



**HAL**  
open science

## Introduction à la tribologie

Noël Brunetière

► **To cite this version:**

| Noël Brunetière. Introduction à la tribologie. Master. France. 2021. hal-03356326v3

**HAL Id: hal-03356326**

**<https://cel.hal.science/hal-03356326v3>**

Submitted on 2 Jan 2023 (v3), last revised 15 Dec 2023 (v4)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

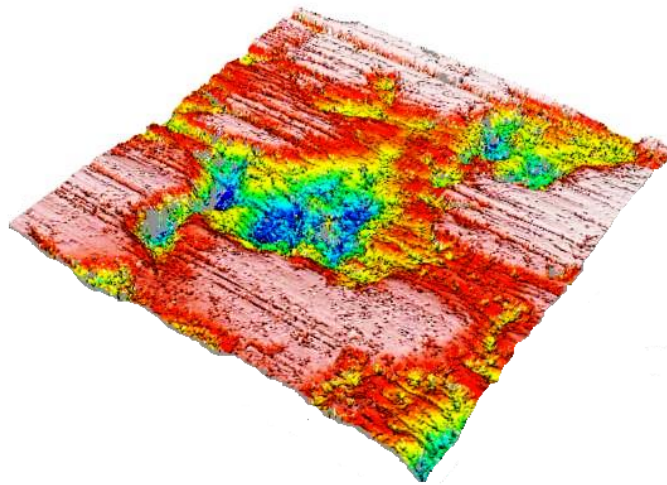
L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License

# Introduction à la TRIBOLOGIE

Noël Brunetière



Institut Pprime - Futuroscope  
2023

noel.brunetiere@univ-poitiers.fr  
<https://pprime.fr/noel-brunetiere/>  
<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03356326>

# Table des matières

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Table des matières</b>                                 | <b>2</b>  |
| <b>Introduction</b>                                       | <b>7</b>  |
| Définition de la tribologie . . . . .                     | 7         |
| Pourquoi étudier la tribologie? . . . . .                 | 7         |
| Comment réduire le frottement? . . . . .                  | 10        |
| Contenu du cours . . . . .                                | 11        |
| <br>  |           |
| <b>I Interaction solide solide : Régime sec</b>           | <b>13</b> |
| <br>  |           |
| <b>1 Surfaces solides</b>                                 | <b>15</b> |
| 1.1 Définition des surfaces solides . . . . .             | 15        |
| 1.2 Structure des surfaces . . . . .                      | 15        |
| 1.3 Topographie des surfaces . . . . .                    | 17        |
| 1.3.1 Paramètres de rugosité . . . . .                    | 17        |
| 1.3.2 Méthodes de mesure . . . . .                        | 21        |
| 1.3.3 Exemples de surface . . . . .                       | 22        |
| 1.4 Quelques propriétés des surfaces . . . . .            | 24        |
| 1.4.1 Dureté des surfaces . . . . .                       | 24        |
| 1.4.2 Énergie de surface . . . . .                        | 25        |
| 1.5 Amélioration des propriétés de surface . . . . .      | 26        |
| 1.5.1 Traitements de surface . . . . .                    | 26        |
| 1.5.2 Revêtements . . . . .                               | 27        |
| 1.6 Synthèse . . . . .                                    | 28        |
| <br>  |           |
| <b>2 Contact des solides</b>                              | <b>29</b> |
| 2.1 Cas général du contact élastique . . . . .            | 29        |
| 2.2 Contact localisé . . . . .                            | 30        |
| 2.2.1 Définition du contact localisé . . . . .            | 30        |
| 2.2.2 Contact élastique . . . . .                         | 30        |
| 2.2.3 Limite élastique et déformation plastique . . . . . | 33        |
| 2.3 Contact surfacique . . . . .                          | 34        |
| 2.3.1 Définition du contact surfacique . . . . .          | 34        |
| 2.3.2 Contact élastique . . . . .                         | 35        |
| 2.3.3 Limite élastique et déformation plastique . . . . . | 39        |
| 2.4 Adhésion . . . . .                                    | 40        |
| 2.4.1 Force de van der Waals . . . . .                    | 40        |
| 2.4.2 Travail d'adhésion . . . . .                        | 40        |
| 2.4.3 Critère d'adhésion . . . . .                        | 41        |

|           |  |           |
|-----------|--|-----------|
| 2.5       | Synthèse . . . . .   | 44        |
| <b>3</b>  | <b>Frottement, usure et dissipation</b>                      | <b>45</b> |
| 3.1       | Frottement . . . . .   | 45        |
| 3.1.1     | Lois et mécanismes du frottement . . . . .                   | 45        |
| 3.1.2     | Contribution adhésive au frottement . . . . .                | 46        |
| 3.1.3     | Contribution plastique au frottement . . . . .               | 48        |
| 3.1.4     | Frottement statique . . . . .                                | 51        |
| 3.1.5     | Mesure du frottement . . . . .                               | 51        |
| 3.2       | Dissipation . . . . .  | 52        |
| 3.2.1     | Solide soumis à une source de chaleur stationnaire . . . . . | 52        |
| 3.2.2     | Solide soumis à une source de chaleur mobile . . . . .       | 53        |
| 3.2.3     | Cas d'un contact localisé entre deux solides . . . . .       | 53        |
| 3.2.4     | Cas d'un contact surfacique entre deux solides . . . . .     | 54        |
| 3.3       | Usure . . . . .  | 56        |
| 3.3.1     | Les différents mécanismes d'usure . . . . .                  | 56        |
| 3.3.2     | Usure adhésive . . . . .                                     | 57        |
| 3.3.3     | Usure abrasive . . . . .                                     | 57        |
| 3.3.4     | Mécanismes de formation des débris . . . . .                 | 59        |
| 3.3.5     | Modèles d'usure . . . . .                                    | 60        |
| 3.3.6     | Mesure de l'usure . . . . .                                  | 63        |
| 3.4       | Théorie du troisième corps . . . . .                         | 64        |
| 3.5       | Synthèse . . . . .   | 66        |
| <b>II</b> | <b>Interaction fluide solides : Régime lubrifié</b>          | <b>67</b> |
| <b>4</b>  | <b>Les lubrifiants</b>                                       | <b>69</b> |
| 4.1       | Définition . . . . .   | 69        |
| 4.2       | Composition des lubrifiants . . . . .                        | 69        |
| 4.2.1     | Les huiles minérales . . . . .                               | 69        |
| 4.2.2     | Les huiles de synthèse . . . . .                             | 69        |
| 4.2.3     | Les additifs . . . . .                                       | 71        |
| 4.3       | Viscosité . . . . .  | 72        |
| 4.3.1     | Définition et mesure de la viscosité . . . . .               | 72        |
| 4.3.2     | Lois de variation de la viscosité . . . . .                  | 75        |
| 4.3.3     | Classement normalisé des huiles . . . . .                    | 76        |
| 4.3.4     | Comportements particuliers . . . . .                         | 76        |
| 4.4       | Les éco-lubrifiants . . . . .                                | 76        |
| 4.5       | Les lubrifiants solides . . . . .                            | 78        |
| 4.6       | Synthèse . . . . .   | 78        |
| <b>5</b>  | <b>L'équation de Reynolds</b>                                | <b>79</b> |
| 5.1       | Démonstration intuitive de l'équation de Reynolds . . . . .  | 79        |
| 5.2       | Équation générale - coordonnées cartésiennes . . . . .       | 82        |
| 5.3       | Équation générale - coordonnées polaires . . . . .           | 86        |
| 5.4       | Synthèse . . . . .   | 86        |
| <b>6</b>  | <b>La lubrification hydrodynamique</b>                       | <b>87</b> |
| 6.1       | Introduction . . . . .                                       | 87        |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 6.2       | Etude du blochet . . . . .  | 90         |
| 6.3       | Butées hydrodynamiques . . . . .                                    | 91         |
| 6.3.1     | Configuration géométrique . . . . .                                 | 91         |
| 6.3.2     | Distribution de pression . . . . .                                  | 92         |
| 6.3.3     | Calcul des principaux paramètres . . . . .                          | 93         |
| 6.4       | Paliers hydrodynamiques . . . . .                                   | 93         |
| 6.4.1     | Configuration géométrique . . . . .                                 | 93         |
| 6.4.2     | Distribution de pression . . . . .                                  | 96         |
| 6.4.3     | Calcul des principaux paramètres . . . . .                          | 98         |
| 6.4.4     | Effets thermiques . . . . .   | 98         |
| 6.4.5     | Comportement dynamique . . . . .                                    | 99         |
| 6.5       | Synthèse et informations pratiques . . . . .                        | 101        |
| <b>7</b>  | <b>La lubrification hydrostatique</b>                               | <b>103</b> |
| 7.1       | Introduction . . . . .  | 103        |
| 7.2       | Butée hydrostatique . . . . .                                       | 105        |
| 7.3       | Généralisation . . . . .  | 109        |
| 7.3.1     | Formules générales . . . . .  | 110        |
| 7.3.2     | Butée 1D . . . . .  | 110        |
| 7.3.3     | Butée plane à un ou quatre alvéoles identiques et centrés . . . . . | 111        |
| 7.3.4     | Butée plane circulaire . . . . .                                    | 111        |
| 7.3.5     | Palier cylindrique à un ou quatre alvéoles identiques . . . . .     | 112        |
| 7.4       | Synthèse . . . . .  | 113        |
| <b>8</b>  | <b>La lubrification élastohydrodynamique</b>                        | <b>115</b> |
| 8.1       | Introduction . . . . .  | 115        |
| 8.2       | Modélisation du problème . . . . .                                  | 115        |
| 8.2.1     | Résultats numériques . . . . .                                      | 117        |
| 8.2.2     | Comparaison à l'expérience . . . . .                                | 117        |
| 8.3       | Les différents régimes de lubrification . . . . .                   | 117        |
| 8.4       | Synthèse et informations pratiques . . . . .                        | 122        |
| <b>9</b>  | <b>Mouillabilité et capillarité</b>                                 | <b>123</b> |
| 9.1       | Introduction . . . . .  | 123        |
| 9.2       | Angle de contact . . . . .  | 123        |
| 9.3       | Équation de Laplace . . . . .                                       | 124        |
| 9.4       | Capillarité . . . . .   | 125        |
| 9.4.1     | Surfaces hydrophiles ou oléophiles . . . . .                        | 125        |
| 9.4.2     | Surfaces hydrophobes ou oléophobes . . . . .                        | 126        |
| 9.5       | Synthèse . . . . .  | 127        |
| <b>10</b> | <b>Lubrification par un gaz</b>                                     | <b>129</b> |
| 10.1      | Introduction . . . . .  | 129        |
| 10.2      | Loi de comportement du gaz . . . . .                                | 129        |
| 10.3      | Lubrification aérodynamique . . . . .                               | 132        |
| 10.4      | Lubrification aérostatique . . . . .                                | 134        |
| 10.5      | Synthèse et informations pratiques . . . . .                        | 137        |

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>III</b> | <b>Interaction fluide solides : Régime mixte</b>           | <b>139</b> |
| <b>11</b>  | <b>La lubrification mixte</b>                              | <b>141</b> |
| 11.1       | Introduction . . . . .                                     | 141        |
| 11.2       | Exemple expérimental . . . . .                             | 142        |
| 11.3       | Modélisation du régime de lubrification mixte . . . . .    | 143        |
| 11.3.1     | Contact des aspérités . . . . .                            | 144        |
| 11.3.2     | Lubrification entre surfaces rugueuses . . . . .           | 144        |
| 11.4       | Résultat et discussion . . . . .                           | 145        |
| 11.5       | Synthèse . . . . .   | 146        |
| <b>IV</b>  | <b>Interaction contact machine</b>                         | <b>147</b> |
| <b>12</b>  | <b>Interaction contact machine</b>                         | <b>149</b> |
| 12.1       | Introduction . . . . .                                     | 149        |
| 12.2       | Interaction dynamique . . . . .                            | 149        |
| 12.2.1     | Rappels sur le système masse-ressort-amortisseur . . . . . | 149        |
| 12.2.2     | Dynamique normale au contact et résonance . . . . .        | 151        |
| 12.2.3     | Dynamique tangentielle au contact et stick-slip . . . . .  | 151        |
| 12.3       | Interaction thermique . . . . .                            | 153        |
| 12.4       | Impact sur les liaisons . . . . .                          | 153        |
| 12.5       | Synthèse . . . . .   | 156        |
|            | <b>Bibliographie</b>                                       | <b>157</b> |



# Introduction

## Définition de la tribologie

Le mot tribologie a été proposé par Peter Jost<sup>1</sup> en 1966 et est basé sur le mot grec "tribos" qui signifie frotter [WC13]. Il s'agit donc de la science du frottement. Son but est de regrouper sous une seule terminologie l'ensemble des sciences du frottement :

- Contact des surfaces ;
- Usure ;
- Frottement ;
- Lubrification ;
- etc.

Une définition plus précise de la tribologie est l' "étude des interactions entre surfaces solides en mouvement relatif".

## Pourquoi étudier la tribologie ?

Lorsque deux solides sont mis en contact sous l'action d'une force normale  $F$ , une force tangentielle  $T$  apparaît et s'oppose au déplacement relatif des deux solides (figure 1). Le frottement est très utile lorsque l'on cherche à immobiliser deux solides l'un par rapport à l'autre. Par exemple il facilite nos déplacements en nous permettant d'exercer, sans glisser, des forces de poussée tangentielle sur le sol pour nous propulser. En revanche, il présente un inconvénient dès lors que l'objectif est de mettre en mouvement relatif deux solides.

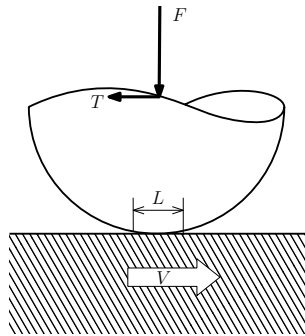


FIGURE 1 – Contact entre deux solides en présence de frottement.

La présence de frottement dans un contact glissant conduit à une perte d'énergie mécanique qui est transformée en chaleur (voir figure 2 a). D'autre part, il conduit à une détérioration des surfaces par usure comme le montre la figure 2 b.

1. Peter Jost était Président de l'International Tribology Council <http://www.itctribology.org/> jusqu'en 2016, année de son décès



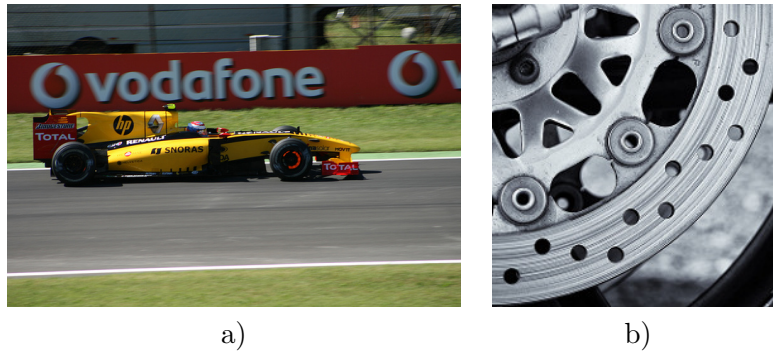


FIGURE 2 – a) Dissipation thermique due au frottement dans un disque de formule 1 <sup>a</sup> -  
b) Disque de frein usé par frottement <sup>b</sup>.

a. Photo par Nicolo Lazzati, <https://www.flickr.com/photos/the-niki/5120559386/in/photostream/>,  
licence CC, <https://creativecommons.org/licenses/by/2.0/>

b. Photo par Marcus Peaton, <https://www.flickr.com/photos/kelmon/9425803759/>, licence CC,  
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.0/>

Une étude récente de Holmbeg et al. [HAE12] a montré que dans une voiture moyenne se déplaçant à 60 km/h, les pertes par frottement représentaient 43% de l'énergie mécanique fournie par la moteur (figure 3). Pour l'année 2009, 208 milliards de litres de carburant auraient été brûlés pour vaincre le frottement. D'une manière plus générale, ce serait environ 23% de la consommation mondiale d'énergie qui serait utilisée pour vaincre le frottement et renouveler les matériaux détériorés par usure [HE17].



FIGURE 3 – Pertes énergétiques dans un véhicule automobile [HAE12].

Sur certains équipements, les problèmes tribologiques peuvent avoir des conséquences économiques importantes. A titre d'exemple, la figure 4 illustre les conséquences de la défaillance d'un roulement sur une éolienne. Ce type de problème est considéré comme une des causes principales affectant la fiabilité et la disponibilité des éoliennes [DG20].

La tribologie a également un impact à l'échelle planétaire car le frottement entre les plaques tectoniques joue un rôle dans les séismes. La topographie de la surface de la planète a également été influencée par le frottement et notamment par le plancton qui a joué le rôle d'un lubrifiant inter-plaques tectoniques une fois décomposé (figure 5).

On comprend aisément l'intérêt que présente la tribologie et la maîtrise des frottements aussi bien pour les aspects économiques qu'environnementaux. Il est donc utile de pouvoir proposer des solutions permettant de limiter le frottement et ses conséquences.



FIGURE 4 – Remplacement d'un roulement sur une éolienne dans les environs de Poitiers (source : 7 à Poitiers, n° 299, 2 au 8 mars 2016, crédit : Sergies / Le 7).

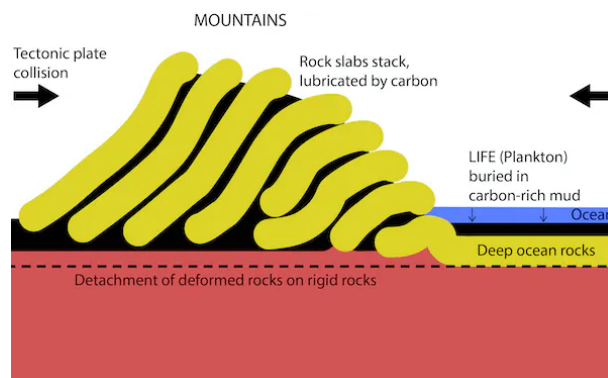


FIGURE 5 – Rôle du plancton dans la glissement des plaques tectoniques et la formation de montagne (source : John Parnell, 2 décembre 2021, The conversation <https://theconversation.com/how-plankton-helped-create-the-earths-mountains-2-billion-years-ago-173076>).

## Comment réduire le frottement ?

Une recette bien connue pour réduire le frottement consiste à remplacer le glissement par du roulement. La figure 6 a) présente une des premières roues réalisées par l'homme et utilisées sur des chariots ou des chars. Un des premiers roulements à billes dessinés par Léonard de Vinci en 1485 est présenté sur la figure 6 b).

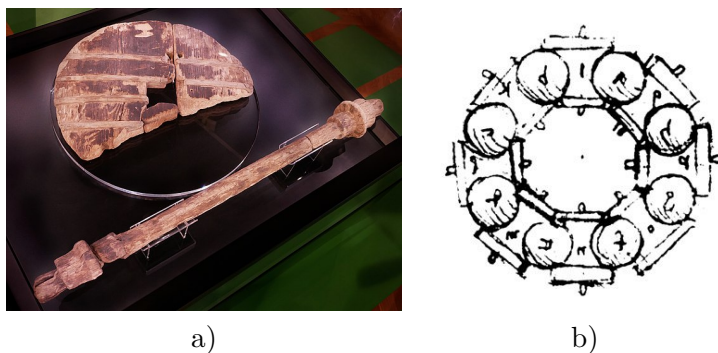


FIGURE 6 – a) Une des premières roues réalisées, 3000 av J-C (Ljubljana Marshes Wheel, Slovénie <sup>a</sup> - b) Roulement, L. de Vinci, 1485 <sup>b</sup>

a. [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ljubljana\\_Marshes\\_Wheel\\_with\\_axle\\_\(oldest\\_wooden\\_wheel\\_yet\\_discovered\).jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ljubljana_Marshes_Wheel_with_axle_(oldest_wooden_wheel_yet_discovered).jpg), Petar Milošević?

b. [https://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:Roulement\\_dessin\\_de\\_Leonard\\_de\\_Vinci.jpg](https://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:Roulement_dessin_de_Leonard_de_Vinci.jpg)

L'illustration de la figure 7 présente cette fois des Égyptiens déplaçant une statue. On remarque sur l'avant de la sculpture qu'une personne verse un liquide entre la statue et le sol. Ce liquide sert très certainement de lubrifiant permettant de réduire les frottements [Dow98]. Ces exemples montrent que bien que le mot tribologie soit relativement récent, les enjeux de cette science ont été pris en considération depuis longtemps.

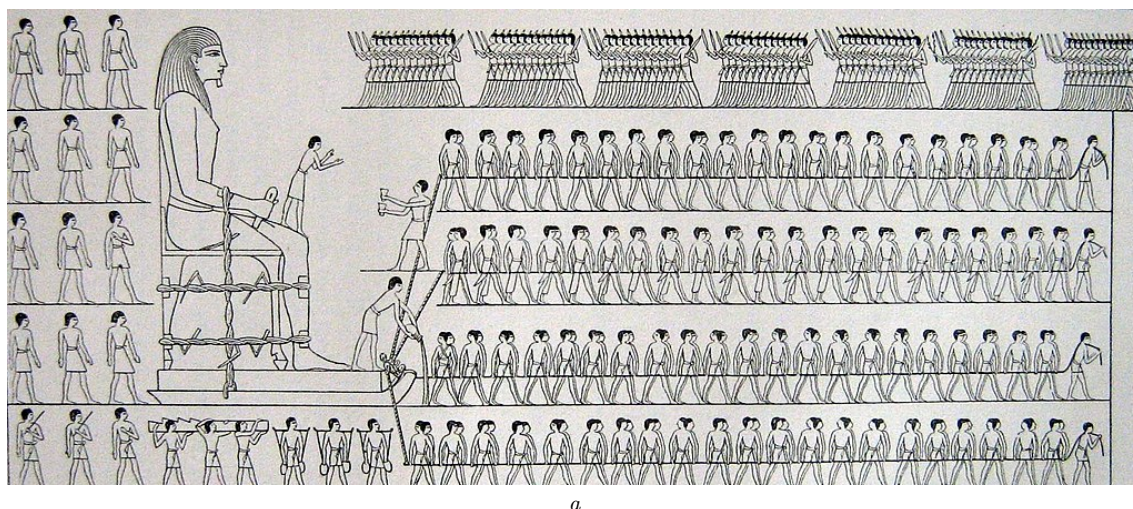


FIGURE 7 – Égyptiens déplaçant une statue, 1880 av J-C [Dow98].

a. <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Colosse-dj%C3%A9houtih%C3%A9tep2.jpg>

La lubrification est certainement le moyen le plus efficace et le plus utilisé pour limiter le frottement et ses conséquences. Lorsque le roulement est utilisé il n'est pas rare qu'on

y associe une lubrification adaptée comme nous le verrons plus loin. Reprenons le contact précédent et supposons qu'un lubrifiant de viscosité  $\mu$  soit introduit entre les surfaces (figure 8). Nous noterons  $V$  la vitesse de glissement et  $L$  la longueur du contact.

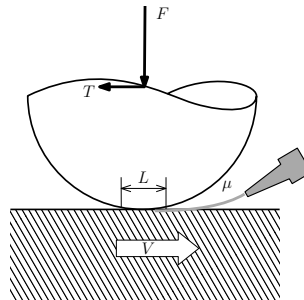


FIGURE 8 – Contact lubrifié.

Si le coefficient de frottement  $f$ , qui est le rapport de la force tangentielle sur la force normale  $f = \left| \frac{T}{F} \right|$  est représenté en fonction d'un paramètre dit hydrodynamique  $G = \frac{\mu V L}{F}$ , une courbe semblable à celle de la figure 9 est obtenue. Cette courbe généralement appelée courbe de Stribeck permet d'identifier trois régimes de lubrification :

**régime de lubrification limite ou sec :** les solides sont en contact direct (contact sec) ou séparés par des couches de molécules adsorbées (régime limite) si le lubrifiant le permet. Le coefficient de frottement est plutôt élevé.

**régime de lubrification mixte :** les aspérités sont encore en régime de lubrification limite alors que par ailleurs le lubrifiant, dont la pression augmente, participe au support de la force appliquée. Le coefficient de frottement  $f$  diminue progressivement alors que  $G$  augmente.

**régime de lubrification hydrodynamique :** La pression générée dans le lubrifiant est suffisante pour équilibrer la force  $F$  et complètement séparer les surfaces. Il n'y a alors plus de contact direct des surfaces et donc théoriquement plus d'usure. Le frottement est faible mais va augmenter avec  $G$ .

## Contenu du cours

Le but de ce document est de réaliser une introduction sur les différents aspects de la tribologie. Il sera donc découpé en plusieurs chapitres que l'on peut regrouper en trois parties. La première s'intéresse au contact direct des solides, au frottement et à l'usure. La deuxième partie est consacrée à la lubrification. Enfin la troisième partie s'intéresse à l'impact des contacts tribologiques sur le comportement des systèmes.

La partie sur l'interaction solide solide commence par un chapitre dédié à la présentation de la structure et des propriétés des surfaces solides. Le second chapitre s'intéresse à la détermination des aires où les solides vont entrer en interaction lors de leur mise sous contact. Dans le troisième chapitre nous aborderons l'étude des interactions entre solides qui se traduisent par le frottement. La dissipation d'énergie et l'usure résultant de la rupture des interactions seront également étudiées.

La partie suivante débutera par une présentation des lubrifiants. L'équation de Reynolds qui régit l'écoulement dans les films minces sera ensuite présentée. Ceci permettra d'étudier les différents modes de lubrification (hydrodynamique, hydrostatique, élastohydrodynamique et lubrification par un gaz) dans les chapitres dédiés.

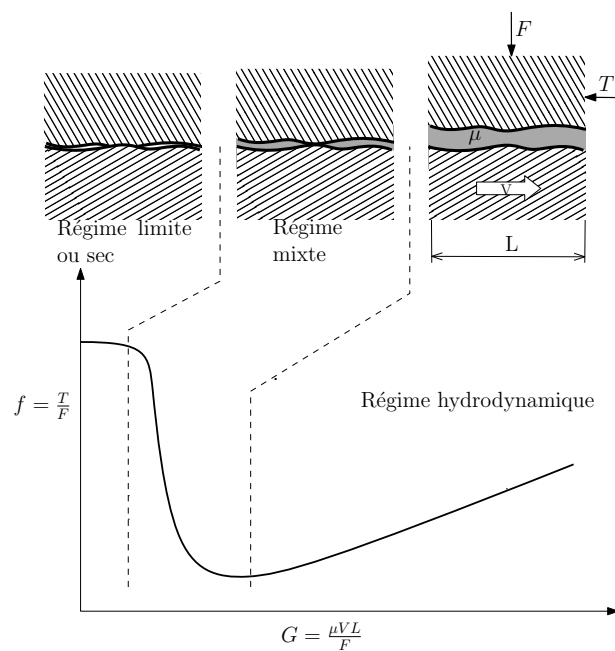


FIGURE 9 – Les différents régimes de lubrification.

Pour finir un dernier chapitre s'intéressera à l'interaction du contact avec son environnement. Nous étudierons plus particulièrement l'interaction dynamique et vibratoire entre le contact et la machine dans lequel il intervient mais également les aspects thermiques.

**Première partie**

**Interaction solide solide : Régime  
sec**



# Chapitre 1

## Surfaces solides

Il est indispensable de commencer un cours de tribologie par une présentation des surfaces solides. En effet, c'est au niveau des surfaces que vont s'initier tous les phénomènes physiques mis en jeu en tribologie. Nous nous intéresserons à leur structure, leur topographie et certaines de leurs propriétés physiques. En effet, les surfaces possèdent certaines propriétés qu'on ne retrouve pas dans le coeur du matériau, ce qui rend leur analyse plus complexe. Pour Wolfgang Ernst Pauli<sup>1</sup>, "Dieu a créé le volume, le diable la surface".

### 1.1 Définition des surfaces solides

Une surface solide est l'interface entre un solide et un deuxième milieu qui peut être un autre solide, un gaz (l'atmosphère par exemple) ou un liquide (un lubrifiant par exemple). La figure 1.1 présente quelques exemples de surfaces.

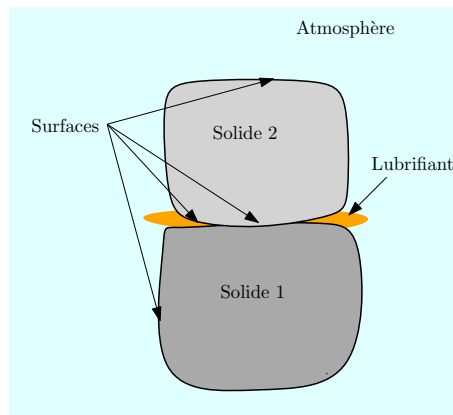


FIGURE 1.1 – Quelques exemples de surfaces.

### 1.2 Structure des surfaces

Les solides présentent généralement des propriétés physiques différentes en surface de ce qu'elles sont au coeur du matériau. Un atome situé à l'intérieur de la matière est en équilibre sous l'action des forces exercées par ses voisins (figure 1.2). Lorsqu'un atome se situe en surface, il n'est plus soumis aux forces d'atomes qui seraient situés de l'autre côté

1. Wolfgang Ernst Pauli (1900-1958), prix Nobel de physique 1945



de la surface. Ceci se traduit généralement par une réduction des distances inter-atomiques près de la surface. Par suite les propriétés mécaniques du matériau sont affectées en surface. D'autre part, les atomes en surface sont susceptibles d'interagir avec l'environnement.

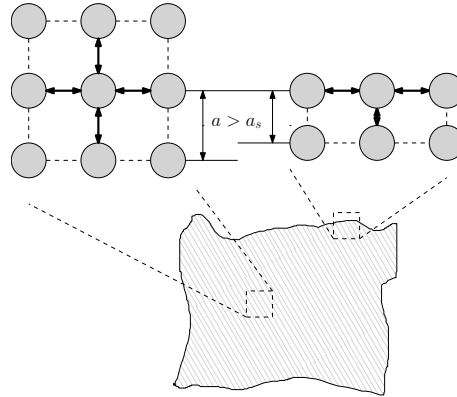


FIGURE 1.2 – Distribution des atomes au coeur du matériau et en surface.

En examinant les surfaces de matériaux métalliques, il est possible d'identifier différentes couches localisées plus ou moins profondément dans la matière [Bhu02]. La figure 1.3 présente une description des couches usuellement observées en surface :

- Gaz adsorbés (0.3 à 3nm) :** Cette couche de contient des molécules de gaz, vapeur d'eau, oxygène qui ont été adsorbées par le solide. Les molécules sont maintenues en surface par les interactions de Van der Waals.
- Couche d'oxyde (10 à 100 nm) :** La plupart des métaux réagissent avec l'oxygène pour former une couche d'oxyde.
- Couche de Beilby (1 à 100 nm) :** Dans cette couche, la structure cristalline est différente de celle présente au coeur matériau.
- Couche déformée (1 à 100  $\mu\text{m}$ ) :** La couche est soumise à des contraintes résiduelles résultant du procédé de fabrication.

