 \ 1 \ 2]^t$ , calculez le coefficient de Rayleigh , et la pulsation propre associée.

### **1.106 brevet 103 : calcul exact des fréquences propres d'une structure discrète**

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.9

Donnez les trois pulsations propres exactes de ce système.

### **1.107 brevet 104 : calcul exact des formes propres d'une structure discrète**

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.9

Donnez les trois vecteurs propres exacts de ce système.

### **1.108 brevet 105 : projection dans un sous-espace de dimension moindre, d'une structure discrète**

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.9

On souhaite projeter ce problème dans un sous-espace engendré par les deux vecteurs :

$$- \vec{b}_1 = [1 \ 1.5 \ 2]^t$$

$$- \vec{b}_2 = [1 \ -0.1 \ -0.5]^t$$

Donnez les matrices de masse et de rigidité réduites.

### **1.109 brevet 105 bis : projection dans un sous-espace de dimension moindre, d'une structure discrète**

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.10

On souhaite projeter ce problème dans un sous-espace engendré par les deux vecteurs :

$$- \vec{b}_1 = [1 \ 1.5 \ 2 \ 1]^t$$

$$- \vec{b}_2 = [1 \ -0.1 \ -0.5 \ 1]^t$$

Donnez les matrices de masse et de rigidité réduites.

### **1.110 Brevet 106 : poutre continue, conditions aux limites et fonctions de base**

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .



Soit la structure suivante : une poutre droite d'axe  $\vec{x}$ , de section  $S$ , de moment quadratique  $I_{Gz}$ , de masse volumique  $\rho$ , de module d'Young  $E$ , de longueur  $l$ , reposants en  $x = 0$  sur un appui simple et en  $x = l$  sur un appui sur rouleau de normale  $\vec{y}$ , supportant en son milieu une masse concentrée  $m$ . On souhaite calculer le premier mode propre de cette structure.

- Des trois fonctions de forme suivantes, laquelle vous semble la plus adaptée pour un calcul par la méthode de Rayleigh ? Pourquoi ?
  - $\psi_1(x) = 4\frac{x}{l}(1 - \frac{x}{l})$
  - $\psi_2(x) = \sin(\frac{\pi x}{l})$
  - $\psi_3(x) = \frac{x}{l}(3 - 4(\frac{x}{l})^2)$
- Calculez les pulsations propres  $\omega_i$  associées à chaque  $\psi_i$ .

### 1.111 Brevet 106 bis

auteur : JM Géneaux ; ressource : [7] ; auto-attribution .

Seule la question 3 est relative au cours de dynamique des structures par des méthodes approchées. Vous pouvez donc admettre les deux premières questions.

Soit le problème plan d'une poutre de section  $S$  de moment quadratique  $I_{Gz}$ , de module d'Young  $E$ , de masse volumique  $\rho$ , formée de deux tronçons droits AB et BC, telles que  $A(0, 0)$ ,  $B(0, b)$ ,  $C(b, b)$  dans le repère  $(A, \vec{X}, \vec{Y})$  (voir figure 1.4). Le point A est en liaison appui simple avec le référentiel, et le point B est lié avec le référentiel par un ressort rigidité  $k$  agissant dans la direction  $\vec{X}$ .

La déformée du système sous une charge ponctuelle  $F\vec{Y}$  en C peut être calculée. Adimensionnalisée, en posant l'abscisse curviligne du point G1 adimensionnelle  $sg1a = sg1/b$  ( $sg1$  distance entre G1 et A, la rigidité adimensionnelle du ressort  $ka = k/(F/b)$ , la rigidité adimensionnelle en flexion de la fibre moyenne  $eia = E * I_{Gz}/(Fb^2)$ , la rigidité adimensionnelle en traction de la fibre moyenne  $esa = E * S/F$ , le déplacement adimensionnel du point G1 dans la direction  $\vec{X}$  sera noté  $ug1xa$ , et pour les valeurs  $ka = 10$ ,  $eia = 10$ ,  $esa = 10$ , les déplacements sont

- pour le point G1 :
- $ug1xa = -\frac{sg1a}{12} - \frac{sg1a^3}{60}$ ,
- $ug1ya = \frac{sg1a}{10}$ ,
- $ome1 = \frac{1}{12} + \frac{sg1a^2}{20}$
- pour le point G2 :  $ug2xa = \frac{-1}{10}$ ,
- $ug2ya = \frac{1}{10} + \frac{2}{15}sg2a - \frac{1}{60}sg2a^2(sg2a - 3)$ ,
- $ome2 = \frac{2}{15} - \frac{1}{20}sg2a(-2 + sg2a)$

Pour les mêmes valeurs de paramètres adimensionnels, calculez par Rayleigh la valeur du carré de la première pulsation propre ( $\omega^2$ ) avec la déformée statique décrite ci-dessus. Vous ferez le calcul en négligeant les inerties de rotation, l'énergie de déformation due à l'effort tranchant, mais prendrez en compte les deux composantes de vitesse et l'énergie de déformation due à l'effort normal et au moment fléchissant. Vous pourrez utiliser le fait que  $E/(\rho b^2) = \omega_0^2$  est homogène au carré d'une pulsation. Quelle aurait été la valeur de  $\omega^2$  lorsque vous négligez l'énergie de déformation due à l'effort normal.

### 1.112 Brevet 107

numéro disponible

### 1.113 Brevet 108

auteur : JM Géneaux ; ressource : [7], paragraphe ; auto-attribution .

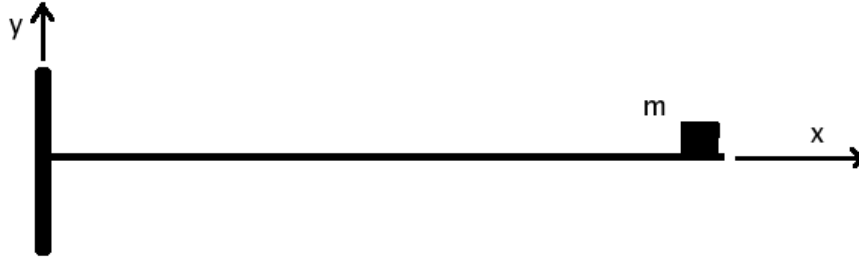


FIGURE 1.11 – une poutre cantilever avec une masselotte en bout

On souhaite calculer le premier mode d'une poutre droite d'axe  $\vec{X}$ , de rigidité équivalente en flexion  $EI$ , de masse linéique  $\rho S$  encastrée en  $x = 0$  et supportant à son extrémité ( $x = b$ ), une masselotte  $m$  (figure 1.11).

1) Calculer le torseur des efforts intérieurs en un point G de coordonnée  $x_G$ , si cette poutre est soumise à une densité linéique de charge  $p(x)$  dans le direction  $\vec{Y}$ , et à une force concentrée  $F$  dans le direction  $\vec{Y}$  en  $x = b$ .

2) Donner la formule donnant le déplacement transverse  $v\vec{Y}$  d'un point G, suite à ce chargement.

3) Nous utiliserons la méthode de la puissance itérée pour déterminer le premier mode propre. Pour faciliter les calculs et les écritures, on adimensionnalisera le problème avec :  $x_g = x_{ga}b$ ,  $m = m_a\rho S b$ ,  $EI = \gamma\rho S b^4$ . On initialisera avec la fonction de forme :  $\psi_1(x_{ga}) = x_{ga}$ . On calculera dans l'ordre : le coefficient de Rayleigh associé, les forces d'inertie dues à  $\psi_i(x_{ga})$ , le champs de déplacement engendré pas ces forces  $\psi_{(i+1)}(x_{ga})$ . 4) Observer la convergence des résultats en dessinant les formes propres  $\psi_i(x_{ga})$ , ainsi que les différences  $\psi_{(i+1)}(x_{ga}) - \psi_i(x_{ga})$ , pour  $m_a = 1$  et  $\gamma = 10$ .

### 1.114 Brevet 109 : comparaison de Rayleigh -Ritz et Rayleigh

auteur : JM Géneaux ; ressource : [7] ; auto-attribution .

Pourquoi la méthode de Rayleigh -Ritz utilisée pour la détermination de la plus basse fréquence propre d'un système discret, et qui utilise deux vecteurs de base  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$ , peut être plus précise que la méthode de Rayleigh qui utiliserait successivement ces deux mêmes vecteurs  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$  ?

### 1.115 Brevet 110

auteur : JM Géneaux ; ressource : [7], paragraphe .

On souhaite calculer les vibrations d'un bras d'éolienne de type Darrius dans le plan  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ . Elle est constituée d'un bras  $OA$  et d'une pale  $BAC$ . Les deux poutres sont de masse volumique  $\rho$ , d'aire de section droite  $S$ , de rigidité en flexion  $EI_{Gz}$ . La première poutre droite  $OA$  est encastrée en  $O$  et telle que  $OA = 1\vec{x}_0$  (longueur unitaire). La seconde poutre droite  $BAC$  est en rotation autour de l'axe  $A\vec{z}_0$  et telle que  $BA = l_1\vec{y}_1$ ,  $AC = l_2\vec{y}_1$ , avec le vecteur  $\vec{y}_1$  faisant un angle  $\theta$  avec le vecteur  $\vec{y}_0$ . Un ressort de rigidité  $k$  en  $A$  relie le bras à la pale et s'oppose à la rotation  $\alpha$ .

L'étude dynamique sous les actions du vent en considérant la structure formée de solides indéformables a été menée par un étudiant de 3ième année en 1999-2000. Une étude simplifiée a été l'objet de l'examen de mécanique générale de 1999-2000. Nous nous intéressons à la prise en

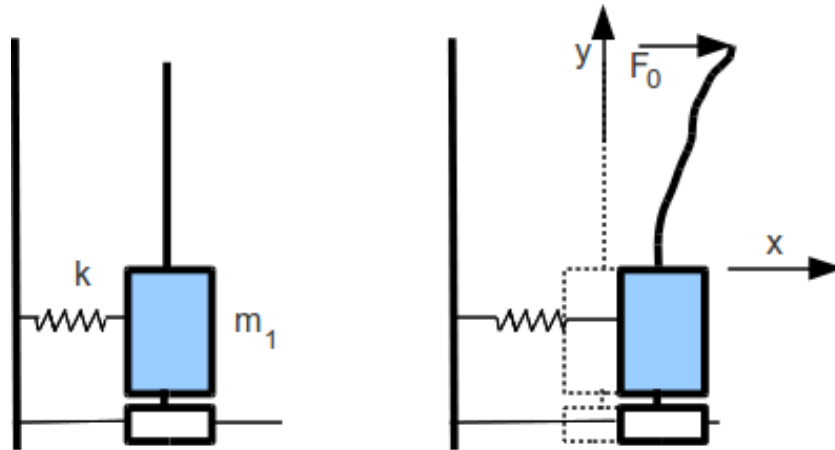


FIGURE 1.12 – équilibrage dynamique d’une structure

compte des déformations de flexion des structures poutres pour calculer les fréquences de vibration autour d’une position moyenne définie par un angle d’inclinaison de pale  $\theta$ .

1. Calculer la vitesse d’un point P appartenant à la pale, si l’on cherche des vibrations de structure du type  $(\phi_1 \sin(\omega t), \phi_2 \sin(\omega t), \alpha \sin(\omega t))$ , avec  $\phi_1(s_1)$  la fonction de forme du bras,  $\phi_2(s_2)$  la fonction de forme de la pale,  $\alpha$  l’angle de rotation en A de la pale par rapport au bras. On exprimera le résultat dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ , on prendra l’origine de  $s_1$  en O, l’origine de  $s_2$  en A.
2. Calculer l’énergie cinétique du bras  $T_1$ , et celle de la pale  $T_2$ .
3. Calculer l’énergie de déformation du bras  $V_1$ , et celle de la pale  $V_2$ , et celle dans le ressort  $V_3$ .
4. Calculez la fréquence propre par la méthode de Rayleigh . Vous préciserez parmi les fonctions polynomiales vos choix de  $\phi_1(s_1), \phi_2(s_2), \alpha$  et vos motivations.
5. Dans le cas où les paramètres de structure sont tels que  $\theta = 0, l_1 = 1/2, l_2 = 1/4$ , donnez l’expression de  $\omega^2$  en fonction de  $\gamma = (EI_{Gz})/(\rho S), \beta = k/(EI_{Gz})$ .
6. S’il vous reste des paramètres, comment trouver les valeurs optimales ?
7. Que dire lorsque  $k$  tend vers l’infini ?

## 1.116 Brevet 111

auteur : JM Géneaux ; ressource : [7], paragraphe .

On souhaite calculer les vibrations d’une structure dans le plan  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ . Elle est constituée d’une masse  $m_1$  en translation rectiligne dans la direction  $\vec{x}_0$ , reliée au repère galiléen par un ressort de rigidité  $k$  (voir figure 1.12). On souhaite effectuer un équilibrage dynamique de cette structure, en lui ajoutant une structure de masse plus faible (de l’ordre de 10% de la masse  $m_1$ ). Cette structure d’équilibrage est une poutre droite de direction  $\vec{y}_0$ , de masse volumique  $\rho$ , d’aire de section droite  $S$ , de rigidité en flexion  $EI_{Gz}$ , encastree dans la masse  $m_1$ , et de longueur unitaire.

1. Calculer la vitesse d’un point P appartenant à la poutre. On posera  $\phi(y) \sin(\omega t)$ , la fonction de forme du bras par rapport au repère galiléen (et non par rapport à la masse  $m_1$  en translation). On prendra l’origine de la poutre en  $y = 0$ , et si nécessaire, on orientera la poutre dans le sens des  $y$  croissants. (1 points)
2. Sous une charge  $F \vec{x}_0$  en bout de poutre, la fonction de déformée statique pourrait être calculée (ne le faites pas). Quelle critique pouvez-vous apporter au choix d’une fonction propre sous cette forme pour le calcul de la première fréquence propre par Rayleigh ? (3 points)

3. On décide d'utiliser la méthode de Rayleigh -Ritz pour résoudre le problème. Expliquer succinctement celle-ci et son intérêt. (3 points)
4. Choisir deux fonctions propres polynomiales que vous noterez  $\phi_1(y)$  et  $\phi_2(y)$ . (2 points)
5. Calculez les matrices de masse et de rigidité généralisées. (4 points)
6. Faites apparaître les grandeurs adimensionnelles du problème, en prenant comme référence la masse  $m_1$ , la pulsation  $\omega_0 = \sqrt{k/m_1}$ . On posera  $\gamma = (EI_{Gz})/(\rho S \omega_0^2)$ ,  $m = \rho S/m_1$ . Ecrire sous forme matricielle le système que doivent vérifier les coordonnées généralisées  $q_i$  ( $q_i$  est associée à la forme propre  $\phi_i(y)$ ). Vous ne calculerez pas le déterminant donnant les pulsations propres de la structure. (3 points)
7. Comment aurait-on pu résoudre ce problème par sous-structuration ? (6 points)

### 1.117 Brevet 112 : critères de choix de la fonction test

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Pour trouver par Rayleigh , la première pulsation propre d'une poutre droite de masse linéique  $\rho S$ , de longueur  $l$ , encastree à l'une de ses extrémités, et portant à l'autre une masse ponctuelle  $m$  (voir figure 1.11). On pourra utiliser la variable adimensionnelle  $\tilde{m} = \frac{m}{\rho S l}$ . Vous utiliserez successivement :

- une fonction de forme  $\psi(s) = s$
- une fonction de forme  $\psi(s) = s^2$
- une fonction de forme obtenue par le calcul de la déformée statique sous une charge en bout de poutre
- une fonction de forme obtenue par le calcul de la déformée statique sous une charge linéique transverse  $f(s) = s^2$

Justifiez vos refus et vos choix.

### 1.118 Brevet 113

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

On souhaite calculer les vibrations d'un bras d'éolienne de type Darrius dans le plan  $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ . Elle est constituée d'un bras  $OA$  et d'une pale  $BAC$ . Les deux poutres sont de masse volumique  $\rho$ , d'aire de section droite  $S$ , de rigidité en flexion  $EI_{Gz}$ . La première poutre droite  $OA$  est encastree en  $O$  et telle que  $OA = l\vec{x}_0$  (longueur unitaire). La seconde poutre droite  $BAC$  est en rotation autour de l'axe  $A\vec{z}_0$  et telle que  $BA = l_1\vec{y}_1$ ,  $AC = l_2\vec{y}_1$ , avec le vecteur  $\vec{y}_1$  faisant un angle  $\theta$  avec le vecteur  $\vec{y}_0$ . Un ressort de rigidité  $k$  en  $A$  relie le bras à la pale et s'oppose à la rotation  $\alpha$ .

L'étude dynamique sous les actions du vent en considérant la structure formée de solides indéformables a été menée par un étudiant de 3ième année de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique en 1999-2000. Une étude simplifiée a été l'objet de l'examen de mécanique générale de 1999-2000. Nous nous intéressons à la prise en compte des déformations de flexion des structures poutres pour calculer les fréquences de vibration autour d'une position moyenne définie par un angle d'inclinaison de pale  $\theta$ .

On souhaite aborder ce calcul par éléments finis en flexion. On supposera les matrices de masse élémentaire  $M^e$  et de rigidité élémentaire  $K^e$  connues. On notera  $v_i$  le déplacement transverse du noeud  $i$ , et  $\psi_i$  sa rotation.

1. Combien de noeud au minimum faut-il pour décrire ce problème ? Les dessiner.
2. Dans le cas où l'angle  $\theta = \Pi/2$ , assembler la matrice de masse globale, ainsi que la matrice de rigidité globale dans le cas où le ressort est de raideur nulle. On notera  $M_{ij}^e$ , la matrice de masse élémentaire de l'élément reliant le noeud  $i$  au noeud  $j$ .
3. Comment prendre en compte le ressort dans la matrice de rigidité globale ?
4. Comment prendre en compte les conditions aux limites en  $O$  ?

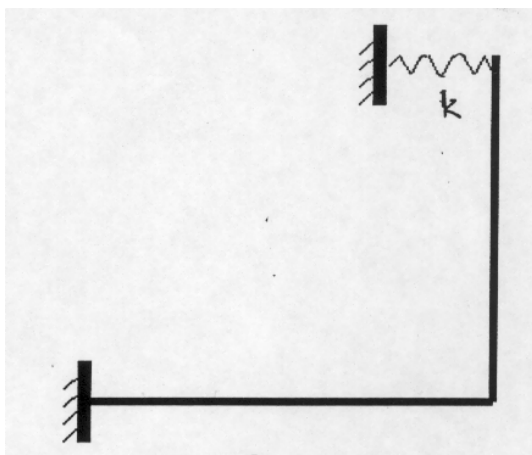


FIGURE 1.13 – Portique

### 1.119 Brevet 114 : coefficient de Rayleigh d'une structure continue avec un ressort

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Donnez l'expression du coefficient de Rayleigh (ne pas faire les intégrales) pour une structure (figure 1.13) formée de deux poutres de masse linéique  $\rho S$ , de rigidité de flexion  $EI_{gz}$ , de couleur grise, de section droite rectangulaire  $bh$ , et liée à son extrémité par un ressort de rigidité  $k$ .

### 1.120 brevet 115 : calcul par méthode itérative de la première pulsation propre pour une structure discrète

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.9. Montrer la convergence de la pulsation propre obtenue par Rayleigh , lorsque l'on utilise la méthode itérative. Vous initialiserez le calcul avec un vecteur déplacement non optimisé :  $\vec{x} = [1, 0, 0]^t$

### 1.121 brevet 115 bis : calcul par méthode itérative de la première pulsation propre pour une structure discrète

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.10.

Montrer la convergence de la pulsation propre obtenue par Rayleigh lorsque l'on utilise la méthode itérative et donner le vecteur propre à convergence. Vous initialiserez le calcul avec un vecteur déplacement non optimisé :  $\vec{v}_{test} = [1, 0, 0, 0]^t$

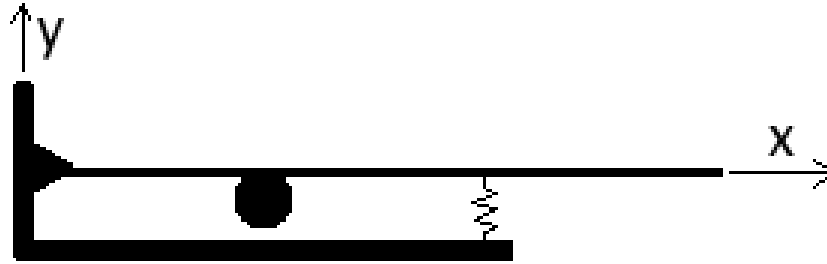


FIGURE 1.14 – Poutre articulée avec masselotte et rigidité extérieure.

### 1.122 brevet 116 : calcul par méthode itérative de la seconde pulsation propre pour une structure discrète

auteur : JM Géneaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure formée de masses discrètes astreintes à se déplacer uniquement sur l'axe horizontal voir figure 1.9. Montrer la convergence de la seconde pulsation propre obtenue par Rayleigh , lorsque l'on utilise une méthode itérative. Vous initialiserez le calcul avec un déplacement non optimisé :  $\vec{x} = [1, 0, 0]^t$ . La première pulsation propre est  $\omega = .5600135572\sqrt{k/m}$ , de vecteur propre  $\vec{v}_1 = [0.789 \ 1.06 \ 1.000]^t$ .

### 1.123 brevet 117 : calcul par Rayleigh de la première fréquence propre d'une structure mixte (continue et discrète)

auteur : JM Géneaux ; ressource : [7], paragraphe .

Le problème est dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$ . Soient 4 points  $A, B, C, D$  de coordonnées respectives  $(0, 0), (a, 0), (2a, 0), (4a, 0)$ . Soit une poutre droite de rigidité  $EI_{gz}$ , de masse volumique  $\rho$ , de section droite  $S$ , reliant les points  $A, B, C, D$  (voir figure 1.14). Cette poutre,

- est liée en  $A$  au référentiel galiléen par une liaison appui simple (rotation autour de  $\vec{z}$  possible, deux translations bloquées)
- porte en  $B$  une masse concentrée  $m$ ,
- est liée en  $C$  au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k$  agissant dans la direction  $\vec{y}$

Nous souhaitons évaluer la première pulsation propre par la méthode de Rayleigh , en prenant comme fonction test  $\psi(x) = \alpha + \beta \frac{x}{a} + \gamma \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \delta \left(\frac{x}{a}\right)^3$ .

- a) expliquez pourquoi il est judicieux de prendre  $\alpha = 0$
- b) expliquez pourquoi il est judicieux de prendre  $\gamma = 0$
- c) expliquez pourquoi il est alors judicieux de poser  $\tilde{\beta} = \frac{\beta}{\delta}$
- d) donnez l'expression de la pulsation propre obtenue par Rayleigh en fonction de  $\tilde{m} = \frac{m}{\rho S 4a}$ ,  $\tilde{k} = \frac{k a^3}{EI_{gz}}$ ,  $\omega_0^2 = \frac{EI_{gz}}{\rho S a^4}$ ,  $\tilde{\beta}$ .
- e) dans le cas où  $\tilde{m} = 1$ ,  $\tilde{k} = 1$ , quelle est la valeur de  $\tilde{\beta}$  qui fournit la meilleure approximation de la pulsation propre du système? Pourquoi?
- f) dans ce cas, quelle est la pulsation propre obtenue. Vous l'exprimerez en fonction de  $\omega_0$  et d'un nombre réel.