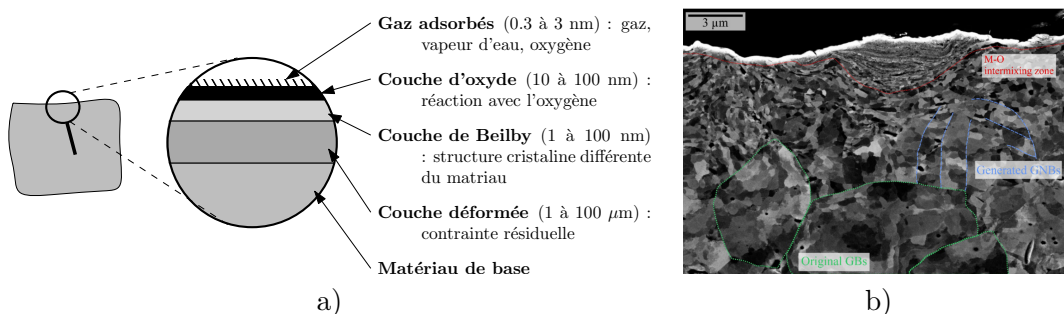


FIGURE 1.3 – a) Les différentes couches observables en surface d'un solide (métallique) [Bhu02, CD98] - b) Coupe d'un échantillon de nickel après frottement illustrant les différentes zones [GRR<sup>+</sup>19], Creative Commons Attribution 4.0 International License

Ces couches ne sont pas un handicap mais constituent généralement une protection pour le solide (meilleure résistance mécanique, meilleure tenue à la corrosion). Un exemple typique est l'oxyde d'aluminium ( $Al_2O_3$  ou alumine) qui se forme naturellement sur l'aluminium. Cette couche de quelques nanomètres (figure 1.4) suffit à protéger l'aluminium contre la corrosion. Il est courant d'augmenter son épaisseur par un procédé d'anodisation.

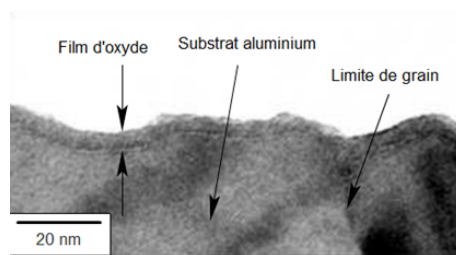


FIGURE 1.4 – Couche d'alumine en surface d'un échantillon d'aluminium.

Le but de cette partie n'est pas d'être exhaustif car des compétences en chimie, métallurgie seraient nécessaires. L'objectif est de mettre en évidence que le matériau en surface est différent du matériau de base. La description des couches données ici s'applique aux métaux mais elle serait différente pour les polymères ou les céramiques.

### 1.3 Topographie des surfaces

Quelque soit le moyen de mise en oeuvre utilisé, les surfaces présentent des écarts géométriques par rapport à leur forme théorique. Comme on le verra par la suite, ces défauts jouent un rôle primordial en tribologie. On peut classer les défauts en fonction de leur longueurs d'onde  $L$  (figure 1.5) :

- si  $L$  est de l'ordre de la taille de la surface, on parle de défaut de forme ;
- lorsque  $0.001 \text{ m} < L < 0.01 \text{ m}$ , on parle de défaut d'ondulation ;
- les défauts de longueur d'onde inférieure sont appelés rugosités.

Dans la suite de l'étude, nous ne considérerons que les défauts de type rugosité. Ceci revient à dire que l'étendue du contact est faible ou que les défauts de forme et d'ondulations sont négligeables. Ces hypothèses sont assez souvent vérifiées mais il ne faudra toutefois pas les perdre de vue.

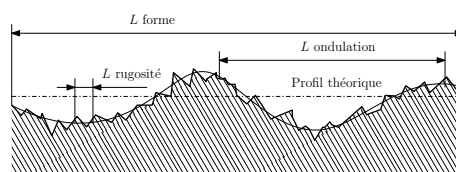


FIGURE 1.5 – Défauts géométriques d'une surface

#### 1.3.1 Paramètres de rugosité

Pour simplifier cette section, nous nous intéressons au cas d'un profil de rugosité. Les paramètres présentés sont également valables pour des surfaces.

La figure 1.6 présente un exemple de profil de surface. L'échelle verticale est amplifiée par rapport à l'échelle horizontale pour que les rugosités puissent être discernées. En coupant le profil par une ligne horizontale, il est possible de calculer le pourcentage de points situés au dessus de la ligne. En balayant verticalement le profil avec la ligne horizontale, on obtient l'évolution de ce pourcentage en fonction de la hauteur  $z$ . La courbe obtenue est appelée courbe de portance ou courbe d'Abbott. Elle indique le pourcentage de points qui entrerait en contact avec un plan rigide situé à la hauteur  $z$ . Comme nous le verrons, ce pourcentage de contact n'est qu'indicatif. La dérivée par rapport à  $z$  de cette courbe

donne la densité de probabilité du profil. Dans de nombreux cas, la densité de probabilité peut être représentée par une fonction Gaussienne  $f$  :

$$f(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1.1)$$

où  $\mu$  représente la hauteur de la ligne moyenne et  $\sigma$  l'écart type des hauteurs. Pour une surface Gaussienne (qui présente une densité de probabilité décrite par une fonction de Gauss), les hauteurs des points de la surface sont compris entre environ  $-3\sigma$  et  $+3\sigma$  autour de la ligne moyenne.

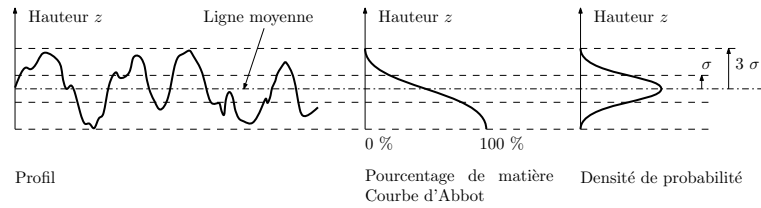


FIGURE 1.6 – Profil d'une surface rugueuse et analyse de la distribution

Les profils de rugosité mesurés sont généralement une série de  $n$  points de hauteur  $z_i$  espacé d'un intervalle latéral  $|\Delta x|$ . Cet intervalle représente l'échantillonnage latéral de l'appareil de mesure. A partir de cette série, on peut calculer des paramètres d'amplitude. Le plus utilisé dans la communauté des mécaniciens est le  $Ra$  :

$$Ra = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |z_i| \quad (1.2)$$

On utilise également le  $Rq$  :

$$Rq = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i^2} = \sigma \quad (1.3)$$

Ce paramètre est équivalent à l'écart type  $\sigma$  présenté précédemment. On utilise également un paramètre de symétrie :

$$Rsk = \frac{1}{nRq^3} \sum_{i=1}^n z_i^3 \quad (1.4)$$

Une valeur positive de ce paramètre indique des pics plus marqués que les vallées. La situation inverse correspond à une valeur négative de  $Rsk$ . Enfin, le paramètre d'étalement indique sur quelle étendue sont distribués les points de la surface :

$$Rku = \frac{1}{nRq^4} \sum_{i=1}^n z_i^4 \quad (1.5)$$

Ces deux derniers paramètres sont sans dimension.

Dans le cas d'une surface Gaussienne, la paramètre de symétrie est nul car les points sont distribués symétriquement de part et d'autre de la ligne moyenne. Par ailleurs, le paramètre d'étalement vaut 3. Ce nombre correspond à l'intervalle d'étalement des hauteurs de 3 fois l'écart-type. Enfin, les paramètres de hauteur sont proportionnels :

$$Rq \approx \sqrt{\frac{\pi}{2}} Ra \approx 1.25 Ra \quad Rsk = 0 \quad Rku = 3 \quad (1.6)$$

Suivant le procédé de fabrication utilisé, les surfaces ne sont pas forcément Gaussiennes. Par exemple la rectification, le rodage ou le polissage tendent à éliminer les pics des surfaces sans affecter les vallées. Ceci conduit à une diminution de  $Rq$  et de  $RSk$  qui devient alors négatif. Ceci s'accompagne généralement d'une augmentation du  $RKu$ . Un exemple est présenté sur la figure 1.7.

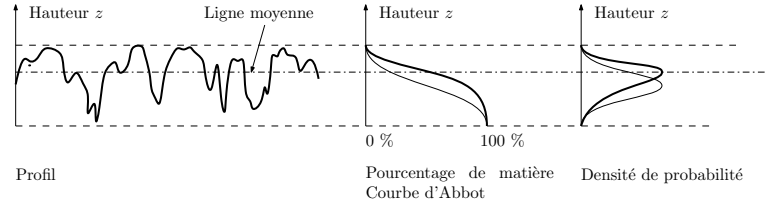


FIGURE 1.7 – Exemple de profil rugueux non-Gaussien (les courbes en gris correspondent à une distribution Gaussienne).

Whitehouse [Whi03] a confirmé que suivant le procédé de réalisation, les paramètres statistiques des surfaces varient (figure 1.8). La figure 1.9 montre l'effet du procédé de fabrication sur l'amplitude des hauteurs des rugosités (paramètre  $Rq$  ou  $Sq$  pour une surface). Par la suite nous nous placerons dans le cas particulier de surface Gaussienne.

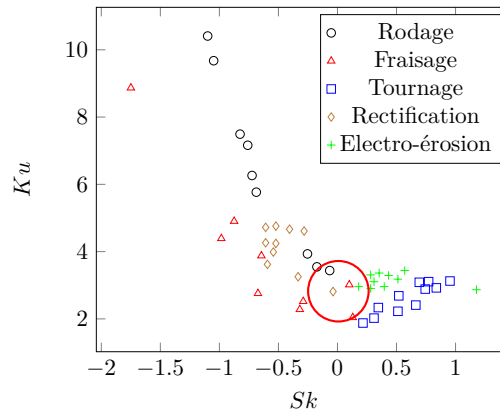


FIGURE 1.8 – Relations des paramètres  $RSk$  et  $RKu$  au procédé d'obtention, d'après Whitehouse [Whi03]. Le cercle rouge correspond au domaine des surfaces Gaussiennes

Les paramètres de hauteur ne sont pas suffisants pour complètement caractériser les rugosités. En effet, il est utile d'avoir une information sur l'étendue latérale des rugosités. Pour cela, on peut faire appel à la fonction d'autocorrélation,  $FAC$ , qui caractérise le degré de ressemblance d'une surface avec elle-même lorsqu'on la décale d'une distance  $x$ . Pour un profil sa définition est la suivante :

$$FAC(x = j\Delta x) = \frac{1}{nRq^2} \sum_1^n z_i \times z_{i+j} \quad (1.7)$$

En raison du caractère aléatoire des rugosités, cette fonction est maximale lorsque  $x = 0$  puis tend progressivement vers 0 lorsque  $x$  augmente. Deux exemples de  $FAC$  sont présentés sur la figure 1.10 pour deux profils ayant des rugosités d'étendues latérales différentes. Dans de nombreux cas, cette fonction peut être approchée par une fonction exponentielle décroissante :

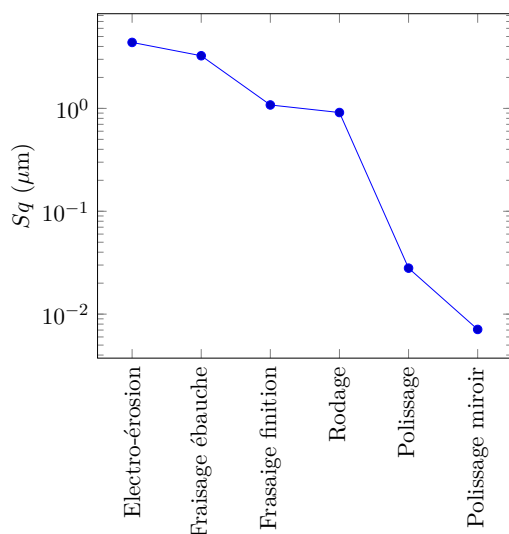


FIGURE 1.9 – Relation entre le paramètre  $Sq$  et le procédé d'obtention (valeurs mesurées sur les surfaces des figures 1.15 à 1.20).

$$FAC(x) \approx \exp\left(-1.61 \frac{x}{\lambda}\right) \quad (1.8)$$

où  $\lambda$  est la longueur à partir de laquelle la fonction ne vaut plus que 20% de sa valeur maximale. On l'appelle longueur de corrélation. C'est généralement ce paramètre qu'on utilise plutôt que la  $FAC$  elle-même. Les deux profils de la figure 1.10 ont des longueurs de corrélation différentes.

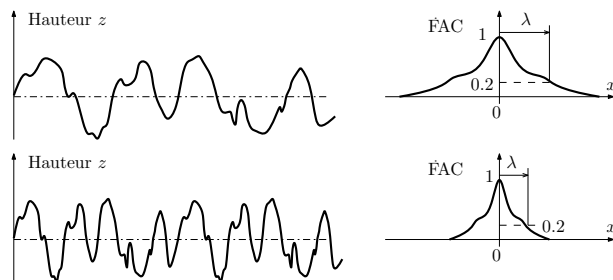


FIGURE 1.10 – Fonction d'autocorrélation de deux profils rugueux différents.

Il est utile d'introduire le densité spectrale de puissance (ou DSP). Il s'agit de la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation  $FAC$ . Cette fonction représente l'amplitude des fréquences spatiales contenues dans le profil. La fréquence minimale  $f_m$  est l'inverse de la longueur du profil et la fréquence maximale est donnée par l'échantillonnage  $\Delta x$  utilisé lors de la mesure (figure 1.11). Cette fonction est généralement constante pour les basses fréquences puis décroît à partir de la fréquence correspondant à l'inverse de la longueur de corrélation du profil [Whi01]. Un résultat important est que l'aire sous la courbe donne  $\frac{Rq^2}{2}$ . Si l'instrument utilisé a des valeurs différentes de  $\Delta x$  et  $L$ , la valeur de  $Rq$  va donc varier. Ainsi, il est normal de trouver des valeurs différentes de  $Rq$  selon l'instrument utilisé pour la mesure. En conséquence, les valeurs des paramètres de rugosité doivent être accompagnés des caractéristiques de l'appareil de mesure, notamment  $L$  et  $\Delta x$ .

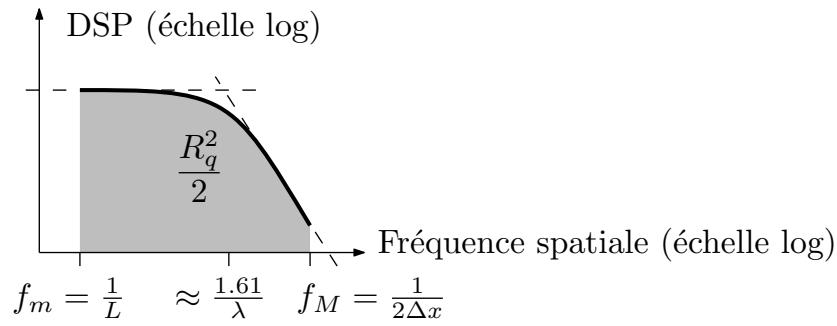


FIGURE 1.11 – DSP d'un profil rugueux.

Les paramètres de rugosité que nous avons présentés ont été calculés pour des profils. Les appareils de mesure surfaciques commencent à devenir de plus en plus courants. Il existe donc des paramètres similaires mais pour les surfaces. Afin de les différencier la première lettre est un  $S$  au lieu du  $R$  utilisé pour les profils, soit :  $Sq$ ,  $Sa$ ,  $SSk$  et  $SKu$ . Dans la norme ISO, la longueur de corrélation la plus courte est appelée  $Sal$ . Le rapport entre la plus faible longueur de corrélation et la plus grande est  $Str$ . Dans l'hypothèse où la direction  $x$  correspond à la direction où la  $FAC$  décroît le plus vite, on obtient les relations suivantes :

$$Sal = \lambda_x \quad (1.9)$$

$$Str = \frac{\lambda_x}{\lambda_y} \quad (1.10)$$

### 1.3.2 Méthodes de mesure

Il existe un grand nombre d'instruments de mesure de topographie. Nous ne verrons ici que trois systèmes de mesure qui permettent de balayer un large spectre de résolution.

Le palpeur mécanique dont le principe est illustré sur la figure 1.12 est l'appareil de mesure historique. Le principe consiste à promener un bras horizontal muni d'une pointe diamant suivant la direction du profil à mesurer puis d'enregistrer les mouvements verticaux du bras. Ce système offre une résolution verticale qui peut atteindre le nanomètre. Sa résolution latérale est limitée par le rayon de la pointe qui vaut généralement  $\Delta x = 2\mu m$ . L'obtention d'une surface nécessite la réalisation de plusieurs profils.

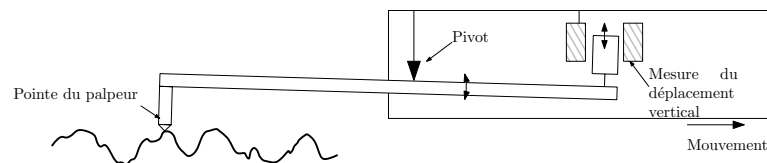


FIGURE 1.12 – Principe de fonctionnement du palpeur mécanique.

Le microscope interférométrique offre l'avantage de mesurer des surfaces sans contact et sans balayage horizontale. Le principe (figure 1.13) consiste à faire interférer le signal lumineux réfléchi par l'échantillon avec celui réfléchi par un miroir de référence. L'acquisition nécessite un mouvement vertical qui est assuré par un actionneur piezo-électrique ou un système vis-écrou en boucle fermée. Les résolutions verticales sont très inférieures au nanomètre alors que la résolution latérale se limite à environ  $\Delta x = 0.5\mu m$ .

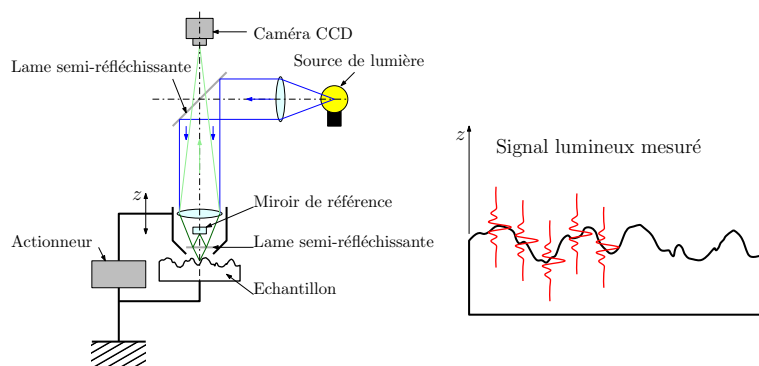


FIGURE 1.13 – Principe de fonctionnement du microscope interférométrique.

Enfin, le microscope à force atomique (*AFM*) offre les meilleures résolutions actuellement disponibles. Elles sont inférieures au nanomètre dans les trois directions grâce à l'utilisation d'un actionneur piezo-électrique ( $\Delta x < 1nm$ ). Pour cela, une pointe dont le rayon de courbure est de quelques nanomètres est mis en contact avec la surface. La pointe est montée sur un support extrêmement souple pour ne pas indenter la surface. Enfin l'échantillon est déplacé suivant  $z$  de manière à maintenir le faisceau laser réfléchi par la pointe au centre de la cible.

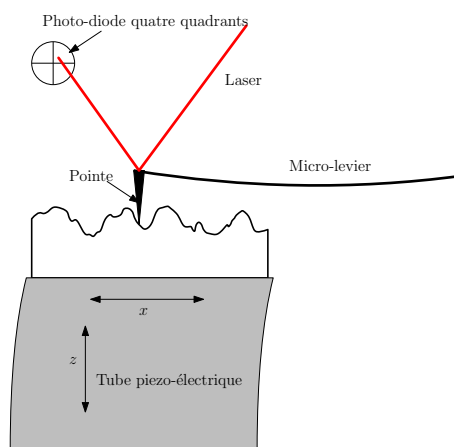


FIGURE 1.14 – Principe de fonctionnement du microscope à force atomique.

L'étendue latérale de mesure est généralement de l'ordre de 1000 fois la résolution latérale, ce qui limite l'AFM aux applications de recherche. En revanche, le microscope interférométrique est de plus en plus couramment utilisé dans l'industrie.

### 1.3.3 Exemples de surface

Les figures 1.15 à 1.20 présentent des surfaces obtenues par différents procédés. Les mesures ont été réalisées au moyen d'un microscope interférométrique (Grossissement  $\times 20$ ,  $L = 900 \mu m$  et  $\Delta x = 0.9 \mu m$ ). Les premières surfaces ont des caractéristiques quasiment Gaussiennes ( $SSk = 0$  et  $SKu = 3$ ). En revanche, la surface polie présentée sur la figure 1.19 ne peut pas être considérée comme Gaussienne. En effet le polissage élimine les pics de la surface sans affecter les vallées. La distribution n'est alors plus symétrique.

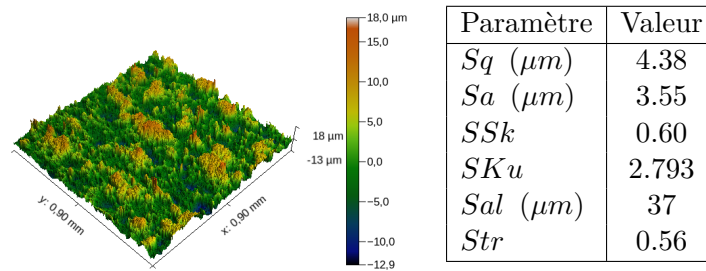


FIGURE 1.15 – Surface obtenue par électro-érosion (axe  $z \times 5$ ).

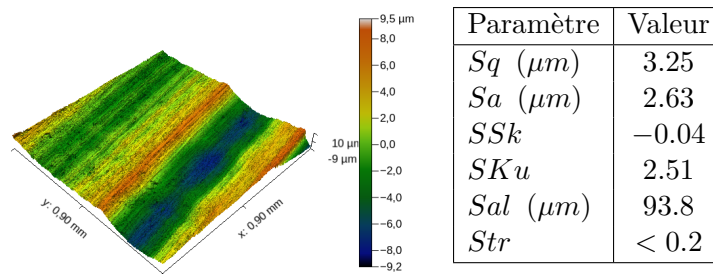


FIGURE 1.16 – Surface obtenue par fraisage (axe  $z \times 5$ ).

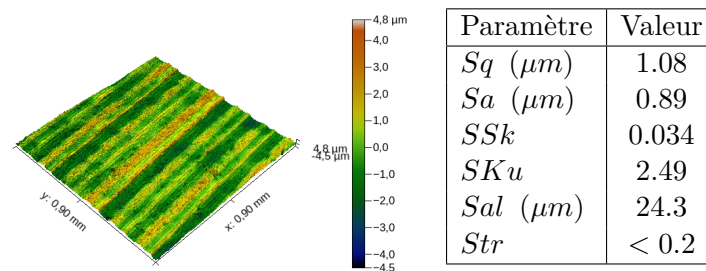


FIGURE 1.17 – Surface obtenue par fraisage en mode finition (axe  $z \times 5$ ).

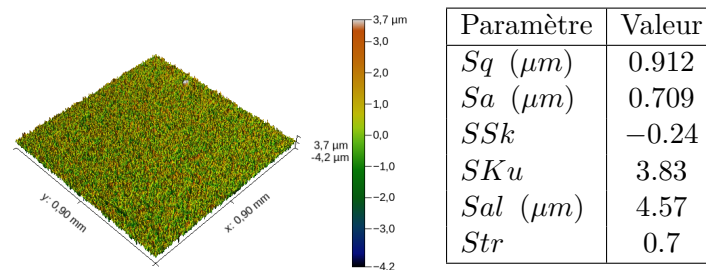


FIGURE 1.18 – Surface obtenue par rodage (axe  $z \times 5$ ).

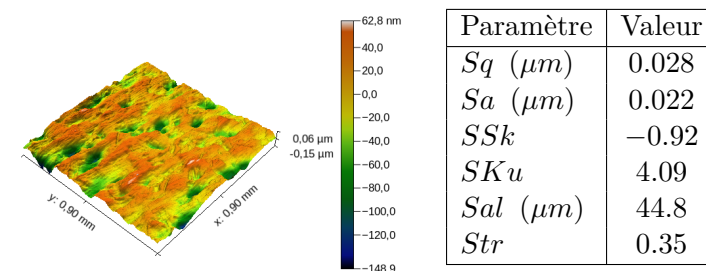
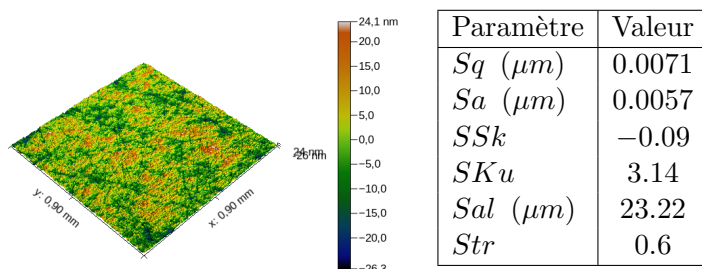


FIGURE 1.19 – Surface obtenue par polissage (axe  $z \times 500$ ).



FIGURE 1.20 – Surface obtenue par polissage fin (axe  $z \times 500$ ).

## 1.4 Quelques propriétés des surfaces

Nous présentons dans cette section quelques propriétés de surfaces qui jouent un rôle fondamental en tribologie.

### 1.4.1 Dureté des surfaces

La dureté caractérise la capacité d'un matériau (et donc de sa surface) à résister à la pénétration. Elle est généralement mesurée en appliquant un effort au moyen d'un poinçon (plus dur que le matériau à tester) de façon à laisser une empreinte sur la surface (figure 1.21). L'aire de l'empreinte laissée est inversement proportionnelle à la dureté. Il existe plusieurs type d'essais qui se différencie par la forme du poinçon utilisé et la force appliquée :

- dureté Brinell avec une bille (HB)
- dureté Vickers avec une pyramide (HV)
- dureté Rockwell avec un cône (HRC) ou une bille (HRB)
- dureté Shore (Matériaux mous)

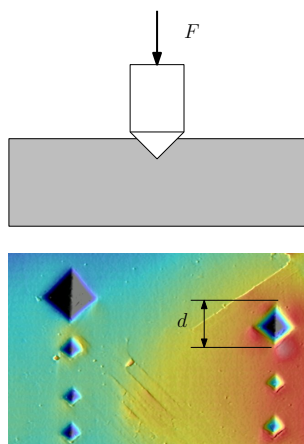


FIGURE 1.21 – Mesure de la dureté Vickers et exemple de tests sur une surface

La dureté Vickers, dont l'unité est le  $kgf/mm^2$  (elle n'est généralement pas indiquée), s'exprime à partir de la diagonale  $d$  de l'empreinte laissée [ISO05] :

$$HV \left( kgf/mm^2 \right) \cong 0.189 \frac{F(N)}{d(mm)^2} \quad (1.11)$$

En tribologie, on définit généralement la dureté  $H$  comme la pression moyenne de contact  $p_m$  conduisant à l'écoulement plastique du matériau. Dans le cas de la dureté

| Matériau                  | $HV$ ( $kgf/mm^2$ ) |
|---------------------------|---------------------|
| Acier au carbone          | 55-120              |
| Acier inox 316L           | 140                 |
| Martensite                | 1000                |
| Alumine $Al_2O_3$         | 1800                |
| Carbure de silicium $SiC$ | 2000-3000           |
| Diamant                   | 10000               |

TABLE 1.1 – Dureté de quelques matériaux courants.

| Matériau   | $\gamma$ $mJ/m^2$ |
|------------|-------------------|
| Métaux     | 800-3000          |
| Céramiques | 50-120            |
| Polymères  | 10-30             |

TABLE 1.2 – Énergie de surface de quelques matériaux courants [Gra08, Mat08].

Vickers, elle s'exprime en divisant la force d'indentation par la surface réelle de contact  $\left(\frac{d}{\sqrt{2}}\right)^2$  :

$$H \text{ (MPa)} = 2 \frac{F}{d^2} \cong \frac{2HV}{0.189} \cong 10HV \quad (1.12)$$

Le rapport 10 est en fait lié au changement d'unité ( $kgf/mm^2$  vers MPa).

On admet généralement que la dureté Vickers est liée à la limite élastique  $Re$  :

$$0.3R_e \text{ (MPa)} \cong HV \quad (1.13)$$

On en déduit la relation suivante entre le limite élastique  $Re$  et la dureté  $H$  :

$$H = p_m \approx 3R_e \quad (1.14)$$

Cette relation est intéressante car elle permet une estimation de la dureté de n'importe quel matériau dès lors que sa limite élastique est connue.

A titre indicatif, le tableau 1.1 donne la valeur de la dureté Vickers de quelques matériaux connus. Le diamant se distingue par une dureté exceptionnelle en comparaison des aciers. Le carbure de silicium ou l'alumine permettent d'obtenir des surfaces avec une excellente dureté pour un prix beaucoup plus raisonnable que celui du diamant.

### 1.4.2 Énergie de surface

Les surfaces disposent d'une énergie qu'on note généralement  $\gamma$ . Cette dernière provient des atomes en surface qui sont libres d'interagir avec l'environnement contrairement à ceux qui sont localisés au coeur du solide. Notons que l'on différencie la tension de surface et l'énergie de surface des solides [HJ13]. Nous ferons ici l'hypothèse que ces grandeurs sont confondues. Cette énergie joue un rôle fondamental dans de nombreux phénomènes tribologiques (adhésion, usure, mouillabilité) comme nous le verrons dans les chapitres suivants. La figure 1.22 présente l'étalement d'une goutte d'eau sur des surfaces d'énergie décroissante. Plus  $\gamma$  est élevé plus la goutte va s'étaler facilement. Au contraire, une faible énergie de surface conduit à une surface hydrophobe (voir l'ouvrage de Law et Zhao [LZ16]). Des ordres de grandeur de ces énergies sont données dans le tableau 1.2. Bien que ces valeurs semblent très faibles, leur impact peut être non-négligeable.

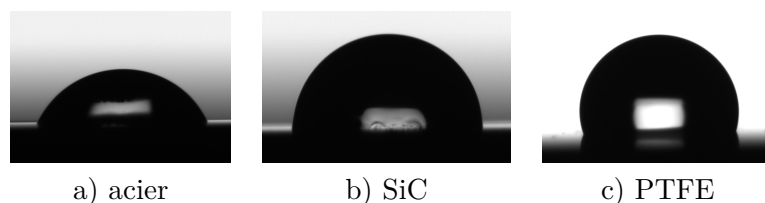


FIGURE 1.22 – Effet de l'énergie de surface  $\gamma$  sur la mouillabilité d'une surface : de a : forte énergie de surface à c : faible énergie de surface (source Institut Pprime)

## 1.5 Amélioration des propriétés de surface

Pour améliorer les performances et la tenue d'une surface, on va chercher à modifier sa dureté, son énergie de surface ou sa résistance à la corrosion. Il existe deux techniques pour atteindre cet objectif : l'application d'un revêtement sur la surface ou la réalisation d'un traitement.

### 1.5.1 Traitements de surface

Les traitements de surface consiste à modifier la constitution chimiques ou la structure cristalline du matériau. Pour les aciers, il existe de nombreux traitements thermochimiques dont les plus courants sont présentés sur la figure 1.23. Ceux-ci permettent d'augmenter la dureté superficielle. Ils se différencient par leur effet sur la matière :

- nitruration : implantation d'atomes d'azote dans l'acier ;
- carburation : implantation d'atomes de carbone dans l'acier ;
- trempe superficielle ou à coeur : modification de la structure cristalline de l'acier.

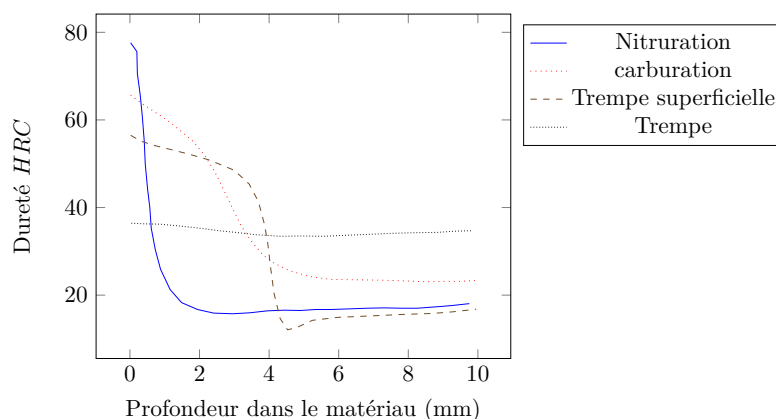


FIGURE 1.23 – Effet de différents traitements thermochimiques sur la dureté d'un acier [Cze12].

Les traitements disponibles dépendent du matériau traité. L'anodisation de l'aluminium, par exemple, consiste à faire pousser la couche d'oxyde (alumine,  $Al_2O_3$ ) en surface. On peut au cours de ce traitement ajouter des pigments pour colorer le matériau. La personne intéressée pourra se référer à l'ouvrage de Gras [Gra08] qui présente de manière assez exhaustive les différents traitements de surface disponibles.

| Type de revêtement | Matériau                              |
|--------------------|---------------------------------------|
| Métallique         | Chrome, zinc, étain...                |
| Carboné            | Diamant, DLC (Diamond like carbon)... |
| Polymères          | PTFE, Peek                            |

TABLE 1.3 – Exemples de revêtements de surface.

### 1.5.2 Revêtements

Le principe consiste à déposer une couche d'un matériau différent sur le solide (ou substrat). On peut classer les dépôts en deux catégories :

- dépôt dur (plus dur que le substrat) : permet d'améliorer la dureté de la surface
- dépôt mou (plus mou que le substrat) : pour réduire l'énergie de surface, constituer une couche sacrificielle ou un lubrifiant solide (voir chapitre sur les lubrifiants)

Une des principales difficultés rencontrées est la tenue (ou l'accrochage) du dépôt sur le substrat. Il est souvent nécessaire de faire des traitements préalables sur la surface avant application du dépôt. Ceci augmente le coût de réalisation.

Quelques exemples de revêtements sont présentés dans le tableau 1.3. Les figures 1.24 et 1.25 présentent des revêtements mis en oeuvre dans différentes applications.

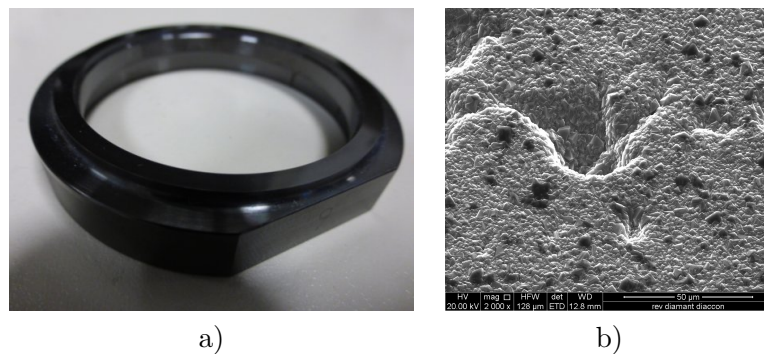


FIGURE 1.24 – a) Revêtement DLC sur une garniture mécanique (source : Institut Pprime) b) Vue MEB d'un revêtement diamant (source : Université de Picardie Jules Verne)

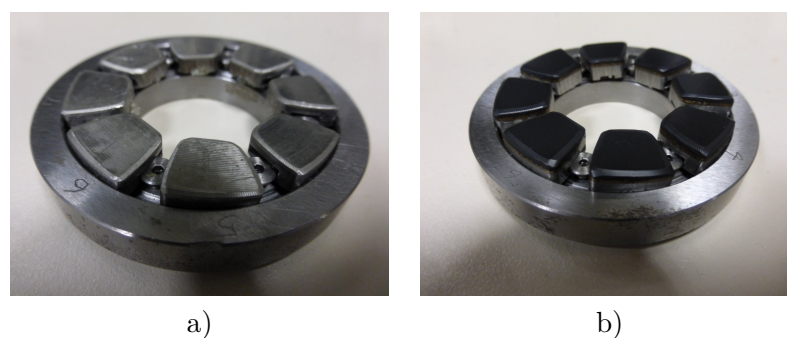


FIGURE 1.25 – Revêtement sur les patins d'une butée hydrodynamique a) métal b) polymère (source : Institut Pprime)

## 1.6 Synthèse

- Surface solide = Interface entre un solide et un autre milieu ;
- La topographie de la surface est caractérisée par  $Rq$  ou  $Sq$  (hauteur) et  $\lambda$  (étendue latérale des défauts) ;
- La topographie dépend du moyen de production ;
- Les surfaces ont des propriétés spécifiques :
  - Dureté  $H$  ;
  - Énergie de surface  $\gamma$ .
- Les propriétés de la surface peuvent être modifiées par traitement de surface ou par revêtement.

## Chapitre 2

# Contact des solides

Le but de ce chapitre est l'étude des forces apparaissant lorsque deux solides sont mis en contact. Nous nous intéresserons plus particulièrement aux surfaces où les solides entrent effectivement en contact. Nous nommerons aire réelle de contact la somme de ces surfaces d'interaction. L'évolution de l'aire réelle de contact avec les paramètres de charge et les caractéristiques des matériaux sera analysée.

### 2.1 Cas général du contact élastique

En 1885, Boussinesq [Bou85, Fra01] a proposé une solution générale au problème de déformation d'un solide élastique semi-infini soumis à une pression  $p$  sur sa surface (figure 2.1). Les déplacements  $u$  des points de la surface du solide s'expriment :

$$u(x, y) = \frac{1 - \nu^2}{\pi E} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{p(x', y')}{\sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}} dx' dy' \quad (2.1)$$

où  $E$  est le module élastique et  $\nu$  le coefficient de Poisson du matériau. Les modèles actuels de simulation de contact s'appuient généralement sur cette approche. On peut retrouver la solution analytique de Hertz, que nous détaillons dans le paragraphe suivant, à partir de cette approche générale.

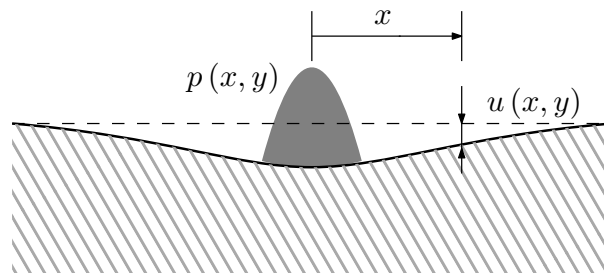


FIGURE 2.1 – Solide semi-infini soumis à une pression.

## 2.2 Contact localisé

### 2.2.1 Définition du contact localisé

Un contact est dit localisé lorsque la zone de contact est un point ou une ligne. Ce type de contact est très courant en mécanique (figure 2.2). On trouve des contacts ponctuels entre les billes et les bagues d'un roulement. Le contact entre une came et le poussoir d'une soupape de moteur se fait suivant une ligne. Dans l'hypothèse où les solides sont rigides et de forme parfaite, l'aire de contact est nulle et donc la pression de contact infinie. Bien évidemment, cette conclusion n'est pas réaliste. Nous verrons dans ce chapitre comment calculer les aires et pressions de contact dans le cas d'un contact ponctuel.

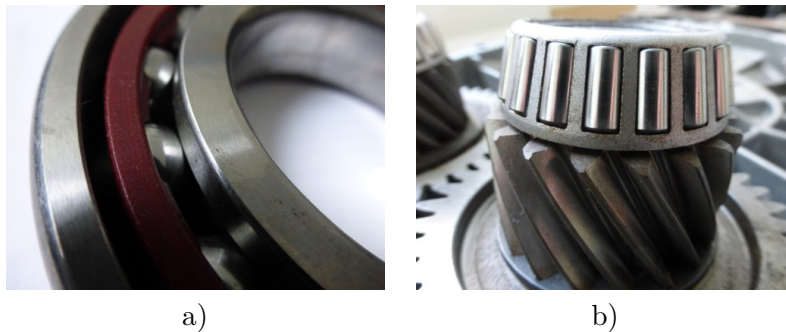


FIGURE 2.2 – Exemples de contacts localisés : a) Roulement à billes, b) Roulement à rouleaux et roue dentée (source Institut Pprime).

### 2.2.2 Contact élastique

En 1881, Heinrich Hertz a proposé une théorie, bien connue en mécanique du contact, qui permet de calculer les caractéristiques d'un contact localisé élastique [IDSBLC]. Les hypothèses utilisées sont les suivantes :

- Les surfaces sont continues, lisses et non-conformes (c'est-à-dire que leurs rayons de courbure sont très différents) ;
- Les déformations et les déplacements sont petits ;
- Chaque solide est un demi-espace infini élastique linéaire ;
- Le contact est sans frottement.

Nous nous intéresserons uniquement au contact d'une sphère sur un plan comme cela est présenté sur la figure 2.3. Pour les autres types de contact, le lecteur pourra se reporter à la référence suivante [IDSBLC]. Nous noterons  $F$  la force supportée par le contact. Hertz a démontré les relations suivantes. Tout d'abord, le contact s'effectue sur un disque de rayon  $a$  qui s'exprime :

$$a = \left( \frac{3FR}{2E'} \right)^{1/3} \quad (2.2)$$

Dans cette expression,  $E'$  est le module d'élasticité équivalent des deux solides :

$$E' = \frac{2}{\frac{1-\nu_a^2}{E_a} + \frac{1-\nu_b^2}{E_b}} \quad (2.3)$$

où  $E_i$  et  $\nu_i$  sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson du solide  $i$ . En raison des déformations élastiques des solides, l'application de la force  $F$  conduit à

une interpénétration ou interférence  $\delta$  des solides :

$$\delta = \left( \frac{9F^2}{4RE'^2} \right)^{1/3} \quad (2.4)$$

La pression dans le contact entre les deux solides s'exprime en fonction de la distance  $r$  à l'axe :

$$p(r) = p_o \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \quad (2.5)$$

où  $p_o$  est la pression maximale de contact :

$$p_o = \frac{3F}{2\pi a^2} \quad (2.6)$$

La pression moyenne de contact  $p_m$  est le rapport entre la force et l'aire de contact, soit :

$$p_m = \frac{F}{\pi a^2} = \frac{2}{3} p_o \quad (2.7)$$

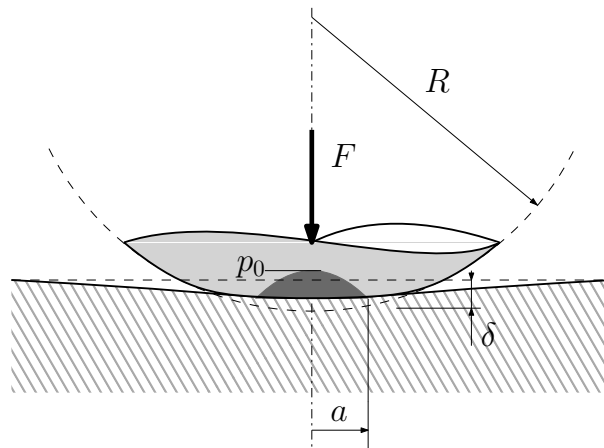


FIGURE 2.3 – Configuration du contact sphère-plan.

Il est parfois commode d'adimensionner les relations pour simplifier leur forme. Définissons une charge sans dimension  $W$  :

$$W = \frac{F}{E' R^2} \quad (2.8)$$

Il vient alors les relations simples pour le rayon de contact et l'interférence :

$$\frac{a}{R} = \left( \frac{2}{3} W \right)^{1/3} \quad (2.9)$$

et :

$$\frac{\delta}{R} = \left( \frac{2}{3} W \right)^{2/3} \quad (2.10)$$

En combinant les relations 2.9 et 2.10, on obtient une relation simple entre l'enfoncement, le rayon de la sphère et le rayon de contact :

$$\delta R = a^2 \quad (2.11)$$



Tous les contacts ne sont pas nécessairement constitués d'une sphère et d'un plan. On peut imaginer le contact entre deux sphères ou d'une sphère dans une cavité sphérique (figure 2.4). Grâce à une transformation géométrique, il est possible de se ramener au contact sphère plan. Le rayon  $R$  de la sphère équivalente s'exprime alors :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (2.12)$$

dans le cas de gauche ou :

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \quad (2.13)$$

dans le cas de droite.

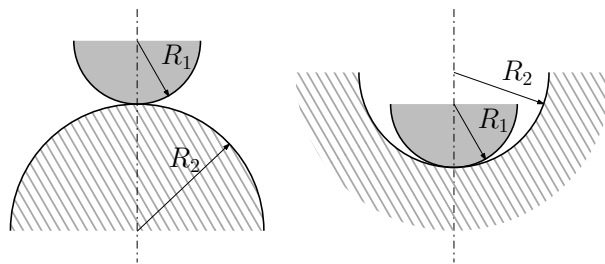


FIGURE 2.4 – Contacts équivalents à une sphère sur un plan.

En utilisant un disque en verre, il est possible d'observer et de mesurer l'aire de contact qui se forme avec une bille. Cette aire est le zone de couleur sombre sur la figure 2.5. Ces résultats, comme de nombreux précédents, confirment la validité de la théorie développée par Hertz (figure 2.6) ce qui explique qu'elle soit toujours très utilisée.

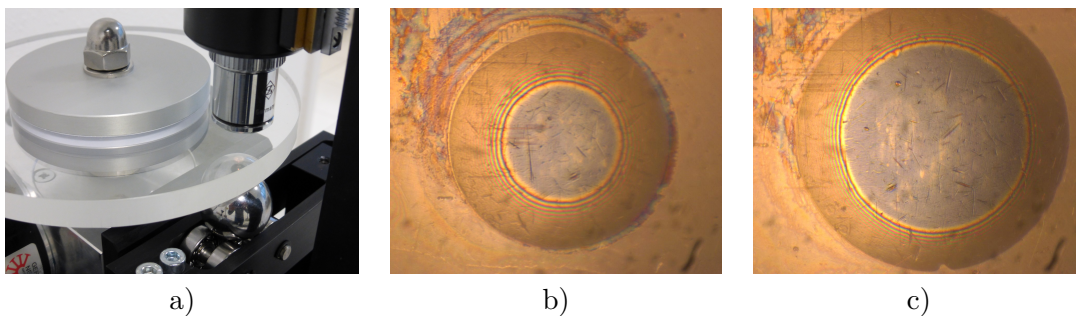


FIGURE 2.5 – Mesure de l'aire de contact entre une bille en acier et un plan en verre par interférométrie. a) Système de test b) Aire de contact pour  $W = 0.225 \times 10^{-5}$  c)  $W = 1.01 \times 10^{-5}$ .

Appliquons les formules de Hertz au cas d'une bille en acier en contact avec un plan en acier. Les données du problème et les résultats sont présentés dans le tableau 2.1. On remarque que l'enfoncement n'est que de quelques microns. Le rayon de contact  $a$  reste très petit, environ 2.3% du rayon de la bille. Cette petite aire de contact conduit à une pression maximale de contact  $p_o$  gigantesque, proche de  $2GPa$ . Cet exemple montre que des pressions de contact très élevées peuvent rapidement être atteintes dans les contacts localisés. Il est donc important de vérifier que les contraintes restent dans le domaine élastique.

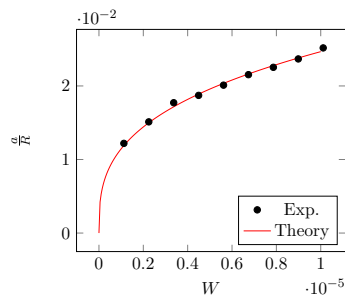


FIGURE 2.6 – Comparaison entre la théorie de Hertz et les résultats expérimentaux de la figure 2.5

| Paramètre                     | Valeur      |
|-------------------------------|-------------|
| Rayon de la bille $R$         | $0.01m$     |
| Module d'Young $E$            | $210GPa$    |
| Coefficient de Poisson $\nu$  | $0.3$       |
| Force appliquée $F$           | $200N$      |
| Module équivalent $E'$        | $231GPa$    |
| Pression max de contact $p_o$ | $1.73GPa$   |
| Interférence $\delta$         | $5.53\mu m$ |
| Rayon de contact $a$          | $0.23mm$    |

TABLE 2.1 – Exemple de calcul de contact élastique sphère-plan.

### 2.2.3 Limite élastique et déformation plastique

A partir de la théorie de Hertz, il est possible de calculer les contraintes dans les deux solides. La figure 2.7 présente la distribution des contraintes principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  sous le contact. Ces contraintes diminuent lorsque la distance avec la zone de contact augmente. En revanche le cisaillement présente un maximum à une distance d'environ  $z = 0.5a$  du contact. La valeur de ce maximum s'exprime en fonction de la pression de contact :

$$\tau(z = 0.5a) \approx 0.31p_0 \quad (2.14)$$

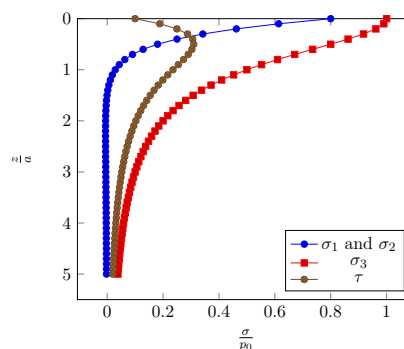


FIGURE 2.7 – Contraintes principales et cisaillement maximal sous le contact (pour  $\nu = 0.3$ ).

Selon le critère usuel de Tresca, c'est en ce point que va s'initier la déformation plas-

tique. Pour rester dans le domaine élastique, il faut [Bhu02] :

$$\tau(z = 0.5a) < \frac{R_e}{2} \quad (2.15)$$

où  $R_e$  est la limite élastique du matériau le moins résistant. Cette relation nous indique la pression maximale à ne pas dépasser dans le contact :

$$p_0 < 1.6R_e \quad (2.16)$$

Pour la pression moyenne de contact, la limite s'exprime alors :

$$p_m < 1.07R_e \quad (2.17)$$

Si la pression de contact dépasse la limite spécifiée, des déformations plastiques vont s'initier sous la surface du contact (figure 2.8). Si la charge supportée par le contact augmente, la zone plastique va progressivement atteindre toute la surface de contact entre la sphère et le plan. Dans ce cas, la pression moyenne de contact vaut [Bhu02] :

$$p_m \cong H \quad (2.18)$$

où  $H$  est la dureté du matériau le plus mou. D'après le chapitre 1, la dureté est environ égale à 3 fois la limite élastique  $R_e$  soit :

$$p_m \cong 3R_e \quad (2.19)$$

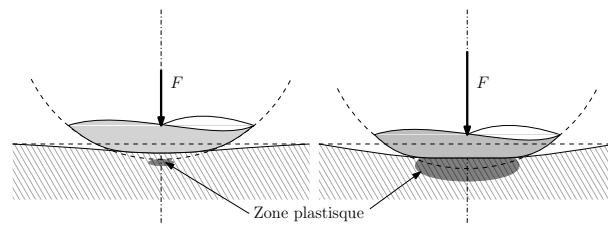


FIGURE 2.8 – Déformation plastique sous un contact ponctuel

Si le matériau est supposé parfaitement plastique, la pression moyenne de contact ne pourra pas dépasser cette limite. Si la charge augmente, l'aire de contact va augmenter alors que la pression moyenne restera égale à la dureté  $H$  du matériau le plus mou.

## 2.3 Contact surfacique

### 2.3.1 Définition du contact surfacique

Un contact est dit surfacique lorsque le domaine théorique sur lequel s'effectue le contact est une surface d'aire non-nulle (contrairement au contact localisé sur un point ou une ligne). Dès qu'un contact n'est pas localisé, il est surfacique. Les exemples de contacts surfaciques sont très nombreux. La figure 2.9 en présente deux : contact sphère-sphère dans une prothèse de hanche ou contact plan sur plan dans une garniture mécanique. Comme nous le verrons dans le chapitre, le contact ne s'effectue pas sur toute l'aire théorique de contact mais uniquement sur le sommet des aspérités.

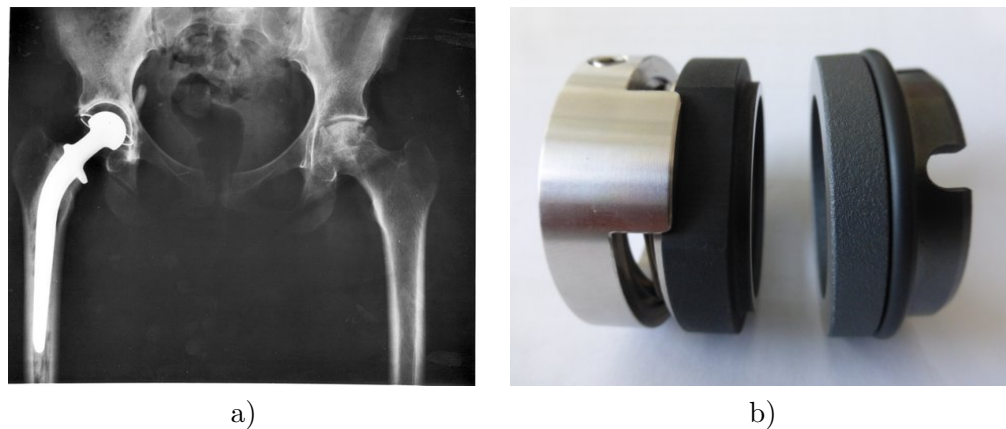


FIGURE 2.9 – Exemples de contacts surfaciques : a) Prothèse de hanche (source [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hip\\_replacement\\_Image\\_3684-PH.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hip_replacement_Image_3684-PH.jpg), crédit : NIADDK, 9AO4 (Connie Raab-contact) ; NIH, b) Garniture mécanique (source : Institut Pprime).

### 2.3.2 Contact élastique

Cette partie du cours s'appuiera sur les travaux de Greenwood et Williamson [GW66] publiés en 1966. Ils ont proposé une description très simplifiée du contact surfacique mais qui a l'avantage de conduire à des relations analytiques très facile à manipuler et exploiter. Nous verrons que cette approche permet de démontrer un certain nombre d'observations expérimentales.

Le contact étudié est présenté sur la figure 2.10. Les hypothèses utilisées sont les suivantes :

- une des surfaces est parfaitement lisse ;
- les aspérités de la surface rugueuse ont un sommet sphérique de rayon constant  $R$  ;
- la hauteur des sommets suit une distribution Gaussienne d'écart-type  $\sigma$  ;
- chaque sommet se déforme indépendamment ;
- chaque sommet se comporte comme un contact élastique sphère-plan (voir paragraphe 2.2.2).

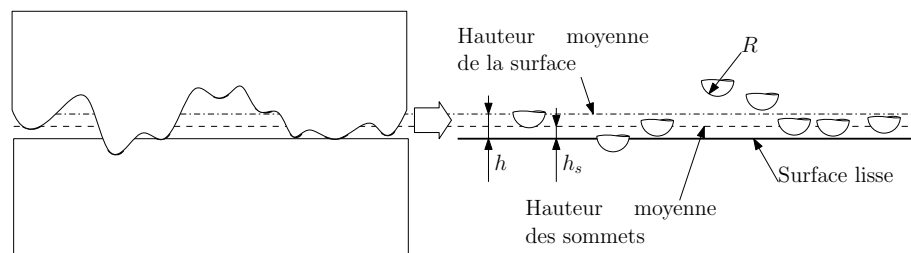


FIGURE 2.10 – Configuration du contact surfacique dans le modèle de Greenwood et Williamson [GW66].

Afin de simplifier encore le problème, nous supposons que la distribution des sommets est exponentielle. Comme le montre la figure 2.11, cette hypothèse est utilisable lorsque la distance moyenne des surfaces reste supérieur à  $z = \sigma$ . Dans ce cas, la densité de probabilités des sommets s'exprime :

$$f(z) = 2 \times \exp\left(-\frac{2z}{\sigma}\right) \quad (2.20)$$

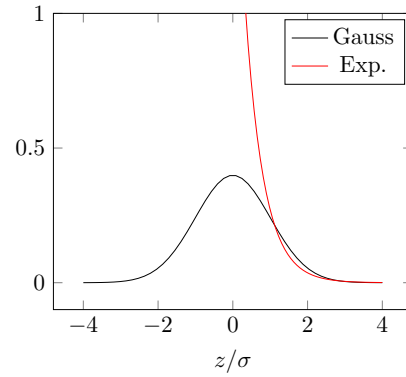


FIGURE 2.11 – Comparaison des distributions Gaussienne et exponentielle.

Si  $h_s$  est la distance entre la surface lisse et le plan moyen des sommets (figure 2.10), la probabilité qu'un sommet de hauteur  $z$  entre en contact est :

$$P(z > h_s) = \int_{h_s}^{\infty} f(z) dz \quad (2.21)$$

qui correspond à la probabilité qu'un sommet ait une hauteur  $z$  supérieure à la distance  $h_s$ . Le nombre total  $n$  de sommets en contact s'exprime donc :

$$n = \eta \mathcal{A} \int_{h_s}^{\infty} f(z) dz \quad (2.22)$$

où  $\eta$  est le nombre de sommets par unité de surface et  $\mathcal{A}$  l'aire nominale de contact. Le produit de ces deux nombres correspond au nombre total de sommets de la surface rugueuse. Etant donné l'expression simple de  $f$ , on en déduit  $n$  en fonction de la distance  $h_s$  entre la surface lisse et le plan moyen des sommets :

$$n = \eta \mathcal{A} \exp\left(-\frac{2h_s}{\sigma}\right) \quad (2.23)$$

D'après l'équation 2.11, l'aire de contact d'un sommet de hauteur  $z$  en contact est  $\pi R(z - h_s)$ . L'aire totale de contact est alors :

$$A = \eta \mathcal{A} \pi R \int_{h_s}^{\infty} (z - h_s) f(z) dz \quad (2.24)$$

On en déduit l'aire réelle de contact  $A$  :

$$A = \pi R \frac{\sigma}{2} \eta \mathcal{A} \exp\left(-\frac{2h_s}{\sigma}\right) \quad (2.25)$$

Enfin, la force de contact  $F$  peut s'exprimer en utilisant la même démarche que pour l'aire de contact :

$$F = \eta \frac{E'}{2} \sqrt{\pi R \frac{\sigma^3}{8}} \mathcal{A} \exp\left(-\frac{2h_s}{\sigma}\right) \quad (2.26)$$

où  $E'$  est le module d'Young équivalent précédemment introduit pour le contact localisé.

La figure 2.12 propose une interprétation graphique du modèle de contact surfacique. L'aire nominal de contact vaut ici  $\mathcal{A} = L \times \ell$ . Chacun des  $n$  sommets en contact présente une aire de contact circulaire (contact sphère plan). La somme totale des  $n$  aires de contact vaut  $A$ . Lorsque la charge appliquée augmente, les surfaces se rapprochent. Le nombre de sommet en contact augmente de même que l'aire de contact sous chaque sommet.

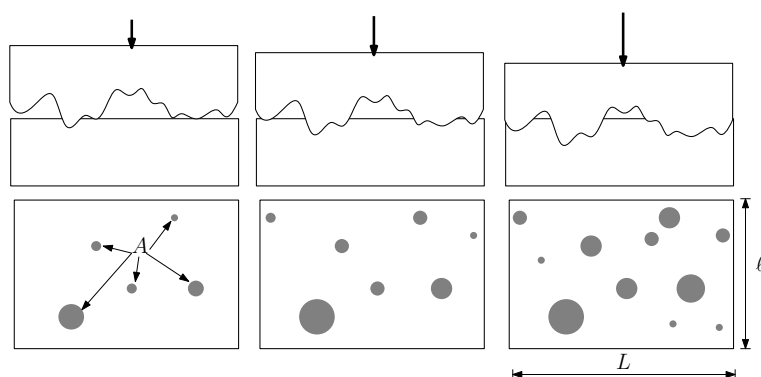


FIGURE 2.12 – Principe du modèle de contact surfacique.

A partir des relations précédentes, il est possible de calculer la pression moyenne  $p_m$  sur l'ensemble des points de contact :

$$p_m = \frac{F}{A} = \frac{E'}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{2\pi R}} \quad (2.27)$$

Cette relation met en évidence que la pression reste constante en moyenne quelque soit la force appliquée et la distance des surfaces. C'est-à-dire que la force de contact est proportionnelle à l'aire réelle de contact. Ce résultat peut paraître surprenant a priori mais il s'explique assez simplement. Si un sommet est en contact et que les deux surfaces sont rapprochées, la pression au niveau de ce sommet doit augmenter comme le prédit la théorie de Hertz pour un contact sphère plan. C'est le cas pour tous les sommets initialement en contact. Cependant, lors du rapprochement des surfaces, de nouveaux sommets vont entrer en contact. Ces nouveaux sommets subiront une pression de contact plus faible. La moyenne des pressions va finalement rester constante grâce à ces nouvelles zones de contact.

La figure 2.12 montre que les zones de contact sont des disques disjoints. La réalité n'est pas aussi simple. Des simulations numériques basées sur l'approche de Boussinesq (voir section 2.1) permettent d'estimer les zones et la pression de contact entre une surface lisse et une surface rugueuse. L'exemple donné sur la figure 2.13 indique que les zones de contact (en noir sur la figure) se rejoignent et ne sont pas réellement circulaires. Toutefois, le modèle de Greenwood et Williamson donne une assez bonne approximation du comportement du contact (voir figure 2.14).