### 1.124 brevet 118 : Calcul exact de la sensibilité d'un vecteur propre à un paramètre d'un modèle

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours *Dynamique des structure 1, JC Pascal*, ; autoattribution .

Soit deux masses  $m_1$  et  $m_2$  assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe  $\vec{x}$ .  $m_1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k_1$ .  $m_1$  et  $m_2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k_2$ . Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées  $x_1$  et  $x_2$ .

Calculez de façon analytique exacte, la sensibilité du premier vecteur propre, par rapport à la rigidité  $k_1$ , dans le cas où  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 2$ ,  $k_1 = 2$  et  $k_2 = 3$ .

### 1.125 brevet 119 : Calcul numérique de la sensibilité d'un vecteur propre à un paramètre d'un modèle

auteur : JM Génevaux ; ressource : [4], paragraphe 2.6 p24 ; autoattribution .

Soit deux masses  $m_1$  et  $m_2$  assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe  $\vec{x}$ .  $m_1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k_1$ .  $m_1$  et  $m_2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k_2$ . Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées  $x_1$  et  $x_2$ .

Calculez de façon numérique, la sensibilité du premier vecteur propre, par rapport à la rigidité  $k_1$ , dans le cas où  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 2$ ,  $k_1 = 2$  et  $k_2 = 3$ .

### 1.126 brevet 120 : Calcul élément fini de la répartition des contraintes dans une poutre cantilever de section rectangulaire dont la hauteur est variable

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] *cours de modélisation, travaux pratiques de modélisation, N Joly*, ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur  $l = 1m$ , encastré en un point  $A(0,0)$  et chargée en un point  $B(1,0)$  par une force  $\vec{F} = -1\vec{y}$ . La largeur de cette poutre dans la direction  $\vec{z}$  est  $b = 0.01$ , l'épaisseur de cette poutre dans la direction  $\vec{y}$  est linéairement décroissante : en  $A$   $h_1 = 0.05m$  et en  $B$ ,  $h_2 = 0.01m$ . Le module d'Young est  $E = 2.1e11Pa$ .

Le calcul se fera sous rdm6, avec deux éléments de type poutre de section constante le long de cet élément.

Quelle est l'évolution le long de la poutre, de la contrainte  $\hat{\sigma}$  sur la fibre supérieure ?

### 1.127 brevet 121 : Calcul de l'indicateur d'écart en énergie entre un champs de contrainte lissé et un champs élément fini discontinu

auteur : JM Génevaux ; ressource : [4], ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur  $l = 1m$ , encastré en un point  $A(0,0)$  et chargée en un point  $B(1,0)$  par une force  $\vec{F} = -1\vec{y}$ . La largeur de cette poutre dans la direction  $\vec{z}$  est  $b = 0.01$ , l'épaisseur de cette poutre dans la direction  $\vec{y}$  est linéairement décroissante : en  $A$   $h_1 = 0.05m$  et en  $B$ ,  $h_2 = 0.01m$ . Le module d'Young est  $E = 2.1e11Pa$ .

Le calcul fait sous rdm6, avec deux éléments de type poutre de section constante le long de cet élément fournit l'évolution le long de la poutre, de la contrainte  $\hat{\sigma}$  sur la fibre supérieure.

Si l'on pose  $\sigma_0 = \frac{6Fl}{bh^3}$ ,  $\tilde{x} = x/l$ ,  $\tilde{h} = h_2/h_1$ ,  $\tilde{\sigma} = \hat{\sigma}/\sigma_0$ ,

Pour  $\tilde{x}$  compris entre 0 et 0.5 :

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{0.24} (0.375 + (0.188 - 0.375)\tilde{x}) \quad (1.5)$$

Pour  $\tilde{x}$  compris entre 0.5 et 1 :

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{0.24} \left( 0.75 + (0. - 0.75) \frac{\tilde{x} - 1}{0.5 - 1} \right) \quad (1.6)$$

Pour avoir une idée du niveau d'erreur due à la discrétisation, il faut calculer un champs de contrainte  $\sigma^*$  lissé, ne faisant plus apparaître les discontinuités de contrainte aux noeuds.

- Calculez l'indicateur d'écart en énergie entre ce champs lissé et le champs élément fini, pour chaque élément.
- Précisez sur lequel des deux éléments, il faut porter l'effort de discrétisation.

## 1.128 brevet 122 : Comparaison des indicateurs d'écart en énergie basé sur le champs de contrainte lissé et le champs de contrainte exact

auteur : JM Génevaux ; ressource : [4] ; autoattribution .

Pour le problème du brevet 119,

- le champs de contrainte exact est donné par

$$\tilde{\sigma} = \frac{1 - \tilde{x}}{(1 + (\tilde{h} - 1)\tilde{x})^2}. \quad (1.7)$$

- le champs de contrainte élément fini discontinu est donné par, Pour  $\tilde{x}$  compris entre 0 et 0.5 :

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{0.24} (0.375 + (0.188 - 0.375)\tilde{x}) \quad (1.8)$$

Pour  $\tilde{x}$  compris entre 0.5 et 1 :

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{0.24} \left( 0.75 + (0. - 0.75) \frac{\tilde{x} - 1}{0.5 - 1} \right) \quad (1.9)$$

- l'indicateur d'écart en énergie basé sur le champs de contrainte lissé donne :

- $e_1^2 = 0.0190 Ebl$  soit 20% de la somme
- $e_2^2 = 0.0762 Ebl$  soit 80% de la somme

Calculez pour chaque élément, l'indicateur d'écart en énergie basé sur le champs de contrainte exact. L'effort de raffinement porte-t-il sur le même élément ?

## 1.129 brevet 123 : Calcul de la matrice MAC entre les résultats d'un modèle et d'une expérience

auteur : JM Génevaux ; ressource : [4], *paragraphe 4.1* ; autoattribution .

Le système à deux masses modélisé lors du brevet 118 nous a fourni les vecteurs propres analytiques :

$$\phi_{m1} = [.4264014327, .6396021490]^t \quad (1.10)$$

$$\phi_{m2} = [-.9045340338, .3015113446]^t \quad (1.11)$$



L'expérience a été menée sur cette structure à l'aide d'un marteau d'impact et d'un accéléromètre positionné sur l'une des masses. Aucune indication particulière n'est fournie dans le rapport sur la masse de cet accéléromètre ni son positionnement. Les vecteurs propres mesurés sont :

$$\phi_{e1} = [.4212016219, .6057572905]^t \quad (1.12)$$

$$\phi_{e2} = [-.6994682700, .3647713046]^t \quad (1.13)$$

Calculez la matrice MAC de ces deux familles de vecteurs propres.

### 1.130 brevet 124 : Test d'orthogonalité entre les résultats d'un modèle et d'une expérience

auteur : JM Génevaux ; ressource : [4] paragraphe 4.2 ; autoattribution .

Le système à deux masses modélisé lors du brevet 118 nous a fourni les vecteurs propres analytiques :

$$\phi_{m1} = [.4264014327, .6396021490]^t \quad (1.14)$$

$$\phi_{m2} = [-.9045340338, .3015113446]^t \quad (1.15)$$

L'expérience a été menée sur cette structure à l'aide d'un marteau d'impact et d'un accéléromètre positionné sur l'une des masses. Aucune indication particulière n'est fournie dans le rapport sur la masse de cet accéléromètre ni son positionnement. Les vecteurs propres mesurés sont :

$$\phi_{e1} = [.4212016219, .6057572905]^t \quad (1.16)$$

$$\phi_{e2} = [-.6994682700, .3647713046]^t \quad (1.17)$$

Calculez la matrice MAC (modifiée par la matrice de masse du modèle) de ces deux familles de vecteurs propres.

Que dire des termes hors diagonale.

### 1.131 brevet 125 : L'amortissement est-il proportionnel ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [4], paragraphe 2.4 ; autoattribution .

Soit deux masses  $m1 = 1$  kg et  $m2 = 2$  kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe  $\vec{x}$ .  $m1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k1 = 2$  N/m.  $m1$  et  $m2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k2 = 3$  N/m et un amortisseur visqueux de constante  $c$ . Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées  $x1$  et  $x2$ .

L'amortissement de ce système à deux degrés de liberté est-il proportionnel ?

### 1.132 brevet 126 : Calcul exact des vecteurs propres d'un système non conservatif à deux degrés de liberté

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit deux masses  $m1 = 1$  kg et  $m2 = 2$  kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe  $\vec{x}$ .  $m1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k1 = 2$  N/m.  $m1$  et  $m2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k2 = 3$  kg et un amortisseur visqueux de constante  $c = 0.1$  Ns/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées  $x1$  et  $x2$ .

Calculez de façon analytique exacte, les pulsations propre complexe et les vecteurs propres complexes associés, normés par rapport à la matrice de masse  $M$ .

### 1.133 brevet 127 : Calcul exact des vecteurs propres d'un système conservatif à deux degrés de liberté

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit deux masses  $m_1$  et  $m_2$  assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe  $\vec{x}$ .  $m_1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k_1$ .  $m_1$  et  $m_2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k_2$ . Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées  $x_1$  et  $x_2$ .

Calculez de façon analytique exacte, les pulsations propres et les vecteurs propres normés par rapport à la matrice de masse  $M$ , dans le cas où  $m_1 = 1$  kg ,  $m_2 = 2$  kg,  $k_1 = 2$  N/m et  $k_2 = 3$  N/m.

### 1.134 brevet 128 : Passage d'un mode complexe à un mode réel

auteur : JM Génevaux ; ressource : [fris99],paragraphe 4.4, ; autoattribution .

Soit deux masses  $m_1 = 1$  kg et  $m_2 = 2$  kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe  $\vec{x}$ .  $m_1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k_1 = 2$  N/m.  $m_1$  et  $m_2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k_2 = 3$  N/m et un amortisseur visqueux de constante  $c = 0.1$  Ns/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées  $x_1$  et  $x_2$ .

Les pulsations propres complexes et les vecteurs propres complexes associés sont :

$$\omega_1 = (-0.00227 + 0.70714i)s^{-1} \quad (1.18)$$

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 0.159 - 0.0604i \\ 0.238 - 0.0927i \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

$$\omega_2 = (-0.073 + 2.448i)s^{-1} \quad (1.20)$$

$$\phi_2 = \begin{bmatrix} 0.4030055261 + 0.4089249241i \\ -0.1304782414 - 0.1404043077i \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Calculer les vecteurs propres réels associés par la méthode d'amplitude et de la transformation complexe  $T$ . Comparez via les matrices de MAC, les résultats avec les modes obtenus sur la structure sans amortissement (brevet 127).

### 1.135 brevet 129 : Réduction statique (de Guyan ) d'un système conservatif à deux degrés de liberté

auteur : JM Génevaux ; ressource : [4], ; autoattribution .

Soit deux masses  $m_1$  et  $m_2$  assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe  $\vec{x}$ .  $m_1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k_1$ .  $m_1$  et  $m_2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k_2$ . Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées  $x_1$  et  $x_2$ . Pour  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 2$ ,  $k_1 = 2$  et  $k_2 = 3$ , les matrices de masse  $M$  et de rigidité  $K$ , sont données par,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

$$K = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

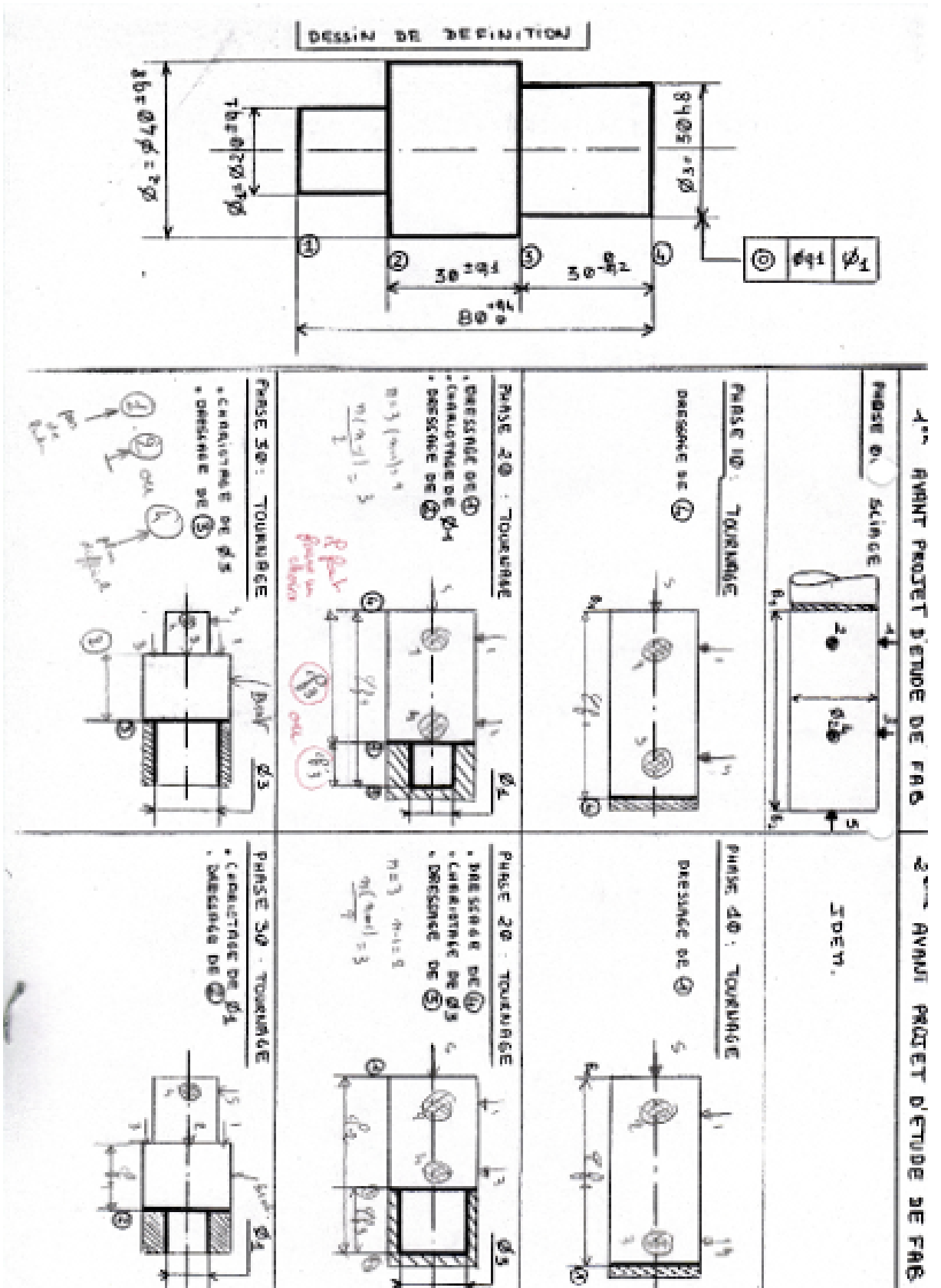


FIGURE 1.15 – Gammes d’usinage d’une pièce à fabriquer.

Construire les matrices de masse et de rigidité réduites, par la méthode de réduction statique, en prenant comme degré de liberté maître  $x_2$ . Donnez la pulsation et le vecteur propre normé obtenu. Le vecteur propre sera exprimé dans la base de départ.

### 1.136 brevet 130 : Réduction dynamique d'un système conservatif à deux degrés de liberté

auteur : JM Géneaux ; ressource : [4], paragraphe 4.4.2 ; autoattribution .

Soit deux masses  $m_1$  et  $m_2$  assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe  $\vec{x}$ .  $m_1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k_1$ .  $m_1$  et  $m_2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k_2$ . Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées  $x_1$  et  $x_2$ . Pour  $m_1 = 1$  kg,  $m_2 = 2$  kg,  $k_1 = 2$  N/m et  $k_2 = 3$  N/m, les matrices de masse  $M$  et de rigidité  $K$ , sont données par,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \text{ kg} \quad (1.24)$$

$$K = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \text{ N/m} \quad (1.25)$$

Construire les matrices de masse et de rigidité réduites, par la méthode de réduction dynamique, en prenant comme degré de liberté maître  $x_2$ , et une pulsation de référence  $\omega_0 = 0.8$ . Donnez la pulsation et le vecteur propre normé obtenu. Une méthode itérative est-elle possible ?

### 1.137 brevet 131 : Processus de réduction vers un système équivalent appliquée à un système conservatif à deux degrés de liberté

auteur : JM Géneaux ; ressource : cours [4], paragraphe 4.4.4 ; autoattribution .

Soit deux masses  $m_1$  et  $m_2$  assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe  $\vec{x}$ .  $m_1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k_1$ .  $m_1$  et  $m_2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k_2$ . Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées  $x_1$  et  $x_2$ . Pour  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 2$ ,  $k_1 = 2$  et  $k_2 = 3$ , les matrices de masse  $M$  et de rigidité  $K$ , sont données par,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

$$K = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

Le premier vecteur propre obtenu analytiquement est,

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} -0.3162277661 \\ -0.4743416491 \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

Construire les matrices de masse et de rigidité réduites, par la méthode SEREP, en prenant comme degré de liberté maître  $x_2$ . Donnez la pulsation et le vecteur propre normé obtenu.

### 1.138 brevet 132 : Calcul exact de la répartition des contraintes dans une poutre cantilever de section rectangulaire dont la hauteur est variable

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6], ; autoattribution .

Soit une poutre droite de longueur  $l = 1$  m, encastré en un point  $A(0,0)$  et chargée en un point  $B(1,0)$  par une force  $\vec{F} = -1\vec{y}$  N. La largeur de cette poutre dans la direction  $\vec{z}$  est  $b = 0.01$  m, l'épaisseur de cette poutre dans la direction  $\vec{y}$  est linéairement décroissante : en  $A$   $h_1 = 0.05$  m et en  $B$ ,  $h_2 = 0.01$  m. Le module d'Young est  $E = 2.1e11$  Pa.

Quelle est l'évolution le long de la poutre, de la contrainte  $\sigma$  sur la fibre supérieure ?

### 1.139 brevet 133 : Système discret ou continu ? (version 1)

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6], ; autoattribution .

Soit une poutre droite  $AB$  de longueur  $l = 1$  m, encastré en un point  $A(0,0)$  et portant en un point  $B(1,0)$  un solide de masse  $m$ . La largeur de cette poutre dans la direction  $\vec{z}$  est  $b = 0.01$  m, l'épaisseur de cette poutre dans la direction  $\vec{y}$  est  $h = 0.01$  m. La masse de la poutre  $m_p$  est 10 fois plus petites que la masse  $m$ .

Peut-on considérer pour la première fréquence de vibration, cette structure comme un système discret : une masse  $m$  reliée au bâti par un ressort de rigidité  $k$  ?

### 1.140 brevet 134 : Energie cinétique d'une poutre et d'une masse ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [6], ; autoattribution .

Soit une poutre droite  $AB$  de longueur  $l = 1$  m, encastré en un point  $A(0,0)$  et portant en un point  $B(1,0)$  un solide de masse  $m$ . La largeur de cette poutre dans la direction  $\vec{z}$  est  $b = 0.01$  m, l'épaisseur de cette poutre dans la direction  $\vec{y}$  est  $h = 0.01$  m. La masse de la poutre  $m_p$  est 10 fois plus petites que la masse  $m$ . Si l'on considère que à la première pulsation propre  $\omega$ , la poutre se déforme suivant l'équation  $y(x, t) = a \left(\frac{x}{l}\right)^2 \cos(\omega t)$ ,

Quelles sont les énergies cinétiques  $T_{poutre}$  de la poutre et  $T_{masse}$  de la masse en bout de poutre ?

### 1.141 brevet 135 : Relation pulsation-période ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un système vibrant sinusoidalement avec une période  $T = 3$  s.

Quelle est la pulsation  $\omega$  associée ?

### 1.142 brevet 136 : Relation rotation-fréquence ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Dispersions en tournage (dressage de face)

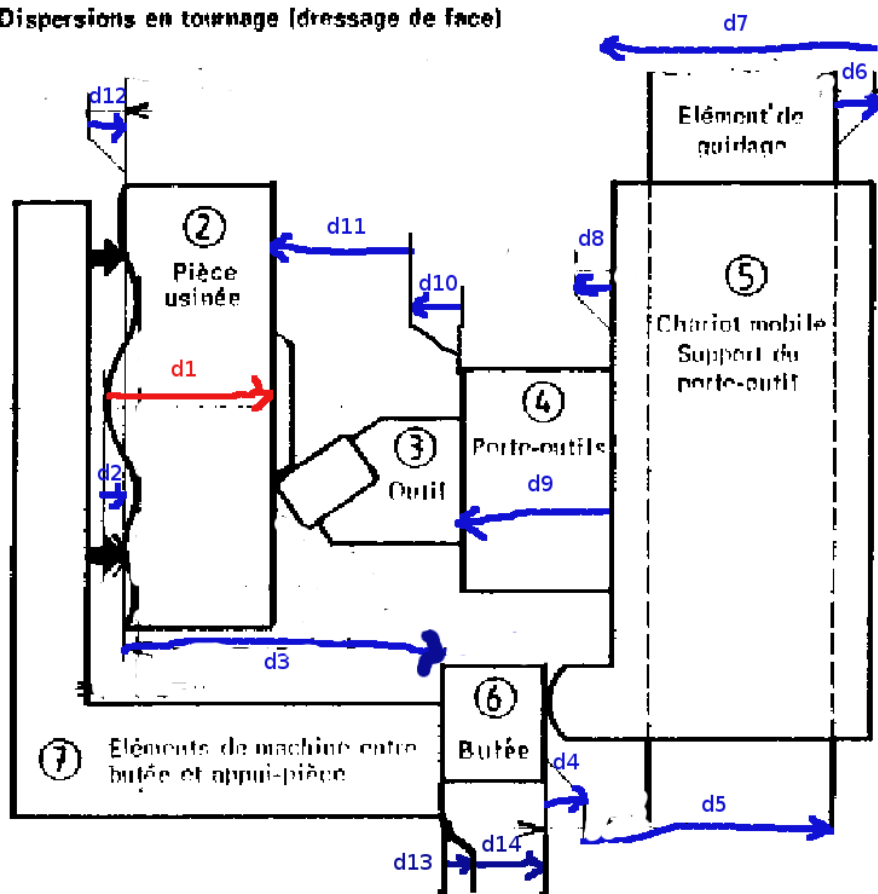


FIGURE 1.16 – Dressage d'une face au tour.

Soit un rotor tournant à la vitesse  $\Omega = 1500$  tours / minutes déséquilibré. Le balourd crée une force centrifuge qui crée dans une direction une force sinusoidale à la fréquence  $f$ .

Quelle est la valeur de la fréquence  $f$  lorsqu'elle est exprimée en Hz ?

### 1.143 brevet 137 : Harmonique

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit une poutre encastree à l'une de ses extremités et libre de l'autre. On ecarte cette poutre de sa position initiale et on la lâche. Les oscillations que l'on mesure en bout de poutre comportent plusieurs fréquences. La première est  $f_1 = 14.2$  Hz, la seconde  $f_2 = 88.8$  Hz et la troisième  $f_3 = 250$  Hz.

La fréquence  $f_2$  est-elle une harmonique de la fréquence  $f_1$  ?

### 1.144 brevet 138 : Sous-harmonique

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit une fine couche d'eau posée sur une plaque horizontale qui vibre. Si l'accélération de la plaque est suffisamment importante en amplitude, l'interface entre l'eau et l'air se déstabilise du fait de l'instabilité de Faraday. Si la fréquence d'oscillation de la plaque est  $f_1 = 70$  Hz, on mesure que la lame d'eau vibre à la fréquence  $f_2 = 35$  Hz.