Par ailleurs, des travaux expérimentaux ont confirmé que l'aire réelle de contact augmente proportionnellement à la force appliquée ([DK94] et figure 2.15) ce qui nous conforte dans l'utilisation du modèle simplifié de Greenwood et Williamson. Des travaux plus récents [MPB<sup>+</sup>17] ont permis de définir la limite de validité de cette relation linéaire ( $\frac{F}{E' \mathcal{A}} < 0.01$ ).

Il est utile de pouvoir relier les paramètres du modèle de contact aux paramètres statistiques des surfaces. L'expérience (de l'auteur) montre que les écarts-type sont égaux :

$$\sigma \approx Sq \quad (2.28)$$

D'autre part, on peut calculer la densité de sommet et le rayon de courbure des sommets en introduisant les longueurs de corrélation de la surface rugueuse :

$$\eta \approx \frac{1}{4\lambda_x \lambda_y} \quad (2.29)$$

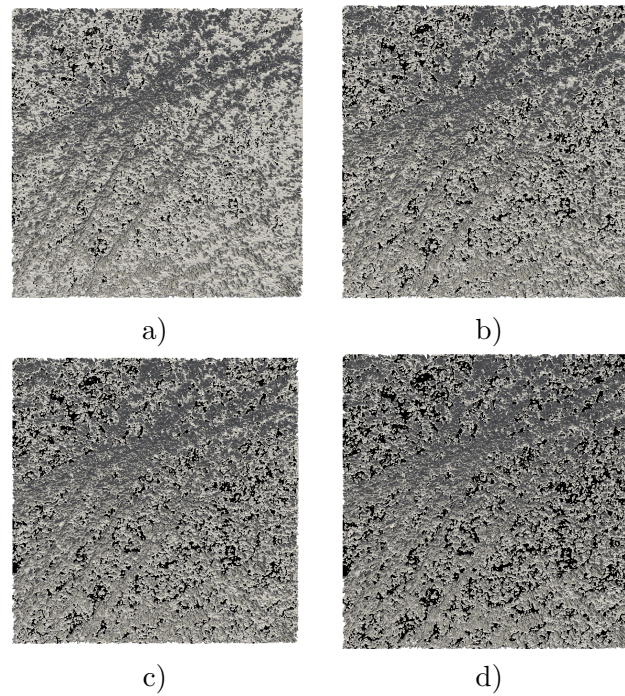


FIGURE 2.13 – Exemple de simulation numérique du contact entre une surface réelle (mesurée) et une surface lisse à différentes charges  $\frac{F}{E'\mathcal{A}}$  a) 0.00018 b) 0.00033 c) 0.00048 d) 0.00077. La zone noire représente l'aire de contact.

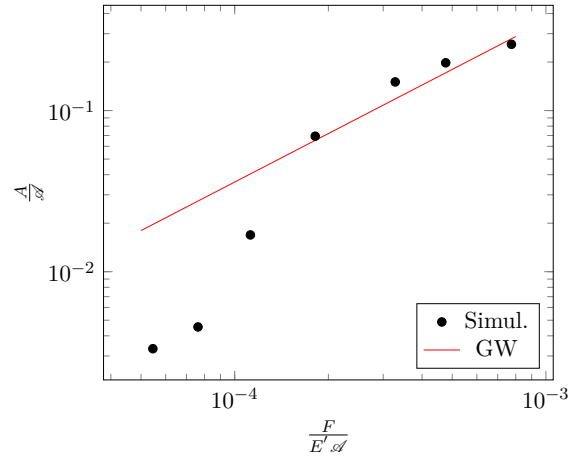


FIGURE 2.14 – Comparaison de la relation force aire de contact donnée par le modèle de Greenwood et Williamson aux résultats numériques de la figure 2.13.

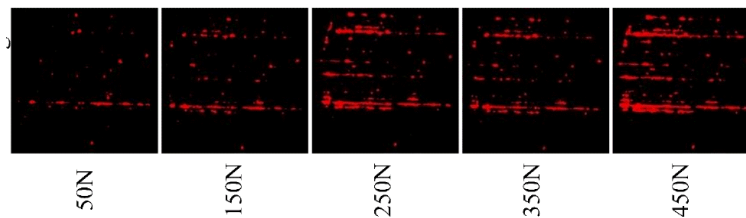


FIGURE 2.15 – Observation expérimentale de l'aire réelle de contact sous différentes charges [LLX<sup>+</sup>20] (image depuis archive ouverte <https://arxiv.org/pdf/2008.08904.pdf>).

$$R \approx \frac{\lambda_x \lambda_y}{Sq} \quad (2.30)$$

Enfin, il faut relier la distance entre la surface lisse et le plan moyen des sommets  $h_s$  à la distance moyenne des surfaces  $h$  :

$$h_s \approx h - \frac{Sq}{2} \quad (2.31)$$

Comme pour le contact localisé sphère-plan, il est possible de ramener le cas de deux surfaces rugueuses à une surface lisse et une surface rugueuse qui combine les propriétés des deux autres :

$$Sq = \sqrt{Sq_1^2 + Sq_2^2} \quad (2.32)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \quad (2.33)$$

### 2.3.3 Limite élastique et déformation plastique

En utilisant les critères du contact localisé, on peut considérer que le contact reste élastique si la pression moyenne est inférieure à  $1.07R_e$  soit  $0.35H$  :

$$p_m = \frac{F}{A} = \frac{E'}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{2\pi R}} < 0.35H \quad (2.34)$$

où  $R_e$  et  $H$  sont respectivement la limite élastique et la dureté du matériau le moins résistant. Le contact sera, en moyenne, complètement plastique si :

$$p_m = \frac{F}{A} = \frac{E'}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{2\pi R}} > H \quad (2.35)$$

Greenwood et Williamson ont introduit un critère de plasticité  $\psi$  :

$$\psi = \frac{E'}{2H} \sqrt{\frac{\sigma}{R}} \quad (2.36)$$

D'après les résultats précédents,  $\psi$  est équivalent au rapport de la pression de contact sur la dureté du matériau :

$$\psi = \frac{p_m}{H} \sqrt{2\pi} \approx 2.5 \frac{p_m}{H} \quad (2.37)$$

Les auteurs considèrent que ce coefficient doit rester inférieur à 0.6 pour que le contact soit élastique. S'il dépasse 1, le contact est alors plastique.

On peut s'étonner que le critère de plasticité ne dépende pas de la charge. Il faut se rappeler que le modèle de Greenwood et Williamson conduit à une pression moyenne de contact constante et indépendante de la charge. Pour éviter les déformations plastiques, on peut utiliser des matériaux plus élastiques et plus durs ou changer l'état de surface. En utilisant les paramètres d'état de surface, l'indice de plasticité s'exprime :

$$\psi = \frac{E'}{2H} \frac{Sq}{\sqrt{\lambda_x \lambda_y}} \quad (2.38)$$

Une surface plus lisse (plus faible valeur de  $Sq$ ) limite les risques de déformation plastique (figure 2.16).

La dureté  $H$  considérée dans le critère de Greenwood et Williamson est celle du matériau le plus mou. Il est préférable que le matériau le plus dur soit plus lisse pour éviter de dégrader l'état de surface comme illustré sur la figure 2.17.



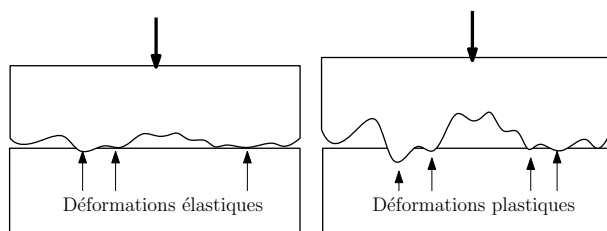


FIGURE 2.16 – Effet de l'état de surface sur les déformations dans un contact surfacique.

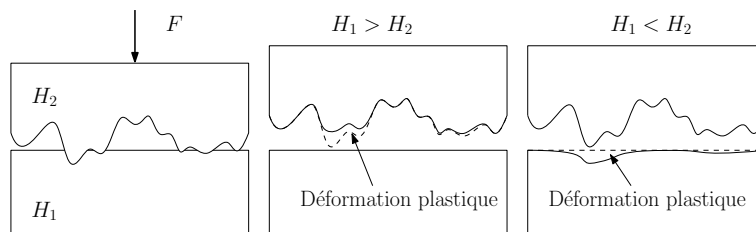


FIGURE 2.17 – Effet de la dureté des matériaux sur les déformations plastiques.

## 2.4 Adhésion

Les forces élastiques que nous venons d'analyser tendent à repousser les solides. En revanche, il existe également des forces d'attraction que nous appellerons forces d'adhésion.

### 2.4.1 Force de van der Waals

Les principales forces d'attraction qui agissent lorsque deux solides se rapprochent sont les forces de van der Waals. Elles résultent des interactions atomiques. D'autres forces d'attraction comme celles conduisant aux liaisons covalentes ou métalliques existant à l'intérieur d'un matériau ne sont pas activées en surface [Bhu02]. Nous ne considérerons donc que les forces de van der Waals.

Pour deux plans lisses séparés d'une distance  $h$  (figure 2.18), les forces d'attraction de van der Waals s'expriment [Mat08] :

$$F_{vdW} = -S \frac{A}{6\pi h^3} \quad (2.39)$$

où  $S$  est l'aire du plan et  $A$  la constante de Hamaker. Cette dernière dépend des matériaux mis en jeu. La distance  $h$  ne s'annule pas et est limitée par la distance inter-atomique ce qui évite une valeur infinie des forces. D'après Mate [Mat08], la distance minimale est de l'ordre de  $h = h_0 = 0.165nm$ .

Lorsque les deux solides impliqués dans le contact sont de même nature, il est possible de relier la constante de Hamaker  $A$  à l'énergie de surface  $\gamma$  des solides (voir paragraphe 1.4.2) :

$$A (J) \approx 2.1 \times 10^{-21} \gamma (mJ/m^2) \quad (2.40)$$

Cette relation n'est valable que lorsqu'on utilise les unités indiquées entre parenthèses.

### 2.4.2 Travail d'adhésion

L'adhésion est généralement décrite pas une approche plus macroscopique grâce au travail d'adhésion. Lorsque deux solides parfaitement plans sont en contact, il faudra fournir un travail  $w_{ad}$ , qu'on appelle travail d'adhésion, pour les séparer.

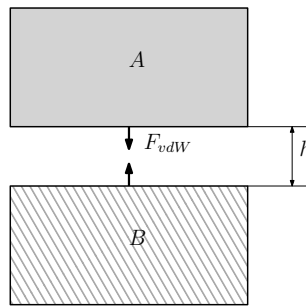


FIGURE 2.18 – Forces de van der Waals entre deux surfaces planes.

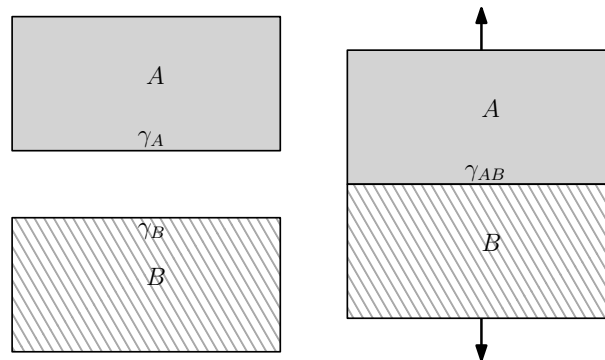


FIGURE 2.19 – Énergies mises en jeu lors de la séparation de deux surfaces planes.

Entre les deux solides A et B en contact il existe une énergie interfaciale  $\gamma_{AB}$  (figure 2.19). Une fois qu'ils ont été séparés, ils retrouvent leur énergie de surface respectives  $\gamma_A$  et  $\gamma_B$ . On en déduit le travail d'adhésion par unité de surface :

$$w_{ad}(AB) = \gamma_A + \gamma_B - \gamma_{AB} \quad (2.41)$$

Pour deux matériaux de même nature, ils n'existe pas d'énergie interfaciale résiduelle. On obtient donc directement le travail d'adhésion à partir de l'énergie de surface :

$$w_{ad}(AA) = 2\gamma_A \quad (2.42)$$

Dans le cas où les matériaux sont différents, le travail d'adhésion peut être estimé par la relation suivante [BGK16] :

$$w_{ad}(AB) = 2\sqrt{\gamma_A\gamma_B} \quad (2.43)$$

Le tableau 2.2 présente les ordres de grandeur du travail d'adhésion pour les couples de matériaux les plus courants. Logiquement, le travail d'adhésion est corrélé à l'énergie de surface. C'est donc pour les métaux que la valeur est la plus élevée et pour les polymères que les plus faibles valeurs sont observées. D'une manière générale, on évite d'employer le même métal pour les deux solides antagonistes afin de limiter l'adhésion.

### 2.4.3 Critère d'adhésion

Le travail réel d'adhésion  $W_{ad}$ , lorsque deux surfaces sont mises en contact, est le produit de  $w_{ad}$  par l'aire réelle de contact  $A$ . Une énergie élastique  $W_{el}$  a été stockée lors de la mise en contact. Si cette dernière est supérieure au travail d'adhésion, les forces

| Contact               | $w_{ad} \text{ mJ/m}^2$ |
|-----------------------|-------------------------|
| Métal - Métal         | 1000-3000               |
| Céramique - Céramique | 100-500                 |
| Polymère - Polymère   | < 100                   |
| Métal - Polymère      | 100-200                 |
| Métal - Céramique     | 200-400                 |
| Céramique - Polymère  | 50-150                  |

TABLE 2.2 – Travail d’adhésion des couples de matériau courants [Gra08].

élastiques seront suffisantes pour séparer les deux surfaces :

$$\frac{W_{el}}{W_{ad}} > 1 \quad (2.44)$$

Si ce critère n’est pas respecté, les solides vont rester collés.

Dans le cas du contact localisé, on a :

$$\frac{W_{el}}{W_{ad}} = \frac{2}{5\pi} \frac{F}{w_{ad}R} \quad (2.45)$$

Il existe toujours un phénomène d’adhésion. Il deviendra négligeable lorsque la force  $F$  ou l’interférence  $\delta$  va devenir suffisamment grande. On peut définir une force critique  $F_{ad}$  correspondant au cas où le travail d’adhésion et l’énergie élastique sont égales :

$$F_{ad} = \frac{5\pi}{2^{1/3}} w_{ad}R \quad (2.46)$$

En reprenant l’exemple du tableau 2.1 avec un travail d’adhésion  $w_{ad} = 3600 \text{ mJ/m}^2$  pour un contact acier-acier, on trouve  $F_{ad} = 0.29 \text{ N}$ . Cette force est bien négligeable par rapport au chargement appliquée. Comparons la force critique au poids de la bille :

$$P = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g \quad (2.47)$$

où  $\rho$  est la densité du matériau et  $g$  l’accélération de la pesanteur. La figure 2.20 présente l’évolution du rapport de ces deux forces lorsque le rayon de la bille change. Plus les rayons sont petits, plus le poids devient négligeable devant l’adhésion. Cet exemple montre l’impact que peuvent avoir ces forces dans les micro et nano-mécanismes.

Pour le contact surfacique, le rapport entre l’énergie élastique et le travail d’adhésion s’exprime :

$$\frac{W_{el}}{W_{ad}} = \frac{E'}{w_{ad}} \sqrt{\frac{\sigma^3}{R}} \sqrt{\frac{1}{32\pi}} \quad (2.48)$$

Ce rapport est constant et indépendant de la force appliquée car la force et l’aire réelle de contact sont proportionnelles. Gras [Gra08] présente un index d’adhésion pour les contacts surfaciques :

$$\alpha = \frac{E'}{2w_{ad}} \sqrt{\frac{\sigma^3}{R}} \quad (2.49)$$

Cet index est lié au rapport des énergies élastique et d’adhésion :

$$\alpha = \frac{W_{el}}{W_{ad}} \sqrt{8\pi} \approx 5 \frac{W_{el}}{W_{ad}} \quad (2.50)$$

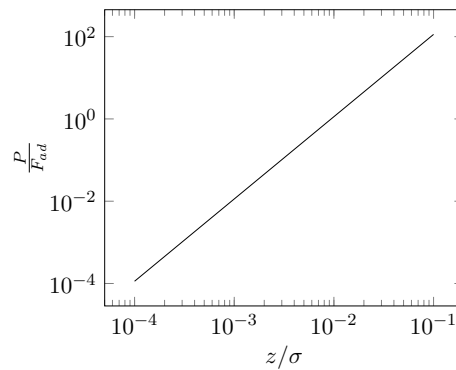


FIGURE 2.20 – Rapport entre le poids et la force d’adhésion d’une bille en acier sur un plan en acier.

| Paramètre  | Valeur              |
|--|---------------------|
| Module équivalent $E'$                           | 231GPa              |
| Dureté $H$                                       | 1GPa                |
| Travail d’adhésion $w_{ad}$                      | 3.6J/m <sup>2</sup> |
| Longueurs de corrélation $\lambda_x = \lambda_y$ | 10μm                |

TABLE 2.3 – Exemple de calcul d’un contact surfacique acier-acier

Si ce coefficient est inférieur à 5, le risque d’adhésion est élevé. Pour le réduire, il faut opter pour des matériaux plus rigides ou avec une plus faible énergie de surface. Il est également possible de modifier l’état de surface. En introduisant les paramètres d’état de surface, l’index d’adhésion devient :

$$\alpha = \frac{E'}{2w_{ad}} Sq^2 \sqrt{\frac{1}{\lambda_x \lambda_y}} \quad (2.51)$$

Cette fois-ci, il est préférable que la surface ne soit pas trop lisse et donc que  $Sq$  soit suffisamment élevé pour limiter les risques d’adhésion comme illustré sur la figure 2.21.

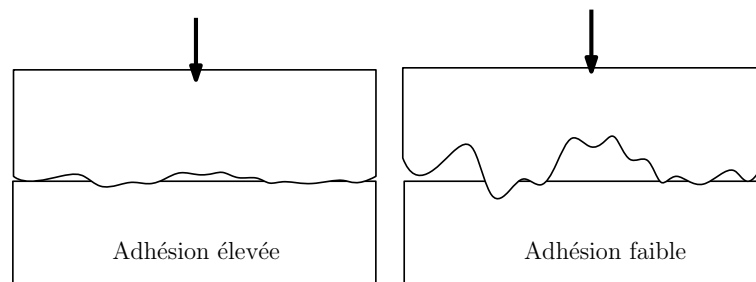


FIGURE 2.21 – Effet de l’état de surface sur le risque d’adhésion dans un contact surfacique.

Intéressons au contact surfacique de deux pièces en acier dont les caractéristiques sont données dans le tableau 2.3. La figure 2.22 présente l’effet de la hauteur des rugosités  $Sq$  sur l’index de plasticité  $\psi$  et l’index d’adhésion  $\alpha$ . Les valeurs de  $Sq$  inférieures à  $0.04\mu\text{m}$  sont à éviter pour limiter les risques d’adhésion. D’autre part, si  $Sq$  est supérieur à  $0.08\mu\text{m}$ , des zones de déformation plastiques sont susceptibles d’apparaître dans le contact. Il existe donc, pour cet exemple, un intervalle d’état de surface conseillé :  $Sq \in [0.04\mu\text{m}, 0.08\mu\text{m}]$ .

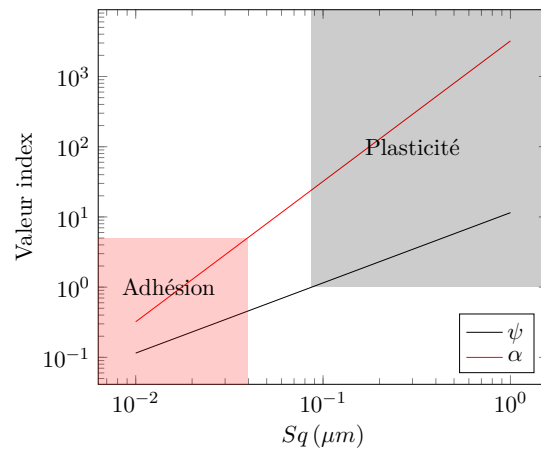


FIGURE 2.22 – Influence de la hauteur des rugosités sur l’index de plasticité  $\psi$  et l’index d’adhésion  $\alpha$ .

## 2.5 Synthèse

- Possibilité de calculer l’aire de contact  $A$  entre deux solides ;
- Contact localisé : la force  $F$ , la pression moyenne  $p_m$  et l’aire de contact  $A$  sont liées par des relations non-linéaires ;
- Contact surfacique : la force  $F$  et l’aire de contact  $A$  sont proportionnelles  $F \propto A$ . La pression moyenne  $p_m$  est constante.
- Contact surfacique : On définit des critères de limite élastique  $\psi$  et d’adhésion  $\alpha$  qui dépendent des matériaux  $E'$ ,  $w_{ad}$ ,  $H$  et de l’état de surface  $Sq$  et  $\lambda$ .
- Contact surfacique : Si un des matériaux est plus dur, il est préférable que sa surface soit plus lisse.

## Chapitre 3

# Frottement, usure et dissipation

Ce chapitre s'intéresse aux phénomènes dissipatifs dans un contact entre deux solides en mouvement relatif. En effet, les jonctions qui s'établissent entre les solides au niveau des aires réelles de contact doivent être rompues pour que le mouvement puisse s'établir. L'énergie à apporter se manifeste sous la forme d'une force de frottement et est dissipée sous forme de chaleur. Enfin, la rupture des jonctions conduit à une dégradation des surfaces qui se traduit par une usure des solides.

### 3.1 Frottement

#### 3.1.1 Lois et mécanismes du frottement

Lorsque deux solides 1 et 2 sont mis en contact par une force  $F$ , une force tangentielle  $T$  apparaît naturellement si on cherche à déplacer les solides l'un par rapport à l'autre. Cette force tangentielle est appelée force de frottement. Sur la figure 3.1, la force  $T$  correspond à  $T_{2 \rightarrow 1}$  et la vitesse de glissement  $V$  à  $V_{1/2}$ .

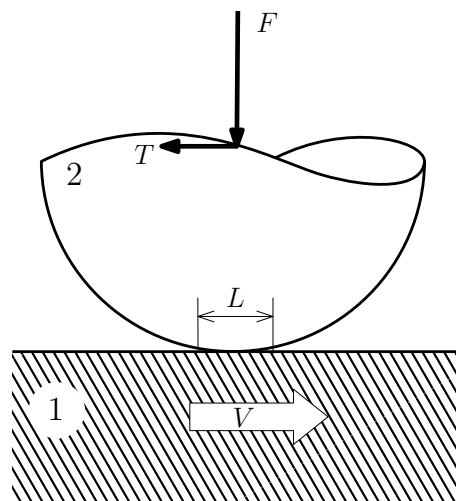


FIGURE 3.1 – Contact entre deux solides en présence de frottement.

On définit généralement un facteur de frottement  $f$  tel que :

$$f = \left| \frac{T}{F} \right| \quad (3.1)$$

On identifie deux situations :

- lorsque  $V \neq 0$ , on parle de frottement dynamique et  $|T| = f|F|$  ;
- lorsque  $V = 0$ , on parle de frottement statique et  $|T| < f|F|$ .

Nous nous intéresserons principalement au cas du frottement dynamique.

Il existe trois lois empiriques concernant le facteur de frottement dynamique :

1. Amontons (1699) :  $f$  est indépendant de  $F$  ;
2. Amontons (1699) :  $f$  est indépendant de l'aire apparente de contact  $\mathcal{A}$  ;
3. Coulomb (1785) :  $f$  est indépendant de la vitesse de glissement.

Malheureusement, les mécanismes qui contrôlent le frottement sont complexes (et encore mal compris) et ils mettent souvent en défaut ces trois lois empiriques.

Lors du frottement dynamique, une puissance est dissipée :

$$\mathcal{P} = TV = fFV \quad (3.2)$$

Le frottement dynamique fait donc intervenir des phénomènes dissipatifs [BV14]. Il n'est donc pas dû à des déformations élastiques ou des phénomènes réversibles. Pour de nombreux matériaux, la force de frottement dynamique peut être expliquée par des forces adhésives  $T_a$  et des force de déformation plastique  $T_d$  [Bhu02] :

$$T = T_a + T_d = (f_a + f_d) F \quad (3.3)$$

Dans le cas des matériaux viscoélastiques, comme le caoutchouc par exemple, ce sont les déformations élastiques couplé à l'effet visqueux qui contribuent au frottement. Cet aspect ne sera pas abordé dans ce cours.

### 3.1.2 Contribution adhésive au frottement

Dans les zones où les surfaces solides sont en contact intimes, des forces d'adhésion dues aux interactions atomique se développent. Pour rompre ces liaisons, une contrainte de cisaillement  $\tau_a$  est nécessaire. La force totale permettant de rompre les liaisons est donc le produit de cette contrainte par l'aire totale de contact  $A$  (définie sur la figure 3.2) :

$$T_a = \tau_a A \quad (3.4)$$

Le facteur de frottement adhésif s'exprime donc :

$$f_a = \frac{\tau_a A}{F} \quad (3.5)$$

Pour un contact élastique surfacique (voir paragraphe 2.3), il existe une relation entre la force normale et l'aire réelle de contact :

$$\frac{F}{A} = \frac{E'}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{2\pi R}} \quad (3.6)$$

On obtient alors l'expression du facteur de frottement  $f_a$  :

$$f_a = \tau_a \frac{2}{E'} \sqrt{\frac{2\pi R}{\sigma}} \quad (3.7)$$

Si la contrainte  $\tau_a$  ne dépend que des matériaux impliqués dans le contact, alors les trois lois empiriques de frottement sont vérifiées : le facteur est indépendant de la charge, de l'aire apparente de contact et de la vitesse. En revanche, il montre une dépendance à l'état de surface et au module d'élasticité des matériaux.

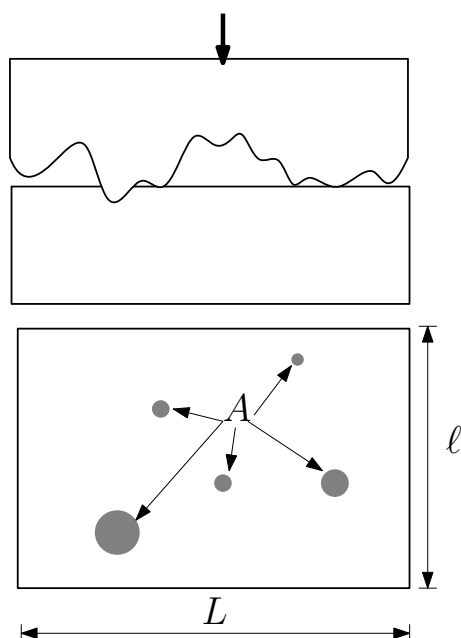


FIGURE 3.2 – Aire de contact entre deux solides.

Si l'index de plasticité du contact  $\psi$  est supérieur à 1 (voir paragraphe 2.3), les aspérités se déforment essentiellement de manière plastique. La pression moyenne de contact, c'est-à-dire le rapport entre la force normale et l'aire réelle de contact  $F/A$ , est alors égale à la dureté  $H$  du matériau le plus mou. Dans ce cas, le facteur de frottement s'exprime :

$$f_a = \frac{\tau_a}{H} \quad (3.8)$$

Si la contrainte  $\tau_a$  ne dépend que des matériaux impliqués dans le contact, alors les trois lois empiriques de frottement sont vérifiées : le facteur est indépendant de la charge, de l'aire apparente de contact et de la vitesse. Il indique qu'un matériau dur conduit à un plus faible frottement.

L'index de plasticité s'exprime :

$$\psi = \frac{E'}{2H} \sqrt{\frac{\sigma}{R}} \quad (3.9)$$

Le facteur de frottement pour un contact élastique peut alors s'exprimer :

$$f_a = \frac{\tau_a \sqrt{2\pi}}{\psi H} \quad (3.10)$$

Comme  $\psi$  est inférieur à 1, le frottement est nécessairement plus élevé si le contact est élastique. Ce n'est pas étonnant car pour qu'un contact reste élastique, il faut que pour une force donnée l'aire de contact réelle soit suffisamment grande pour éviter une pression de contact conduisant à des déformations plastiques. Dans un contact élastique, l'aire réelle de contact est nécessairement plus grande que pour un contact plastique (mêmes matériaux et même charge), il y a donc plus d'adhésion.

Tentons d'exprimer le cisaillement  $\tau_a$ . Nous pouvons faire l'hypothèse que pour briser les liaisons de contact, il faut déplacer les surfaces d'une distance  $d$ . Le travail fourni peut



| Matériau  | Symbole | $\gamma(mJ/m^2)$ | $E(GPa)$ | $\nu$ | $H(GPa)$ | $d(nm)$ | $f$ expé. |
|-----------|---------|------------------|----------|-------|----------|---------|-----------|
| Aluminium | Al      | 840              | 62       | 0.346 | 0.15     | 0.4     | 1.4       |
| Cuivre    | Cu      | 1100             | 128      | 0.33  | 0.35     | 0.36    | 0.75      |
| Chrome    | Cr      | 2400             | 289      | 0.21  | 8        | 0.28    | 0.3       |
| Fer       | Fe      | 2550             | 208      | 0.25  | 1.2      | 0.28    | 0.75      |

TABLE 3.1 – Paramètres utilisés pour l'évaluation du coefficient de frottement adhésif.

être supposé égal au travail d'adhésion  $w_{ad}$  et la distance  $d$  approximée par le paramètre de maille des cristaux dans le cas d'un métal. On a alors :

$$\tau_a \propto \frac{w_{ad}}{d} \quad (3.11)$$

Dans ce cas, le coefficient de frottement pour un contact élastique peut être approché par :

$$f_a \propto \frac{w_{ad}}{d} \frac{2}{E'} \sqrt{\frac{2\pi R}{\sigma}} \quad (3.12)$$

et pour un contact purement plastique :

$$f_a \propto \frac{w_{ad}}{dH} \quad (3.13)$$

Prenons des couples de métaux purs frottant contre eux-mêmes. Il est possible d'obtenir la taille de maille  $d$  [Dup05], l'énergie de surface  $\gamma$  et donc le travail d'adhésion qui vaut deux fois l'énergie de surface dans ce cas. Les valeurs calculées à partir des équations 3.12 et 3.13 sont présentées en fonction de valeur de coefficient de frottement mesurées sur la figure 3.3 pour quatre métaux différents. Les données utilisées sont présentées dans le tableau 3.1. Nous avons choisi, pour le calcul élastique,  $R/\sigma = 10^{-4}$  ce qui est un rapport courant.

On peut remarquer sur la figure que les calculs effectués avec l'approche plastique sont corrélées avec les mesures ce qui n'est pas le cas des calculs en régime élastique. On peut penser que lors des mesures les déformations étaient majoritairement plastiques. D'autre part, il existe un rapport environ 10 entre la valeur calculée en régime plastique et celle mesurée. Le calcul serait donc amélioré en utilisant 10 fois le paramètre de maille  $d$ . La forte corrélation entre l'énergie de surface  $\gamma$  et la contrainte de cisaillement  $\tau_a$  au niveau des jonctions a été récemment confirmés par simulation numérique pour de nombreux matériaux [WLF19].

Les résultats présentés ici nous indiquent que le frottement adhésif représente une part significative du frottement. Il peut être limité en réduisant le travail d'adhésion  $w_{ad}$  des matériaux (et donc leur énergie de surface respective) et en augmentant la dureté du matériau le plus mou. Si le régime de contact est élastique, il faut privilégier des matériaux rigides et un bon état de surface (faible valeur de  $R/\sigma$ ).

### 3.1.3 Contribution plastique au frottement

Plaçons-nous dans une situation idéale où un matériau infiniment rigide de surface rugueuse glisse sur un matériau mou de surface lisse. Comme le montre la figure 3.4, les aspérités de la surface dure vont laisser des sillons sur la surface molle. Il est possible d'estimer le frottement en calculant la force nécessairement à l'écoulement plastique du matériau mou.

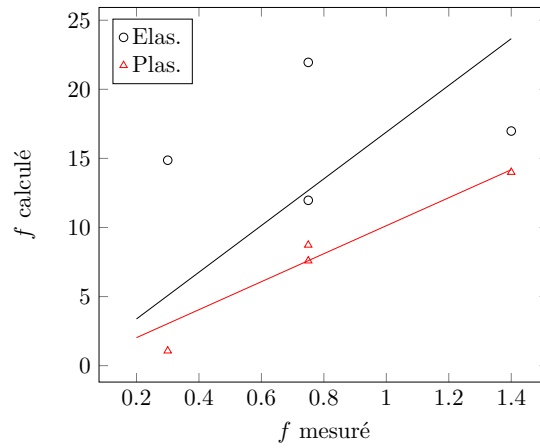


FIGURE 3.3 – Comparaison des valeurs de frottement mesurées aux valeurs estimées par les équations 3.12 et 3.13.

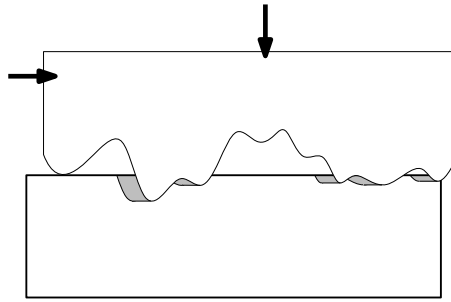


FIGURE 3.4 – Frottement résultant de la déformation plastique d'un matériau.

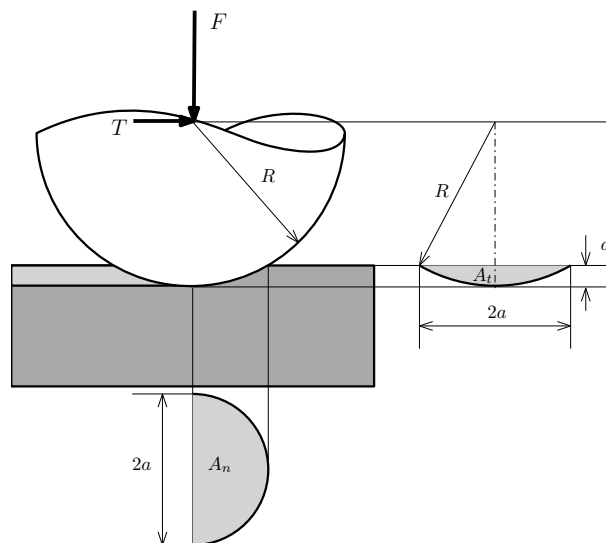


FIGURE 3.5 – Sphère rigide frottant sur un matériau déformable.

La figure 3.5 présente le cas d'une sphère rigide glissant sur un matériau déformable. Nous supposons ce matériau parfaitement plastique. La pression de contact est donc égale à la dureté  $H$  du matériau mou. Les forces s'expriment donc :

$$F = H A_n \quad (3.14)$$

et

$$T = H A_t \quad (3.15)$$

où  $A_n$  et  $A_t$  sont les aires de contact projetées dans la direction normale et tangentielle, comme indiqué sur la figure 3.5. Le coefficient de frottement est alors égale au rapport des deux aires. Dans le cas où le rayon de contact  $a$  est petit devant le rayon  $R$  de la sphère, on montre que [Bhu02] :

$$f_p = \frac{A_t}{A_p} \approx \frac{4}{3\pi} \frac{a}{R} \quad (3.16)$$

Le rayon de contact  $a$  n'est pas une constante et dépend de la force appliquée,  $F$  :

$$a = \sqrt{\frac{2F}{H\pi}} \quad (3.17)$$

Le facteur de frottement s'exprime finalement :

$$f_p = \frac{A_t}{A_p} \approx \frac{4}{3\pi} \sqrt{\frac{2F}{R^2 H \pi}} \quad (3.18)$$

La contribution plastique ne respecte pas les trois lois empiriques de frottement en raison de sa dépendance à la charge appliquée  $F$ . Toutefois, ce frottement est généralement associée à du frottement adhésif. On pourrait alors obtenir un facteur de frottement constant pour les faibles charges qui va ensuite augmenter quand la contribution plastique va devenir significative.

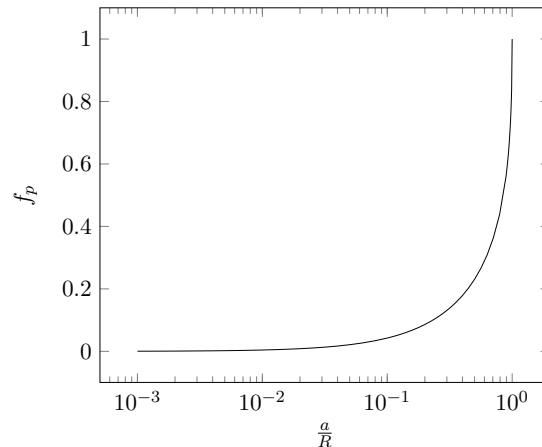


FIGURE 3.6 – Effet du rayon de contact sur le frottement d'origine plastique.

En utilisant l'expression exactes des aires  $A_t$  et  $A_n$ , il est possible de calculer le facteur de frottement  $f_p$  sur une large plage du rapport  $a/R$ . Cette évolution est présentée sur la figure 3.6. Cette courbe montre que le frottement commence à devenir significatif quand  $a/R$  atteint 0.1. D'autre part, le coefficient de frottement plastique ne peut théoriquement pas dépasser 1, valeur qui correspond au cas où la moitié de la sphère serait enfoncée dans la surface lisse. Dans le cas d'une surface rugueuse, seule l'extrémité des aspérités est sphérique et le rapport  $a/R$  ne peut dépasser 0.3 ce qui correspond à un facteur de frottement  $f_p = 0.13$ .

### 3.1.4 Frottement statique

Le frottement statique repose sur les mêmes mécanismes que le frottement dynamique mais est généralement plus élevé. En effet, les forces adhésives ont tendance à augmenter avec le temps de contact en raison de mécanismes à plus long terme comme la diffusion solide. Ceci conduit à une augmentation de la contribution adhésive au frottement. De plus, en statique un ancrage mécanique dû aux aspérités peut augmenter le frottement apparent comme le montre la figure 3.7. L'ancrage mécanique intervient en frottement dynamique mais joue un rôle positif ou négatif suivant la configuration et s'annule en moyenne.

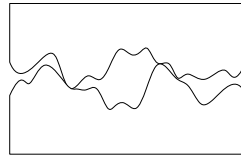


FIGURE 3.7 – Ancrage mécanique en frottement statique

### 3.1.5 Mesure du frottement

Le facteur de frottement se mesure au moyen d'un tribomètre. La figure 3.8 présente un tribomètre pion-disque qui est parmi les appareils les plus couramment utilisés. Il se compose d'un arbre en rotation à vitesse variable sur lequel se fixe un disque constituant le premier matériau à tester. Un pion réalisé avec le deuxième matériau du couple tribologique se monte sur un support équipé d'un capteur de force normale et tangentielle. Une force normale est appliquée au support de manière à presser le pion sur le disque. Puis le disque est mis en rotation et la force tangentielle est mesurée.

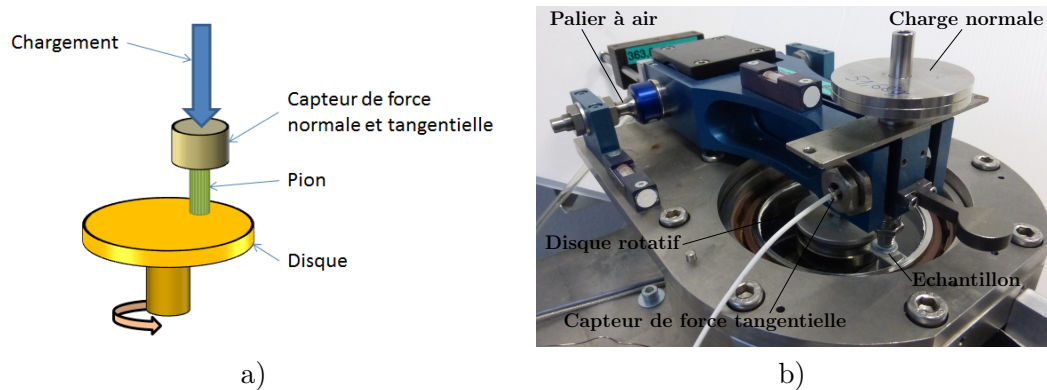


FIGURE 3.8 – Tribomètre de type pion-disque : a) Principe - b) Exemple de tribomètre (source Pprime)

La tableau 3.2 présente des valeurs de coefficient de frottement pour les couples de matériaux usuels. Ces valeurs sont à utiliser avec précaution car elles peuvent varier sensiblement avec l'environnement, la vitesse de glissement, la charge.

| Matériaux                     | $f_s$       | $f_d$               |
|-------------------------------|-------------|---------------------|
| Acier / Acier                 | 0.2 - 0.8   | 0.2 - 0.8           |
| Aluminium / Acier             | $\geq 0.8$  | $\geq 1$            |
| Aluminium / Aluminium         | 1           | 0.8                 |
| Cuivre / Acier                | 0.5         | 0.45                |
| Chrome / Acier dur            | 0.4         | 0.4                 |
| Garniture de frein / Acier    | 0.3-0.4     | 0.25 - 0.35         |
| Graphite / Acier (dans l'air) | 0.1         | 0.1                 |
| Laiton / Acier                | 0.5         | 0.45                |
| PTFE / Acier                  | 0.05 - 0.1  | $< 0.1$             |
| Caoutchouc / Metal            | $\approx 1$ | $\approx 0.5 - 1.5$ |
| Caoutchouc / Route            | $\approx 1$ | 0.5 - 0.6           |
| Polyéthylène / Acier          | 0.15 - 0.2  | 0.1 - 0.15          |

TABLE 3.2 – Valeurs indicatives de coefficients de frottement statique et dynamique de matériaux usuels en frottement à sec [Gra08]

## 3.2 Dissipation

L'énergie apportée pour vaincre le frottement dans les contacts est dissipée sous différentes formes (transformations de surface, chaleur, modifications des espèces chimiques, etc). Toutefois la majorité de cette énergie est transformée en chaleur [BV14]. Elle conduit à une augmentation locale de température qu'il convient d'évaluer. La figure 3.9 présente l'image d'un tribomètre pion-disque vue par une caméra infrarouge. On observe clairement une émission plus intense dans la zone de contact. Afin de calculer l'élévation de température de contact, nous nous placerons toujours dans le cas d'un régime établi et nous ferons l'hypothèse que l'intégralité de l'énergie apportée pour vaincre le frottement est transformée en chaleur.

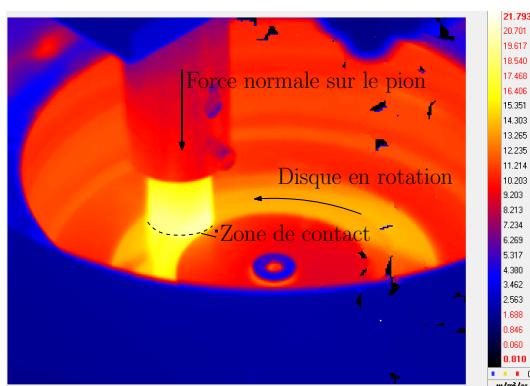


FIGURE 3.9 – Image infrarouge d'un tribomètre de type pion-disque en fonctionnement (source Pprime)

### 3.2.1 Solide soumis à une source de chaleur stationnaire

Un solide semi-infini soumis à un flux de chaleur  $q$  sur une surface de rayon  $a$ , va subir une augmentation de température (figure 3.10). Notons  $T_0$  sa température au loin et  $T_m$  la température moyenne dans la zone circulaire où le flux de chaleur est appliquée. Le

problème étant linéaire on a :

$$T_m - T_0 = c_T q \quad (3.19)$$

D'après Johnson [Joh85], le coefficient de proportionnalité  $c_T$  entre l'accroissement de température et le flux s'exprime :

$$c_T = \frac{8a}{3\pi k} \quad (3.20)$$

où  $k$  est le coefficient de conductibilité thermique du solide.

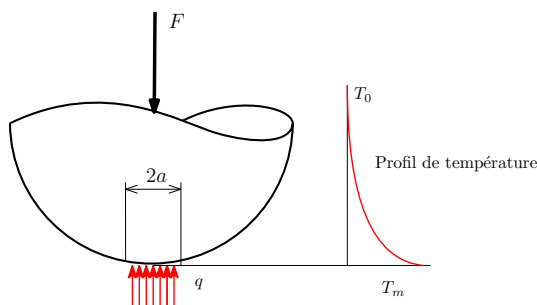


FIGURE 3.10 – Solide soumis à une source de chaleur stationnaire.

### 3.2.2 Solide soumis à une source de chaleur mobile

Un solide semi-infini soumis à un flux de chaleur  $q$  sur une surface de rayon  $a$  se déplaçant à une vitesse constante  $V$ , va subir une augmentation de température (figure 3.11). Le problème étant linéaire et le régime établi, on a :

$$T_m - T_0 = c_T q \quad (3.21)$$

La valeur de  $c_T$  va dépendre du nombre de Peclet du problème :

$$Pe = \frac{\sqrt{\pi} \rho C V a}{2k} \quad (3.22)$$

où  $\rho$  et  $C$  sont respectivement la densité et la chaleur spécifique du matériau. Si le nombre de Peclet est petit devant 1, le problème est quasi-stationnaire et on retrouve le cas précédent :

$$c_T = \frac{8a}{3\pi k} \quad (3.23)$$

Au contraire, si  $Pe$  est grand, on a [Joh85] :

$$c_T = \frac{2a}{3k\sqrt{Pe}} \quad (3.24)$$

Il existe, entre ces deux courbes, une zone de transition qu'il est difficile de décrire analytiquement. Je propose donc de retenir la plus faible des deux valeurs données par les deux équations précédentes.

### 3.2.3 Cas d'un contact localisé entre deux solides

Lorsque deux solides sont mis en contact suivant un disque de rayon  $a$  et que l'un d'eux est mis en mouvement, un flux de chaleur  $q$  est dissipé dans le contact :

$$q = f \frac{FV}{\pi a^2} \quad (3.25)$$

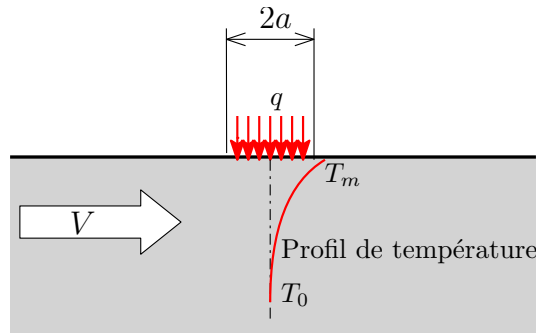


FIGURE 3.11 – Solide soumis à une source de chaleur mobile.

où  $F$  est la force de contact et  $f$  le coefficient de frottement. Ce flux se répartit entre les deux solides comme sur la figure 3.12 :

$$q = q_1 + q_2 \quad (3.26)$$

Faisons l'hypothèse que les deux solides sont à la même température dans la zone de contact. Il est alors possible de remplacer les flux dans chaque solide par les relations précédentes :

$$q = \frac{T_m - T_0}{c_{T1}} + \frac{T_m - T_0}{c_{T2}} \quad (3.27)$$

En se référant à la figure 3.12,  $c_{T1}$  est calculé à partir des formules pour une source mobile et  $c_{T2}$  est calculé en supposant la source stationnaire. Finalement la température de contact s'exprime :

$$T_m - T_0 = \frac{c_{T1}c_{T2}}{c_{T1} + c_{T2}} f \frac{FV}{\pi a^2} \quad (3.28)$$

En faisant intervenir la pression moyenne de contact  $p_m$ , on obtient :

$$T_m - T_0 = \frac{c_{T1}c_{T2}}{c_{T1} + c_{T2}} f p_m V \quad (3.29)$$

Cette équation montre que l'élévation de température dans le contact est proportionnelle à la pression moyenne de contact  $p_m$  et au coefficient de frottement  $f$ . Les coefficients thermiques  $c_T$  pouvant dépendre de la vitesse, la température n'est pas exactement proportionnelle à la vitesse de glissement  $V$ . Le produit  $p_m \cdot V$  qui est souvent utilisé comme critère de sélection des matériaux est clairement mis en évidence ici. C'est lui qui contrôle la température de contact.

### 3.2.4 Cas d'un contact surfacique entre deux solides

Plaçons-nous dans les hypothèses de Greenwood et Williamson [GW66] (voir paragraphe 2.3). Nous supposons que le frottement sous une aspérité influence une zone de faible étendue autour de cette aspérité et n'influence pas la température du contact voisin comme indiqué sur la figure 3.13. Pour ce type de contact la pression moyenne s'exprime :

$$p_m = \frac{F}{A} = \frac{E'}{2} \sqrt{\frac{\sigma}{2\pi R}} \quad (3.30)$$

Le rayon de contact moyen  $a$  se calcule à partir de l'aire réelle de contact  $A$  et du nombre  $n$  d'aspérités en contact :

$$a = \sqrt{\frac{A}{n\pi}} = \sqrt{\frac{R\sigma}{2}} \quad (3.31)$$

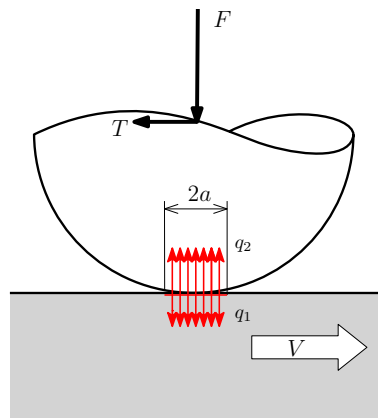


FIGURE 3.12 – Dissipation thermique dans un contact localisé.

| Propriétés    | Cuivre | Acier | Aluminium | Carbone |
|---------------|--------|-------|-----------|---------|
| $E$ (GPa)     | 125    | 210   | 70        | 20      |
| $\nu$         | 0.3    | 0.3   | 0.34      | 0.17    |
| $k$ (w/m.K)   | 400    | 40    | 237       | 20      |
| $f$ sur acier | 0.3    | 0.3   | 0.16      | 0.1     |

TABLE 3.3 – Matériaux utilisés pour le calcul de température dans un contact surfacique

Il est alors possible d'utiliser la formule précédente 3.29 établie pour le contact localisé . Les coefficients thermiques  $c_T$  sont calculés comme précédemment.

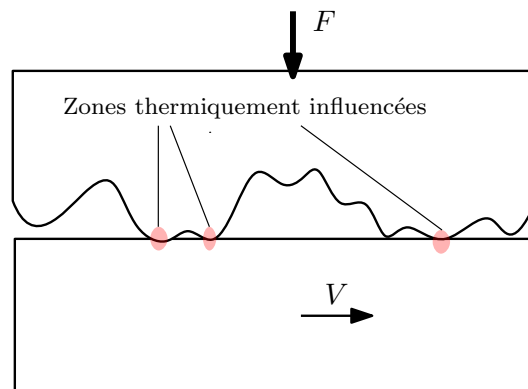


FIGURE 3.13 – Dissipation thermique dans un contact surfacique.

Plaçons-nous dans le cas où la surface lisse est en acier et la surface rugueuse dans un des matériaux donnés dans la tableau 3.3. Nous supposons que le rayon de courbure des aspérités vaut  $R = 0.1$  mm et l'écart-type des hauteurs des sommets  $\sigma = 1\mu\text{m}$ . Notons que l'acier a une densité de  $\rho = 7800$  kg/m<sup>3</sup> et une capacité thermique de  $C = 500$  J/kg.K.

La figure 3.14 présente l'augmentation moyenne de température sous les aspérités lorsque la vitesse varie. Dans le contact acier-acier, l'accroissement de température peut atteindre des valeurs de l'ordre de 1000K pour 10m/s de vitesse de glissement. Il existe alors des risques importants de fusion. L'utilisation de cuivre ou d'aluminium permettent de réduire la température de contact en raison de leur forte conductivité thermique  $k$ . Bien que peu conducteur, le graphite limite la température grâce à une faible valeur de pression de contact (due à un faible  $E'$ ).



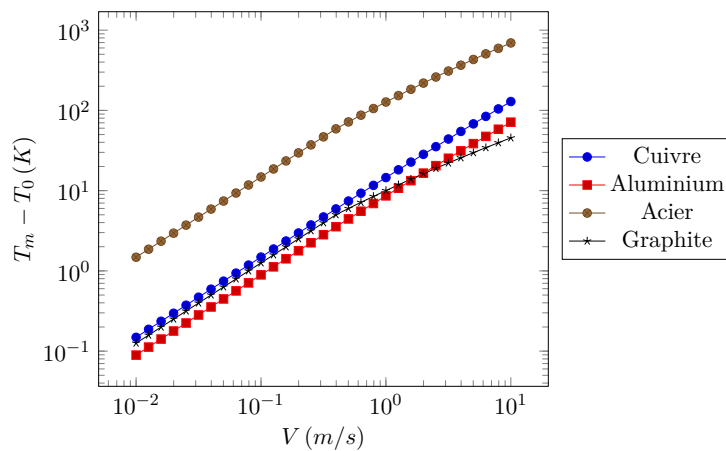


FIGURE 3.14 – Elévation moyenne de température dans un contact surfacique rugueux sur acier

La température au niveau des aspérités est appelée température éclair ou température flash [AAK91, DL00]. Notons que les valeurs calculées ici sont des moyennes, c'est-à-dire que localement la pression et donc la température peuvent être beaucoup plus élevées. D'autre part, la température sous chaque aspérité n'est pas indépendante. Il y a une élévations globale de la température de surface qui s'ajoute aux élévations locales. Ce point est abordé dans le paragraphe 12.3 traitant des interactions thermiques entre le contact et le système dans lequel il intervient. Le message à retenir est qu'il faut limiter la pression de contact, la vitesse ou le facteur de frottement pour éviter les risques de fusion locale des matériaux.

### 3.3 Usure

L'usure d'un solide est généralement définie comme une perte de matière, un mouvement de matière ou une transformation de matière en surface du solide sous l'effet d'une interaction avec un autre milieu (solide dans notre cas, mais ça peut également être un fluide).

#### 3.3.1 Les différents mécanismes d'usure

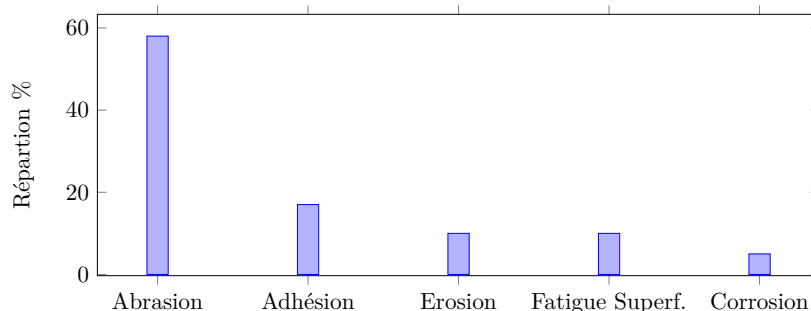


FIGURE 3.15 – Importance relative des mécanismes d'usure dans l'industrie, d'après [CD98].

Cornet et Deville [CD98] ont proposé une répartition des mécanismes à l'origine de l'usure dans l'ensemble des milieux industriels. Des exemples de surface usée par ces mécanismes sont présentées sur la figure 3.16. La corrosion qui résulte d'une interaction chimique de la surface avec le milieu environnant ne sera pas abordée ici. L'érosion est provoquée par l'écoulement d'un fluide, généralement chargé de particules, contre la surface. La fatigue superficielle est provoquée par le passage répété d'un contact localisé. Comme cela a été abordé dans le paragraphe 2.2.2, des contraintes de cisaillement élevées se développent sous la surface et conduisent progressivement à l'écaillage de la surface (voir la figure 3.16). Ce type d'usure concerne essentiellement les roulements et engrenages. Nous nous limiterons ici aux deux principaux mécanismes que sont l'abrasion et l'adhésion. Ils apparaissent dans les contacts où les surfaces sont en glissement relatif. Nous noterons que ces deux mécanismes contribuent également au frottement (voir section 3.1). Enfin, un dernier type d'usure peut être observé. Il s'agit d'une usure thermique liée à une fusion locale d'un des matériaux (voir le paragraphe précédent sur la dissipation thermique dans les contacts).

### 3.3.2 Usure adhésive

Il a été montré dans les paragraphes précédents que des forces d'adhésion se développent entre les surfaces mises en contact. La rupture de ces liaisons adhésives nécessite d'exercer une contrainte de cisaillement  $\tau_a$ , à l'origine du frottement. Elle peut s'exprimer :

$$\tau_a = f_a p_m \quad (3.32)$$

où  $p_m$  est la pression moyenne de contact et  $f_a$  la contribution adhésive du coefficient de frottement. Dans le cas du contact sphère plan, l'application d'une pression conduit à la création d'une contrainte de cisaillement sous la surface. Elle s'exprime :

$$\tau_0 \approx 0.31 p_0 = 0.465 p_m \quad (3.33)$$

Ces deux contraintes sont du même ordre de grandeur. On comprend alors qu'il est parfois plus facile de rompre le matériau (le moins résistant) sous sa surface plutôt que de rompre la liaison adhésive. C'est le mécanisme à l'origine de l'usure adhésive et qui est illustré sur la figure 3.17. L'usure adhésive se caractérise donc par des arrachements de matière irréguliers sur les surfaces (voir figure 3.16). Les particules d'usure arrachées du matériau le plus tendre vont adhérer sur l'antagoniste. Le matériau le plus tendre va donc se retrouver à frotter contre lui-même. D'autre part, la topographie des surfaces et donc les pressions de contact vont changer. Ces points seront abordés un peu plus loin dans le chapitre.

L'adhésion dépend de l'énergie de surface des matériaux et plus particulièrement de leurs travail d'adhésion  $w_{ad}$ . Lorsque les pressions de contact sont élevées et que les matériaux ont un travail d'adhésion élevée, il est possible d'atteindre un régime sévère d'adhésion où les surfaces sont soudées. Le mécanisme est alors complètement bloqué, on parle de grippage. La figure 3.18 présente un exemple de grippage qui s'est produit entre deux solides en acier inoxydable.

Pour limiter l'usure adhésive, il faut augmenter l'index d'adhésion  $\alpha$  au delà de 5 en adaptant les matériaux et leur état de surface (voir 2.4.3).

### 3.3.3 Usure abrasive

Le mécanisme de l'usure abrasive est décrit sur la figure 3.19. Un solide rigide vient indenter et labourer un matériau qui se déforme plastiquement. Le solide rigide peut être



FIGURE 3.16 – Exemples de surfaces usées par différents mécanismes a) Adhésion <sup>a</sup> b) Abrasion <sup>b</sup> c) Fatigue superficielle <sup>c</sup> d) Corrosion <sup>d</sup> e) Erosion <sup>e</sup>

a. CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=14365>

b. Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=13718>

c. Par Ben pcc sur Wikipédia anglais? Transféré de en.wikipedia à Commons par Liftarn utilisant CommonsHelper., Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=12014884>

d. CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=1004673>

e. Par Jean-Jacques MILAN 17 :43, 24 Nov 2004 (UTC)? Travail personnel, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=17566>

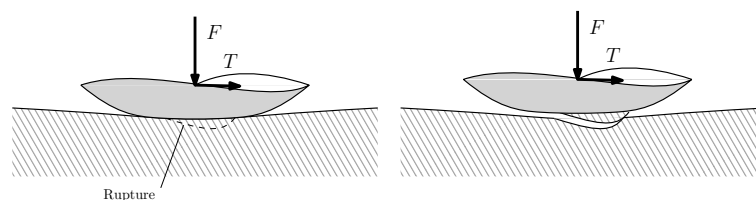


FIGURE 3.17 – Mécanisme de l'usure adhésive.

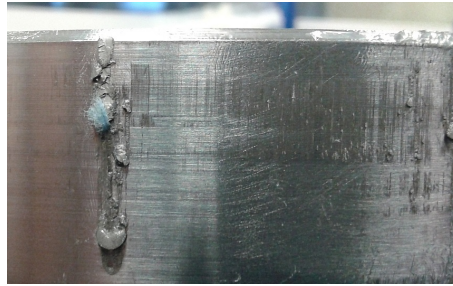


FIGURE 3.18 – Exemple de grippage, manifestation sévère de l'usure adhésive (source Pprime).

une particule dure qui s'est introduit dans le contact. On parle d'abrasion à trois corps. Le solide rigide peut être un des deux protagonistes du contact. On parle d'abrasion à deux corps.

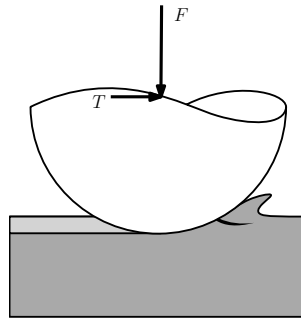


FIGURE 3.19 – Mécanisme de l'usure abrasive

L'usure abrasive est généralement limitée en augmentant la dureté du matériau le plus tendre. Dans le cas d'abrasion à deux corps, il est souhaitable de réduire l'index de plasticité  $\psi$  (voir paragraphe 2.3.3) afin de rester en régime élastique et limiter le labourage d'une des surfaces. Comme suggéré par l'index de plasticité, il est préférable que le matériau dur soit le plus lisse possible. Notons que l'abrasion est un moyen de production de surfaces (rodage, polissage).