La fréquence  $f_2$  est-elle une sous-harmonique de la fréquence  $f_1$  ?

### 1.145 brevet 139 : Système discret ou continu ? (version 2)

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours ..., ; autoattribution .

Soit une poutre droite  $AB$  de longueur  $l = 1$  m, est appuyée simplement sur ces deux extremités  $A(0, 0, 0)$  et  $B(1, 0, 0)$ . Les coordonnées sont données en mètres dans un repère  $(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  orthonormé direct. Au centre  $C(0.5, 0, 0)$  de cette poutre est fixée une masse  $m$  ponctuelle. La largeur de cette poutre dans la direction  $\vec{y}$  est  $b = 0.01$  m, l'épaisseur de cette poutre dans la direction  $\vec{z}$  est  $h = 0.01$  m. La masse de la poutre  $m_p$  est 10 fois plus petites que la masse  $m$ . On recherche la seconde fréquence propre de cette structure, qui comporte un noeud de vibration en son centre de symétrie.

Pour cette seconde fréquence de vibration, peut-on considérer cette structure comme un système discret ?

### 1.146 brevet 140 : Système discret ou continu ? (version 3)

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours ..., ; autoattribution .

Soit une poutre droite  $AB$  de longueur  $l = 1$  m, est appuyée simplement sur ces deux extremités  $A(0, 0, 0)$  et  $B(1, 0, 0)$ . Les coordonnées sont données en mètres dans un repère  $(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  orthonormé direct. Au centre  $C(0.5, 0, 0)$  de cette poutre est fixée une masse  $m$  ponctuelle. La largeur de cette poutre dans la direction  $\vec{y}$  est  $b = 0.01$  m, l'épaisseur de cette poutre dans la direction  $\vec{z}$  est  $h = 0.01$  m. La masse de la poutre  $m_p$  est 10 fois plus petites que la masse  $m$ . On recherche la première fréquence propre de cette structure, qui comporte un ventre de vibration en son centre de symétrie.

Pour cette première fréquence de vibration, peut-on considérer cette structure comme un système discret ?

### 1.147 brevet 141 : Potentiel de dissipation et frottement visqueux.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours ... ; autoattribution .

Soit un solide sur lequel agit une force extérieure  $\vec{F}$  dont le module est proportionnel à la vitesse  $\vec{v}$  du solide par rapport à un repère galiléen, et dans la direction opposée à cette vitesse. Lorsque la vitesse  $v = 2 \text{ ms}^{-1}$ , la force extérieure est de module 10 N. Cette force dérive du potentiel de dissipation  $D$ .

A cette vitesse, quelle est la valeur de ce potentiel de dissipation ?

### 1.148 brevet 142 : Potentiel de dissipation et frottement sec.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours ... ; autoattribution .

Soit un solide sur lequel agit une force extérieure  $\vec{F}$  de frottement sec contre un autre solide dont le module est constant lorsque la vitesse de glissement  $\vec{v}$  entre les deux solides est différente de 0. Cet effort est de direction opposée à cette vitesse. Lorsque la vitesse  $v = 2 \text{ ms}^{-1}$ , la force extérieure est de module 10 N.

Cette force dérive-t-elle d'un potentiel de dissipation ?

### 1.149 brevet 143 : Fréquence propre d'un système à 1 ddl de translation.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m = 2 \text{ kg}$  guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité  $k = 8 \text{ Nm}^{-1}$ .

Quelle est la fréquence propre  $f$  de ce système ?

### 1.150 brevet 144 : Pulsation propre d'un système à 1 ddl de translation et pesanteur.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m = 2 \text{ kg}$  guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité  $k = 8 \text{ Nm}^{-1}$ . L'axe  $\vec{x}$  fait un angle  $\theta$  avec la direction  $\vec{x}_0$  de la pesanteur ( $g = 9.81 \text{ ms}^{-2}$ ).

Sa pulsation propre dépend-elle de  $\theta$  ?



### 1.151 brevet 145 : Phase du mouvement d'un système à 1 ddl de translation et pesanteur.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m = 2$  kg guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité  $k = 8 \text{ Nm}^{-1}$ . Deux essais sont faits. Au premier essai, le solide est écarté de 0.1 m de sa position d'équilibre, et lâché sans vitesse initiale à  $t_0 = 0$  s. Au second essai, le solide n'est pas écarté de sa position initiale, mais lancé à la vitesse  $v = 0.05 \text{ ms}^{-1}$  au temps  $t_1 = 2,36$  s.

Pour des supérieurs à  $t_1$ , les deux mouvements sont-ils en phase ? Ont-ils la même amplitude ?

### 1.152 brevet 146 : Inertie équivalente d'un système à 1 ddl.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit une crémaillère que l'on peut assimiler à un solide de masse  $m = 2$  kg guidée en translation dans la direction  $\vec{x}$ , et l'engrenage d'inertie de rotation  $J = 7 \text{ kgm}^2$  en contact avec la crémaillère. Le rapport entre la vitesse de rotation  $\Omega$  de l'engrenage et la vitesse  $v$  de translation de la crémaillère est de  $\Omega/v = 5 \text{ m}^{-1}$ .

Si une force agit sur la crémaillère, quelle est la masse apparente  $m_{ap}$  du système à écrire dans l'équation de mouvement ? Si un couple agit sur l'engrenage, quel est le moment d'inertie  $J_{ap}$  apparent du système à écrire dans l'équation de mouvement ?

### 1.153 brevet 147 : Nombre de ddl indépendants.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit une crémaillère que l'on peut assimiler à un solide de masse  $m$  guidée en translation dans la direction  $\vec{x}$ , et l'engrenage d'inertie de rotation  $J$  en contact avec la crémaillère. Le rapport  $\Omega/v$  entre la vitesse de rotation  $\Omega$  de l'engrenage et la vitesse  $v$  de translation de la crémaillère est fixée par le diamètre nominal de l'engrenage.

Ce système est-il modélisable par un système à un degré de liberté ?

### 1.154 brevet 148 : Sous-amortissement d'un système

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m = 2$  kg guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité  $k = 8 \text{ Nm}^{-1}$  et un amortisseur visqueux de coefficient d'amortissement  $c = 3 \text{ kgs}^{-1}$ .

Ce système est-il sous-amorti ?

### 1.155 brevet 149 : Pseudo-pulsation d'un système

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

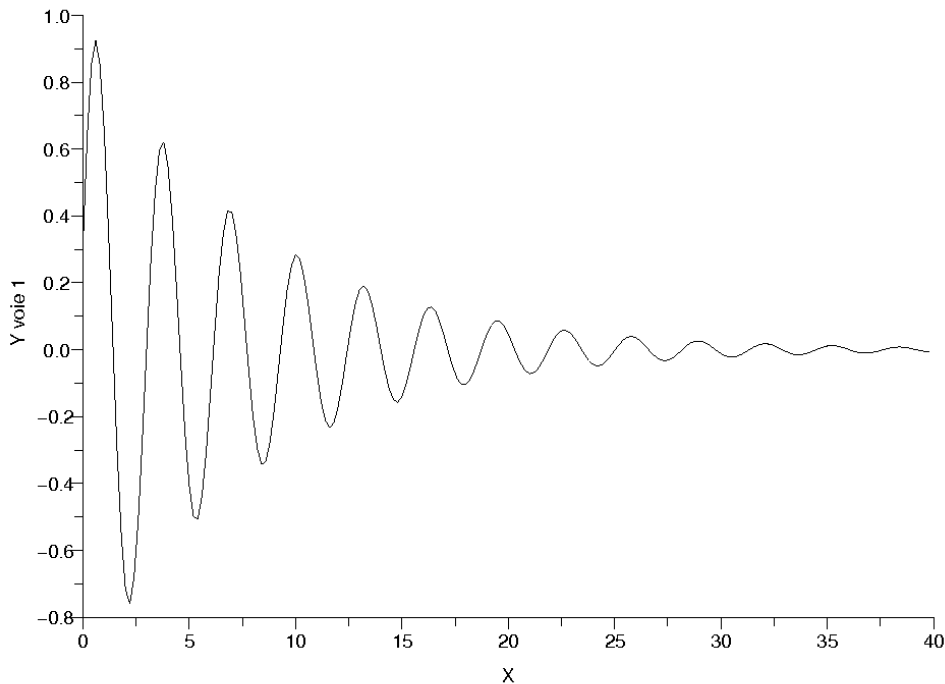


FIGURE 1.17 – Réponse libre d’un système à un essai de lacher.

Soit un solide de masse  $m = 2$  kg guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité  $k = 8 \text{ Nm}^{-1}$  et un amortisseur visqueux de coefficient d’amortissement  $c = 3 \text{ kgs}^{-1}$ .

Quelle est la pseudo pulsation  $\omega_d$  de ce système sous-amorti ?

### 1.156 brevet 150 : Extraction du taux l’amortissement d’un système à partir de la réponse libre.

auteur : JM Géneaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m = 2$  guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité  $k$  et un amortisseur visqueux de coefficient d’amortissement  $c$ . La réponse libre du système est présentée figure 1.17.

Quelle est le taux d’amortissement  $\zeta$  de ce système ?

### 1.157 brevet 151 : Tracé dans le plan de Nyquist des frf déplacement/force, vitesse/force, accélération/force pour un système à 1 ddl amorti.

auteur : JM Géneaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m = 2$  kg guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , et relié au repère

galiléen par un ressort de rigidité  $k = 8 \text{ Nm}^{-1}$  et un amortisseur visqueux de coefficient d'amortissement  $c = 0.5 \text{ kgs}^{-1}$ . Une force  $F = 2 \cos(\omega t) \text{ N}$  est appliquée à ce solide. On appelle  $x(t) = X \cos(\omega t + \phi)$  le déplacement de la masse  $m$ . On peut faire correspondre les fonction complexes associées  $\tilde{F} = 2e^{i\omega t}$ ,  $\tilde{X} = (X_r + iX_i)e^{i\omega t}$  avec et la réponse forcée du système peut être quantifiée par  $H_d = \tilde{X}/\tilde{F}$ ,  $H_v = \dot{\tilde{X}}/\tilde{F}$  ou  $H_a = \ddot{\tilde{X}}/\tilde{F}$ .

Tracez dans le plan de Nyquist ces 3 fonctions ?

### 1.158 brevet 152 : Silent-block.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] *chapitre 2, 1.4* ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m = 2 \text{ kg}$  guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , relié par un ressort de rigidité  $k$  et un amortisseur visqueux de coefficient d'amortissement  $c = 3 \text{ kgs}^{-1}$  à un point A. Ce point A est soumis à un mouvement sinusoïdal  $y(t) = Y \cos(\omega t)$ . On appelle  $x(t) = X \cos(\omega t + \phi)$  le déplacement de la masse  $m$ .

Comment choisir  $k$  pour que le rapport  $X/Y$  soit inférieur à 0.1 à la fréquence de 50 Hz ?

### 1.159 brevet 153 : Oscillation(s) d'un système à 1ddl en présence de frottement sec.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] *chapitre 2, 2.1* ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m = 2 \text{ kg}$  guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , relié par un ressort de rigidité  $k = 5 \text{ Nm}^{-1}$  et un amortisseur sec de coefficient de frottement  $\mu = 0,03 \text{ kgs}^{-1}$  et une force normale au contact sec  $N = mg$  avec  $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$ . On appelle  $x(t)$  le déplacement de la masse  $m$ . Ce système est écarté de la position  $x = 0$  pour laquelle le ressort est au repos, et lâché sans vitesse initiale pour une position  $x_0 = 0,2 \text{ m}$ .

Le système oscillera-t-il plusieurs fois ? A quelle position  $x_{stop}$  s'arrêtera-t-il ?

### 1.160 brevet 154 : Facteur de perte.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] *chapitre 2, 2.3* ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m = 2 \text{ kg}$  guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , relié par un ressort de rigidité  $k = 5 \text{ Nm}^{-1}$  et un amortisseur visqueux de coefficient d'amortissement  $c = 3 \text{ kgs}^{-1}$ . Ce solide est soumis à une force sinusoïdale à la pulsation  $\omega = 1 \text{ rad.s}^{-1}$ .

Quel est le facteur de perte  $\eta$  à la résonance ? Quel est le facteur de perte  $\eta_1$  à la pulsation  $\omega$  ?

### 1.161 brevet 155 : Homogénéité. Amortissement hystérétique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] *chapitre 2, 2.3* ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m = 2 \text{ kg}$  guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , relié par un ressort de rigidité  $k = 5 \text{ Nm}^{-1}$  et un amortisseur hystérétique de coefficient hystérétique  $\beta = 1$ . L'énergie dissipée  $\Delta E$  pendant un cycle d'amplitude  $X$  de mouvement de la masse, est reliée au coefficient d'amortissement hystérétique par

$$\Delta E = \pi k \beta X^2, \quad (1.29)$$

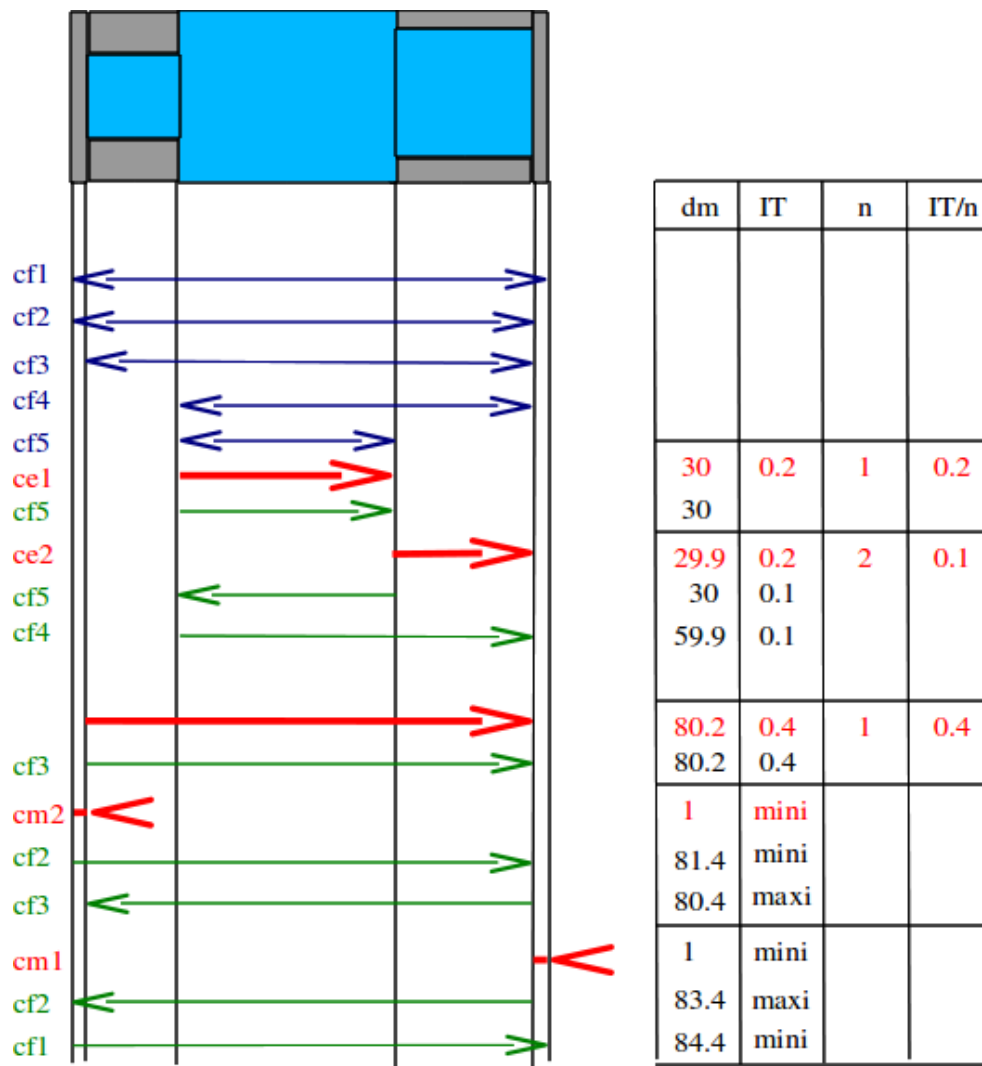


FIGURE 1.18 – Répartition des intervalles de tolérance pour d'une pièce à fabriquer.

Quel sont les unités de mesures de  $\beta$  dans le Système International ?

### 1.162 brevet 156 : Amortissement et largeur de bande à -3dB.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] *chapitre 2, Application 5*, ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m$  kg guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , relié par un ressort de rigidité  $k$  Nm<sup>-1</sup> et un amortisseur visqueux de coefficient d'amortissement  $c$ . Le système est soumis à une force  $F$  dont la fréquence varie pas à pas. Ceci permet de mesurer la fonction de réponse en fréquence  $h_d$  ratio du déplacement et de la force.

A partir de la fonction de réponse en fréquence représentée figures 1.19 et 1.20, donnez par la méthode de largeur de bande à -3dB, le taux d'amortissement  $\zeta$  de ce système ?

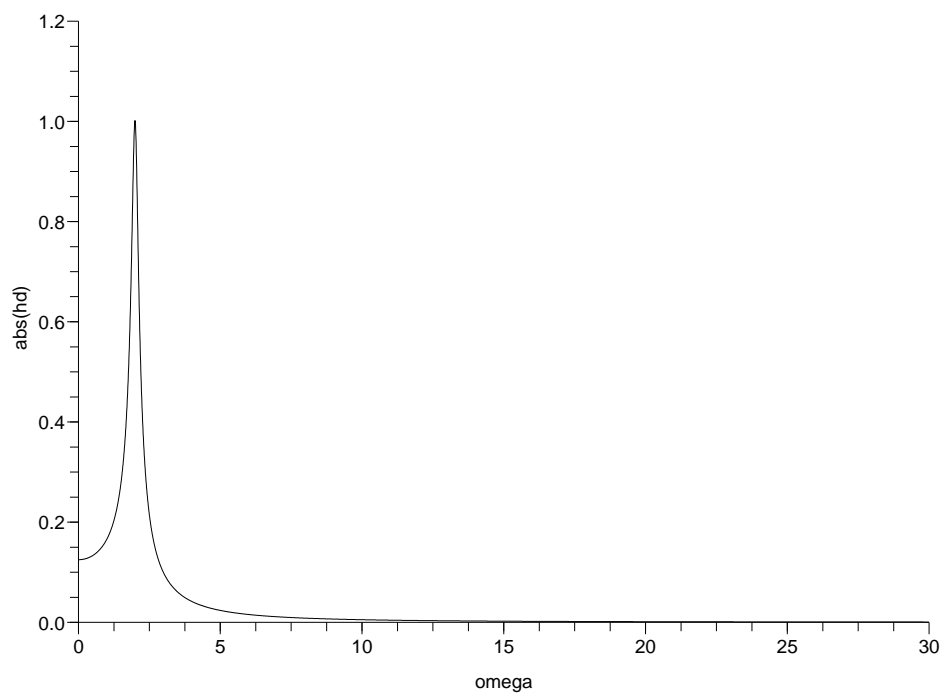


FIGURE 1.19 – Amplitude de la fonctions de réponse en fréquence : échelle linéaire.

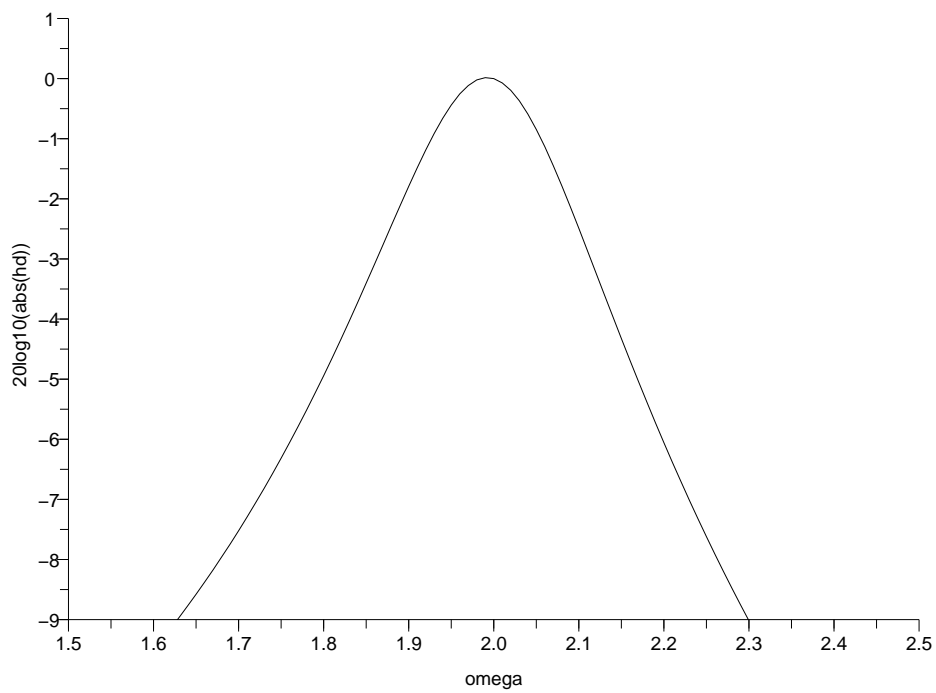


FIGURE 1.20 – Amplitude de la fonctions de réponse en fréquence : échelle en dB.

### 1.163 brevet 157 : Parties réelles et imaginaires d'une frf déplacement/force pour un système à 1 ddl non amorti.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m = 2$  kg guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité  $k = 8 \text{ Nm}^{-1}$ . Une force  $f(t) = F \cos(\omega t) = 2 \cos(\omega t)$  N est appliquée à ce solide. Si l'on appelle  $x(t) = X \cos(\omega t)$  le déplacement de la masse  $m$ , la réponse forcée du système peut être quantifiée par  $H_d = X/F$ .

Tracez l'évolution des parties réelles et imaginaires de cette fonction de réponse en fréquence.

### 1.164 brevet 158 : Réponse impulsionnelle et essai de lâcher.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] *chapitre 1, 2.1 et chapitre 2, 3.1*, ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m = 2$  kg guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , et relié au repère galiléen par un ressort de rigidité  $k = 8 \text{ Nm}^{-1}$  et un taux d'amortissement  $\zeta$ . Deux essais peuvent être menés : a) un essai de lâcher sans vitesse initiale depuis une position  $x_0 = 2$  m, et b) un impact par une force impulsionnelle  $F\delta(t_1)$  N, avec  $\delta(t_1)$  la fonction de Dirac. On appelle  $x_a(t) = Ae^{-\zeta\omega_0 t} \sin(\omega_d t + \phi_a)$  le déplacement de la masse  $m$  sous l'essai a pour  $t > 0$ , et  $x_b(t) = \frac{F}{m\omega_d} e^{-\zeta\omega_0 t} \sin(\omega_d(t - t_1))$  le déplacement de la masse  $m$  sous l'essai b pour  $t > t_1$ .

Quelles sont les valeurs de  $F$  et  $t_1$  en fonction de  $m, k, \zeta$  pour que les deux courbes se superposent à partir de l'instant  $t_1$ , avec l'hypothèse que  $\zeta \ll 1$  ?

### 1.165 brevet 159 : Identification des paramètres par lissage de cercle.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] *paragraphe 7.2.3*, ; autoattribution .