### 3.3.4 Mécanismes de formation des débris

Les débris d'usure sont des particules qui se détachent des surfaces suite à la formation de fissures en surface des solides. La formation du débris dépend toutefois des conditions de contact. Par simulation, des auteurs ont montré la possibilité d'un transfert de matière ou au contraire la formation de débris dus à la fissuration sous l'aspérité (figure 3.20). Ils ont montré qu'il existe une taille critique de contact  $a^*$  au delà de laquelle un débris va se former. Toutes les zones de contact ayant une taille inférieure ne formeront pas de débris. Cette taille critique s'exprime :

$$a^* = 3 \frac{w_{ad} E}{2\sigma_c^2 (1 + \nu)} \quad (3.34)$$

où  $\sigma_c$  correspond au minimum de  $\tau_a$  (contrainte de cisaillement des jonctions) et de la résistance au cisaillement du matériau considéré.  $E$  et  $\nu$  sont les paramètres du matériau considéré.

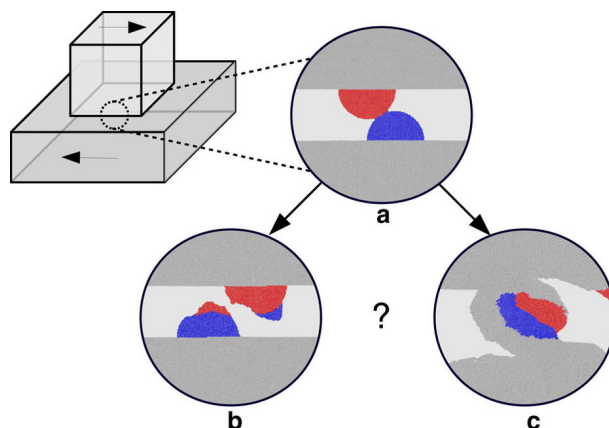


FIGURE 3.20 – Simulation de dégradations par usure adhésive [AWM16], Creative Commons Attribution 4.0 International License.

### 3.3.5 Modèles d'usure

L'usure est un phénomène complexe qui fait intervenir plusieurs mécanismes. Toutefois on identifie plusieurs phases d'usure (voir figure 3.21). Dans les premières heures de fonctionnement d'un mécanisme, il existe une phase d'adaptation des surfaces qu'on appelle couramment rodage. Puis, le contact entre dans une phase d'usure normale pour laquelle des modèles ont été proposés. Enfin, on trouve une phase rapide d'usure en fin de vie.

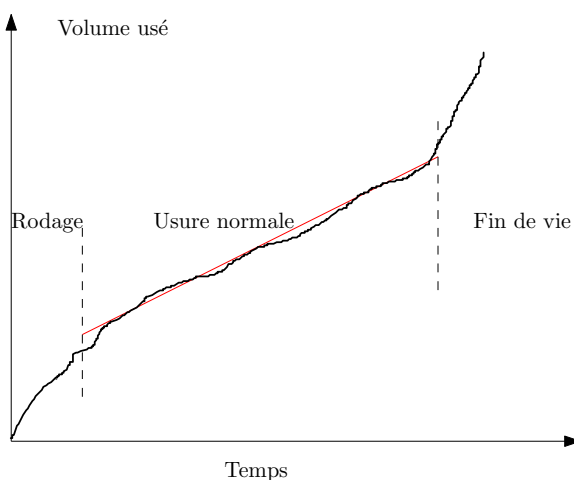


FIGURE 3.21 – Les différentes phases d'usure d'un contact frottant.

Nosonovsky [Nos10] a proposé un modèle simple qui permet de décrire la phase de rodage. Il s'appuie sur un paramètre de hauteur de rugosité dont il cherche à identifier l'évolution. Nous choisissons arbitrairement  $Sq$ . L'usure adhésive tend à augmenter  $Sq$  en raison de l'arrachement de matière. L'intensité de cette usure sera d'autant plus grande que  $Sq$  est faible. D'autre part, l'usure abrasive tend à réduire  $Sq$ . Elle sera d'autant plus élevée que  $Sq$  est grand. On en déduit une loi de comportement pour  $Sq$  :

$$\frac{dSq}{dt} = -\alpha Sq + \frac{\beta}{Sq} \quad (3.35)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont respectivement des coefficients d'usure abrasive et adhésive. Cette équation

différentielle présente la solution suivante :

$$Sq = \sqrt{\left(Sq_0^2 - \frac{\beta}{\alpha}\right) e^{-2\alpha t} + \frac{\beta}{\alpha}} \quad (3.36)$$

où  $Sq_0$  est la hauteur initiale des rugosité. Le rapport  $\sqrt{\beta/\alpha}$  représente la valeur finale de la hauteur des rugosités. Les deux premières courbes de la figure 3.22 montrent comment peut évoluer la hauteur des rugosités. C'est la compétition entre l'usure abrasive et adhésive qui va contrôler le régime d'usure normale. Le temps caractéristiques de rodage est  $\frac{1}{2\alpha}$ . Dans le cas où il n'y aurait que de l'usure adhésive, soit  $\alpha = 0$ , la solution est :

$$Sq = \sqrt{2\beta t + Sq_0^2} \quad (3.37)$$

On obtient donc une augmentation continue et illimitée de la hauteurs des rugosité (voir figure 3.22). Cet effet n'est pas contre-balançé par l'abrasion. Au contraire s'il n'y a pas d'adhésion, la solution devient :

$$Sq = Sq_0 e^{-\alpha t} \quad (3.38)$$

La hauteur des rugosité va tendre vers 0. Ce type de solution est présenté sur la figure 3.22.

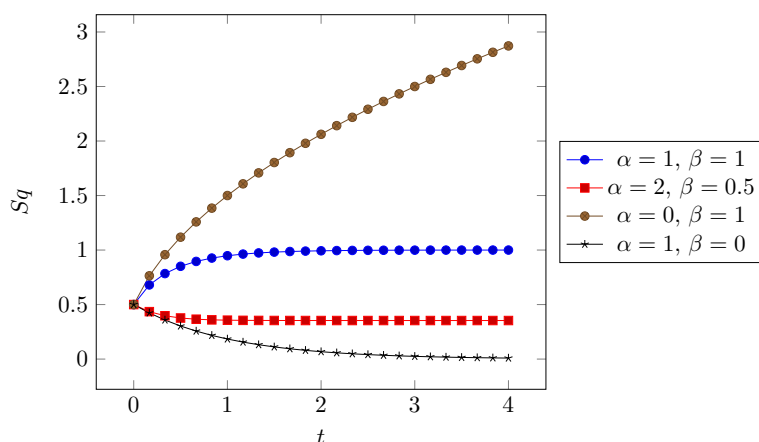


FIGURE 3.22 – Evolution de la hauteur des rugosités pendant la période de rodage - Modèle qualitatif (sans unité) avec  $Sq_0 = 0.5$  [Nos10]

Ce modèle qualitatif très simple met en évidence plusieurs points intéressants. Il existe une phase transitoire d'usure suivie d'une période stable où les paramètres de rugosité doivent rester constants (si les conditions de fonctionnement ne changent pas). Les deux mécanismes d'usure que sont l'abrasion et l'adhésion participent nécessairement sinon une solution irréaliste serait obtenue. Toutefois, si l'usure adhésive est prépondérante, des valeurs élevées de rugosité vont être atteintes, comme le montre l'expérience. Au contraire si l'usure abrasive domine, il est possible de diminuer la hauteur des rugosités, ce qui est fait dans les opérations de polissage.

En 1953, Archard [Arc53] a proposé un modèle simple pour décrire la phase d'usure normale. Il y a  $n$  aspérités en contact plastique. On note  $a$  la taille de la zone de contact. La force de contact s'exprime :

$$F = na^2 H \quad (3.39)$$

où  $H$  est la dureté. Après un glissement de  $a$ , une partie des contacts vont créer un débris de volume  $a^3$ . Donc le volume usé, pour un glissement  $d = a$  vaut :

$$w = kna^3 \quad (3.40)$$

où  $k$  est un coefficient de probabilité de former un débris. En utilisant l'expression de la force normale, le volume usé pour une distance de glissement  $d$  vaut :

$$w = k \frac{Fd}{H} \quad (3.41)$$

On utilise parfois un coefficient d'usure  $K$  qui s'exprime en  $\text{mm}^3/\text{N.m}$

$$K = \frac{k}{H} \quad (3.42)$$

Le volume de matière usée  $w$  s'exprime alors :

$$w = KFd \quad (3.43)$$

En divisant, cette équation par l'aire apparente de contact  $\mathcal{A}$ , on fait apparaître la hauteur usée  $u$  et la pression nominale de contact  $p_n$  :

$$u = Kp_nd = Kp_nVt \quad (3.44)$$

Dans le dernier terme, la distance a été remplacée par le vitesse  $V$  multipliée par le temps d'usage  $t$ . En se fixant, une hauteur maximale d'usure  $u_M$ , il est possible de calculer une durée de vie  $t_d$ .

$$t_d = \frac{u_M}{Kp_nV} \quad (3.45)$$

La difficulté est bien sûr la détermination du coefficient d'usure qui varie de plusieurs ordres de grandeur suivant les matériaux. Ceci rend la prédiction d'une durée de vie très approximative. De plus, si les conditions de fonctionnement varient, une phase transitoire va se produire et conduire à un régime stable différent.

Pour pallier à ce problème, Fouvry et ses co-auteurs [FLK<sup>+</sup>03] ont proposé un modèle énergétique. Il s'avère plus simple mais plus riche que celui d'Archard. L'énergie apportée au système est utilisée pour rompre les jonctions dans les zones de contact. En supposant que chaque rupture génère un débris dont le volume est proportionnel à l'énergie apportée pour la rupture, il vient :

$$w = K_e E_d \quad (3.46)$$

où  $w$  est le volume de matière usée,  $E_d$  l'énergie dissipée et  $K_e$  est un coefficient d'usure (en  $\mu\text{m}^3/\text{J}$ ). Cette approche est bien vérifiée par l'expérience comme le montre la figure 3.23. Le modèle d'Archard est un cas particulier de ce modèle. En effet, si le coefficient de frottement  $f$  est constant pendant tout le test, alors l'énergie dissipée est  $E_d = fFd$ . On obtient alors une relation entre les coefficients d'usure :  $K_e = fK$ .

Tentons de déterminer le coefficient de probabilité de formation d'un débris  $k$ . En se rapportant aux travaux de Aghababei et al. [AWM16], un débris va se former si le contact a une taille supérieure à  $a^*$ . Cette taille correspond à une interférence  $\delta^* = \frac{a^{*2}}{R}$  (d'après la relation 2.11 pour le contact sphère plan élastique). En appliquant le modèle de Greenwood et Williamson, le nombre de contact ayant une taille supérieure à  $a^*$  est :

$$n^* = \eta \mathcal{A} \exp\left(-\frac{2h_s + 2\delta^*}{\sigma}\right) \quad (3.47)$$

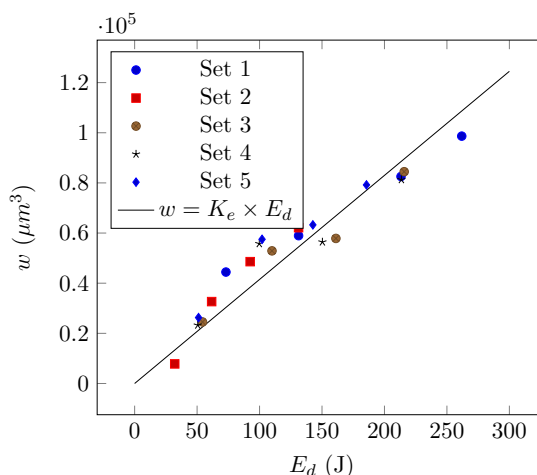


FIGURE 3.23 – Validation expérimentale de la loi d'usure énergétique (contact oscillant sous différentes conditions),  $K_e = 415\mu\text{m}^3/\text{J}$ , d'après [FLK<sup>+</sup>03]

Si on définit  $k$  comme la probabilité qu'un contact forme un débris, il s'agit du rapport  $\frac{n^*}{n}$ ,  $n$  étant le nombre de sommets en contact. On en déduit le coefficient d'usure :

$$k = \exp\left(-\frac{2a^{*2}}{R\sigma}\right) \quad (3.48)$$

Ce coefficient d'usure dépend des caractéristiques des matériaux ( $a^*$ ) mais aussi des caractéristiques des sommets des aspérités  $R\sigma$ . En utilisant les relations du chapitre précédents :  $R\sigma = \lambda_x\lambda_y$ . Donc :

$$k = \exp\left(-\frac{2a^{*2}}{\lambda_x\lambda_y}\right) \quad (3.49)$$

Il est donc souhaitable de limiter la taille latérale des aspérités pour réduire l'usure.

### 3.3.6 Mesure de l'usure

L'usure est généralement mesurée au cours d'un test de frottement sur un tribomètre. Des techniques simples de mesure d'usure permettent d'évaluer la quantité de matière enlevée :

- Pesée : pesée de l'échantillon avant et après le test de frottement au moyen d'une balance de précision ;
- Mesure de cote : Mesure de la variation de longueur d'un échantillon avant et après le test de frottement, dans le cas d'une usure uniformément répartie ;
- Mesure du volume usé : Mesure de topographie avant et après test pour évaluer le volume enlevé pour créer la piste d'usure.

Les outils de mesure de topographie de surface (voir paragraphe 1.3.2), permettent d'évaluer les hauteurs d'une surface après usure comme sur les exemples de la figure 3.24. Il est ensuite possible de tracer des profils à différents endroits pour mesurer l'aire de la piste d'usure puis le volume de matière enlevée (figure 3.25). Ces profils présentent généralement des bourrelets résultant de la déformation plastique du matériau. Notons qu'on peut aussi observer une augmentation de volume ou de masse en raison des transferts de matière dus à l'adhésion. Il est alors difficile de mesurer effectivement l'usure.



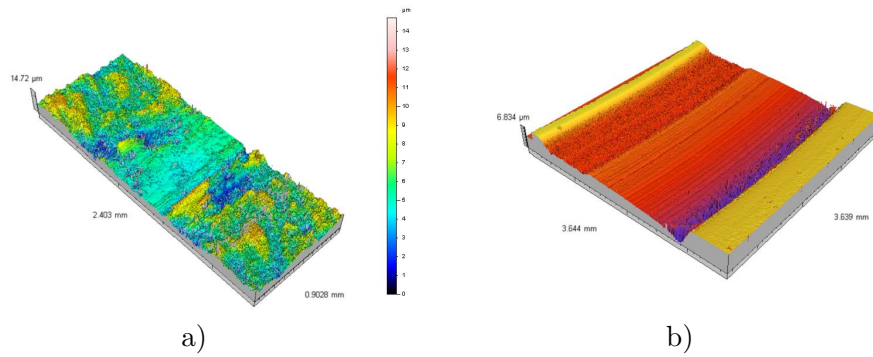


FIGURE 3.24 – Exemples de piste d'usure (source Pprime) a) Piste en acier après frottement avec un pion en acier b) Piste d'une garniture mécanique après frottement.

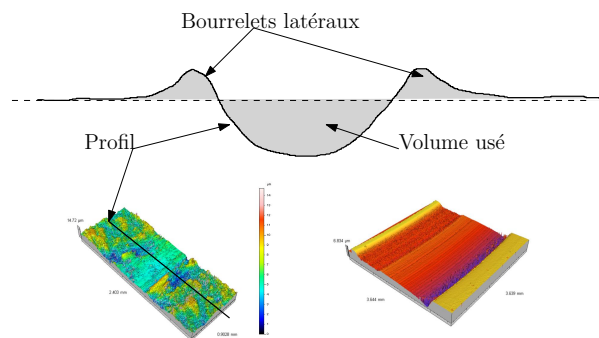


FIGURE 3.25 – Mesure du volume d'usure

En mesurant le volume de matière usée à différents instants au cours d'un test tribologique, il est possible d'évaluer le coefficient d'usure  $K$ . Le tableau 3.4 donne des valeurs indicatives pour des couples de matériaux usuels. Ces valeurs sont à utiliser avec précaution car elles peuvent varier de façon notable suivant les conditions de fonctionnement.

### 3.4 Théorie du troisième corps

Dans ce chapitre nous avons présenter les principaux mécanismes de frottement et d'usure des matériaux. Ceux-ci sont liés à l'adhésion et aux déformations plastiques qui dépendent des caractéristiques des surfaces (énergie de surface, dureté, paramètres de rugosité) et des matériaux (module d'élasticité). Cependant le phénomène d'usure conduit à la création de débris qui vont adhérer aux surfaces ou sortir du contact. Ces particules d'usure vont réagir chimiquement avec l'environnement pour former des oxydes ou d'autre composés qui peuvent avoir des comportement très différents des surfaces initiales. L'éléva-

| Matériaux                             | $K$ ( $mm^3/N.m$ )  |
|---------------------------------------|---------------------|
| Métal / Métal                         | $10^{-4} - 10^{-3}$ |
| Polymère / Métal                      | $10^{-5} - 10^{-4}$ |
| Composites+lubrifiant solides / Métal | $10^{-7} - 10^{-5}$ |
| Garniture de frein / Métal            | $10^{-5} - 10^{-4}$ |

TABLE 3.4 – Valeurs indicatives de coefficients de coefficient d'usure  $K$  de matériaux usuels en frottement à sec [Gra08].

tion locale de température peut en outre favoriser certaines réactions chimiques telles que l'oxydation voire la fusion des matériaux [AL90]. Enfin, la topographie initiale des surfaces est rapidement modifiée au cours du frottement ce qui risque d'affecter l'aire de contact et le coefficient de frottement. Cette discussion met en évidence la complexité du problème et la difficulté de prédire la valeur des coefficients de frottement ou d'usure. Des théories plus avancées ont été proposées pour décrire le problème du frottement entre solides parmi lesquelles on trouve la théorie du troisième corps [Sta05].

La figure 3.26 présente le principe de la théorie du troisième corps. Les particules et débris d'usure constituent un troisième corps qui va séparer les deux solides initialement en contact. L'étude du contact revient à étudier l'écoulement de ce troisième corps et plus particulièrement les différents débits. Le débit de production (source) provient de l'usure des solides. Les particules vont ensuite s'écouler sous l'effet du cisaillement résultant du glissement des deux premiers corps. Certaines particules vont être éjectées du contact et d'autres vont être recyclées (entrer à nouveau dans le contact). La difficulté est de caractériser ces différents débits. Les principaux phénomènes décrits précédemment peuvent être modélisés par cette approche :

- usure = production du troisième corps ;
- frottement = rhéologie du troisième (comparable à la viscosité d'un fluide).

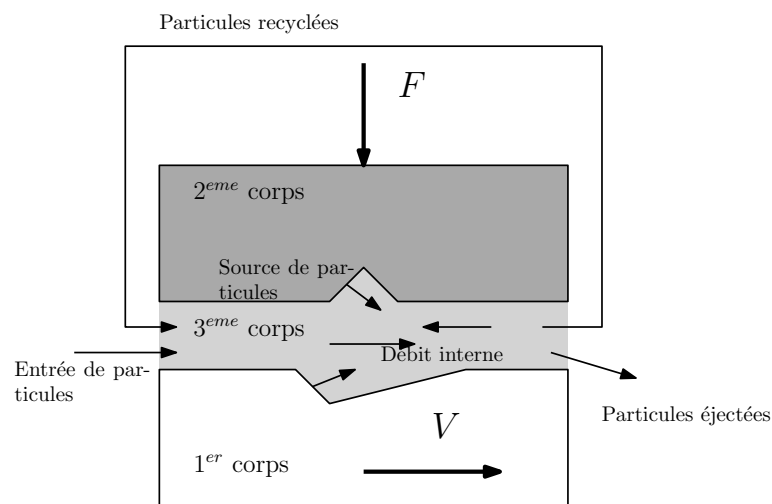


FIGURE 3.26 – Débit de troisième corps dans un contact, d'après Berthier [Sta05].

Cette approche qui prend en compte les débris dans le contact peut être simulée par des méthodes numériques avancées s'appuyant sur les éléments discrets par exemple (voir figure 3.27). Ces approches sont prometteuses et permettront certainement à l'avenir une meilleure prédiction de la durée de vie des contacts.

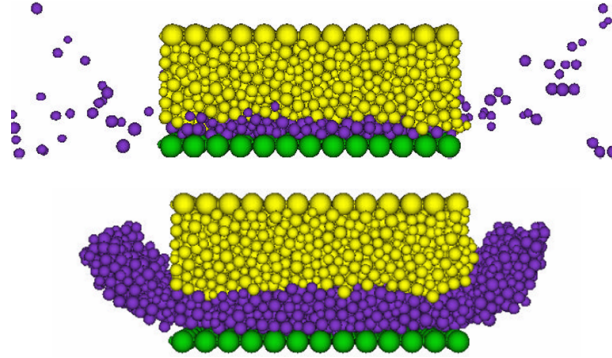


FIGURE 3.27 – Simulation de l'usure par éléments discrets[Fil04]

### 3.5 Synthèse

- Le frottement (dans les métaux) résulte principalement de liaisons adhésives et de déformations plastiques dans les zones de contact.
- La puissance dissipée  $TV$  ou pression  $p_n$  par vitesse  $V$  conduit à une augmentation de la température du contact ;
- Les matériaux sont limités par la température et le produit  $p_n \times V$  [Gra08] :
  - Métal :  $\sim 1W/mm^2$
  - Céramique :  $\sim 0.4W/mm^2$
  - Composite polymère+lubrifiant solide  $\sim 1.5$  à  $\sim 3W/mm^2$
- Le mécanisme d'usure peut être abrasif (déformation plastique). Pour limiter l'usure :
  - Augmenter la dureté  $H$  des matériaux ;
  - Diminuer l'index de plasticité  $\psi$ .
- Le mécanisme d'usure peut être adhésif. Pour limiter l'usure :
  - Augmenter l'index d'adhésion  $\alpha$ .
- Le volume de matière usée  $w$  est proportionnel à :
  - La force normale  $F$
  - La distance de glissement  $d$
  - ou à l'énergie dissipée dans le contact  $E_d$
  - un coefficient  $k$  de probabilité de formation d'un débris
  - On peut réduire  $k$  en réduisant la taille latérale des rugosités  $\lambda$

**Deuxième partie**

**Interaction fluide solides : Régime  
lubrifié**



# Chapitre 4

## Les lubrifiants

### 4.1 Définition

Un lubrifiant est une substance qui va être déposée dans un contact pour assurer les fonctions suivantes :

1. permettre la séparation des surfaces. Cette fonction est essentiellement assurée par la viscosité du fluide comme nous le verrons dans les chapitres suivants. L'objectif de la séparation des surfaces est d'empêcher le contact direct des solides et donc le frottement puis l'usure
2. protéger les surfaces principalement contre des réactions chimiques avec l'environnement (corrosion, oxydation)
3. évacuer du contact les débris (particule d'usure ou autres), les polluants, la chaleur générée, etc.

### 4.2 Composition des lubrifiants

Un lubrifiant est composé d'une huile de base qui peut être minérale ou de synthèse et d'additifs. Dans la cas d'une graisse, on ajoute à l'huile des additifs épaississants. Cet aspect ne sera pas abordé ici.

#### 4.2.1 Les huiles minérales

Les huiles minérales sont directement obtenues par distillation du pétrole (figure 4.1). Le matériau de base est relativement visqueux et est ensuite raffiné afin d'obtenir différents types d'huile qui se différencient par leur structure chimique et leur viscosité comme le montre la figure 4.2. Toutes ces huiles sont des hydrocarbures et sont donc uniquement composées d'atomes de carbone  $C$  et d'hydrogène  $H$ .

Le tableau 4.1 présente les trois grandes familles d'huile minérale : paraffinique, naphénique et aromatique. Leur structure moléculaire et leur niveau de viscosité différent.

#### 4.2.2 Les huiles de synthèse

Les huiles minérales présentent des limitations (notamment une forte dépendance de la viscosité à la température) qui a conduit au développement d'huile plus performantes dites de synthèse. Leur obtention nécessite un processus chimique qui est généralement beaucoup plus coûteux que la distillation et le raffinage. On identifie différentes familles parmi lesquelles (voir tableau 4.2) :

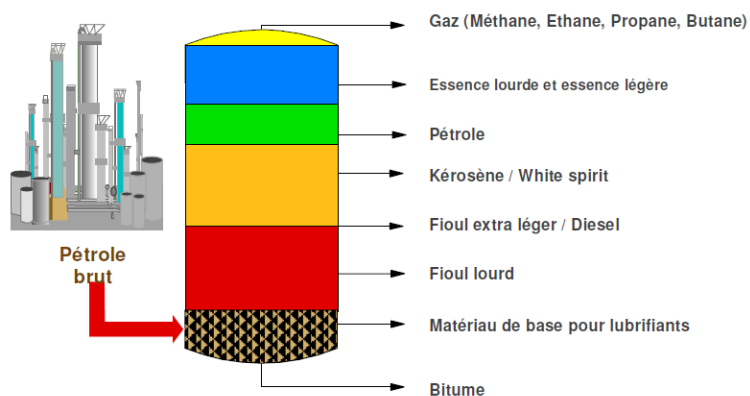


FIGURE 4.1 – Distillation du pétrole [Cle09].

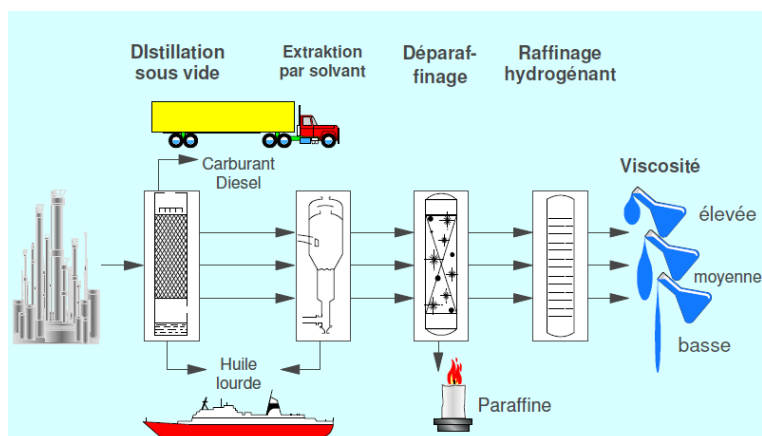


FIGURE 4.2 – Fabrication des huiles minérales [Cle09].

| Viscosité élevée  | Viscosité moyenne  | Viscosité faible   |
|---|--|--|
| $\begin{array}{c} \text{H}_3\text{C}-\text{C}_2-\text{C}_2-\text{C}_2-\text{CH}_3 \\   \quad   \quad   \\ \text{H}_2 \quad \text{H}_2 \quad \text{H}_2 \end{array}$ | $\begin{array}{c} \text{H}_2 \\   \\ \text{H}_2\text{C}-\text{C}_2-\text{CH}_2 \\   \quad   \\ \text{H}_2\text{C}-\text{C}_2-\text{CH}_2 \\   \\ \text{H}_2 \end{array}$ | $\begin{array}{c} \text{H} \\   \\ \text{HC}=\text{CH} \\    \quad   \\ \text{HC} \quad \text{CH} \\   \\ \text{C}=\text{H} \end{array}$ |
| Paraffine (Hexane)  | Naphtène (Cyclohexane)   | Aromate (Benzene)  |

TABLE 4.1 – Familles d'huiles minérales.

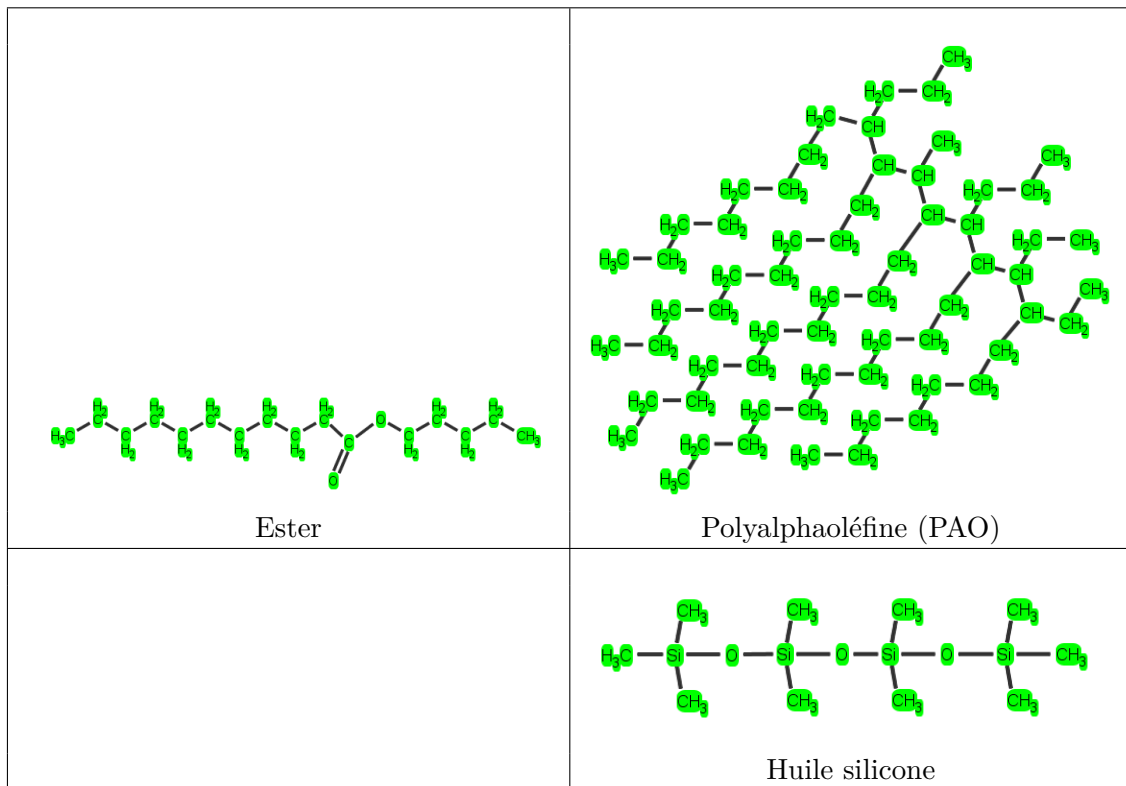


TABLE 4.2 – Quelques huiles de synthèse

- Les esters qui se distinguent par la présence d'atome d'oxygène ;
- Les polyalphaoléfines (généralement appelées PAO) qui contiennent uniquement des atomes *C* et *H* mais qui se présentent sous forme de longues ramifications attachées à une chaîne principale ;
- les huiles silicones qui contiennent des atomes de silicium *Si* ;
- etc.

La viscosité de l'huile est généralement liée à la masse moléculaire (voir figure 4.3). Le contrôle de la taille des molécules permet donc de contrôler la viscosité résultante.

### 4.2.3 Les additifs

Les performances des lubrifiants sont généralement améliorées grâce à l'ajout d'additifs. Ces derniers peuvent être classés en trois catégories selon leur principale fonction [Cle09] :

1. Protéger les surfaces :
  - Détergent ;
  - Dispersant ;
  - Extrême pression, anti-usure ;
  - Anti-corrosion ;
  - Modificateur de frottement.
2. Améliorer le lubrifiant :
  - Modificateur de viscosité ;
  - Modificateur de point d'écoulement.
3. Protéger le lubrifiant :
  - Anti-oxydant ;



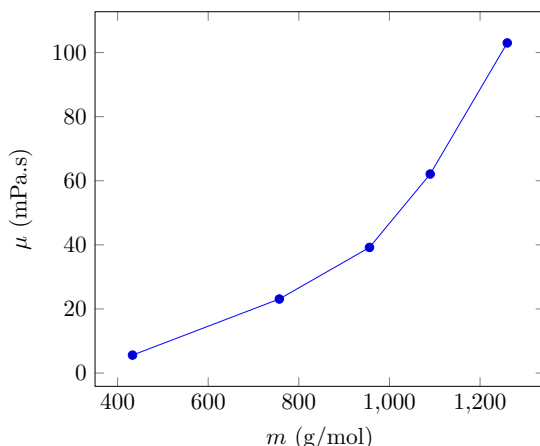


FIGURE 4.3 – Viscosité en fonction de la masse molaire de différentes huiles PAO [ZLC<sup>+</sup>12]

— Anti-mousse.

Cette liste présente les principaux additifs mais n'est bien sûr pas exhaustive. Le tableau 4.3 donne, pour chacun de ces additifs, leur rôle et leurs mécanismes d'actions.

### 4.3 Viscosité

En lubrification, la viscosité est un paramètre clé comme nous le verrons dans les chapitres suivants. Il est nécessaire de connaître sa valeur.

#### 4.3.1 Définition et mesure de la viscosité

La viscosité est la résistance opposée par un fluide à tout glissement interne de ses molécules les unes par rapport aux autres. Prenons l'exemple de la figure 4.4 où un fluide visqueux est placé entre deux surfaces planes parallèles. La surface supérieure est animée d'une vitesse constante  $V$  alors que la surface inférieure est immobile. En raison de sa viscosité, le fluide adhère parfaitement aux parois. Un gradient de vitesse va donc se créer dans la lame fluide. La résistance au glissement interne des molécules conduit à l'apparition d'une contrainte de cisaillement  $\sigma_{xy}$ . Cette contrainte est liée au gradient de vitesse par la loi de Newton :

$$\sigma_{xy} = \tau = \mu \frac{dv}{dy} \quad (4.1)$$

où  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide. Donc plus un fluide est visqueux plus la contrainte de cisaillement sera élevée pour une même valeur de gradient de vitesse. L'unité de viscosité est le  $Pa.s$ . On utilise également la viscosité cinématique qui est le rapport entre la viscosité dynamique et la densité du fluide :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (4.2)$$

L'unité de la viscosité cinématique est le  $m^2/s$ . le tableau 4.4 présente les unités de viscosité cinématique et dynamique. La  $cPo$  et le  $cSt$  sont des unités du système CGS couramment utilisées dans l'industrie. Toutefois, il est conseillé d'utiliser les unités du système SI. La viscosité de quelques fluides est donnée dans le tableau 4.5.

La viscosité d'un fluide se mesure au moyen d'un viscosimètre. On en trouve de nombreux types parmi lesquels :

| Additif                            | Rôle  | Mode d'action   |
|------------------------------------|---|---|
| Anti-usure, extrême pression       | Réduire l'usure et le frottement, prévenir du grippage.                                   | Ces additifs réagissent chimiquement avec la surface métallique pour former un film sacrificiel présentant une résistance au cisaillement plus faible que le métal. |
| Anti-corrosion                     | Empêcher la corrosion des surfaces.   | Formation d'un film adsorbé sur la surface qui protège de la corrosion. Dans certains cas, additifs basiques pouvant neutraliser des acides corrosifs.              |
| Détergent                          | Empêcher l'attaque des surfaces par des produits acides et limiter la formation de dépôt. | Forme une pellicule autour des particules les empêchant de se déposer. Réagit avec et neutralise les acides.  |
| Dispersant                         | Empêcher l'agglomération des particules.  | Les longues chaînes hydrocarbonées des dispersants maintiennent les particules en suspension dans l'huile.  |
| Anti-oxydation                     | Empêcher l'oxydation du lubrifiant.   | Décompose les composants (hydroperoxydes) qui conduisent à l'oxydation des huiles.  |
| Anti-mousse                        | Empêcher la formation de mousse dans le lubrifiant.                                       | Réduit la tension de surface du lubrifiant pour faciliter la destruction des bulles d'air.  |
| Modificateur de frottement         | Modifier le coefficient de frottement entre les surfaces.                                 | Forme un film adsorbé durable sur les surfaces qui réduit le frottement.  |
| Modificateur de point d'écoulement | Faciliter l'écoulement à basse température.   | Empêche la formation de réseaux cristallins qui gênent l'écoulement du fluide.  |
| Modificateur de viscosité          | Minimiser la variation de viscosité avec la température.                                  | S'associe aux molécules de lubrifiant lorsque la température augmente de façon à limiter la chute de viscosité.   |

TABLE 4.3 – Principaux additifs [Riz97, Cle09].

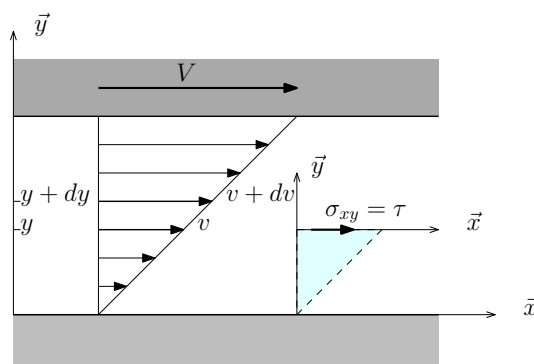


FIGURE 4.4 – Écoulement d'un fluide visqueux entre deux surfaces planes parallèles.

| Viscosité                            | Système CGS                | Système SI | Correspondance                  |
|--------------------------------------|----------------------------|------------|---------------------------------|
| Dynamique $\mu$                      | Poise ( $1Po = 1g/cm.s$ )  | $Pa.s$     | $1cPO = 1mPa.s$                 |
| Cinématique $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ | Stokes ( $1St = 1cm^2/s$ ) | $m^2/s$    | $1cSt = 10^{-6}m^2/s = 1mm^2/s$ |

TABLE 4.4 – Les unités de viscosité.

| Fluide en conditions ambiantes | $\mu$ ( $Pa.s$ )     | $\nu$ ( $m^2/s$ )                |
|--------------------------------|----------------------|----------------------------------|
| Air                            | $1.8 \times 10^{-5}$ | $1.5 \times 10^{-5}$             |
| Eau                            | 0.001                | $10^{-6}$                        |
| Huiles minérales               | 0.01 à 1.5           | $10^{-5}$ à $1.5 \times 10^{-4}$ |
| Miel                           | $\approx 10$         | $\approx 0.01$                   |

TABLE 4.5 – Viscosité de quelques fluides.

- Viscosimètre de Couette (voir figure 4.5 a) ;
- Viscosimètre à chute de bille ;
- Viscosimètre à cône ;
- Viscosimètre à capillaire (voir figure 4.5 b).

Dans le viscosimètre de Couette, le fluide est placé dans l'espace entre une cavité cylindrique et un arbre en rotation. Le couple de frottement  $C_f$  sur la partie fixe dépend de la viscosité du fluide :

$$C_f = \frac{2\pi\mu R^3 L\omega}{c} \quad (4.3)$$

Ce viscosimètre offre l'avantage de pouvoir modifier le gradient de vitesse  $\omega R/c$  imposé au lubrifiant,  $\omega$  étant la vitesse de rotation. En revanche, la mesure du couple de frottement est toujours délicate à réaliser et nuit à la précision de mesure de la viscosité. Le viscosimètre à capillaire est beaucoup plus précis car il suffit de mesurer le débit d'écoulement  $Q$  du fluide au travers d'un tuyau de faible diamètre (capillaire) :

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\mu} \frac{p_1 - p_2}{L} = \frac{\pi R^4}{8\mu} \rho g \quad (4.4)$$

Cependant, l'écoulement est contrôlé par les forces de gravité et il n'est pas possible d'ajuster le gradient de vitesse.

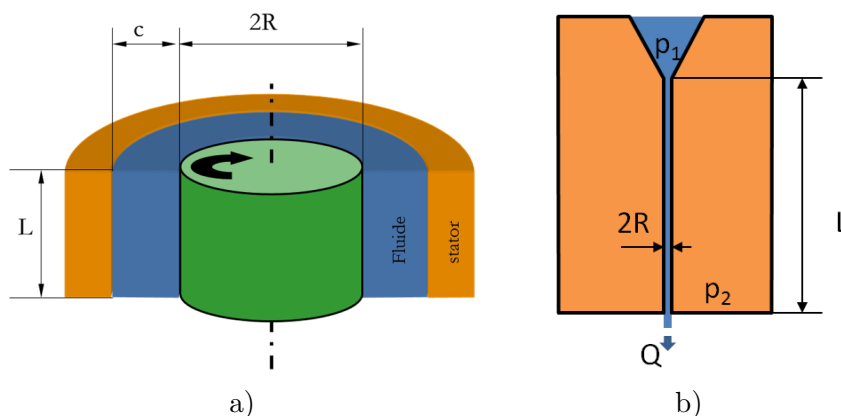


FIGURE 4.5 – Exemples de viscosimètres : a) Viscosimètre de Couette - b) Viscosimètre à capillaire.

### 4.3.2 Lois de variation de la viscosité

La viscosité des fluides n'est pas un paramètre constant mais varie sensiblement avec les paramètres d'état du fluide (pression et température).

La figure 4.6 présente l'évolution de la viscosité de deux huiles différentes et de l'eau à pression atmosphérique sur une plage de température comprise entre 20 et 100°C. On remarque que la viscosité peut chuter d'un ordre de grandeur sur cette plage de température. Il est donc primordial de pouvoir décrire l'effet de la température sur la viscosité d'un fluide par une expression mathématique. Une loi couramment utilisée est celle de Reynolds [Rey86] :

$$\mu(T) = \mu_0 e^{-\beta(T-T_0)} \quad (4.5)$$

où  $\mu_0$  est la viscosité à la température  $T_0$  et  $\beta$  le coefficient de thermoviscosité. Pour les huiles normalisées, la variation de viscosité est plutôt décrite par la loi de Mc Coull et Walther [Aye97] :

$$\nu(T) + a = e^{\frac{B}{T^n}} \quad (4.6)$$

où  $\nu$  est la viscosité cinématique exprimée en  $mm^2/s$  et  $T$  la température en Kelvins. Le coefficient  $a$  vaut généralement  $0.7 mm^2/s$ . Pour ces deux lois, il est nécessaire de connaître la viscosité du fluide à deux températures différentes pour établir la valeur des différents coefficients.

Plus  $\beta$  ou  $n$  seront élevées, plus la viscosité variera rapidement avec la température. Pour les huiles, on fait référence à un indice de viscosité qui traduit la rapidité de la variation de la viscosité avec la température. Initialement cet indice était compris entre 0 et 100. 0 signifie une forte dépendance à la température. Le développement d'huiles de synthèse a permis de limiter la variation de viscosité avec la température et on trouve couramment des huiles avec un indice de viscosité supérieur à 100.

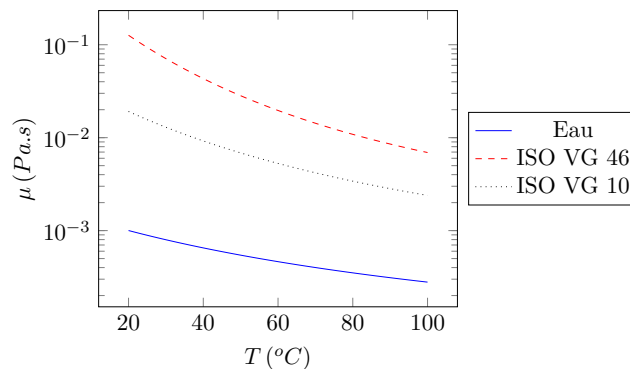


FIGURE 4.6 – Variation de la viscosité avec la température.

Lorsqu'une huile est soumise à une pression élevée, sa viscosité peut augmenter. On décrit généralement l'augmentation de viscosité par la loi de Barus [Aye97] :

$$\mu(p) = \mu_0 e^{\alpha p} \quad (4.7)$$

où  $\alpha$  est le coefficient de piezo-viscosité. Ce dernier varie entre  $5 GPa^{-1}$  et  $40 GPa^{-1}$ . La figure 4.7 présente l'évolution du rapport  $\mu(p)/\mu_0$  lorsque la pression augmente pour les deux valeurs extrêmes de  $\alpha$ . Pour les pressions inférieures à  $1 MPa$ , il n'y a pas d'effet sensible. En revanche pour des valeurs de pression plus grandes, la viscosité augmente fortement et peut être multipliée par 100000.

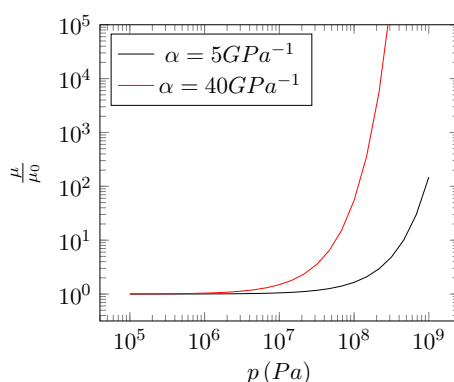


FIGURE 4.7 – Amplification de la viscosité avec la pression.

### 4.3.3 Classement normalisé des huiles

Les huiles sont généralement classées en fonction de leur viscosité. Il existe différents classements suivant l'application.

Pour les huiles industrielles, on utilise le classement ISO. Chaque huile est désignée par ISO VG (pour Viscosity Grade) suivie d'un nombre qui indique sa viscosité cinématique à 40°C en  $mm^2/s$ . Le tableau 4.6 présente les différents grades de viscosité disponible dans le classement ISO.

Les huiles moteurs n'entrent pas dans cette norme et s'appuient plutôt sur le classement SAE (Society of Automotive Engineers) présenté dans le tableau 4.7. Le classement est composé d'un chiffre qui peut être suivi d'un W pour les huiles utilisables à basse température (Winter). On parle d'huile monograde. Actuellement les huiles disponibles sont généralement multigrade en raison de leur plus faible dépendance à la température. Leur désignation associe un grade hiver comme 5W et un grade été comme 30 soit 5W30. Les caractéristiques à basse température sont alors celles d'une huile 5W et la viscosité à 100°C est celle d'une huile 30.

### 4.3.4 Comportements particuliers

Les lubrifiants n'ont pas toujours un caractère Newtonien sur toute leur plage d'utilisation. Notamment lorsque le gradient de vitesse  $\frac{dv}{dy}$  augmente, la viscosité peut varier. Si elle diminue on parle de fluide rhéo-amincissant. Au contraire, si la viscosité augmente avec le gradient de vitesse, on parle de fluide rhéo-épaississant. Nous nous limiterons ici au cas de fluide Newtonien.

## 4.4 Les éco-lubrifiants

Entre 2007 et 2013, la consommation mondiale de lubrifiants s'est élevée à 40 millions de tonnes par an [Pha14]. Ces lubrifiants qui sont dangereux pour l'environnement nécessitent d'être recyclés. Un effort important est donc fait pour développer des éco-lubrifiants. Par définition, ils doivent être biodégradables et non-toxique pour l'environnement et les humains. Ces lubrifiants peuvent être des huiles végétales (colza) ou des huiles de synthèse obtenues à partir de végétaux ou éventuellement de pétrole. L'écolabel européen ([www.ecolabel.eu](http://www.ecolabel.eu)) définit les critères pour qu'un fluide puisse prétendre à l'appellation éco-lubrifiant. Parmi des éco-lubrifiants prometteurs, on peut citer le mélange eau-glycérol qui permet d'atteindre des performances équivalentes à des lubrifiants usuels [SMG<sup>+</sup>14].

| ISO Viscosity grade | Viscosité cinématique à 40°C ( $mm^2/s$ ) |             |      |
|---------------------|---|-------------|------|
|                     | min                                       | moy         | max  |
| ISO VG 2            | 1.98                                      | <b>2.2</b>  | 2.42 |
| ISO VG 3            | 2.88                                      | <b>3.2</b>  | 3.52 |
| ISO VG 5            | 4.14                                      | <b>4.6</b>  | 5.06 |
| ISO VG 7            | 6.12                                      | <b>6.8</b>  | 7.48 |
| ISO VG 10           | 9   | <b>10</b>   | 11   |
| ISO VG 15           | 13.5                                      | <b>15</b>   | 16.5 |
| ISO VG 22           | 19.8                                      | <b>22</b>   | 24.2 |
| ISO VG 32           | 28.8                                      | <b>32</b>   | 35.2 |
| ISO VG 46           | 41.4                                      | <b>46</b>   | 50.6 |
| ISO VG 68           | 61.2                                      | <b>68</b>   | 74.8 |
| ISO VG 100          | 90  | <b>100</b>  | 110  |
| ISO VG 150          | 135                                       | <b>150</b>  | 165  |
| ISO VG 220          | 198                                       | <b>220</b>  | 242  |
| ISO VG 320          | 288                                       | <b>320</b>  | 352  |
| ISO VG 460          | 414                                       | <b>460</b>  | 506  |
| ISO VG 680          | 612                                       | <b>680</b>  | 748  |
| ISO VG 1000         | 900                                       | <b>1000</b> | 1100 |
| ISO VG 1500         | 1350                                      | <b>1500</b> | 1650 |

TABLE 4.6 – Classement normalisé des huiles ISO VG.

| SAE | Viscosité max ( $mPa.s$ ) |           | Viscosité cin. à 100°C ( $mm^2/s$ ) |      |
|-----|---------------------------|-----------|-------------------------------------|------|
|     | Démarrage                 | Temp (°C) | mini                                | maxi |
| 0W  | 6200                      | -35       | 3.8                                 |      |
| 5W  | 6600                      | -30       | 3.8                                 |      |
| 10W | 7000                      | -25       | 4.1                                 |      |
| 15W | 7000                      | -20       | 5.6                                 |      |
| 20W | 9500                      | -15       | 5.6                                 |      |
| 25W | 13000                     | -10       | 9.3                                 |      |
| 20  |                           |           | 5.6                                 | 9.3  |
| 30  |                           |           | 9.3                                 | 12.5 |
| 40  |                           |           | 12.5                                | 16.3 |
| 50  |                           |           | 16.3                                | 21.9 |
| 60  |                           |           | 21.9                                | 26.1 |

TABLE 4.7 – Classement normalisé SAE des huiles moteurs

Notons que l'air et l'eau constitue des lubrifiants tout à fait écologiques. Ils présentent en outre l'avantage d'être disponible en grande quantité à coût quasiment nul. Malheureusement ils présentent certaines limitations. L'eau réagit avec de nombreux matériaux et l'air, du fait de sa compressibilité et sa faible viscosité, ne peut être utilisé que pour de faibles charges (voir chapitre 10 sur la lubrification par un gaz).

## 4.5 Les lubrifiants solides

Dans certains environnements extrêmes, il n'est pas possible d'utiliser des lubrifiants fluides. C'est le cas d'applications cryogéniques, d'applications à très haute température ou dans l'espace. On fait alors appel à des lubrifiants solides. Ils sont déposés en couches entre les solides en frottement et jouent le rôle d'un troisième corps qui peut se cisailer facilement pour réduire le frottement et limiter l'usure. Les lubrifiants peuvent avoir une structure lamellaire comme le graphite ou la bisulfure de molybdène ( $MoS_2$ ) dont les couches glissent facilement l'une sur l'autre (voir figure 4.8). On trouve également des lubrifiants plastiques comme le PTFE (polytetrafluoroéthylène) dont la faible énergie de surface permet de réduire le frottement.

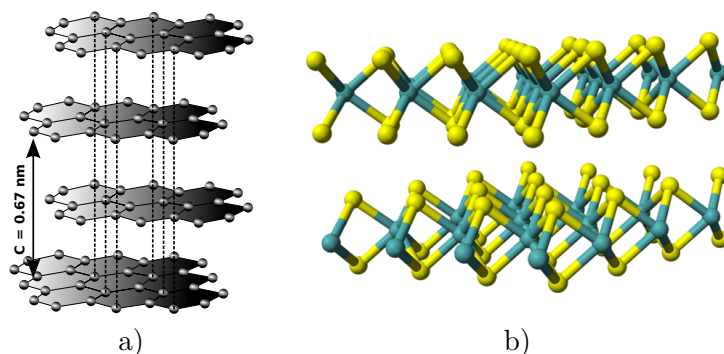


FIGURE 4.8 – Exemples de lubrifiants solides : a) graphite <sup>a</sup> - b) bisulfure de molybdène <sup>b</sup>.

a. Par Graphit gitter.png : Anton (rp) 2004derivative work : Yoschi (talk)? Graphit gitter.png, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=8104259>

b. Par Ben Mills? Travail personnel, Domaine public, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2976497>

## 4.6 Synthèse

- Les lubrifiants sont principalement caractérisés par leur viscosité  $\mu$  ;
- Ce paramètre traduit la résistance au glissement interne des molécules ;
- Les huiles moteurs ou ISO sont classées en fonction de leur viscosité et de la manière dont elles varient avec la température.
- Des lois empiriques (Reynolds ou Mc Coull et Walther) permettent de décrire la viscosité en fonction de la température.

## Chapitre 5

# L'équation de Reynolds

L'équation qui a été établie par Reynolds en 1886 [Rey86] et porte son nom, permet de calculer le champ de pression dans un film lubrifiant séparant deux surfaces solides. Ce chapitre va permettre d'établir cette équation.

### 5.1 Démonstration intuitive de l'équation de Reynolds

Prenons l'exemple de l'écoulement d'un fluide entre deux plans. Le plan supérieur est immobile alors que le plan inférieur est animé d'une vitesse  $U$  suivant  $\vec{x}$ . Comme nous l'avons vu dans le chapitre sur les lubrifiants, un profil de vitesse, qui varie linéairement entre la vitesse  $U$  de la plaque inférieure et une vitesse nulle sur la face supérieure, va s'établir (figure 5.1 a). Le débit de fluide est égal à l'aire du triangle représentant le profil de vitesse.

Si le plan supérieur est incliné et que nous considérons que les profils de vitesse gardent la même allure, il y a un problème de conservation de la masse. En effet les aires des deux triangles représentés sur la figure 5.1 b) sont différentes. Les profils de vitesse ne sont donc pas corrects et un autre phénomène doit se produire.

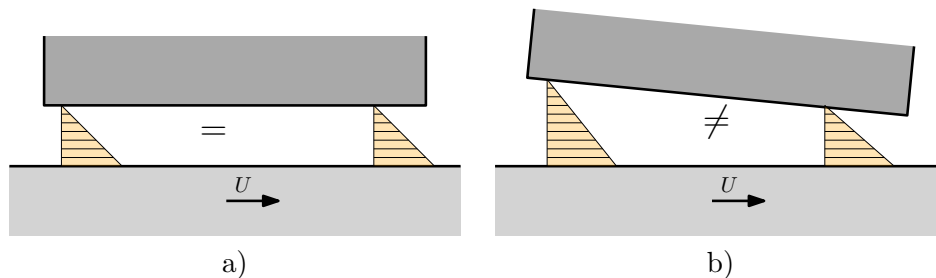


FIGURE 5.1 – Écoulement entre deux plans a) parallèles b) inclinés.

La figure 5.2 présente une expérience qui reproduit la figure 5.1 b). Un tapis roulant entraîne de l'huile sous un plan incliné fixe. Des tubes manométriques placés sur le plan incliné mettent en évidence la création d'un champ de pression lors de la mise en mouvement du tapis. Cette pression va bien sûr modifier les profils de vitesse de façon à assurer la conservation de la masse.

Isolons un volume élémentaire de fluide comme sur la figure 5.3. Il est soumis à des pressions  $p$  et des contraintes de cisaillement  $\tau$ . La somme des forces suivant  $\vec{x}$  conduit à



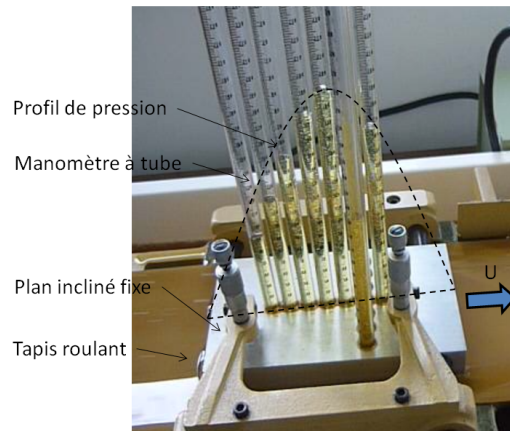


FIGURE 5.2 – Écoulement entre un tapis roulant et un plan incliné (source Pprime).

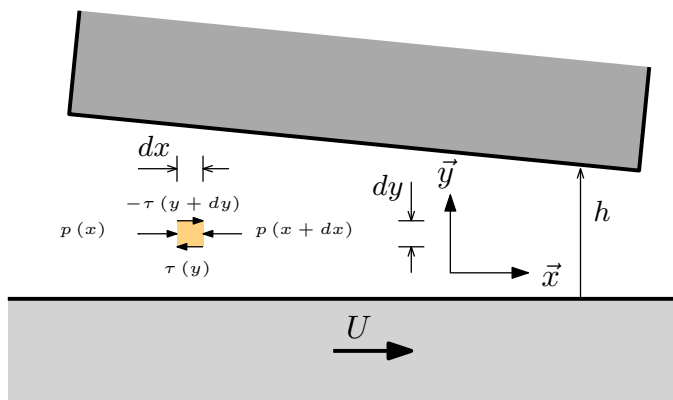


FIGURE 5.3 – Étude d'un volume élémentaire de fluide.

la relation suivante :

$$p(x) dy + \tau(y + dy) dx - p(x + dx) dy - \tau(y) dx = 0 \quad (5.1)$$

Nous ferons l'hypothèse que la pression ne varie pas suivant l'épaisseur du film et qu'elle est donc uniquement une fonction de  $x$ . Il vient alors :

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (5.2)$$

Le cisaillement  $\tau$  a été remplacé par le gradient de vitesse, d'après la loi rhéologique du fluide établie dans le paragraphe 4.3. Cette relation peut être intégrée par rapport à  $y$  pour exprimer le profil de vitesse :

$$u(y) = \frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y^2 + ay + b \quad (5.3)$$

Les constantes  $a$  et  $b$  sont calculées en utilisant l'hypothèse que la vitesse du fluide est égale à celle des parois :

$$u(0) = U \quad u(h) = 0 \quad (5.4)$$

L'expression du profil de vitesse est finalement :

$$u(y) = \underbrace{\frac{1}{2\mu} \frac{dp}{dx} y(y-h)}_{\text{Poiseuille}} + \underbrace{U \left(1 - \frac{y}{h}\right)}_{\text{Couette}} \quad (5.5)$$

L'écoulement a donc deux composantes :

- une composante de forme parabolique générée par le gradient de pression  $\frac{dp}{dx}$ . C'est la composante de Poiseuille ;
- une composante de forme linéaire générée par la vitesse de glissement  $U$ . C'est la composante de Couette.

Suivant le signe du gradient de pression, le profil de vitesse pourra avoir différentes allures comme illustré sur la figure 5.4. Si le gradient de pression provoque un écoulement inverse de suffisamment grande amplitude, il est possible d'obtenir une recirculation du fluide. Même si l'exemple traité ici est relativement simple il montre que les profils de vitesse dans les film minces sont la somme d'un profil parabolique (Poiseuille) et d'un profil linéaire (Couette).

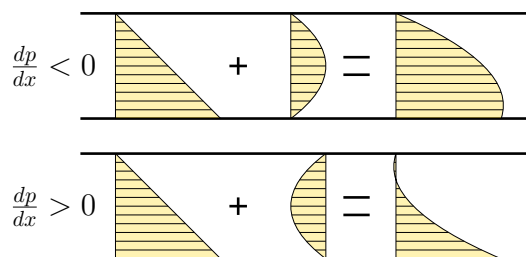


FIGURE 5.4 – Profils de vitesse dans un film mince.

Ces résultats vont nous permettre d'expliquer la pression générée dans l'expérience de la figure 5.2. Comme le montre la figure 5.5, le gradient de pression est positif sur la partie gauche du plan incliné alors qu'il est négatif dans la partie droite. Les profils de vitesse obtenus ont alors des allures différentes mais permettent d'assurer la conservation de la

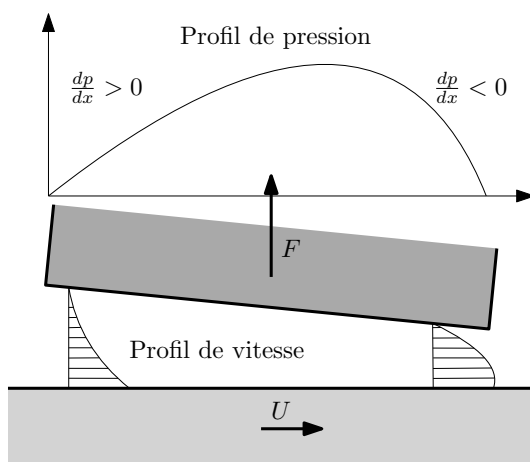


FIGURE 5.5 – Relation entre le profil de pression et les champs de vitesse pour un plan incliné.

masse car les aires des profils de vitesse sont identiques. Finalement, on peut conclure que lorsque le plan est incliné, une pression est naturellement générée de façon à assurer l'équilibre des débits de fluide et la conservation de la masse.

Poursuivons notre analyse en exprimant le débit  $Q$  traversant une section du film :

$$Q = \int_0^h u(y) dy = -\frac{h^3}{12\mu} \frac{dp}{dx} + U \frac{h}{2} \quad (5.6)$$

D'après la conservation de la masse, ce débit ne varie pas suivant  $x$  soit :

$$\frac{dQ}{dx} = 0 \quad (5.7)$$

Cette relation peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{dp}{dx} \right) = 6U \frac{dh}{dx} \quad (5.8)$$

La résolution de cette équation donne la distribution de pression dans le contact à partir de l'épaisseur du film  $h$ , la vitesse de glissement  $U$  et la viscosité du fluide  $\mu$ . C'est la version unidimensionnelle de l'équation de Reynolds.