Soit un solide de masse  $m$  kg guidé en translation dans la direction  $\vec{x}$ , relié par un ressort de rigidité  $k \text{ Nm}^{-1}$  et un amortisseur visqueux de coefficient d'amortissement  $c$ . Le système est soumis à une force  $F$  dont la fréquence varie pas à pas. Ceci permet de mesurer la fonction de réponse en fréquence  $h_d$  ratio du déplacement et de la force. Cette FRF est représentée par son Nyquist figures 1.21 et les valeurs sont les suivantes :

$\omega$	real( $h_d$ )	imag( $h_d$ )	$\omega$	real( $h_d$ )	imag( $h_d$ )
0.00	0.125	0.0000	2.04	-0.282	-0.890
0.01	0.125	-0.000	2.05	-0.333	-0.843
0.02	0.125	-0.0001	2.06	-0.375	-0.793
0.03	0.125	-0.0002	2.07	-0.408	-0.741
...			2.08	-0.432	-0.689
1.79	0.477	-0.268	2.09	-0.450	-0.639
1.80	0.487	-0.288	2.10	-0.461	-0.591
1.81	0.496	-0.310	2.11	-0.468	-0.546
1.82	0.505	-0.334	2.12	-0.470	-0.504
1.83	0.514	-0.361	2.13	-0.469	-0.465
1.84	0.521	-0.390	2.14	-0.465	-0.429
1.85	0.527	-0.422	2.15	-0.460	-0.397
1.86	0.531	-0.457	2.16	-0.453	-0.367
1.87	0.533	-0.495	2.17	-0.444	-0.340
1.88	0.531	-0.536	2.18	-0.435	-0.315
1.89	0.526	-0.581	...		
1.90	0.516	-0.628	2.97	-0.101	-0.015
1.91	0.500	-0.678	2.98	-0.100	-0.015
1.92	0.476	-0.730	2.99	-0.098	-0.015
1.93	0.445	-0.782			
1.94	0.406	-0.833			
1.95	0.356	-0.881			
1.96	0.298	-0.923			
1.97	0.231	-0.959			
1.98	0.158	-0.984			
1.99	0.080	-0.998			
2.00	0.00	-1.00			
2.01	-0.078	-0.988			
2.02	-0.153	-0.965			
2.03	-0.222	-0.932			

A partir du Nyquist, donnez le taux d'amortissement  $\zeta$ , la rigidité apparente et la masse apparente de ce système.

### 1.166 brevet 160 : Réponse d'un système à deux degrés de liberté en excitation forcée à une fréquence imposée

**auteur : JM Géneaux ; ressource : [15] *paragraphe III.1.3*** Soit deux masses  $m_1 = 1$  kg et  $m_2 = 2$  kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe  $\vec{x}$ .  $m_1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k_1 = 3$  N/m.  $m_1$  et  $m_2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k_2 = 5$  N/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées  $x_1$  et  $x_2$ .

Calculez l'amplitude de vibration de ces masses, lorsque la première est excitée par une force  $\vec{F} = 300 \sin(\omega_f t) \vec{x}$ N, avec  $\omega_f = 2\pi$  s<sup>-1</sup>.

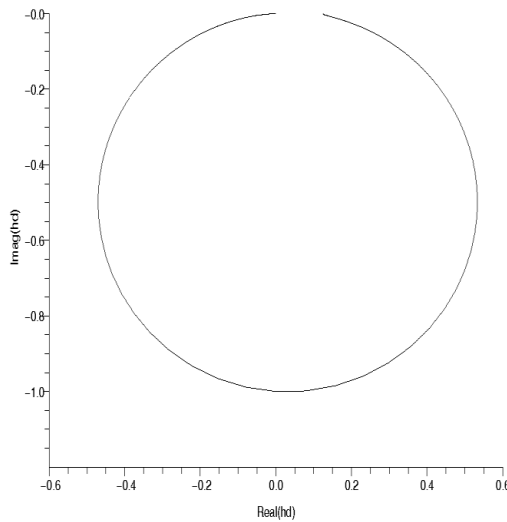


FIGURE 1.21 – Nyquist d’une fonction de réponse en fréquence.

### 1.167 brevet 161 : Antirésonance d’un système à deux degrés de liberté en excitation forcée à une fréquence imposée

**auteur : JM Génevaux ; ressource : [15] paragraphe III.1.3.** Soit deux masses  $m_1 = 1$  kg et  $m_2 = 2$  kg assujetties à ne se déplacer que suivant l’axe  $\vec{x}$ .  $m_1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k_1 = 3$  N/m.  $m_1$  et  $m_2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k_2 = 5$  N/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d’équilibre sont notées  $x_1$  et  $x_2$ .

Quelle est la pulsation d’excitation  $\omega_f$  d’un effort appliqué à la masse  $m_2$ , telle que l’amplitude de vibration de la masse  $m_2$  soit nulle ?

### 1.168 brevet 162 : Equation dynamique normalisée par la matrice de masse

**auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], paragraphe III.2.1.** Soit deux masses  $m_1 = 1$  kg et  $m_2 = 2$  kg assujetties à ne se déplacer que suivant l’axe  $\vec{x}$ .  $m_1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k_1 = 3$  N/m.  $m_1$  et  $m_2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k_2 = 5$  N/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d’équilibre sont notées  $x_1$  et  $x_2$ .

Quelle est la matrice de rigidité  $\tilde{K}$  qui apparaît dans l’équation dynamique normalisée ?

### 1.169 brevet 163 : Matrice orthogonale d’un problème de dynamique à 2 ddl

**auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], paragraphe III.2.1.** Soit deux masses  $m_1 = 1$  kg et  $m_2 = 2$  kg assujetties à ne se déplacer que suivant l’axe  $\vec{x}$ .  $m_1$  est liée au référentiel galiléen



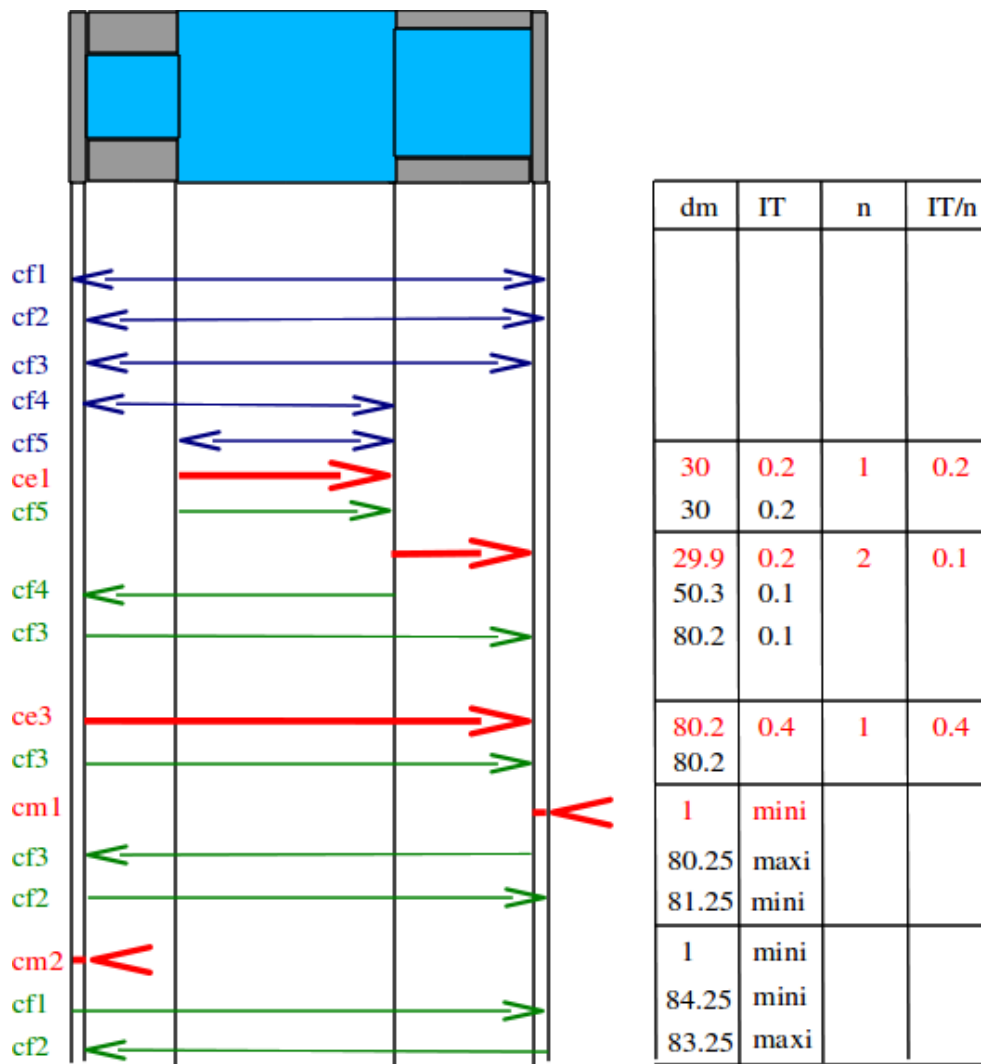


FIGURE 1.22 – Répartition des intervalles de tolérance pour d'une pièce à fabriquer.

par un ressort de rigidité  $k_1 = 3 \text{ N/m}$ .  $m_1$  et  $m_2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k_2 = 5 \text{ N/m}$ . Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées  $x_1$  et  $x_2$ .

Quelle est la matrice orthogonale  $P$  de projection, composée des vecteurs propres normalisés ?

### 1.170 brevet 164 : Normalisation de vecteurs propres par rapport à la matrice de masse

**auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], paragraphe III.2.1.** Soit deux masses  $m_1 = 1 \text{ kg}$  et  $m_2 = 2 \text{ kg}$  assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe  $\vec{x}$ .  $m_1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k_1 = 3 \text{ N/m}$ .  $m_1$  et  $m_2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k_2 = 5 \text{ N/m}$ . Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées  $x_1$  et  $x_2$ .

Quels sont les vecteurs propres  $v_{n1}$  et  $v_{n2}$  normalisés par rapport à la matrice de masse ?

### 1.171 brevet 165 : Position des masses d'un système 2ddl lors d'un essai avec positions et vitesses initiales données.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], *paragraphe III.2.1*. Soit deux masses  $m_1 = 1$  kg et  $m_2 = 2$  kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe  $\vec{x}$ .  $m_1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k_1 = 3$  N/m.  $m_1$  et  $m_2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k_2 = 5$  N/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées  $x_1$  et  $x_2$ .

Le système est écarté de sa position initiale  $x_{10} = 0.1$  m et  $x_{20} = 0$ , puis lancé avec les vitesses  $\dot{x}_{10} = 0$  ms<sup>-1</sup> et  $\dot{x}_{20} = 0.2$  ms<sup>-1</sup>.

Quelles sont les positions des masses à l'instant  $t = 2$  s ?

### 1.172 brevet 166 : Matrice d'amortissement approchée lorsque l'amortissement n'est pas proportionnel ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : [15], *paragraphe II.2.2* ; autoattribution .

Soit deux masses  $m_1 = 1$  kg et  $m_2 = 2$  kg assujetties à ne se déplacer que suivant l'axe  $\vec{x}$ .  $m_1$  est liée au référentiel galiléen par un ressort de rigidité  $k_1 = 2$  N/m.  $m_1$  et  $m_2$  sont reliées entre elles par un ressort de rigidité  $k_2 = 3$  N/m et un amortisseur visqueux de constante  $c = 3$  Ns/m. Les positions relatives des masses, par rapport à leur position d'équilibre sont notées  $x_1$  et  $x_2$ . Ce système définit une matrice d'amortissement  $C$ . L'amortissement de ce système à deux degrés de liberté n'est pas proportionnel.

Quelle est la matrice d'amortissement proportionnelle  $\tilde{C}$  la plus proche (en terme des moindres carrés) de la matrice  $C$  du système réel.

### 1.173 brevet 167 : Mesure au marteau d'impact de l'amplitude d'une fonction de réponse en fréquence

auteur : JM Génevaux ; ressource : polycopié de travaux pratique Vibration acoustique 1 .

Pour une structure donnée, à l'aide d'une excitation au marteau d'impact en un point  $i$  de la structure, et d'un accéléromètre positionné en un point  $j$  de la structure,

- mesurez l'amplitude de la fonction de réponse en fréquence (accélération) à l'une des fréquences de résonance de celle-ci,
- donnez la précision sur cette mesure, et précisez les unités.

### 1.174 brevet 168 : Calibration relative d'une chaîne de mesure de fonction de réponse en fréquence, par la méthode du marteau d'impact

auteur : JM Génevaux ; ressource : polycopié de travaux pratique Vibration acoustique 1 .

A l'aide d'une masse pure suspendue ou tenue dans la main, d'un accéléromètre et d'un marteau d'impact, calibrer la chaîne d'acquisition de fonction de réponse en fréquence.

On rappelle que :

- L'équation de mouvement est donnée par,

$$mx''(t) = F(t). \quad (1.30)$$

- L'accélération est donc donnée par le ratio de la transformée de Fourier de l'accélération  $\ddot{X}$  et de la transformée de Fourier de la force d'excitation  $F(\omega)$ .

$$\frac{\ddot{X}(\omega)}{F(\omega)} = m \quad (1.31)$$

### **1.175 brevet 169 : Mesure au marteau d'impact de l'amortissement d'une structure à une fréquence propre.**

auteur : JM Génevaux ; ressource : photocopié de travaux pratique Vibration acoustique 1 .

Pour une structure donnée, à l'aide d'une excitation au marteau d'impact en un point  $i$  de la structure, et d'un accéléromètre positionné en un point  $j$  de la structure, mesurez l'amortissement de la structure à l'une des fréquences de résonance de celle-ci. Donnez la précision sur cette mesure, et précisez les unités.

### **1.176 brevet 170 : Mesure du coefficient d'absorption sous incidence normale d'un matériau isolant acoustique.**

auteur : JM Génevaux ; ressource : photocopié de travaux pratique Vibration acoustique 2 .

Pour un matériau donnée, à l'aide d'une excitation acoustique dans un tube de Kundt à un seul microphone, mesurez le coefficient d'absorption  $\alpha$  pour une fréquence donnée. Donnez la précision sur cette mesure, et précisez les unités.

### **1.177 brevet 171 : Réglage d'un absorbeur dynamique.**

auteur : JM Génevaux ; ressource : photocopié de travaux pratique Vibration acoustique 2 .

Pour une structure présentant une résonance à une pulsation  $\omega_0$ , à l'aide d'un système masse-ressort, de masse bien inférieure à celle de la structure initiale, mettre en oeuvre un absorbeur dynamique. Donnez le ratio entre l'amplitude des vibrations à la résonance du système avec et sans absorbeur.

### **1.178 brevet 172 : Mesure d'un coefficient d'amortissement modal par un essai de lacher.**

auteur : JM Génevaux ; ressource : photocopié de travaux pratique Vibration acoustique 2 .

Par un essai de lacher, sur une structure présentant une résonance à une pulsation  $\omega$ , à l'aide de la mesure de sa réponse temporelle, mesurer le coefficient d'amortissement modal  $\xi$ . Donnez la précision sur celui-ci, et ses unités.

### 1.179 brevet 173 : Animation d'une forme propre d'une structure obtenue par analyse modale expérimentale.

auteur : JM Génevaux ; ressource : polycopié de travaux pratique Vibration acoustique 2 .

- Pour une structure donnée, dont des degrés de liberté ont été choisis,
- mesurez les fonctions de réponses en fréquence entre les ddl
  - identifiez les caractéristiques modales expérimentale de l'un des modes propres
  - définissez un maillage spatial
  - faire correspondre les FRFs et les degrés de liberté
  - visualisez les mouvements (obtenus expérimentalement) de la structure à la fréquence du mode propre choisi.

### 1.180 brevet 174 : Processus d'expansion utilisant les matrices de masse et de rigidité du modèle, pour un système conservatif à deux degrés de liberté.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [4], paragraphe 4.5.1 ; autoattribution .

Le système à deux masses modélisé lors du brevet 118 nous a fourni analytiquement les matrices de masse et de rigidité :

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

$$K = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 3 \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

L'expérience a été menée sur cette structure à l'aide d'un marteau d'impact et d'un accéléromètre positionné sur l'une des masses. L'accéléromètre a été placé sur la première masse, et l'impact n'a eu lieu que sur celle-ci. On ne dispose donc de mesures que sur le degré de liberté  $x_1$ . Les vecteurs propres mesurés ne sont donc connus que sur leur première composante :

- pour la première pulsation propre mesurée  $\omega_1 = .68$ ,

$$\phi_{m1} = [.42, ?] \quad (1.34)$$

- pour la seconde pulsation propre mesurée  $\omega_1 = 2.1$ ,

$$\phi_{m2} = [-.70, ?] \quad (1.35)$$

Pour pouvoir comparer au modèle, il faut extrapoler les vecteurs propres, sur les degrés de liberté non mesurés.

Utilisez les matrices de masse et de rigidité du modèle pour compléter les vecteurs propres, puis les normer à travers la matrice de masse. Commentez les vecteurs trouvés.

### 1.181 brevet 175 : Processus d'expansion utilisant les données modales expérimentales , pour un système conservatif à deux degrés de liberté.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours [4], paragraphe 4.5.2 ; autoattribution .

Le système à deux masses modélisé lors du brevet 118 nous a fourni les vecteurs propres analytiques :

$$\phi_{a1} = [.4264014327, .6396021490] \quad (1.36)$$

$$\phi_{a2} = [-.9045340338, .3015113446] \quad (1.37)$$

L'expérience a été menée sur cette structure à l'aide d'un marteau d'impact et d'un accéléromètre positionné sur l'une des masses. L'accéléromètre a été placé sur la première masse, et l'impact n'a eu lieu que sur celle-ci. On ne dispose donc de mesures que sur le degré de liberté  $x_1$ . Les vecteurs propres mesurés ne sont donc connus que sur leur première composante :

– pour la première pulsation propre mesurée  $\omega_1 = .68$ ,

$$\phi_{m1} = [.42, ?] \quad (1.38)$$

– pour la seconde pulsation propre mesurée  $\omega_1 = 2.1$ ,

$$\phi_{m2} = [-.70, ?] \quad (1.39)$$

Pour pouvoir comparer au modèle, il faut extrapoler les vecteurs propres, sur les degrés de liberté non mesurés.

Utilisez les données modales expérimentales et les vecteurs propres analytique pour compléter les vecteurs propres, et lisser la valeurs mesurées.

## 1.182 brevet 176 : poutre continue et masse concentrée, Rayleigh-Ritz

auteur : JM Génevaux ; ressource : [7], paragraphe .

Soit la structure suivante : une poutre droite d'axe  $\vec{x}$ , de section  $S$ , de moment quadratique  $I_{gz}$ , de masse volumique  $\rho$ , de module d'Young  $E$ , de longueur  $l$ , reposants en  $x = 0$  sur un appui simple et en  $x = l$  sur un appui sur rouleau de normale  $\vec{y}$ , supportant en son milieu une masse concentrée  $m$ . On souhaite calculer le premier mode propre de cette structure.

Lorsque vous utilisez les fonctions polynomiales,  $\psi_4 = \sum a_n (\frac{x}{l})^n$  calculez par -Ritz la première fréquence propre en utilisant deux termes.

### 1.183 brevet 201 : composantes contravariantes

auteur : J Hladik ; ressource : [5] .

Soient deux vecteurs de  $E_3$  :  $\vec{A} = (a_1, a_2, a_3)$  et  $\vec{B} = (b_1, b_2, b_3)$ . Soit une base de  $E_3$  définie par :

- $\vec{e}_1 = (1, 1, 1)$
- $\vec{e}_2 = (0, 1, 1)$
- $\vec{e}_3 = (0, 0, 1)$

Déterminez les composantes contravariantes de  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$ .

### 1.184 brevet 202 : composantes covariantes

auteur : J Hladik ; ressource : [5] .

Soient deux vecteurs de  $E_3$  :  $\vec{A} = (a_1, a_2, a_3)$  et  $\vec{B} = (b_1, b_2, b_3)$ . Soit une base de  $E_3$  définie par :

- $\vec{e}_1 = (1, 1, 1)$
- $\vec{e}_2 = (0, 1, 1)$
- $\vec{e}_3 = (0, 0, 1)$

Déterminez les composantes covariantes de  $\vec{A}$  et  $\vec{B}$ .

### 1.185 brevet 203 : composantes covariantes et contravariantes avec application numérique

auteur : J Hladik ; ressource : [5] .

Soient les vecteurs de  $E_3$  :  $\vec{A} = (4, 1, 2)$ . Soit une base de  $E_3$  définie par :

- $\vec{e}_1 = (1, 1, 1)$
- $\vec{e}_2 = (0, 1, 1)$
- $\vec{e}_3 = (0, 0, 1)$

Déterminez les composantes covariantes et contravariantes de  $\vec{A}$ .

### 1.186 brevet 204 : calcul d'un produit scalaire à l'aide des composantes covariantes et contravariantes

auteur : J Hladik ; ressource : [5] .

Soient deux vecteurs de  $E_3$  :  $\vec{A} = (4, 1, 2)$  et  $\vec{B} = (1, 3, 5)$ . Soit une base de  $E_3$  définie par :

- $\vec{e}_1 = (1, 1, 1)$
- $\vec{e}_2 = (0, 1, 1)$
- $\vec{e}_3 = (0, 0, 1)$

Déterminez le produit scalaire  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  à partir des composantes covariantes et contravariantes.

### 1.187 brevet 205 : produit tensoriel

auteur : J Hladik ; ressource : [5] .

Soient  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  une base de l'espace vectoriel  $E_2$  et soient deux vecteurs de  $E_2$  :  $\vec{X} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$  et  $\vec{Y} = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ . On note  $\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2$  les vecteurs de base d'un espace  $E_4 = E_2 \otimes E_2$ .

Déterminer l'expression du produit tensoriel  $\vec{X} \otimes \vec{Y}$ .

### 1.188 brevet 206 : Est-ce un produit tensoriel ?

auteur : J Hladik ; ressource : [5] .

Soient  $\vec{e}_1, \vec{e}_2$  une base de l'espace vectoriel  $E_2$  et soient deux vecteurs de  $E_2$  :  $\vec{X} = 2\vec{e}_1 + 4\vec{e}_2$  et  $\vec{Y} = 5\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$ . On note  $\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2$  les vecteurs de base d'un espace  $E_4 = E_2 \otimes E_2$ .

Le tenseur  $U = 11\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1 + 8\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 + 20\vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1 + 12\vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2$  est-il le produit tensoriel de deux vecteurs de  $E_2$  ?

### 1.189 brevet 207 : Equation d'une droite passant par deux points.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de math de seconde ; autoattribution .

Soit deux points A et B dans un espace affine de dimension 2 de repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  tels que  $\vec{OA} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$  et  $\vec{OB} = 5\vec{i} - 3.2\vec{j}$ . Soit un point P tel que  $\vec{OP} = x\vec{i} + y\vec{j}$  appartenant à la droite  $y = ax + b$  passant par les deux points A et B. Quelles sont les valeurs de  $a$  et  $b$  ?

### 1.190 brevet 208 : Intégration avec changement de variable.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de math de bac +1 ; autoattribution .

Soit la fonction,

$$f(x) = \sqrt{3x+6}. \quad (1.40)$$

Quelle est l'intégrale de cette fonction entre  $x = 0$  et  $x = 2$  ?

### 1.191 brevet 209 : Déterminant d'une matrice 3x3.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de math de bac +1 ; autoattribution .

Soit la matrice,

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (1.41)$$

Quel est le déterminant de cette matrice ?

### 1.192 brevet 210 : Produit vectoriel de deux vecteurs.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de math de bac +1 ; autoattribution .

Soit dans une base directe orthonormée  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , les deux vecteurs  $\vec{a} = 3\vec{x} + 5\vec{y}$  et  $\vec{b} = 4\vec{y} + 5\vec{z}$ , calculez  $\vec{c} = \vec{a} \wedge \vec{b}$

### 1.193 brevet 211 : Homogénéité d'une équation (version 1).

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de physique de bac +1 ; autoattribution .

Soit  $F$  une force,  $g$  la pesanteur,  $m$  une masse,  $a$  et  $b$  des longueurs, l'équation,

$$F = \frac{a + b}{b} \frac{2m}{g}, \quad (1.42)$$

est-elle homogène ?

### 1.194 brevet 212 : Homogénéité d'une équation (version 2).

auteur : JM Géneaux ; ressource : cours de physique de bac +1 ; autoattribution .

Soit  $F$  une force,  $g$  la pesanteur,  $m$  une masse,  $a$  et  $b$  des longueurs, l'équation,

$$F = \frac{a + b^2}{b} 2mg, \quad (1.43)$$

est-elle homogène ?

### 1.195 brevet 213 : Homogénéité d'une équation (version 3).

auteur : JM Géneaux ; ressource : cours de physique de bac +1 ; autoattribution .

Soit  $\omega$  une pulsation,  $k$  la rigidité d'un ressort en torsion,  $J$  une inertie de rotation d'un solide autour d'un axe, l'équation,

$$\omega = 23\sqrt{\frac{k}{J}} \quad (1.44)$$

est-elle homogène ?

### 1.196 brevet 214 : Dimension tensorielle (version 1).

auteur : JM Géneaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit  $\vec{v}$  la vitesse d'un point d'un solide dans l'espace tridimensionnel. L'égalité

$$\vec{v} = 3 \text{ ms}^{-1} \quad (1.45)$$

égale-t-elle des éléments de même dimension tensorielle ?

### 1.197 brevet 215 : Dimension tensorielle (version 2).

auteur : JM Géneaux ; ressource : [5] ; autoattribution .

Soit  $T$  l'énergie cinétique d'un solide par rapport à un repère galiléen tridimensionnel. L'égalité

$$T = 3 \text{ kgms}^{-1} \quad (1.46)$$

égale-t-elle des éléments de même dimension tensorielle ?

### 1.198 brevet 216 : Intégration triple.

auteur : JM Géneaux ; ressource : bac +1 ; autoattribution .

Soit l'intégrale

$$I = \int_{x=0}^2 \int_{y=2}^3 \int_{z=0}^4 (xy + z^2) dx dy dz. \quad (1.47)$$

Quelle est la valeur de cette intégrale ?



### 1.199 brevet 217 : Produits de tenseurs du second ordre et vecteurs.

auteur : JM Génevaux ; ressource : bac +1 ; autoattribution .

Soit les vecteurs  $\vec{v}_1 = 1\vec{x} + 2\vec{y} - \vec{z}$  et  $\vec{v}_2 = 3\vec{x} + 2\vec{y} + 1\vec{z}$  et le tenseur du second ordre

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \otimes (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \quad (1.48)$$

Quelle est la valeur du scalaire  $a = \vec{v}_1 \cdot M \vec{v}_2$  ?

### 1.200 brevet 218 : Dérivée d'une fonction trigonométrique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : 2nd ; autoattribution .

Soit la fonction  $f(x) = 3 \sin(2\pi x)$ .

Quelle est la valeur de sa dérivée au point  $x = 1.28$  ?

### 1.201 brevet 219 : Intégrale d'une fonction trigonométrique.

auteur : JM Génevaux ; ressource : terminale ; autoattribution .

Soit la fonction  $f(x) = 3 \sin(2\pi x)$ .

Quelle est la valeur de son intégrale en  $x$  entre les points  $x = 1.15$  et  $x = 1.28$  ?

### 1.202 brevet 220 : Intégrale d'une fonction polynome.

auteur : JM Génevaux ; ressource : terminale ; autoattribution .

Soit la fonction  $f(x) = 25x^4 + 2x^{-2}$ .

Quelle est la valeur de son intégrale en  $x$  entre les points  $x = 1.15$  et  $x = 1.28$  ?

### 1.203 brevet 221 : Intégrale d'une fonction à plusieurs variables.

auteur : S Mézil ; ressource : cours *Terminales*, ; autoattribution .

Soit la fonction  $f(x, y, z) = x^3 + x * \sin(6y)$ .

Que valent les intégrales :  $I_1 = \int_1^5 f(x, y, z) dx$ ,  $I_2 = \int_0^3 f(x, y, z) dy$  et  $I_3 = \int_1^{10} f(x, y, z) dz$  ?

### 1.204 brevet 222 : Différence entre vecteur et matrice associée (version 1)

auteur : JM Génevaux ; ressource : bac +1 ; autoattribution .

Soit les vecteurs  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$  tels que  $\vec{v}_1 = 1\vec{x} + 2\vec{y} - \vec{z}$  et  $\vec{v}_2$  soit associé à la matrice

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \quad (1.49)$$

Les deux vecteurs  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$  sont-ils les mêmes ?

### 1.205 brevet 223 : Différence entre vecteur et matrice associée (version 2)

auteur : JM Génevaux ; ressource : bac +1 ; autoattribution .

Soit les vecteurs  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$  tels que  $\vec{v}_1 = 1\vec{x} + 2\vec{y} - \vec{z}$  et  $\vec{v}_2$  soit associé à la matrice

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}_{(\vec{x}+\vec{y}, \vec{y}, \vec{z})} \quad (1.50)$$

Les deux vecteurs  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$  sont-ils les mêmes ?

### 1.206 brevet 224 : Détermination des dimensions d'un paramètre à partir de l'homogénéité

auteur : JM Génevaux ; ressource : bac +1 ; autoattribution .

Le nombre de Reynolds  $Re = \frac{vd}{\nu}$  est adimensionnel. Il relie  $d$  une longueur caractéristique de l'écoulement,  $v$  une vitesse caractéristique de l'écoulement et  $\nu$  la viscosité cinématique.

Quelle est la dimension de  $\nu$ , et ses unités dans le système international ?

### 1.207 brevet 224 bis : Détermination des dimensions d'un paramètre à partir de l'homogénéité

auteur : JM Génevaux ; ressource : bac +1 ; autoattribution .

Le nombre de Reynolds  $Re = \frac{\rho vd}{\eta}$  est adimensionnel. Il relie  $\rho$  la masse volumique,  $d$  une longueur caractéristique de l'écoulement,  $v$  une vitesse caractéristique de l'écoulement et  $\nu$  la viscosité dynamique.

Quelle est la dimension de  $\eta$ , et ses unités dans le système international ?

### 1.208 brevet 225 : Produit scalaire de deux vecteurs.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de math de bac +1 ; autoattribution .

Soit dans une base directe orthonormée  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , les deux vecteurs  $\vec{a} = 3\vec{x} + 5\vec{y}$  et  $\vec{b} = 4\vec{y} + 5\vec{z}$ . Calculez le produit scalaire de ces deux vecteurs :  $c = \vec{a} \cdot \vec{b}$

### 1.209 brevet 226 : Projection d'un vecteur dans une base.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de math de bac +1 ; autoattribution .

Soit dans une base directe orthonormée  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , le vecteur  $\vec{a} = 3\vec{x} + 5\vec{y}$ . Soit une autre base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  image de  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  par une rotation autour de l'axe  $\vec{z}$  d'un angle  $\pi/3$ .

Quelles sont les nouvelles coordonnées de  $\vec{a}$  dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  ?

## 1.210 brevet 227 : Projection d'une équation de mouvement dans deux directions.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours de math de bac +1 ; autoattribution .

Soit dans une base directe orthonormée  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , et un système repéré par sa position  $x(t)$  dont l'une des équations de mouvement est

$$m\ddot{x}\vec{x} = F \sin(\omega t)\vec{y}_1 - c \sin(\alpha)\dot{x}\vec{x}_1 - kx\vec{x}, \quad (1.51)$$

avec la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  image de  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  par une rotation autour de l'axe  $\vec{z}$  d'un angle  $\pi/3$ .

Quelles sont les 2 équations de mouvement si on les exprime dans la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  ?

**1.211 brevet 301 :**

**1.212 brevet 302 :**

**1.213 brevet 303 :**

**1.214 brevet 304 : déplacement d'un volume élémentaire représentatif**

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution .

Soit dans une base directe orthonormée  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , et un parallélépipède élémentaire de dimensions  $(dx = 0.01, dy = 0.02, dz = 0.03)$  en m, avec les points P et M de coordonnées respectives  $(0,0,0)$  et  $(dx, dy, dz)$ .

a) Dans le cas d'une rotation d'un angle  $\beta = 0.02$  radian autour de l'axe  $P\vec{z}$ , quel est le déplacement du point M ?

b) Dans le cas d'une déformation de cisaillement tel que le plan  $(M, \vec{z}, \vec{x})$  glisse dans la direction  $\vec{z}$  et que  $\vec{y}$  tourne d'un angle  $\gamma = 0.05$  radian, quel est le déplacement du point M ?

**1.215 brevet 305 : déformation d'un volume élémentaire représentatif**

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution .

Soit dans une base directe orthonormée  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , et un parallélépipède élémentaire de dimensions  $(dx = 0.01, dy = 0.02, dz = 0.03)$  en m, avec les points P et M de coordonnées respectives  $(0,0,0)$  et  $(dx, dy, dz)$ .

a) Dans le cas d'une rotation d'un angle  $\beta = 0.02$  radian autour de l'axe  $P\vec{z}$ , quel est le tenseur des déformations de ce volume élémentaire ?

b) Dans le cas d'une déformation de cisaillement tel que le plan  $(M, \vec{z}, \vec{x})$  glisse dans la direction  $\vec{z}$  et que  $\vec{y}$  tourne d'un angle  $\gamma = 0.05$  radian, quel est le tenseur des déformations de ce volume élémentaire ?

**1.216 brevet 306 : calcul d'un vecteur déformation**

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution .

Soit un tenseur des déformations tel que,

$$\bar{\epsilon} = 10^{-6} \begin{bmatrix} 30 & 0 & 100 \\ 0 & 200 & 0 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \otimes (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} . \quad (1.52)$$

Quel est le vecteur déformation  $\bar{\epsilon}(P, \vec{n})$  pour un vecteur normal de direction  $\vec{n} = 1\vec{x} + 1\vec{y} + 1\vec{z}$  ?

### 1.217 brevet 307 : déformation mesurée par une jauge de déformation

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution

Soit un tenseur des déformations tel que,

$$\bar{\epsilon} = 10^{-6} \begin{bmatrix} 30 & 0 & 100 \\ 0 & 200 & 0 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \otimes (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} . \quad (1.53)$$

Quel est la déformation  $\epsilon_{nn}$  qui peut être mesurée par une jauge de déformation, pour un vecteur normal de direction  $\vec{n} = 1\vec{x} + 1\vec{y} + 1\vec{z}$ ?

### 1.218 brevet 308 : déformations principales

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution

Soit un tenseur des déformations tel que,

$$\bar{\epsilon} = 10^{-6} \begin{bmatrix} 30 & 0 & 100 \\ 0 & 200 & 0 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \otimes (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} . \quad (1.54)$$

Quel sont les trois valeurs de déformations principales  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$  et  $\epsilon_{33}$  ?

### 1.219 brevet 309 : directions principales de déformations

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution

Soit un tenseur des déformations tel que,

$$\bar{\epsilon} = 10^{-6} \begin{bmatrix} 30 & 0 & 100 \\ 0 & 200 & 0 \\ 100 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \otimes (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} . \quad (1.55)$$

Quel sont les trois directions principales de déformations associées aux valeurs  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$  et  $\epsilon_{33}$  trouvées au brevet 308 ?

### 1.220 brevet 310 : tenseur de taux de déformation et de taux de rotation

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution

Soit dans l'espace tridimensionnel un écoulement dont le champs de vitesse est donné en tout point P de coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$  en mètres, par  $\vec{v}_P = (1 + 2xy)\vec{x} + (z^2)\vec{y} + (\sqrt{xy} + 3z)\vec{z} \text{ s}^{-1}$ .

Quel sont les tenseurs de taux de déformation  $\bar{\bar{\epsilon}}$  et de taux de rotation  $\bar{\bar{\Omega}}$  au point M de coordonnées (1,1,0) en mètre ?

### 1.221 brevet 311 : rotationnel d'un écoulement

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution

Soit dans l'espace tridimensionnel un écoulement dont le champs de vitesse est donné en tout point P de coordonnées  $x, y$  et  $z$  en mètres, par  $\vec{v}_P = (1 + 2xy) \vec{x} + (z^2) \vec{y} + (\sqrt{xy} + 3z) \vec{z} \text{ s}^{-1}$ .

Quel est le rotationnel  $\text{rot} \vec{v}$  au point M de coordonnées (1,1,0) en mètre ?

### 1.222 brevet 312 : calcul du tenseur des déformation à partir de la mesure de trois jauges de déformation.

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution

En un point P, situé à la surface d'une pièce qui est non chargée sur sa surface au point P (l'action de l'air est négligeable par rapport aux chargements en d'autres points de la pièce), sont collées trois jauges de déformations dans les directions  $\vec{a} = \vec{x}$ ,  $\vec{b} = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{y}$  et  $\vec{c} = \vec{y}$ . Les déformations mesurées par ces trois jauges sont  $\epsilon_{aa} = 30 \cdot 10^{-6}$ ,  $\epsilon_{bb} = 50 \cdot 10^{-6}$ ,  $\epsilon_{cc} = 50 \cdot 10^{-6}$ .

Quel est le tenseur des déformations

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \otimes (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \quad (1.56)$$

en ce point P ?

### 1.223 brevet 313 : contrainte tangentielle maximale

auteur : JM Génevaux ; ressource : "Mécanique", cours de LPIAV ; autoattribution

Soit un tenseur des contraintes tel que,

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{bmatrix} 0 & 50 & 0 \\ 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \otimes (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \quad 10^6 \text{Pa.} \quad (1.57)$$

Quel est la normale  $\vec{n}$  telle que la contrainte  $\sigma_{nn}$  soit maximale ?

### **1.224 brevet 401 : Mesure à l'oscilloscope, via la transformée de Fourier, de l'amplitude d'une tension alternative.**

auteurs : JP Boileau, JM Génevaux ; ressource : cours d'électronique .

- A l'aide d'un signal de tension périodique de période  $T$  et d'un oscilloscope
- dans une représentation temporelle du signal, mesurer l'amplitude  $U$  de celui-ci,
  - effectuer la transformée de Fourier de ce signal,
  - mesurer  $\tilde{U}$ , le module de cette transformée à la fréquence  $1/T$ ,
  - donner la relation théorique entre  $\tilde{U}$  et  $U$ ,
  - comparer les deux valeurs (si l'oscilloscope fournit une valeur en dB, vérifier que la tension de référence est 1 volt).

### **1.225 brevet 402 : Création d'un signal de fréquence, forme et amplitude donnée.**

auteurs : JM Génevaux ; ressource : cours d'électronique .

Trois fois de suite, un détenteur du brevet 402 vous demande de créer avec un générateur de fonction, un signal de forme, fréquence et amplitude qu'il choisit.

### **1.226 brevet 403 : Mesure au multimètre de l'amplitude d'un signal.**

auteurs : JM Génevaux ; ressource : cours d'électronique .

Trois fois de suite, un détenteur du brevet 403 règle à l'aide d'un générateur de fonction ou d'une alimentation stabilisée une tension qu'il applique aux bornes d'une ampoule, puis vous demande de mesurer l'amplitude de la tension, l'intensité, la résistance de l'ampoule.

### **1.227 brevet 404 : Mesure à l'oscilloscope de l'amplitude, la forme, la fréquence d'un signal de tension.**

auteurs : JM Génevaux ; ressource : cours d'électronique .

Trois fois de suite, un détenteur du brevet 404 règle à l'aide d'un générateur de fonction une tension. Il vous demande à chaque fois de mesurer les caractéristiques de ce signal soit graphiquement par un choix judicieux de votre échelle de visualisation, soit en utilisant les curseurs et fonctions disponibles.

## 1.228 brevet 501 : Ressenti des étudiants à propos de la pédagogie cours-brevet.

auteur : JM Génevaux ; ressource : évaluations evamaine 2009 et 2010 ; autoattribution

Les étudiants évaluent les enseignements de façon anonyme. Le ressenti des étudiants vis-à-vis de cette pédagogie cours-brevet, au cours de deux années, a été mesuré en leur demandant de donner leur opinion (oui, plutôt oui, plutôt non, non) sur les phrases présentées ci-dessous :

Dites celles qui ont recueilli une majorité d'avis ( $\text{nb}(\text{oui}) + \text{nb}(\text{plutôt oui}) \geq \text{nb}(\text{plutôt non}) + \text{nb}(\text{non})$ )

- 1) La méthode d'obtention des brevets comme moyen de compréhension du cours vous paraît-elle efficace ?
- 2) Cette méthode utilisée pour le cours de 3<sup>ième</sup> année "dynamique des structures" doit elle être essayée pour le cours de "résistance des matériaux" de seconde année, que vous avez suivi/subi l'année dernière ?
- 3) Avant l'examen final, la méthode de préparation aux examens des années précédentes par des exposés faits par les étudiants de leur correction (préparée en groupe à la maison), vous paraît-elle efficace ?

Dans les commentaires libres, les phrases suivantes sont-elles apparues ? (Vrai/Faux)

- 4) Les brevets sont trop simples pour aborder les devoirs surveillés.
- 5) Les brevets permettent de voir où nous mènent les calculs.
- 6) La correction complète des brevets doit être disponible sur le réseau informatique.
- 7) Un brevet, c'est appliquer bêtement et simplement l'exercice expliqué complètement dans le cours.
- 8) Il faut aussi faire des problèmes concrets et complets.
- 9) Le système des brevets est efficace et intéressant, plutôt que de regarder le prof écrire une correction au tableau comme dans d'autres enseignements.
- 10) Faire d'avantage de DS des années précédentes est une perte de temps.
- 11) L'étudiant-référent d'un brevet n'a pas su m'expliquer la correction du brevet.

## 1.229 brevet 502 : Premiers échanges sur la pédagogie Freinet.

auteur : JM Génevaux ; ressource : votre vécu en tant qu'élève, étudiant, puis enseignant ; autoattribution

Parmi les 7 caractéristiques de la pédagogie Freinet, telles que définies par Merieu :

1. le savoir,
2. la culture,
3. l'exigence et de l'effort,
4. la sécurité,
5. l'autorité,
6. partisane du cours magistral,
7. non démagogue

par un travail à plusieurs, définissez les caractéristiques avec lesquelles votre groupe est en accord et celles qui le rebutent. Quels sont les positionnements pédagogiques associés qui vous semblent adaptés aux étudiants post-bac, et ceux que le groupe souhaiterait tester ?



### **1.230 brevet 503 : Construction d'un arbre des connaissances.**

**auteur : JM Génevaux ; ressource : photocopié "Freinet 5CH" ; autoattribution .**

Soit des individus, qui ont passé des brevets tels que détaillé ci-dessous :

- Frédéric : 102, 103, 56, puis 45
- Marie-Christine : 23, 103, 45, puis 57
- Nicolas : 45, 46, 103, 56, puis 67
- Rachida : 45, 103, puis 56
- Brice : 45, 23, puis 103

Construisez l'arbre des connaissances de ce gouvernement.

### **1.231 brevet 504 : Construction d'un blason au sein d'un arbre des connaissances.**

**auteur : JM Génevaux ; ressource : photocopié "Freinet 5CH" ; autoattribution .**

Soit l'arbre des connaissances du gouvernement de Nicolas (brevet 503).

Représentez le blason de Nicolas.

### 1.232 brevet 601 : influence du nombre de degrés de liberté d'un modèle sur la fréquence propre.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "modélisation", Nicolas Joly ; autoattribution .

- Lorsque l'on augmente le nombre de ddl d'un modèle éléments finis,
- a) les fréquences propres croissent (pourquoi)
  - b) les fréquences propres décroissent (pourquoi)

### 1.233 brevet 602 : distance à la solution réelle en fonction du type d'élément.

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "modélisation", Nicolas Joly ; autoattribution .

- Lorsque avec le même nombre d'éléments de type triangle, on passe d'éléments finis à 3 noeuds à des éléments finis à 6 noeuds,
- a) on s'approche de la solution réelle (pourquoi)
  - b) on s'éloigne de la solution réelle (pourquoi)

### 1.234 brevet 603 : que représentent les modes propres à pulsation nulle ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "modélisation", Nicolas Joly ; autoattribution .

Lorsque l'on fait un calcul de mode propre pour une structure libre, les premières fréquences sont nulles, leur nombre correspond à ...

### 1.235 brevet 604 : recherche de la discrétisation ayant meilleur ratio (précision/coût)

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "modélisation", Nicolas Joly ; autoattribution .

Pour déterminer le maillage qui donne le plus faible ratio  $\frac{f_i - f_{i\text{converge}}}{f_{i\text{converge}}}$ , il faut tracer ...

### 1.236 brevet 605 : en contraintes planes, quelles sont les composantes de $\bar{\sigma}$ qui sont nulles ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "modélisation", Nicolas Joly ; autoattribution .

- Lorsque l'on choisi un modèle en contraintes planes (plan 0xy), les contraintes sigma zz, sigma xz et sigma yz sont nulles.
- a) vrai
  - b) faux

## 1.237 brevet 606 : contraintes ou déformations planes ?

auteur : JM Génevaux ; ressource : cours "modélisation", Nicolas Joly ; autoattribution .

Lorsque une structure a son feuillet moyen dans le plan  $Oxy$ , quelle est sollicitée par des chargements dans ce plan, et quelle est de grande épaisseur dans la direction  $z$ , le modèle doit être pris :

- a) en contraintes planes
- b) en déformations planes

## 1.238 brevet 607 : type de modèle

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

En fonction du problème, un choix de modèle adapté permet de gagner en efficacité, en diminuant le temps de calcul tout en prenant en compte les phénomènes physiques du problème. Pour les problèmes ci-dessous, et à l'aide de la figure 1.23, précisez le type de modèle à choisir.

Liste des problèmes

- 1 : tambour d'une machine à laver en phase d'essorage, le linge étant bien réparti sur la circonférence.
- 2 : barrage poids entre deux massifs montagneux considérés indéformables
- 3 : potence pour braqueur de banque au temps des cow-boy.
- 4 : bathyscaphe sphérique immergé à proximité de la surface
- 5 : réservoir cylindrique le longueur  $l$  de diamètre  $d$ , rempli partiellement par un fluide lourd
- 6 : chalut

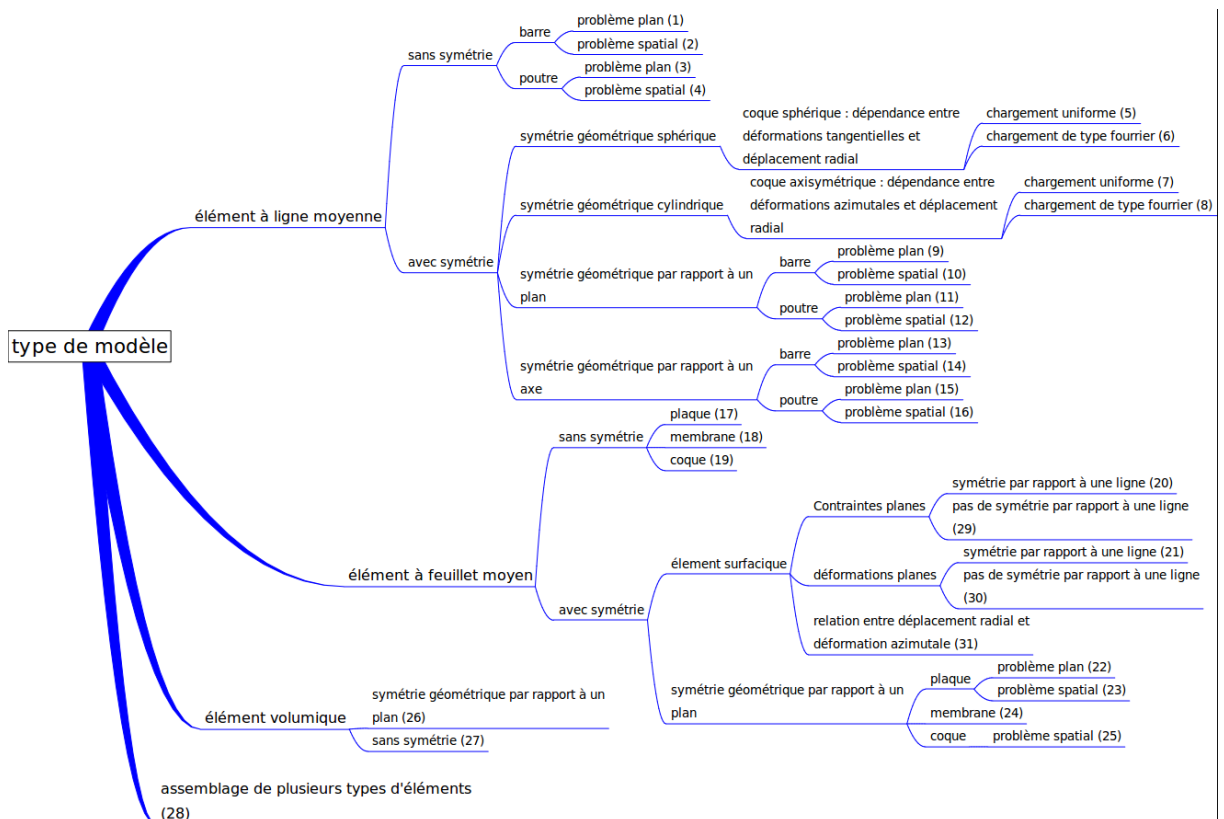


FIGURE 1.23 – Synopsis de choix d'un modèle.

### 1.239 brevet 607 bis : type de modèle

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

En fonction du problème, un choix de modèle adapté permet de gagner en efficacité, en diminuant le temps de calcul tout en prenant en compte les phénomènes physiques du problème. Pour les problèmes ci-dessous, et à l'aide de la figure 1.23, précisez le type de modèle à choisir.

Liste des problèmes

- 1 : éolienne soumise à du vent
- 2 : tonçon de gazoduc en Sibérie, soumis à une pression interne forte par rapport au poids propre
- 3 : disque de frein avant de moto, pendant une phase de freinage

### 1.240 brevet 607 ter : type de modèle

En fonction du problème, un choix de modèle adapté permet de gagner en efficacité, en diminuant le temps de calcul tout en prenant en compte les phénomènes physiques du problème. Pour les problèmes ci-dessous, et à l'aide de la figure 1.23, précisez le type de modèle à choisir.

Liste des problèmes

- 1 : siège de tgv, chargée par une personne assise.
- 2 : fouet de robot ménager qui monte les blancs en neige (voir figure 1.24)
- 3 : arbre secoué par le vent (voir figure 1.25)



FIGURE 1.24 – Les oeufs n'ont plus qu'à bien se tenir! (mai 2011, Sarthe)

### 1.241 brevet 608 : Energie cinétique d'une plaque vibrante et énergie de rotation

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une plaque rectangulaire de dimensions  $a = 0.2$  m et  $b = 0.3$  m, d'épaisseur  $h = 0.001$  de masse volumique  $\rho = 7800$  kgm<sup>-3</sup>, appuyée simplement sur ses bords et vibrant sur son premier mode propre. On admettra que la forme propre associée à ce premier mode propre est  $w(x, y) = 0.005 \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b)$

Pour évaluer l'énergie cinétique, on peut prendre en compte ou non l'énergie cinétique de rotation d'une section droite. La pulsation propre sera donc différente. Si l'on appelle  $\omega_{sans}$  la pulsation propre sans prendre l'énergie cinétique de rotation en compte, et  $\omega_{avec}$  celle avec énergie cinétique de rotation, quelle est l'écart entre les deux modèles  $ecart = \frac{\omega_{sans} - \omega_{avec}}{\omega_{avec}}$ , lorsque l'on considère le modèle de Kirshoff pour lequel la section droite reste perpendiculaire au feuillet moyen.



FIGURE 1.25 – Arbre. (février 2011, Vosges)

### 1.242 brevet 609 : Calcul d'un terme de la matrice de rigidité élémentaire d'un élément fini de type poutre

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit un élément de poutre de direction  $\vec{j}$  de largeur dans la direction  $\vec{k}$   $b = 0.01$  m de hauteur dans la direction  $\vec{j}$   $h = 0.01$  m reliant les noeuds 1 et 2 distants de la longueur de  $l = 0.2$  m. Cette poutre est en acier de coefficient de poisson  $\nu = 0.3$  et de module de Young  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Pa. Les efforts généralisés sont reliés aux degrés de liberté par la matrice de rigidité élémentaires  $K_e$  telle que,

$$\begin{bmatrix} F_{i1} \\ F_{j1} \\ F_{k1} \\ C_{i1} \\ C_{j1} \\ C_{k1} \\ F_{i2} \\ F_{j2} \\ F_{k2} \\ C_{i2} \\ C_{j2} \\ C_{k2} \end{bmatrix} = [K_e] \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{j1} \\ u_{k1} \\ \omega_{i1} \\ \omega_{j1} \\ \omega_{k1} \\ u_{i2} \\ u_{j2} \\ u_{k2} \\ \omega_{i2} \\ \omega_{j2} \\ \omega_{k2} \end{bmatrix} . \quad (1.58)$$

Quelle est la valeur de l'élément sur la 8ième ligne, 12ième colonne  $K_{e812}$  ?

### 1.243 brevet 609 bis : Calcul d'un terme de la matrice de rigidité élémentaire d'un élément fini de type poutre

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit un élément de poutre de direction  $\vec{i}$  de largeur dans la direction  $\vec{k}$   $b = 0.01$  m de hauteur dans la direction  $\vec{j}$   $h = 0.01$  m reliant les noeuds 1 et 2 distants de la longueur de  $l = 0.2$  m. Cette poutre est en acier de coefficient de poisson  $\nu = 0.3$  et de module de Young  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Pa. Les efforts généralisés sont reliés aux degrés de liberté par la matrice de rigidité élémentaires  $K_e$  telle que,

$$\begin{bmatrix} F_{i1} \\ F_{j1} \\ F_{k1} \\ C_{i1} \\ C_{j1} \\ C_{k1} \\ F_{i2} \\ F_{j2} \\ F_{k2} \\ C_{i2} \\ C_{j2} \\ C_{k2} \end{bmatrix} = [K_e] \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{j1} \\ u_{k1} \\ \omega_{i1} \\ \omega_{j1} \\ \omega_{k1} \\ u_{i2} \\ u_{j2} \\ u_{k2} \\ \omega_{i2} \\ \omega_{j2} \\ \omega_{k2} \end{bmatrix}. \quad (1.59)$$

Quelle est la valeur de l'élément sur la 3<sup>ème</sup> ligne, 6<sup>ème</sup> colonne  $K_{e36}$  ?

### 1.244 brevet 609 ter : Nullité d'un terme de la matrice de rigidité élémentaire d'un élément fini de type poutre.

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit un premier élément fini de type poutre droite dans la direction  $\vec{i}$ , qui relie le point 1 au point 2 distants de  $l = 0.2$  m. La section droite de cet élément est un disque de diamètre  $d = 0.01$  m. Cette poutre est en acier de coefficient de poisson  $\nu = 0.3$  et de module de Young  $E = 2.1 \cdot 10^{11}$  Pa. Les efforts généralisés sont reliés aux degrés de liberté par la matrice de rigidité élémentaires  $K_e$  telle que,

$$\begin{bmatrix} F_{i1} \\ F_{j1} \\ F_{k1} \\ C_{i1} \\ C_{j1} \\ C_{k1} \\ F_{i2} \\ F_{j2} \\ F_{k2} \\ C_{i2} \\ C_{j2} \\ C_{k2} \end{bmatrix} = [K_e] \begin{bmatrix} u_{i1} \\ u_{j1} \\ u_{k1} \\ \omega_{i1} \\ \omega_{j1} \\ \omega_{k1} \\ u_{i2} \\ u_{j2} \\ u_{k2} \\ \omega_{i2} \\ \omega_{j2} \\ \omega_{k2} \end{bmatrix}. \quad (1.60)$$

Si le déplacement relatif de 2 par rapport à 1 n'est que dans la direction  $\vec{i}$ , seul des forces  $F_{i1}$  et  $F_{i2}$  sont nécessaires. Cela signifie que dans la septième colonne, seuls les coefficients  $K_{e17}$  et  $K_{e77}$  sont différents de 0.

En est-il de même dans le cas où l'élément fini est de type poutre courbe de rayon  $r$  entre 1 et 2 et dont la longueur d'arc est  $r\beta$  pour la même distance  $l$  entre les deux noeuds ? (voir figure 1.26).

### 1.245 brevet 610 : Calcul numérique du moment quadratique en torsion d'une poutre de section triangulaire

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

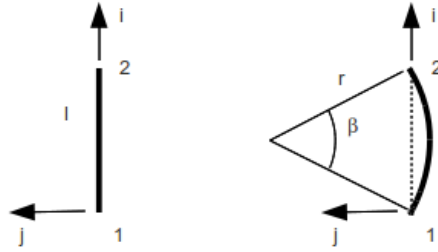


FIGURE 1.26 – Eléments finis droit et courbe.

Soit une poutre de section triangulaire équilatérale de coté  $a = 0.01$  m.

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis, quel est le moment quadratique en torsion corrigé  $I_0^c$  par les effets de cisaillement ? Sous un moment de torsion, la section droite reste-t-elle plane ?

### 1.246 brevet 610 bis : Calcul numérique du moment quadratique en torsion d'une poutre de section circulaire creuse

auteur : JM Géneaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de sections circulaire creuse de rayon extérieur  $r_1 = 0.07$  m, et de rayon intérieur  $r_2 = 0.05$  m

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis, quel est le moment quadratique en torsion corrigé  $I_0^c$  par les effets de cisaillement ? Sous un moment de torsion, la section droite reste-t-elle plane ?

### 1.247 brevet 610 ter : Calcul numérique du moment quadratique en torsion d'une poutre de section circulaire creuse fendue

auteur : JM Géneaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de sections circulaire creuse de rayon extérieur  $r_1 = 0.07$  m, et de rayon intérieur  $r_2 = 0.05$  m. Cette section est coupée le long d'une génératrice du cylindre par fente de largeur  $b = 0.002$  m.

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis, quel est le moment quadratique en torsion corrigé  $I_0^c$  par les effets de cisaillement ? Sous un moment de torsion, la section droite reste-t-elle plane ?

### 1.248 brevet 610 quad : Calcul numérique de la section corrigée d'une poutre de section circulaire creuse

auteur : JM Géneaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de sections circulaire creuse de rayon extérieur  $r_1 = 0.07$  m, et de rayon intérieur  $r_2 = 0.05$  m

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis, quelles sont les sections corrigées  $S_y$  et  $S_z$  lorsqu'elle est soumise respectivement à un effort tranchant  $T_y$  et  $T_z$ . Sous ces efforts

tranchants, la section droite reste-t-elle plane ?

### 1.249 brevet 610 quin : Calcul numérique des sections corrigée d'une poutre de section circulaire creuse fendue

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de sections circulaire creuse de rayon extérieur  $r_1 = 0.07$  m, et de rayon intérieur  $r_2 = 0.05$  m. Cette section est coupée le long de la génératrice du cylindre dans le plan  $(H, x, z)$  par fente de largeur  $b = 0.002$  m.

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis, quelles sont les sections corrigées  $S_y$  et  $S_z$  lorsqu'elle est soumise respectivement à un effort tranchant  $T_y$  et  $T_z$ . Sous ces efforts tranchants, la section droite reste-t-elle plane ?

### 1.250 brevet 610 sext : Calcul numérique des moments polaire de poutres de section circulaire pleine et creuse

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de section circulaire de rayon extérieur  $r_1 = 0.07$  m.

Quel est le rayon extérieur  $r_2$  de la poutre de section circulaire creuse qui a le même moment polaire corrigé et dont l'épaisseur  $e = 0.001$  m entre rayon externe et interne ? La masse linéique de la poutre creuse est-elle plus petite que celle de la poutre pleine ?

### 1.251 brevet 610 sept : Calcul numérique des moments polaires de poutres de section circulaire pleine et creuse fendues

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de section circulaire de rayon extérieur  $r_1 = 0.07$  m, fendue sur un rayon (entre son centre et une génératrice) par un trait de scie d'épaisseur  $a = 0.001$  m.

Quel est le rayon extérieur  $r_2$  de la poutre de section circulaire creuse (épaisseur  $e = 0.001$  m entre rayon externe et interne) fendue par le même trait de scie, qui a le même moment polaire corrigé ? La masse linéique de la poutre creuse est-elle plus petite que celle de la poutre pleine ?

### 1.252 brevet 611 : Validité de fonctions de contrainte en vue du calcul théorique du moment polaire corrigé d'une poutre de section carrée

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de section carrée de coté  $2a$ . On souhaite tester deux fonctions de contrainte :

$$\phi_{1y, z} = A(y/a - 1)(y/a + 1)(z/a - 1)(z/a + 1), \quad (1.61)$$

$$\phi_{2y, z} = \sum A_{nm} \cos(n\pi y/(2a)) \cos(m\pi z/(2a)). \quad (1.62)$$

Les équations équations sur les bords sont-elles vérifiées ?



### 1.253 brevet 612 : Choix de la meilleur fonction en vue du calcul théorique approché du moment polaire corrigé d'une poutre de section carrée

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de section carrée de coté  $2a$ . On souhaite tester deux fonctions de contrainte :

$$\phi_{1y, z} = A(y/a - 1)(y/a + 1)(z/a - 1)(z/a + 1), \quad (1.63)$$

$$\phi_{2y, z} = \sum A_{nm} \cos(n\pi y/(2a)) \cos(m\pi z/(2a)). \quad (1.64)$$

En évaluant le laplacien de ces fonctions, dites celle qui peut correspondre à une fonction de contrainte en torsion pour cette section.

### 1.254 brevet 613

numéro disponible

### 1.255 brevet 614

numéro disponible

### 1.256 brevet 615 : Calcul des contraintes $\sigma_{xx}$ dans une poutre de section droite rectangulaire non homogène symétrique

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de sections rectangulaire de hauteur  $h = 0.1$  m dans la direction  $\vec{y}$ , de largeur  $b = 0.01$  m dans la direction  $\vec{z}$  et de longueur  $l = 2$  m dans la direction  $\vec{x}$ . Elle est encastree à l'une de ses extrémités et chargée par un effort  $\vec{F} = 1\vec{y}$  N à son autre extrémité. La poutre est faite en deux matériaux en volumes égaux : acier pour le volume dans la direction des  $y$  positifs, et aluminium dans la direction des  $y$  négatifs.

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis, les champs de déplacements sont-ils continus à l'interface entre les deux matériaux ? Quelle est la valeur maximale de la discontinuité de la contrainte  $\sigma_{xx}$  à l'interface entre les deux matériaux ? Dans quelle section droite, le voilement de la section droite est visible ?

### 1.257 brevet 616 : Calcul théorique du moment polaire corrigé d'une poutre de section triangulaire

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de section triangulaire équilatérale de coté  $a = 0.01$  m.

Par une résolution analytique inspirée de la page 299 à 300 du livre [?], quel est le moment polaire corrigé  $I_0$  par les effets de cisaillement ?

### 1.258 brevet 617 : Calcul des contraintes $\sigma_{xx}$ dans une poutre de section droite rectangulaire non homogène non symétrique

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre de sections rectangulaire de hauteur  $h = 0.1$  m dans la direction  $\vec{y}$ , de largeur  $b = 0.01$  m dans la direction  $\vec{z}$  et de longueur  $l = 2$  m dans la direction  $\vec{x}$ . Elle est encastree à l'une de ses extrémités et chargée par un effort  $\vec{F} = 1\vec{y}$  N à son autre extrémité. La poutre est faite en deux matériaux en volumes non égaux : acier pour 1/4 du volume dans la direction des  $y$  positifs, et aluminium pour 3/4 du volume dans la direction des  $y$  négatifs.

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis, les champs de déplacements sont-ils continus à l'interface entre les deux matériaux ? Quelle est la valeur maximale de la discontinuité de la contrainte  $\sigma_{Von-Mises}$  à l'interface entre les deux matériaux ?

## 1.259 brevet 618 : Calcul en petit déplacements d'une poutre console

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre dont la fibre moyenne lie les points  $A$ ,  $B$  et  $C$ , avec  $\vec{AB} = 1\vec{i}$  m, et  $\vec{BC} = 0.03\vec{j}$  m. La section droite de cette poutre est rectangulaire : pour le segment  $AB$ , de hauteur  $h = 0.02$  m dans la direction  $\vec{j}$  et de largeur  $b = 0.01$  m dans la direction  $\vec{k}$ , pour le segment  $BC$ , de hauteur  $h = 0.02$  m dans la direction  $\vec{i}$  et de largeur  $b = 0.01$  m dans la direction  $\vec{k}$ . Elle est encastree en  $A$  et chargée en  $C$  par une force  $\vec{F} = -F\vec{i}$ . La poutre est faite en acier.

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis en petits déplacements, tracez l'évolution du déplacement total maximal mesuré sur la poutre en fonction de  $F$  compris entre 0 N et 50000 N. Pour la charge la plus grande, ce résultat est-il réaliste ?

## 1.260 brevet 619 : Calcul en grands déplacements d'une poutre console

auteur : JM Génevaux ; ressource : [6] chapitre modélisation ; autoattribution .

Soit une poutre dont la fibre moyenne lie les points  $A$ ,  $B$  et  $C$ , avec  $\vec{AB} = 1\vec{i}$  m, et  $\vec{BC} = 0.03\vec{j}$  m. La section droite de cette poutre est rectangulaire : pour le segment  $AB$ , de hauteur  $h = 0.02$  m dans la direction  $\vec{j}$  et de largeur  $b = 0.01$  m dans la direction  $\vec{k}$ , pour le segment  $BC$ , de hauteur  $h = 0.02$  m dans la direction  $\vec{i}$  et de largeur  $b = 0.01$  m dans la direction  $\vec{k}$ . Elle est encastree en  $A$  et chargée en  $C$  par une force  $\vec{F} = -F\vec{i}$  N. La poutre est faite en acier.

Par une résolution numérique sur un logiciel éléments finis en grands déplacements (sur Comsol : model 1 ; solid mechanics ; linear elastic material model 1 ; geometric nonlinearity ; cocher), tracez l'évolution du déplacement total maximal mesuré sur la poutre en fonction de  $F$  compris entre 0 et 5500 N. Pour plus de réalisme, tracez les résultats sur la déformée à l'échelle 1 (results ; 3Dplot group 1 ; surface 1 ; deformation scale ; scale factor 1 ; cocher ). Si des problèmes de convergence apparaissent, vous devrez sans doute augmenter le nombre d'itérations possibles (solver configuration ; solver 1 ; stationary solver, fully coupled, damping, maximum number of iteration ; saisir la valeur ). Pour la charge la plus grande, ce résultat est-il réaliste ?

## Chapitre 2

# Les réponses des brevets

**Brevet 001** orientation de A vers C :  $\vec{x}_1 = \vec{i}$ ;  $\vec{y}_1 = \vec{j}$ ;  $\vec{z}_1 = \vec{k}$ ;  $\vec{x}_2 = \cos(\theta)\vec{i} + \sin(\theta)\vec{j}$ ;  $\vec{y}_2 = -\sin(\theta)\vec{i} + \cos(\theta)\vec{j}$ ;  $\vec{z}_2 = \vec{k}$

orientation de C vers A :  $\vec{x}_1 = -\vec{i}$ ;  $\vec{y}_1 = -\vec{j}$ ;  $\vec{z}_1 = \vec{k}$ ;  $\vec{x}_2 = -\cos(\theta)\vec{i} - \sin(\theta)\vec{j}$ ;  $\vec{y}_2 = \sin(\theta)\vec{i} - \cos(\theta)\vec{j}$ ;  $\vec{z}_2 = \vec{k}$

**Brevet 002** en  $H_1$ , amont  
en  $H_2$ , aval  
en  $H_3$ , aval

**Brevet 003**  $\vec{u}_B = (.00360\vec{i} + .00229\vec{j})m$

**Brevet 004**  $\vec{u}_A \cdot \vec{j} = -.673 \cdot 10^{-6}m$

**Brevet 005** effort normal  $N = 0$ ; effort tranchant dans la direction  $\vec{j}$ ,  $T_y = -97N$ ; moment fléchissant autour de l'axe  $H\vec{z}$ ,  $Mf_z = -9.83mN$

**Brevet 006**  $I_{S,Gk} = 8.68 \text{ kgm}^2$  et  $I_{Hz} = 3.97 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$

**Brevet 007** pente maximale = 1.30; pente minimale = 0.909

**Brevet 007 bis** pente maximale = 1.13; pente minimale = 1.05; en considérant le point (3,2.75) comme aberrant.

**Brevet 008** Autoattribution

**Brevet 008 bis** Autoattribution

**Brevet 008 ter** si les taux de distorsion utilisés sont (0;0.2;0.4;0.6;0.8;1), alors  $p_{min} = 95.3$  niveau de gris/taux de distorsion,  $p_{max} = 122$  niveau de gris/taux de distorsion

**Brevet 008 quad** non

**Brevet 009** autoattribution

**Brevet 010** oui

**Brevet 010 bis** non

**Brevet 011**

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} - \frac{ml \sin(\theta)}{2} \frac{d^2 \theta}{dt^2} - \frac{ml \cos(\theta)}{2} \left[ \frac{d\theta}{dt} \right]^2 = -F \sin \theta + mg \quad (2.1)$$

$$-\frac{ml \sin(\theta)}{2} \frac{d^2 u}{dt^2} + ml^2(1/4 + 1/24) \frac{d^2 \theta}{dt^2} = \frac{Fl}{2} - \frac{mgl \sin(\theta)}{2} \quad (2.2)$$

**Brevet 012**

$$\{Def\} = \left\{ \begin{array}{c} 6\vec{k} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_H \quad (2.3)$$

**Brevet 013** hyperstatisme de degré 3

**Brevet 014** Le système est isostatique.

**Brevet 015** Il faut écrire que  $\vec{u}_C \cdot \vec{i} = 0$

**Brevet 016**

- a) La poutre est encastrée en A, sans liaison en C, chargée par le couple  $C\vec{k}$  en B et par un effort  $R_1\vec{i}$  en C.
- b) La poutre est en liaison glissière d'axe  $\vec{i}$  en A, en appui sur rouleau de normale  $C\vec{i}$  en C, chargée par le couple  $C\vec{k}$  en B et par un effort  $R_2\vec{i}$  en A.

**Brevet 017** déplacement :  $0,044m$ . Le déplacement dû à l'effort normal est négligeable ( $0,3310^{-6}m$ ).

**Brevet 018** un torseur de chargement

**Brevet 019**

**Brevet 020**

$$I_{S,Ay} = .32 \cdot 10^{-1} \text{ kg } m^2 \quad (2.4)$$

$$-P_{xy} = -.16 \cdot 10^{-1} \text{ kg } m^2 \quad (2.5)$$

**Brevet 021**

$$T_{S/Rg} = m \frac{259}{1536} \dot{y}_1^2 + m \frac{259}{1536} \dot{y}_2^2 + m \frac{125}{768} \dot{y}_1 \dot{y}_2 \quad (2.6)$$

**Brevet 022**

$$Q_{y1} = -ky_1 + F \sin(\omega t) \left(1 - \frac{a}{l}\right) \quad (2.7)$$

$$Q_{y2} = -ky_2 + F \sin(\omega t) \frac{a}{l} \quad (2.8)$$

**Brevet 023**

$$m \frac{259}{768} \ddot{y}_1 + m \frac{125}{768} \ddot{y}_2 = -ky_1 + F \sin(\omega t) \left(-1 + \frac{a}{l}\right) \quad (2.9)$$

$$m \frac{125}{768} \ddot{y}_1 + m \frac{259}{768} \ddot{y}_2 = -ky_2 + F \sin(\omega t) \left(-\frac{a}{l}\right) \quad (2.10)$$

**Brevet 024** Un effort normal et un moment fléchissant

**Brevet 025** Un torseur de chargement exprimé en H.

**Brevet 026** autoattribution

Brevet 026 bis autoattribution

Brevet 027 autoattribution

Brevet 027 bis autoattribution

Brevet 028 autoattribution

Brevet 029 Autoattribution

Brevet 029 bis Oui.

Brevet 029 ter si les taux de distorsion utilisés sont (0;0.2;0.4;0.6;0.8;1), alors une évolution affine est valide pour l'ensemble des points et  $p_{min} = 23$  niveau de gris/taux de distorsion,  $p_{max} = 42$  niveau niveau /taux de distorsion

Brevet 030 réponse :  $\Delta \bar{a} = 9.00 \cdot 10^{-2}$

Brevet 031

$$\{U_C\} = \left\{ \begin{array}{c} 2\check{i} \text{ s}^{-1} \\ (16\vec{j} + 2\vec{k}) \text{ m.s}^{-1} \end{array} \right\}_C \quad (2.11)$$

Brevet 032 Réponse : Le déplacement en B est  $\vec{u}_B = 1.34 \cdot 10^{-4} \text{ m}$

Brevet 033

$$\{\tau\} = \left\{ \begin{array}{c} 4\vec{k} - 5\vec{j} \\ 20\vec{i} + 8\vec{j} + 10\vec{k} \end{array} \right\}_B \quad (2.12)$$

Brevet 034  $V = -58.9 \text{ J} = -58.9 \text{ kg m}^2\text{s}^{-2}$

Brevet 035  $V = 0.349 \text{ J} = 0.349 \text{ kg m}^2\text{s}^{-2}$

Brevet 036  $k_3 = 0.667 \text{ Nm}^{-1}$

Brevet 037  $\{\tau\}_B = \left\{ \begin{array}{c} R_y \vec{y} \\ 0\vec{k} \end{array} \right\}_B$

Brevet 038  $\left\{ \begin{array}{c} R_x \vec{x} - \frac{2\pi C_y}{p} \vec{y} + R_z \vec{z} \\ C_x \check{x} + C_y \check{y} + C_z \check{z} \end{array} \right\}_B$

Brevet 039  $\left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ 0.2\check{j} \end{array} \right\}_B$

Brevet 040  $I_0 = 1730 \text{ mm}^4$

Brevet 041  $k = 7.04 \cdot 10^8 \text{ N/m}$

Brevet 042  $k = 1.18 \cdot 10^8 \text{ N/m}$

Brevet 043  $1.2208 < \bar{a} < 1.2642$

- Brevet 043 bis  $3.05 < \bar{a} < 3.46$
- Brevet 044  $12.33 < a < 12.35$
- Brevet 044 bis  $142.5 < a < 143.5$
- Brevet 045  $12.25 < a < 12.35$ ,  $13350 < b < 13450$  et  $27.95 < c < 28.05$
- Brevet 045 bis  $0.32555 < a < 0.32565$ ,  $1150 < b < 1250$  et  $13.95 < c < 14.05$
- Brevet 046  $0.903 < y < 0.971$
- Brevet 046 bis  $y = 0.211$ ,  $0.168 < y < 0.253$
- Brevet 047 Non. Car elle est fausse.
- Brevet 047 bis Non. Car elle est fausse.
- Brevet 048 Non
- Brevet 048 bis Non
- Brevet 048 ter Oui
- Brevet 048 quad Oui
- Brevet 049  $\sigma_{yx} = 75000$  Pa. Oui.
- Brevet 050  $\vec{u}_B = 7.17 : 10^{-8} \vec{i}$  m
- Brevet 051  $\vec{u}_B = 9.19 \cdot 10^{-3} \vec{j}$  m
- Brevet 052  $\vec{u}_B = 3.43 \cdot 10^{-6} \vec{j}$  m
- Brevet 053  $\vec{u}_B = 2.86 \cdot 10^{-6} \vec{j}$  m
- Brevet 054 Dans la direction  $\vec{i}$  :  $\epsilon_{xx} = -1.32 \cdot 10^{-6}$ , dans la direction  $\vec{k}$  :  $\epsilon_{zz} = 0.40 \cdot 10^{-6}$
- Brevet 055  $\epsilon_{xx} = -264 \cdot 10^{-6}$ , dans la direction  $\vec{k}$  :  $\epsilon_{zz} = 79 \cdot 10^{-6}$
- Brevet 056 Non, car le déplacement en bout de poutre représente 14% de la longueur de la poutre.
- Brevet 057  $W_{int} = 0.0595$  J
- Brevet 058  $u_B = 0.00694$  m
- Brevet 059  $\vec{u}_B \cdot \vec{j} = 0.0159$  m
- Brevet 060  $c = 0.27$
- Brevet 060 bis  $d = 0.43$

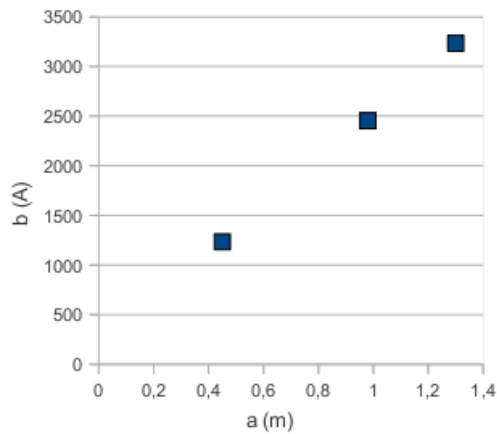


FIGURE 2.1 – Représentation graphique idéale d’un jeu de données expérimentales.

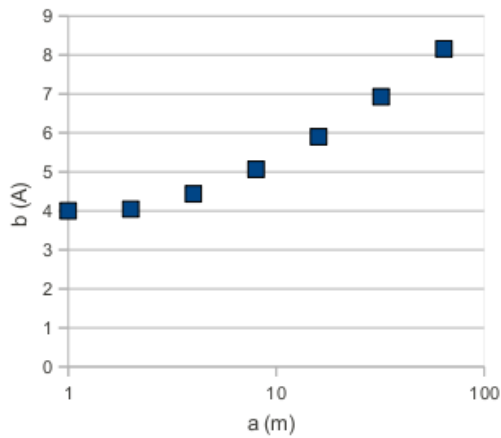


FIGURE 2.2 – Représentation graphique idéale d’un jeu de données expérimentales.

**Brevet 61**  $d = 2.66$

**Brevet 61 bis** Le détenteur du brevet vérifie vos trois réponses.

**Brevet 62**  $a = 0$ ;  $a = 12$ ;  $a = 6$ ;  $a = 9$  ...

**Brevet 62 bis**  $a = 0$ ,  $a = 12$ ,  $a = 6$ ,  $a = 9$ ,  $a = 3$ ,  $a = 7, 5$ ,  $a = 6, 7$ ,  $a = 4, 5$ , ...

**Brevet 63**

$a$	$b$	$c = a/b$
m	A	$10^{-3}\text{mA}^{-1}$
0.45	1234.6	0.36
0.98	2454.9	0.40

Tab. 25 : Le tableau idéal.

**Brevet 064** voir figure 2.1

**Brevet 064 bis** voir figure 2.2

**Brevet 065**  $p = 2.3 \cdot 10^3 \text{ Am}^{-1}$ ,  $c = 1.7 \cdot 10^2 \text{ A}$

**Brevet 066** Les points ne sont pas alignés mais sont plutôt sur une parabole, il est absurde de chercher une droite des moindres carrés.

**Brevet 067**

- pour le point G1 :
- $ug1xa = -\frac{sg1a}{12} - \frac{sg1a^3}{60}$ ,
- $ug1ya = \frac{sg1a}{10}$ ,
- $ome1 = \frac{1}{12} + \frac{sg1a^2}{20}$
- pour le point G2 :
- $ug2xa = \frac{-1}{10}$ ,
- $ug2ya = \frac{1}{10} + \frac{2}{15}sg2a - \frac{1}{60}sg2a^2(sg2a - 3)$ ,
- $ome2 = \frac{2}{15} - \frac{1}{20}sg2a(-2 + sg2a)$

**Brevet 068** Voir figure 1.16

**Brevet 069**  $d_1 = d_2 + d_{12} + d_3 + d_{13} + d_{14} + d_4 + d_5 + d_6 - d_7 - d_8 - d_9 - d_{10} - d_{11}$   
 $d_{1M} = d_{2M} + d_{12M} + d_{3M} + d_{13M} + d_{14M} + d_{4M} + d_{5M} + d_{6M} - d_{7m} - d_{8m} - d_{9m} - d_{10m} - d_{11m}$   
 $d_{1m} = d_{2m} + d_{12m} + d_{3m} + d_{13m} + d_{14m} + d_{4m} + d_{5m} + d_{6m} - d_{7M} - d_{8M} - d_{9M} - d_{10M} - d_{11M}$

**Brevet 070**  $IT(d_1) > 0.28mm$

**Brevet 071** voir figure 1.15

**Brevet 071 bis** voir figure 1.15

**Brevet 072** voir figure 1.18

**Brevet 072 bis** voir figure 1.22

**Brevet 073** L'incertitude sur l'une des cotes cf3 est plus grande dans la méthode (4 puis 1 puis 2 puis 3) que dans la méthode (1 puis 4 puis 3 puis 2). La méthode (4 puis 1 puis 2 puis 3) est à choisir.

**Brevet 074** Non, car le moment en A est de 16% plus petit dans la configuration déformée que dans la configuration de référence.

**Brevet 075**

- Pour calculer le déplacement en C, il faut utiliser les formules de Bresse entre A et C.
- Pour utiliser les formules de Bresse, il faut connaître les sollicitations en tout point H.
- Pour connaître les sollicitations en tout point H, il faut connaître le torseur des efforts intérieurs et le repère local.
- Pour connaître le torseur des efforts intérieurs, il faut orienter la poutre et considérer chargement sur segment entre H et C.
- Pour connaître le repère local en H, il faut placer le vecteur  $\vec{x}$  tangent à la fibre moyenne et calculer le changement de base entre  $(\vec{i}, \vec{j})$  et  $(\vec{x}, \vec{y})$ .
- Pour connaître le chargement sur segment entre H et C, il faut écrire le torseur des actions extérieures en C.
- Maintenant que la méthode est posée, il faut se mettre aux calculs du dernier au premier item.



**Brevet 076**

- Pour calculer la contrainte maximale il faut connaître la relation entre contrainte sur les fibres extérieures et les sollicitations en tout point  $H$ .
- Pour connaître les sollicitations en tout point  $H$ , il faut connaître le torseur des efforts intérieurs et le repère local.
- Pour connaître le torseur des efforts intérieurs, il faut orienter la poutre et considérer le chargement sur segment entre  $H$  et  $C$ .
- Pour connaître le repère local en  $H$ , il faut placer le vecteur  $\vec{x}$  tangent à la fibre moyenne et calculer le changement de base entre  $(\vec{i}, \vec{j})$  et  $(\vec{x}, \vec{y})$ .
- Pour connaître le chargement sur segment entre  $H$  et  $C$ , il faut écrire le torseur des actions extérieures en  $C$ .
- Maintenant que la méthode est posée, il faut se mettre aux calculs du dernier au premier item, et trouver pour quelle valeur de l'abscisse curviligne  $s$  et si c'est en fibre supérieure ou inférieure que la valeur absolue de la contrainte est maximale.

**Brevet 077**

- Pour calculer le déplacement en  $D$ , il faut utiliser les formules de Bresse entre  $A$  et  $D$ .
- Pour connaître le torseur de réaction en  $C$ , il faut faire écrire par les formules de Bresse l'équation cinématique associée à l'inconnue hyperstatique, cela donne la valeur de l'inconnue hyperstatique en fonction du chargement  $F$ .
- Pour utiliser les formules de Bresse, il faut connaître les sollicitations en tout point  $H$ .
- Pour connaître les sollicitations en tout point  $H$ , il faut connaître le torseur des efforts intérieurs et le repère local.
- Pour connaître le torseur des efforts intérieurs, il faut orienter la poutre et considérer le chargement sur segment entre  $H$  et  $D$ .
- Pour connaître le repère local en  $H$ , il faut placer le vecteur  $\vec{x}$  tangent à la fibre moyenne et calculer le changement de base entre  $(\vec{i}, \vec{j})$  et  $(\vec{x}, \vec{y})$ .
- Pour connaître le chargement sur segment entre  $H$  et  $D$ , il faut écrire le torseur des actions extérieures en  $D$  et le torseur de réaction en  $C$ .
- Pour connaître les chargements, il faut considérer l'inconnue hyperstatique comme un chargement a priori connu.
- Pour choisir l'inconnue hyperstatique, il faut écrire l'équilibre de la structure.
- Maintenant que la méthode est posée, il faut se mettre aux calculs du dernier au premier item.

**Brevet 078** le pied de la lampe, chaque arc qui relie une roulette au centre du fauteuil, la règle posée sur le bureau, chaque pied de table, les arcs qui forment le bougeoir, la crémaillère de la fenêtre, le tuyau d'arrivée d'eau du chauffage central, le cadre du dossier du fauteuil...

**Brevet 101**

$$M = m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$K = k \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

**Brevet 101 bis**

$$M = m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$K = k \begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 9 & -8 \\ 0 & 0 & -8 & 11 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

**Brevet 102**

$$R = 0.375 \frac{k}{m} \quad (2.17)$$

$$\omega = 0.612 \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.18)$$

**Brevet 102 bis**

$$R = 1.07 \frac{k}{m} \quad (2.19)$$

$$\omega = 1.04 \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.20)$$

**Brevet 103**

$$\omega_1 = 0.560 \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.21)$$

$$\omega_2 = 0.912 \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.22)$$

$$\omega_3 = 1.82 \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.23)$$

**Brevet 104**

$$\vec{v}_1 = [0.789 \ 1.06 \ 1.000]^t \quad (2.24)$$

$$\vec{v}_2 = [-0.459 \ -0.498 \ 1.000]^t \quad (2.25)$$

$$\vec{v}_3 = [49.7 \ -7.96 \ 1.000]^t \quad (2.26)$$

**Brevet 105**

$$M' = m \begin{bmatrix} 24.25 & -2.75 \\ -2.75 & 1.80 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$K' = k \begin{bmatrix} 8.0 & -1.45 \\ -1.45 & 3.84 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

**Brevet 105 bis**

$$M' = m \begin{bmatrix} 24.5 & 7.2 \\ 7.2 & 5.77 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$K' = k \begin{bmatrix} 26.75 & 21.5 \\ 21.5 & 26.38 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

**Brevet 106** 1. la fonction  $\psi_2(x)$  car elle vérifie les conditions aux limites cinématiques et dynamiques aux liaisons. La fonction  $\psi_1(x)$  est adaptée car elle vérifie les conditions cinématiques. La fonction  $\psi_3(x)$  n'est pas adaptée car elle ne vérifie pas les conditions cinématiques, la pulsation est infinie.

2.

$$\begin{aligned} - \omega_1 &= 8 \sqrt{\frac{EI_{gz}}{l^3(8/15l\rho S+m)}} \\ - \omega_2 &= \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{EI_{gz}}{l^3(1/2l\rho S+m)}} \\ - \omega_3 &= 8\sqrt{3} \sqrt{\frac{EI_{gz}}{l^3(17/35l\rho S+m)}} \end{aligned}$$

**Brevet 106 bis** cas général :  $\omega^2 = \frac{315(2eia+3esa+3ka)}{4792esa} \omega_0^2$

effort normal négligé :  $\omega^2 = \frac{315(2eia+3ka)}{4792esa} \omega_0^2$

**Brevet 107**

**Brevet 108** 1.

- $N = 0$
- $T_y = F + \int_{x_g}^b p(x) dx$
- $M_{fz} = F(b - x_g) + \int_{x_g}^b p(x)(x - x_g) dx$
- 2.  $v(y) = \int_0^{x_g} \left[ \frac{F(b-x_p) + \int_{x_p}^b p(x)(x-x_p) dx}{EI_{gz}} (x_g - x_p) dx_p \right]$
- 3.

**Brevet 109** L'espace de recherche de solution n'est pas restreint à 2 droites, mais au plan engendré par ces deux droites.

**Brevet110** Attribution par JM Génevaux

**Brevet 111** Attribution par JM Génevaux

**Brevet 112**

- avec  $\psi(s) = s, \omega^2 = \infty$
- avec  $\psi(s) = s^2, \omega^2 = \frac{20}{1+5\tilde{m}} \frac{EI_{gz}}{\rho SI^4}$
- avec  $\psi(s) = -\frac{s^3}{6} + \frac{ls^2}{2}, \omega^2 = \frac{420}{33+140\tilde{m}} \frac{EI_{gz}}{\rho SI^4}$
- avec  $\psi(s) = \frac{s^6}{360} - \frac{l^3 s^3}{18} + \frac{l^4 s^4}{8}, \omega^2 = \frac{47320}{3827+15379\tilde{m}} \frac{EI_{gz}}{\rho SI^4}$

**Brevet 113** Attribution par JM Génevaux

**Brevet 114** Attribution par JM Génevaux

**Brevet 115** Les pulsations propres convergent vers :

- itération 4 :  $\omega = .560\sqrt{k/m}$

**Brevet 115 bis** La pulsation propre converge vers  $\omega = 0.689\sqrt{k/m}$ . Le vecteur propre associé à convergence est  $\vec{v} = [1, 4.53, 8.28, 7.28]^t$

**Brevet 116** Les pulsations propres convergent vers :  $\omega = 0.912\sqrt{k/m}$ , de vecteur propre  $\vec{v}_2 = [-0.459 \ -0.498 \ 1.000]^t$

**Brevet 117**

- a) la condition cinématique en A implique que  $\psi(0) = 0$
- b) la condition dynamique en A implique que le moment fléchissant est nul, donc  $\frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2}(0) = 0$
- c) une forme propre est définie à une constante multiplicative près : c'est le ratio de  $\delta$  et  $\beta$  qui influe sur la forme propre .
- d)  $\omega^2 = 105 \omega_0^2 \frac{(\tilde{k} \tilde{\beta}^2 + 8 \tilde{k} \tilde{\beta} + 16 \tilde{k} + 192)}{105 \tilde{m} \tilde{\beta}^2 + 210 \tilde{m} \tilde{\beta} + 105 \tilde{m} + 61440 + 10752 \tilde{\beta} + 560 \tilde{\beta}^2}$
- e) On recherche le minimum du coefficient de Rayleigh en fonction de  $\tilde{\beta}$ , car la pulsation propre obtenue majore toujours la pulsation propre réelle. Ceci nous donne graphiquement  $\tilde{\beta} = 36$ .
- f)  $\omega = 0.378 \omega_0$

**Brevet 118**

$$\frac{\partial \phi_{11}}{\partial k_1} = -.06343161808 \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial \phi_{12}}{\partial k_1} = .02114387269 \quad (2.32)$$

**Brevet 119**

$$\frac{\partial \phi_{11}}{\partial k_1} = -.06652424829 \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \phi_{12}}{\partial k_1} = .02851039213 \quad (2.34)$$

**Brevet 120** Si l'on pose  $\sigma_0 = \frac{6Fl}{bh_1^2}$ ,  $\tilde{x} = x/l$ ,  $\tilde{h} = h_2/h_1$ ,  $\tilde{\sigma} = \hat{\sigma}/\sigma_0$ ,  
Pour  $\tilde{x}$  compris entre 0 et 0.5 :

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{0.24} (0.375 + (0.188 - 0.375)\tilde{x}) \quad (2.35)$$

Pour  $\tilde{x}$  compris entre 0.5 et 1 :

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{0.24} \left( 0.75 + (0. - 0.75) \frac{\tilde{x} - 1}{0.5 - 1} \right) \quad (2.36)$$

**Brevet 121** Pour chaque élément  $i$ ,

$$e_i^2 = \frac{Ebl}{3} \int_{\tilde{x}_{i1}}^{\tilde{x}_{i2}} (\sigma_i^*(\tilde{x}) - \hat{\sigma}_i(\tilde{x}))^2 d\tilde{x} \quad (2.37)$$

Il faut porter l'effort de discrétisation sur le **second** élément :

- $e_1^2 = 0.0190Ebl$  soit **20%** de la somme
- $e_2^2 = 0.0762Ebl$  soit **80%** de la somme

**Brevet 122**

- $e_{e1}^2 = 0.0143 Ebl$  soit **13%** de la somme
- $e_{e2}^2 = 0.1000 Ebl$  soit **87%** de la somme

L'effort de raffinement porte sur le même élément : le **second**.

**Brevet 123**

$$MAC = \begin{bmatrix} 0.9996165666 & 0.07950055744 \\ 0.01147021128 & 0.9749478412 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

**Brevet 124**

$$MAC_{mod} = \begin{bmatrix} 0.9997293164 & 0.03752589761 \\ 0.0002706836245 & 0.9624741025 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Les termes hors diagonales devraient être nuls si les modes expérimentaux et du modèle coïncident

**Brevet 125** L'amortissement n'est pas proportionnel.

**Brevet 126**

$$\omega_{m1} = (-0.00227 + 0.70714i)s^{-1} \quad (2.40)$$

$$\phi_{m1} = \begin{bmatrix} 0.1588930340 - 0.06042187430i \\ 0.2375161169 - 0.09265769665i \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\omega_{m2} = (-0.073 + 2.448i)s^{-1} \quad (2.42)$$

$$\phi_{m2} = \begin{bmatrix} 0.4030055261 + 0.4089249241i \\ -0.1304782414 - 0.1404043077i \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

**Brevet 127**

$$\omega_{m1} = .707s^{-1} \quad (2.44)$$

$$\phi_{m1} = \begin{bmatrix} -0.316 \\ -0.474 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

$$\omega_{m2} = 2.45s^{-1} \quad (2.46)$$

$$\phi_{m2} = \begin{bmatrix} -0.862 \\ 0.287 \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

**Brevet 128** Pour la méthode de l'amplitude,

$$\phi_{a1} = \begin{bmatrix} 0.170 \\ 0.255 \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

$$\phi_{a2} = \begin{bmatrix} 0.574 \\ -0.192 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Pour la méthode de la transformation complexe,

$$\phi_{t1} = \begin{bmatrix} 0.182 \\ 0.273 \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

$$\phi_{t2} = \begin{bmatrix} 0.820 \\ -0.274 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

La matrice de MAC avec le vecteur obtenu par la méthode de l'amplitude,

$$MAC = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.0690 \\ 0.0693 & 1. \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

La matrice de MAC avec le vecteur obtenu par la méthode de la transformation complexe,

$$MAC = \begin{bmatrix} 1. & 0.0691 \\ 0.00693 & 1. \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

**Brevet 129**

$$M_r = [ 2.36 ] \quad (2.54)$$

$$K_r = [ 1.20 ] \quad (2.55)$$

$$\omega = 0.509 \quad (2.56)$$

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.372 \\ 0.620 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

**Brevet 130**

$$M_r = [ 1.94 ] \text{ kg} \quad (2.58)$$

$$K_r = [ 2.29 ] \text{ N/m} \quad (2.59)$$

$$\omega = (1.08)s^{-1} \quad (2.60)$$

$$\phi = \begin{bmatrix} .278 \\ .404 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Une méthode itérative est possible : on considère comme pulsation de référence, la pulsation obtenue (ici à l'itération 1 : 1.084992200)

Brevet 131

$$M_r = [ 1.946889993 ] \quad (2.62)$$

$$K_r = [ 2.291894621 ] \quad (2.63)$$

$$\omega = 1.084992200 \quad (2.64)$$

$$\phi = \begin{bmatrix} .4931329920 \\ .7166866150 \end{bmatrix} \quad (2.65)$$

Une méthode itérative est possible : on considère comme pulsation de référence, la pulsation obtenue (ici à l'itération 1 : 1.084992200)

Brevet 132 Si l'on pose  $\sigma_0 = \frac{6Fl}{bh_1^2}$ ,  $\tilde{x} = x/l$ ,  $\tilde{h} = h_2/h_1$ ,  $\tilde{\sigma} = \sigma/\sigma_0$ ,

$$\tilde{\sigma} = \frac{1 - \tilde{x}}{(1 + (\tilde{h} - 1)\tilde{x})^2} \quad (2.66)$$

Brevet 133 oui

Brevet 134  $T_{poutre} = \frac{1}{10}m_p a^2 \omega^2 \sin(\omega t)^2$ ,  $T_{masse} = \frac{1}{2}m a^2 \omega^2 \sin(\omega t)^2$

Brevet 135  $\omega = 2.09 \text{ s}^{-1}$

Brevet 136  $f = 25 \text{ Hz}$

Brevet 137 non

Brevet 138 oui.

Brevet 139 non

Brevet 140 oui

Brevet 141  $D=10 \text{ kgm}^2\text{s}^{-3}$

Brevet 142 Non. Singularité en  $v=0$ .

Brevet 143  $f=0.32 \text{ Hz}$

Brevet 144 Non

Brevet 145 Phase : oui. Amplitude : non

Brevet 146  $m_{ap} = 177 \text{ kg}$ ,  $J_{ap} = 7,08 \text{ kgm}^2$

Brevet 147 oui

Brevet 148 oui

Brevet 149  $\omega_d = 1,85 \text{ s}^{-1}$

Brevet 150  $\zeta = 0.0625$

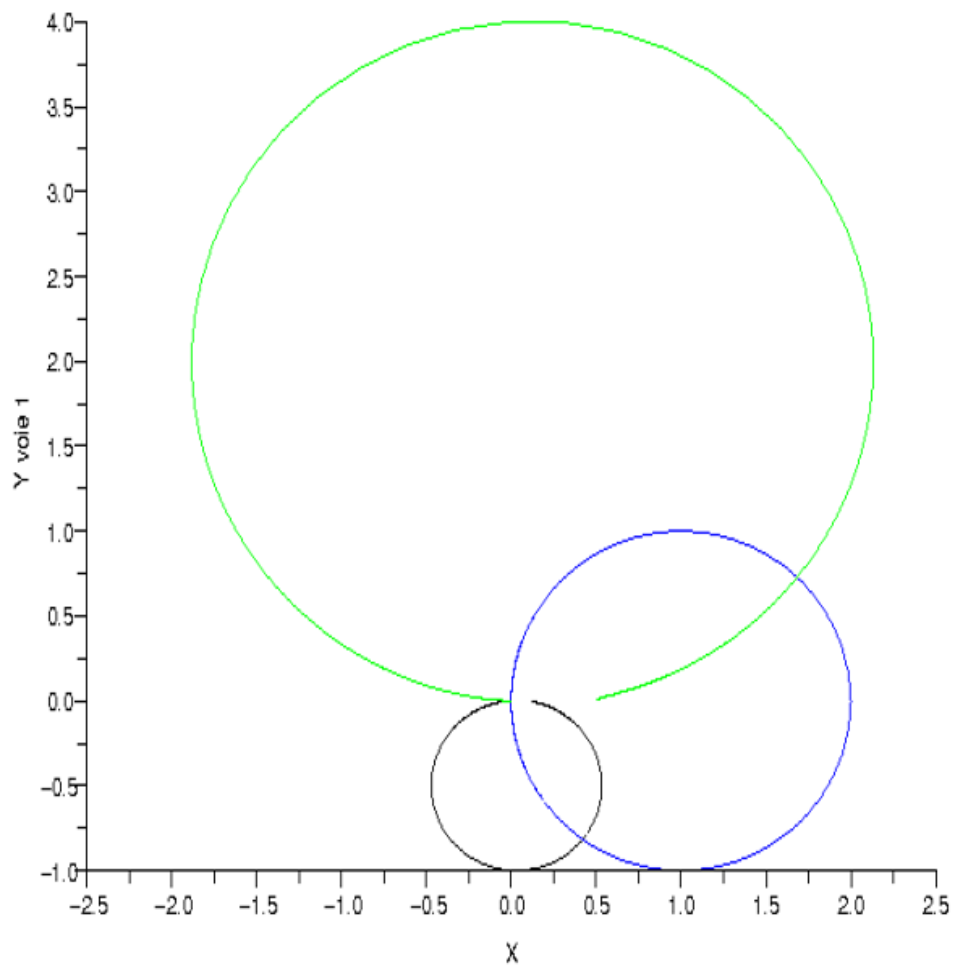


FIGURE 2.3 – Fonctions de réponse en fréquence dans le plan de Nyquist.

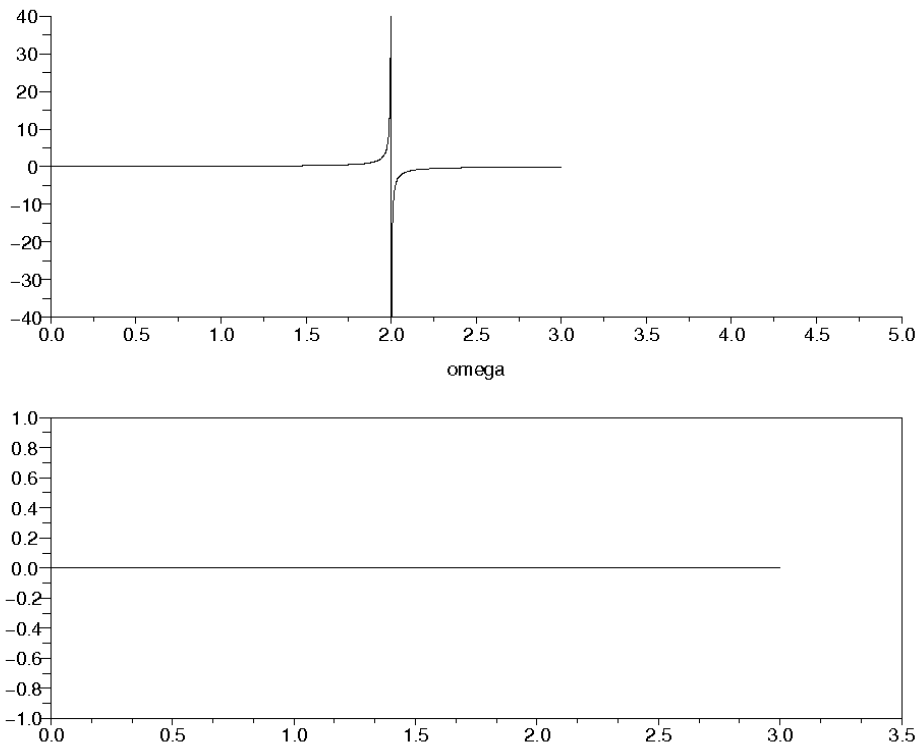


FIGURE 2.4 – Evolution des parties réelle (au dessus) et partie imaginaire (en dessous) de la fonction de réponse en fréquence d'un système sans amortissement.

**Brevet 151** voir figure 2.3

**Brevet 152**  $k < 17,9 \cdot 10^3 \text{ Nm}^{-1}$

**Brevet 153** Non.  $x_{stop} = 0,035 \text{ m}$

**Brevet 154**  $\eta = 0.95, \eta_1 = 0.6$

**Brevet 155**  $\beta$  est sans unité.

**Brevet 156**  $\zeta = 0.0625$

**Brevet 157** voir figure 2.4

**Brevet 158**  $F = 8 \text{ N}$  et  $t_1 = 0.75\pi$

**Brevet 159**  $\zeta = 0.0629, m = 2.01 \text{ kg}, k = 8.00 \text{ Nm}^{-1}$

**Brevet 160**  $x_1 = -9.63 \sin(2\pi t) \text{ m}, x_2 = 0.651 \sin(2\pi t) \text{ m}$

**Brevet 161**  $\omega_f = 2.83 \text{ s}^{-1}$

**Brevet 162**  $\tilde{K} = \begin{bmatrix} 8 & -3.54 \\ -3.54 & 2.5 \end{bmatrix}$



**Brevet 163**  $P = \begin{bmatrix} 0.439 & 0.898 \\ 0.898 & -0.439 \end{bmatrix}$

**Brevet 164**  $v_{n1} = \begin{bmatrix} 0.327 \\ 0.668 \end{bmatrix}, v_{n2} = \begin{bmatrix} 0.822 \\ 0.402 \end{bmatrix}$

**Brevet 165**  $x_1 = 0.0438 \text{ m}, x_2 = 0.207 \text{ m}$

**Brevet 166**  $\tilde{C} = \begin{bmatrix} 4.00 & -2.47 \\ -2.47 & 2.52 \end{bmatrix} \text{ N.s/m}$

**Brevet 167** Autoattribution.

**Brevet 168** Autoattribution.

**Brevet 169** Autoattribution.

**Brevet 170** Autoattribution.

**Brevet 171** Autoattribution.

**Brevet 172** Autoattribution.

**Brevet 173** Autoattribution.

**Brevet 174** Les vecteurs normés sont,  
 – pour la première pulsation propre mesurée  $\omega_1 = .68$ ,

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} .96 \\ .33 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

– pour la seconde pulsation propre mesurée  $\omega_1 = 2.1$ ,

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} -.69 \\ -.50 \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Il est **anormal** que le second mode **ne présente pas** des mouvements des masses en **opposition de phase**. Il doit y avoir quelque chose de faux dans notre modélisation.

**Brevet 175** Les vecteurs sont,  
 – pour la première pulsation propre mesurée,

$$\phi_1 = \begin{bmatrix} 0.42 \\ .63 \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

– pour la seconde pulsation propre mesurée,

$$\phi_2 = \begin{bmatrix} -0.70 \\ 0.23 \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

**Brevet 176**

**Brevet 201**  $(x^1 = a_1; x^2 = a_2 - a_1; x^3 = a_3 - a_2); (y^1 = b_1; y^2 = b_2 - b_1; y^3 = b_3 - b_2)$

- Brevet 202  $(x_1 = a_1 + a_2 + a_3; x_2 = a_2 + a_3; x_3 = a_3); (y_1 = b_1 + b_2 + b_3; y_2 = b_2 + b_3; y_3 = b_3)$
- Brevet 203  $(x_1 = 7; x_2 = 3; x_3 = 2); (x^1 = 4; x^2 = -3; x^3 = 1)$
- Brevet 204  $\vec{A} \cdot \vec{B} = 17$
- Brevet 205  $\vec{X} \otimes \vec{Y} = 10\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_1 + 6\vec{e}_1 \otimes \vec{e}_2 + 20\vec{e}_2 \otimes \vec{e}_1 + 12\vec{e}_2 \otimes \vec{e}_2$
- Brevet 206 non
- Brevet 207  $a = 0.6, b = 0.2$
- Brevet 208  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$
- Brevet 209 56
- Brevet 210  $\vec{c} = 25\vec{x} - 15\vec{y} + 12\vec{z}$
- Brevet 211 non
- Brevet 212 non
- Brevet 213 oui
- Brevet 214 non
- Brevet 215 oui
- Brevet 216 62.7
- Brevet 217  $a = 18$
- Brevet 218 -3.53
- Brevet 219 0.370
- Brevet 220 7.30
- Brevet 221  $I_1 = 12\sin(6y) + 156, I_2 = 3x^3 + x(\frac{1}{6} - \frac{\cos(18)}{6}), I_3 = 9(x^3 + x\sin(6y))$
- Brevet 222 oui
- Brevet 223 oui
- Brevet 224  $L^2 T^{-1}, m^2 s^{-1}$
- Brevet 224 bis  $M L^{-1} T^{-1}, kg m^{-1} s^{-1}$
- Brevet 225  $c=20$
- Brevet 226  $\vec{a} = 5.10\vec{x}_1 + 2.83\vec{y}_1$

**Brevet 227**

$$m\ddot{x} = -\frac{F}{2} \sin(\omega t) - \frac{\sqrt{3}}{2} c \sin(\alpha) \dot{x} - kx, \quad (2.71)$$

$$0 = \frac{\sqrt{3}}{2} F \sin(\omega t) - \frac{c}{2} \sin(\alpha) \dot{x}. \quad (2.72)$$

**Brevet 301** .

**Brevet 302** .

**Brevet 303** .

**Brevet 304** a)  $\vec{u}_M = (-4\vec{x} + 2\vec{y}) 10^{-4} \text{ m}$ ; b)  $\vec{u}_M = 10^{-3} \vec{y} \text{ m}$

**Brevet 305** a)  $\bar{\bar{\epsilon}} = \vec{0}$ ; b)  $\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.025 \\ 0 & 0.025 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \otimes (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$

**Brevet 306**  $\bar{\epsilon}(P, \vec{n}) = \left( \frac{130}{\sqrt{3}} \vec{x} + \frac{200}{\sqrt{3}} \vec{y} + \frac{100}{\sqrt{3}} \vec{z} \right) 10^{-6}$

**Brevet 307**  $\epsilon_{nm} = 143 10^{-6}$

**Brevet 308**  $\epsilon_{11} = -86.1 10^{-6}$ ,  $\epsilon_{22} = 116.1 10^{-6}$  et  $\epsilon_{33} = 200 10^{-6}$

**Brevet 309**  $\vec{e}_1 = 0.652\vec{x} - 0.758\vec{z}$ ,  $\vec{e}_2 = 0.758\vec{x} + 0.652\vec{z}$ ,  $\vec{e}_3 = \vec{y}$

**Brevet 310**

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0.25 \\ 1 & 0 & 0.5 \\ 0.25 & 0.5 & 3 \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \otimes (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \text{ s}^{-1}, \quad (2.73)$$

$$\bar{\bar{\Omega}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -0.25 \\ -1 & 0 & -0.5 \\ 0.25 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \otimes (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \text{ s}^{-1}. \quad (2.74)$$

**Brevet 311**  $\check{\text{rot}}\vec{v} = -1\check{x} - 0.5\check{y} + 2\check{z}$

**Brevet 312**

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \begin{bmatrix} 30 & 10 & 0 \\ 10 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \otimes (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} 10^{-6}. \quad (2.75)$$

**Brevet 313**  $\vec{n} = 0.707\vec{x} + 0.707\vec{y}$

**Brevet 401** La relation théorique doit être vérifiée. Autoattribution.

**Brevet 402** Le détenteur du brevet vérifie vos trois réglages.

**Brevet 403** Le détenteur du brevet vérifie la validité de vos trois mesures.

**Brevet 404** Le détenteur du brevet vérifie la validité de vos trois mesures.

**Brevet 501** 1)V; 2)V; 3)V; 4)V; 5)F; 6)V; 7)V; 8)V; 9)V; 10)F; 11)F

**Brevet 502** Si vous avez échangé avec une autre personne sur vos réponses et propositions :  
Autoattribution.

**Brevet 503** Voir figure 2.5

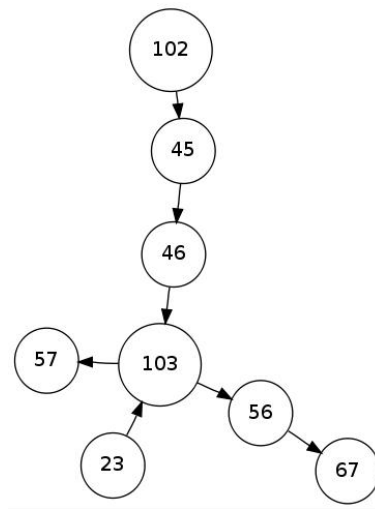


FIGURE 2.5 – Bonne nouvelle! L'arbre des connaissances du gouvernement de Nicolas n'est pas vide!

**Brevet 504** Voir figure 2.6

**Brevet 601** b

**Brevet 602** a

**Brevet 603** au nombre de mouvements de corps rigide du solide

**Brevet 604**  $\frac{f_i - f_{i\text{converge}}}{nbddl^3}$

**Brevet 605** a) vrai

**Brevet 606** b) en déformations planes

**Brevet 607** 1 : (7); 2 : (21); 3 : (3); 4 : (31); 5 : (25); 6 : (2)

**Brevet 607 bis** 1 : (2); 2 : (7); 3 : (17)

**Brevet 607 ter** 1 : (26); 2 : (4); 3 : (4)

**Brevet 608** écart=0.302 %

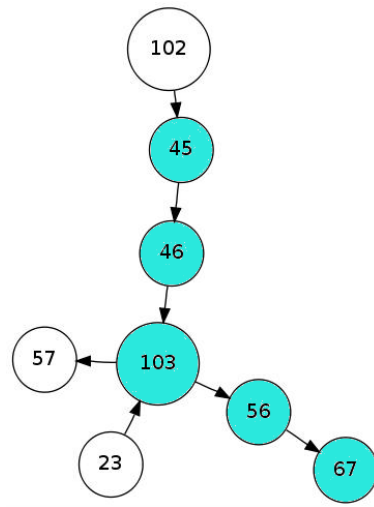


FIGURE 2.6 – Le blason de Nicolas n'est pas vide non plus !

Brevet 609  $K_{e812} = -2.63 \cdot 10^4 \text{ N}$

Brevet 609 bis  $K_{e36} = 0 \text{ N}$

Brevet 609 ter non

Brevet 610  $I_0^c = 2.16 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4$ ; non

Brevet 610 bis  $I_0^c = 2.77 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$ ; oui

Brevet 610 ter  $I_0^c = 9.75 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4$ ; non

Brevet 610 quad  $S_y = 3.92 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$ ;  $S_z = 3.92 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$ ; non

Brevet 610 quin  $S_y = 1.36 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$ ;  $S_z = 4.07 \cdot 10^{-3} \text{ m}^4$ ; non

Brevet 610 sex  $r_2 = ??? \text{ m}$ ; oui

Brevet 610 sept  $r_2 = ??? \text{ m}; ???$

Brevet 611 Les deux fonctions vérifie la nullité au bord.

Brevet 612 La seconde fonction peut permettre d'obtenir la constance du laplacien sur la surface.

Brevet 613

Brevet 614

Brevet 615 oui;  $\Delta\sigma_{xx} = 0 \text{ Pa}$ ; à proximité de l'encastrement.

Brevet 616  $I_0^c = 2.16 \cdot 10^{-10} \text{ m}^4$

Brevet 617 oui;  $\Delta\sigma_{Von-Mises} = 0 \text{ Pa}$  avec RDM6,  $\Delta\sigma_{Von-Mises} = 0.2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  avec Comsol

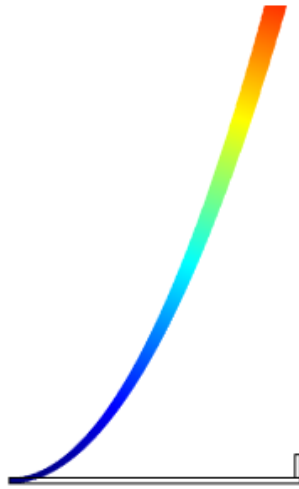


FIGURE 2.7 – Calcul d'une déformée en petits déplacements.

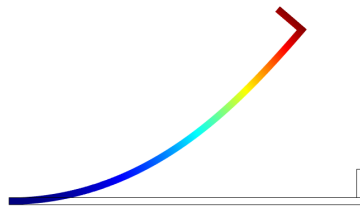


FIGURE 2.8 – Calcul d'une déformée en grands déplacements.

**Brevet 618** voir figure 2.7. non

**Brevet 619** voir figure 2.8. oui

# Bibliographie

- [1] Batoz, J.L. Dhatt, G. *Modélisation des structures par éléments finis : volume 2 : poutres et plaques* Hermès, Paris, 1990
- [2] de Coulon, F. *Théorie et traitement des signaux* Dunod, 1984
- [3] Ewins, D.J. *Modal testing : theory and practice* Wiley and sons, 1994, cote BU le Mans 534.08 EWI
- [4] M.I. Friswell J.E. Mottershead, *Finite Element updating in structural dynamics*, *Kluwer Academic Publishers*, Netherland.
- [5] Génevaux, J.M. *1a.pdf : A propos des tenseurs*  
<http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95>
- [6] Génevaux, J.M. *2a.pdf : Théorie des poutres (résistance des matériaux), Modélisation, Utilisation des incertitudes en travaux pratiques*  
<http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95>
- [7] Génevaux, J.M. *3a.pdf : Méthodes approchées en dynamique des structures, Analyse Modale, Recalage de modèle*  
<http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95>
- [8] Géraldin, M. Rixen, D. *Théorie des vibrations : application à la dynamique des structures* 2nd édition Masson Recherches en Mécanique
- [9] Gmür, T. *Dynamique des structures : analyse modale numérique* Presses polytechniques et universitaires romandes 1997
- [10] Joly, N. *Analyse numérique* cours ENSIM 2A, janvier
- [11] P. Ladevez, D. Nedjar, M. Reynier, 1994, Updating of finite element models using vibration tests *AIAA-journal*, 32 (7) : 1485-1491
- [12] Lalane, M. Berthier, P. Der Hagopian, J. *Mécanique des vibrations linéaires* Masson,
- [13] Maillat, D. Schmitt, J.F. *Vibrations mécaniques linéaires : méthodes exactes* cours de 2nd année de l'ENSEM, 1998
- [14] Pascal, J.C. *Vibration des systèmes continus*  
<http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95>
- [15] Pascal, J.C. *Vibrations et Acoustique 1*  
<http://umtice.univ-lemans.fr/course/view.php?id=95>
- [16] Piranda, J. *Analyse Modale Expérimentale*, 2000.