## 5.2 Équation générale - coordonnées cartésiennes

Intéressons-nous au cas général de deux surfaces 1 et 2 en mouvement relatif comme indiqué sur la figure 5.6. La direction  $z$  est orientée perpendiculairement aux surfaces. Des points  $M_1$  et  $M_2$  situés respectivement sur les surfaces 1 et 2 ont des composantes de vitesse  $(U_1, V_1, W_1)$  et  $(U_2, V_2, W_2)$ . Nous noterons  $h_1$  et  $h_2$  la position suivant  $z$  de ces deux points.

Les surfaces sont séparées par un fluide Newtonien de densité  $\rho$  et de viscosité dynamique  $\mu$ . L'écoulement du fluide est régit par les équations de Navier-Stokes :

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (5.9)$$

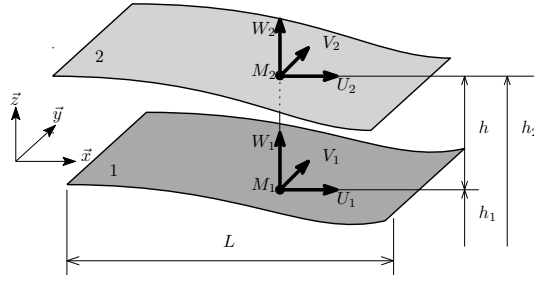


FIGURE 5.6 – Surfaces en mouvement relatif dans un repère cartésien.

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (5.10)$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (5.11)$$

Afin d'aboutir à l'équation de Reynolds il est nécessaire de simplifier ces équations. Pour cela, nous allons adimensionner les termes pour évaluer leur ordre de grandeur. Nous noterons  $L$  la longueur caractéristique suivant  $x$  et  $y$ ,  $h$  l'épaisseur caractéristique de film et  $V$  la vitesse caractéristique des parois. Nous supposons que la densité et la viscosité sont constantes. Les grandeurs sans dimension s'expriment :

$$\bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{y} = \frac{y}{L}, \quad \bar{z} = \frac{z}{h} \quad (5.12)$$

$$\bar{u} = \frac{u}{V}, \quad \bar{v} = \frac{v}{V}, \quad \bar{w} = \frac{wL}{Vh}, \quad \bar{t} = \frac{tV}{L} \quad (5.13)$$

$$\bar{p} = \frac{p}{P} \text{ avec } P = \frac{\mu VL}{h^2} \quad (5.14)$$

En utilisant ces notations dans les équations de Navier-Stokes, on montre que :

$$Re \epsilon \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \left( \epsilon^2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \epsilon^2 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{z}^2} \right) \quad (5.15)$$

$$Re \epsilon \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \left( \epsilon^2 \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \epsilon^2 \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{z}^2} \right) \quad (5.16)$$

$$Re \epsilon^2 \left( \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{y}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} + \left( \epsilon^4 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} + \epsilon^4 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} + \epsilon^2 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{z}^2} \right) \quad (5.17)$$

où apparaissent le nombre de Reynolds  $Re$  et le facteur d'aspect  $\epsilon$  :

$$\epsilon = \frac{h}{L} < 10^{-3} \quad (5.18)$$

$$Re = \frac{\rho V h}{\mu} \ll 1000 \quad (5.19)$$

Nous faisons ici l'hypothèse que l'épaisseur  $h$  du film est très faible devant les autres dimensions et que l'écoulement est laminaire et le nombre de Reynolds très faible. Le facteur d'aspect et le nombre de Reynolds contrôlent l'ordre de grandeur des différents termes des équations de Navier Stokes. En ne conservant que les termes d'ordre 1, une version simplifiée des équations est obtenue :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \quad (5.20)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \quad (5.21)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (5.22)$$

La dernière équation confirme l'hypothèse que nous avons retenue dans la première partie de ce chapitre, à savoir que la pression ne varie pas suivant l'épaisseur de film, c'est-à-dire suivant  $z$ . La pression étant indépendante de  $z$ , il est alors possible d'intégrer les équations pour obtenir les contraintes de cisaillement et les vitesses. Pour résoudre le problème, il faut en outre considérer que le fluide adhère parfaitement aux parois, c'est-à-dire que la vitesse du fluide sur une paroi est identique à la vitesse de cette paroi. On en déduit alors l'expression des vitesses dans le film :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial x} (z - h_1)(z - h_2) + U_1 \left( 1 - \frac{z - h_1}{h} \right) + U_2 \frac{z - h_1}{h} \quad (5.23)$$

$$v = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial y} (z - h_1)(z - h_2) + V_1 \left( 1 - \frac{z - h_1}{h} \right) + V_2 \frac{z - h_1}{h} \quad (5.24)$$

où  $h = h_2 - h_1$ . On peut également calculer les contraintes de cisaillement :

$$\tau_{xz} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial x} (2z - h_1 - h_2) - \mu \frac{U_1}{h} + \mu \frac{U_2}{h} \quad (5.25)$$

$$\tau_{yz} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial y} (2z - h_1 - h_2) - \mu \frac{V_1}{h} + \mu \frac{V_2}{h} \quad (5.26)$$

Pour obtenir l'équation de Reynolds, il faut introduire la loi de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (5.27)$$

Cette équation est ensuite intégrée suivant l'épaisseur du film et  $u$  et  $v$  sont remplacés par leurs expressions :

$$\int_{h_1}^{h_2} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} \right) dz = 0 \quad (5.28)$$

Après quelques transformations, on obtient l'équation de Reynolds :

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\rho h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6 \frac{\partial}{\partial x} [(U_1 + U_2) \rho h] + 6 \frac{\partial}{\partial y} [(V_1 + V_2) \rho h] + 12 \frac{\partial}{\partial t} (\rho h)} \quad (5.29)$$

Dans cette équation, la dérivée temporelle de  $h$  s'exprime :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = W_2 - U_2 \frac{\partial h_2}{\partial x} - V_2 \frac{\partial h_2}{\partial y} - W_1 + U_1 \frac{\partial h_1}{\partial x} + V_1 \frac{\partial h_1}{\partial y} \quad (5.30)$$

La résolution de l'équation de Reynolds nécessite de connaître la position  $h_1$  et  $h_2$  des parois ainsi que leurs composantes de vitesse et les caractéristiques du fluide. Notons que l'équation présentée ici est valable pour des fluides compressibles ou incompressibles dont la viscosité ne varie pas suivant  $z$ . Il est utile de rappeler les hypothèses ayant permis d'établir cette équation :

- Le film est mince devant les autres dimensions  $h \ll L$  ;
- Le fluide est Newtonien de viscosité constante suivant  $h$  ;
- La densité du fluide est constante suivant  $h$  ;
- Le fluide adhère parfaitement aux parois ;
- L'écoulement est laminaire et le nombre de Reynolds suffisamment petit pour que l'inertie du fluide soit négligeable ;
- Le milieu est continu.

La résolution de l'équation de Reynolds permet de calculer la distribution de pression dans le film, puis les vitesses et les contraintes. On peut ensuite en déduire des grandeurs macroscopiques comme les forces ou les débits de fluide. L'ensemble de ces forces et débits est représenté sur la figure 5.7. La force la plus intéressante est la force soulèvement  $F_z$  ou portance générée par la pression du fluide. Dans l'hypothèse où le domaine est rectangulaire de taille  $L_x$  par  $L_y$ , il vient :

$$F_z = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} p dx dy \quad (5.31)$$

En raison des contraintes de cisaillement dues à la viscosité du fluide, des forces de frottement sont générées dans les deux directions :

$$F_x = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \tau_{xz} dx dy \quad (5.32)$$

$$F_y = \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} \tau_{yz} dx dy \quad (5.33)$$

Enfin, il est possible de calculer les débits de fluide sur les frontières du domaine :

$$\dot{m}_x = \int_0^{L_y} \int_{h_1}^{h_2} \rho u dx dz \quad (5.34)$$

$$\dot{m}_y = \int_0^{L_x} \int_{h_1}^{h_2} \rho v dx dz \quad (5.35)$$

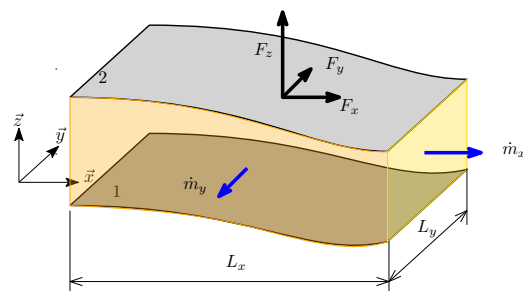


FIGURE 5.7 – Représentation des forces et débits dus à l'écoulement en film mince.

### 5.3 Équation générale - coordonnées polaires

Il est parfois utile d'utiliser les coordonnées polaires lorsque le domaine d'étude est une portion de disque. La configuration du problème est présentée sur la figure 5.8.

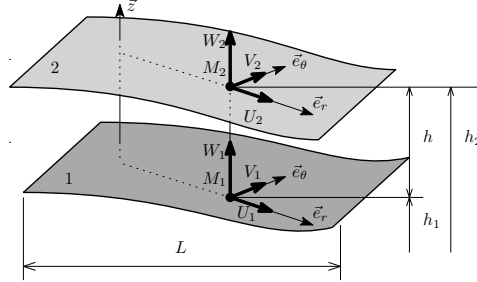


FIGURE 5.8 – Surfaces en mouvement relatif dans un repère polaire

En utilisant les mêmes hypothèses et la même démarche que dans le paragraphe précédent, il est possible de déterminer l'expression des profils de vitesse et des contraintes de cisaillement :

$$u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p}{\partial r} (z - h_1)(z - h_2) + U_1 \left(1 - \frac{z - h_1}{h}\right) + U_2 \frac{z - h_1}{h} \quad (5.36)$$

$$v = \frac{1}{2\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta} (z - h_1)(z - h_2) + V_1 \left(1 - \frac{z - h_1}{h}\right) + V_2 \frac{z - h_1}{h} \quad (5.37)$$

$$\tau_{rz} = \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial r} (2z - h_1 - h_2) - \mu \frac{U_1}{h} + \mu \frac{U_2}{h} \quad (5.38)$$

$$\tau_{\theta z} = \frac{1}{2r} \frac{\partial p}{\partial \theta} (2z - h_1 - h_2 - 2z) - \mu \frac{V_1}{h} + \mu \frac{V_2}{h} \quad (5.39)$$

En utilisant la conservation de la masse, il est possible d'obtenir l'équation de Reynolds suivante :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\rho r h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\rho h^3}{\mu r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6r \frac{\partial}{\partial r} [(U_1 + U_2) \rho h] + 6 \frac{\partial}{\partial \theta} [(V_1 + V_2) \rho h] + 12r \frac{\partial}{\partial t} (\rho h) \quad (5.40)$$

La dérivée temporelle d'épaisseur de film s'exprime :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = W_2 - U_2 \frac{\partial h_2}{\partial r} - \frac{V_2}{r} \frac{\partial h_2}{\partial \theta} - W_1 + U_1 \frac{\partial h_1}{\partial r} + \frac{V_1}{r} \frac{\partial h_1}{\partial \theta} \quad (5.41)$$

### 5.4 Synthèse

- L'écoulement d'un lubrifiant entre deux surfaces proches est régi par l'équation de Reynolds ;
- Sa résolution permet de déterminer le champ de pression dans le film lubrifiant ;
- Il est ensuite possible de déterminer la portance (force de soulèvement), les forces de frottement dues au fluide ainsi que les débits de lubrifiant.

## Chapitre 6

# La lubrification hydrodynamique

### 6.1 Introduction

En lubrification hydrodynamique, les surfaces sont séparées par un film de fluide visqueux dont la pression est générée par le mouvement relatif des surfaces qui forment un espace convergent. La lubrification hydrodynamique est utilisée (principalement) pour réduire le frottement dans les guidages d'arbre. On trouve deux types de guidages présentés sur la figure 6.1 : les paliers hydrodynamiques pour les charges radiales et les butées hydrodynamiques pour les charges axiales.

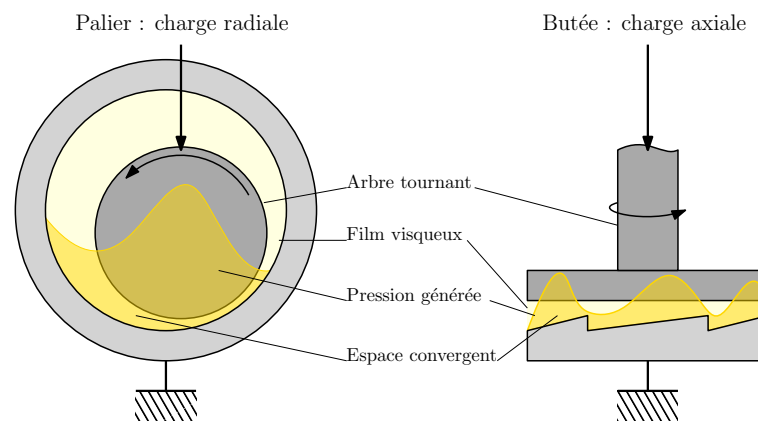
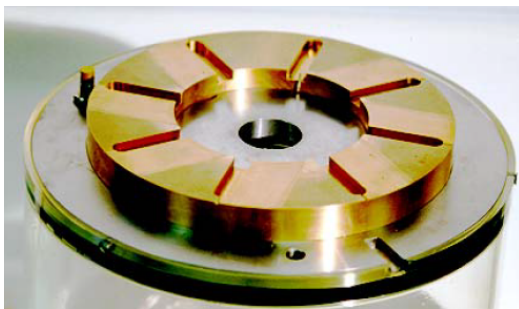


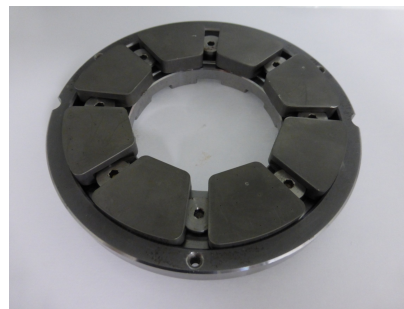
FIGURE 6.1 – Les deux systèmes de guidages d'arbre.

Le convergent permettant la création d'une pression (comme dans le cas du plan incliné) peut être de géométrie fixe ou bien résulter de l'inclinaison d'un système mobile. On parle alors de palier ou butée à patins oscillants. Ces systèmes plus avancés présentent des avantages que nous évoquerons plus loin dans le chapitre. Des exemples sont présentés sur la figure 6.2. Ces systèmes sont utilisés pour les fortes charges (guidages d'alternateurs et de turbines à vapeurs, réducteur) et pour des applications à grandes vitesses (turbocompresseur de moteur automobile, compresseurs centrifuges) mais aussi pour les systèmes supportant des charges dynamiques comme les bielles de moteurs thermiques. Des applications typiques sont présentés sur la figure 6.3.

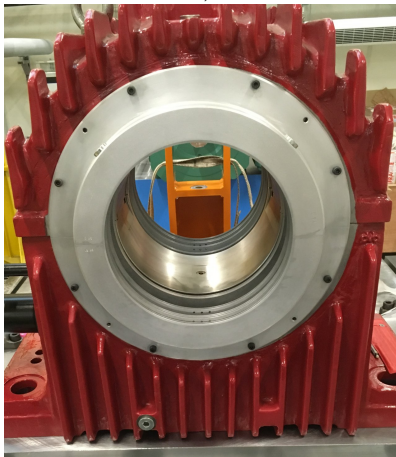




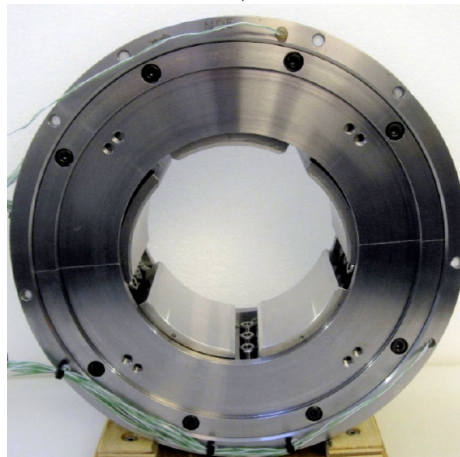
a)



b)



c)



d)

FIGURE 6.2 – Exemples de paliers et butées hydrodynamiques : a) Butée à géométrie fixe (source Pprime), b) Butée à patins oscillants (source Pprime), c) Palier lisse (source Pprime), d) Palier à patins oscillants [SB21] (open access)

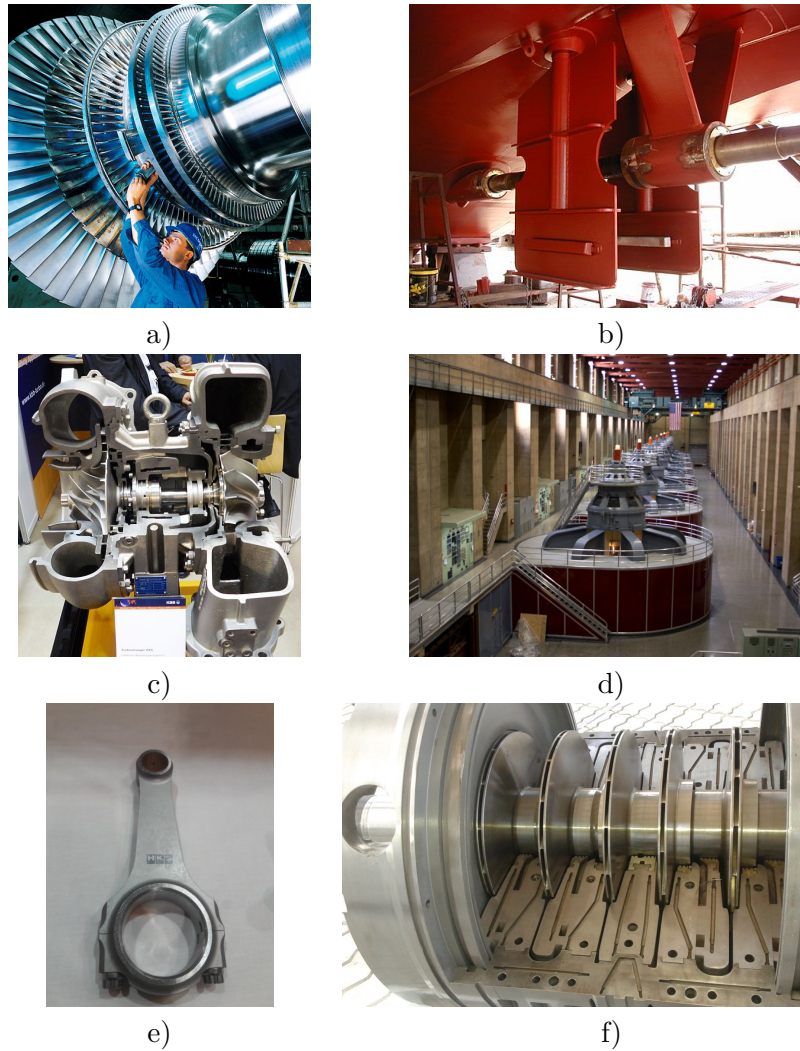


FIGURE 6.3 – Exemples d’applications de paliers et butées hydrodynamiques : a) Turbine à vapeur <sup>a</sup>, b) Arbre d’hélice de bateau <sup>b</sup>, c) Turbo-compresseur <sup>c</sup>, d) Alternateur électrique <sup>d</sup>, e) Bielle de moteur thermique (source Pprime), f) Compresseur centrifuge (source Pprime)

<sup>a</sup>. Siemens Pressebild, <http://www.siemens.com>, CC BY-SA 3.0 <<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>>, via Wikimedia Commons

<sup>b</sup>. <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ejeportahelice.JPG>, Claudio Elias, Public domain, via Wikimedia Commons

<sup>c</sup>. Dr. Karl-Heinz Hochhaus, CC BY 3.0 <<https://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>>, via Wikimedia Commons

<sup>d</sup>. Barrage hydro-électrique Hoover, USA, source Pprime

## 6.2 Etude du blochet

Nous commençons ce chapitre par l'étude d'un problème académique simple (figure 6.4) qui va nous permettre de mettre en évidence les points essentiels de la lubrification hydrodynamique. Il s'agit d'un plan incliné placé au-dessus d'un plan en mouvement de translation à une vitesse  $U$ . Les deux surfaces sont séparées par un lubrifiant de viscosité  $\mu$ .

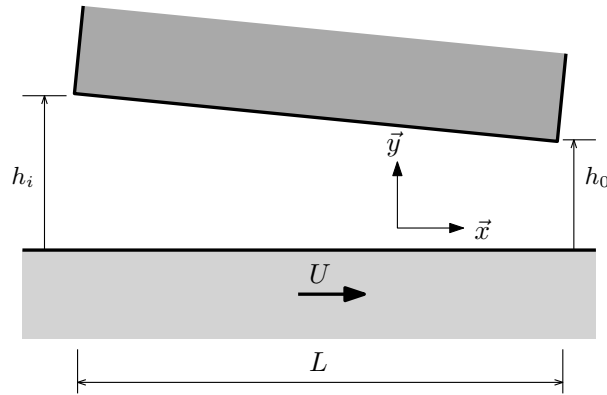


FIGURE 6.4 – Configuration du blochet (palier à plan incliné).

L'épaisseur de film s'exprime :

$$h = h_o \left[ K + (1 - K) \frac{x}{L} \right] \quad (6.1)$$

où  $K = \frac{h_i}{h_o}$  est le rapport des hauteurs. Les dérivées par rapport à  $x$  sont remplacées par des dérivées par rapport à  $h$  soit :

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{dh} \frac{dh}{dx} = \frac{df}{dh} \frac{h_o}{L} (1 - K) \quad (6.2)$$

L'équation de Reynolds 5.8 présentée dans le chapitre précédent devient :

$$\frac{d}{dh} \left( h^3 \frac{dp}{dh} \right) = 6\mu \frac{U}{\alpha} \quad (6.3)$$

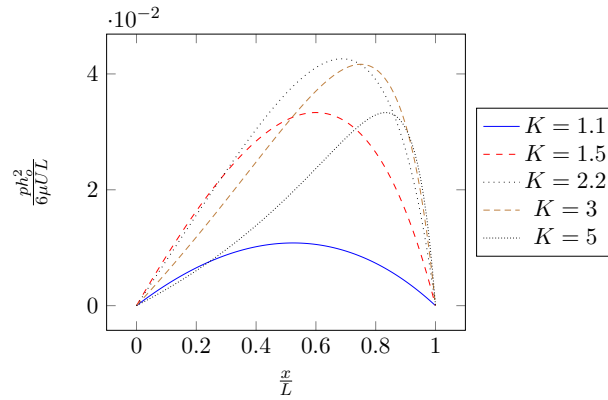
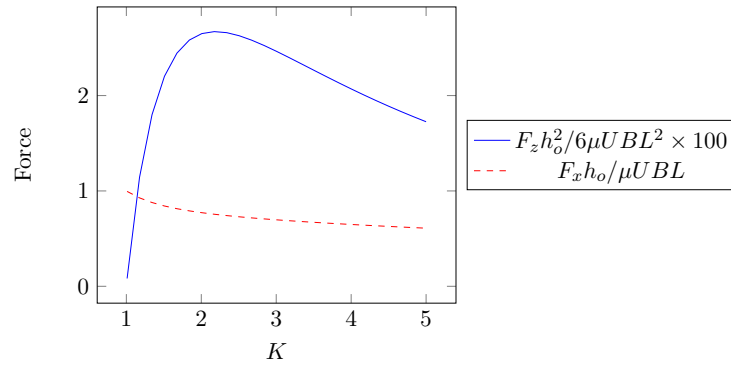
avec  $\alpha = \frac{h_o}{L} (1 - K) = \frac{dh}{dx}$ . Sous cette forme, l'équation de Reynolds présente une solution analytique de la pression :

$$p(h) = \frac{6\mu UL}{h_o^2} \frac{1}{K-1} \left[ \frac{h_o}{h} - \frac{K}{1+K} \left( \frac{h_o^2}{h^2} - \frac{1}{K^2} \right) - \frac{1}{K} \right] \quad (6.4)$$

La pression générée est proportionnelle à  $\frac{6\mu UL}{h_o^2}$  et la forme du profil ne dépend que de l'inclinaison  $K$  comme le montre la figure 6.5. Lorsque  $K \approx 2.2$ , la pression générée dans le contact est maximale.

A partir de la pression, il est possible de calculer la force de soulèvement ou portance :  $F_z = B \int_0^L p dx = B \int_{h_o}^{h_i} p \frac{dx}{dh} dh$ . Il vient après calcul :

$$F_z = \frac{6\mu UBL^2}{h_o^2} \left[ \frac{\ln K}{(K-1)^2} - \frac{2}{K^2-1} \right] \quad (6.5)$$

FIGURE 6.5 – Profil de pression pour différentes valeurs de l'inclinaison  $K$ FIGURE 6.6 – Portance  $F_z$  et force de frottement  $F_x$  en fonction de l'inclinaison.

avec  $B$  la largeur du blochet. La force de frottement s'exprime :  $F_x = B \int_0^L \tau_{xz} dx$  avec  $\tau_{xz} = \frac{1}{2} \frac{dp}{dx} h - \mu \frac{U}{h}$ . Après calcul, l'expression suivante est obtenue :

$$F_x = \frac{\mu U B L}{h_o} \left[ \frac{4 \ln K}{K-1} - \frac{6}{K+1} \right] \quad (6.6)$$

Ces deux forces sont proportionnelles à des paramètres du contact  $F_z \propto \frac{6 \mu U B L^2}{h_o^2}$  et  $F_x \propto \frac{\mu U B L}{h_o}$  et dépendent d'un coefficient géométrique  $K$ . La portance maximale est atteinte pour une inclinaison  $K \approx 2.2$ .

Les résultats issus de cette analyse sont transposables aux cas de paliers et butées hydrodynamiques. Les paramètres qui gouvernent l'amplitude de la pression et des forces vont garder la même forme. Leurs profils seront contrôlés par des paramètres géométriques.

## 6.3 Butées hydrodynamiques

### 6.3.1 Configuration géométrique

Une butée hydrodynamique se compose d'un grain mobile plan en rotation par rapport à un grain fixe (voir figure 6.7). Ce dernier présente des usinages permettant de créer des zones convergentes où il sera possible de générer une pression hydrodynamique. Ces zones

appelées patins sont séparées par des rainures d'alimentation qui permettent de distribuer le lubrifiant dans le contact.

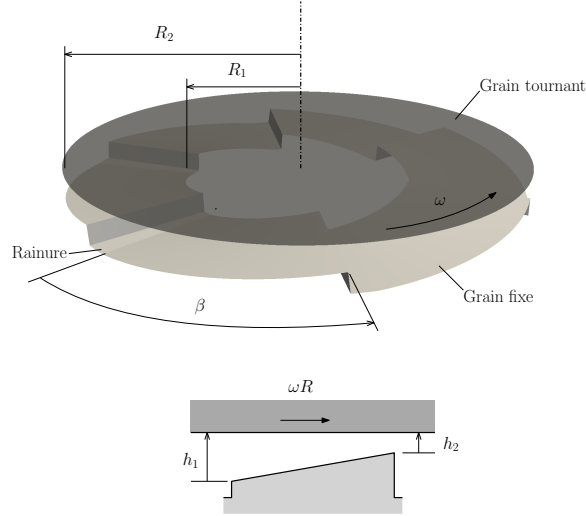


FIGURE 6.7 – Configuration d'une butée hydrodynamique à patins fixes [Fra].

Nous nous limitons ici à une butée à patin fixe de rayons interne  $R_1$  et externe  $R_2$ . L'épaisseur de film entre les surfaces s'exprime :

$$h(r, \theta) = h_2 \left[ 1 + \delta \left( 1 - \frac{\theta}{\beta} \right) \right] \quad (6.7)$$

$\beta$  est ici l'étendue angulaire d'un patin.  $\delta$  est un paramètre sans dimension caractérisant l'inclinaison d'un patin :

$$\delta = \frac{h_1 - h_2}{h_2} \quad (6.8)$$

Il est supposé que les deux grains sont alignés.

### 6.3.2 Distribution de pression

Le champ de pression dans le film est obtenu en résolvant l'équation de Reynolds :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r h^3 \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{h^3}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = -6\mu\omega r \frac{h_2 \delta}{\beta} \quad (6.9)$$

Les conditions aux limites du problème sont :

$$p(r = R_1) = p(r = R_2) = 0 \quad (6.10)$$

et :

$$p(\theta = 0) = p(\theta = \beta) = 0 \quad (6.11)$$

Cette équation n'a malheureusement pas de solution analytique et doit être résolue de manière numérique. La figure 6.8 présente un exemple de champ de pression dans une butée à 6 patins fixes. La pression augmente depuis les bords des patins pour atteindre sa valeur maximale près de la zone d'épaisseur minimale de film.

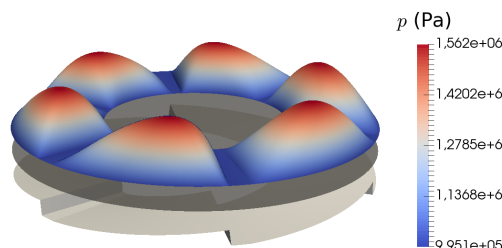


FIGURE 6.8 – Exemple de champ de pression dans une butée hydrodynamique à 6 patins fixes.

### 6.3.3 Calcul des principaux paramètres

Le comportement de ces butées dépend principalement de leurs caractéristiques géométriques. Il existe donc un nombre limité de paramètres nécessaires à leur analyse comme dans le cas du blochet. Des simulations numériques ont donc été réalisées afin d'établir leurs performances en fonction des paramètres géométriques suivants :

- L'étendue angulaire d'un patin  $\beta$  ;
- Le rapport d'épaisseur de film  $\delta = \frac{h_1 - h_2}{h_2}$  ;
- Le rapport de forme  $\gamma = \frac{R_2 - R_1}{R_2}$ .

La charge supportée par patin s'exprime :

$$W_p = \bar{W}_p \frac{\mu \omega (R_1 + R_2) \beta (R_2 - R_1)^3}{4 (h_1 - h_2)^2 \pi} \quad (6.12)$$

La charge est proportionnelle à la viscosité  $\mu$  et à la vitesse de rotation  $\omega$ . Elle est inversement proportionnelle à l'épaisseur de film au carré. Elle dépend en outre d'un coefficient sans dimension  $\bar{W}_p$  qui dépend des caractéristiques géométriques. Sa valeur est donnée dans le tableau 6.1. Le couple de frottement par patin peut également être calculé :

$$C_p = \bar{C}_p \frac{\mu \omega R_2^4}{(h_1 - h_2) 2\pi} \quad (6.13)$$

Le couple est proportionnel à la viscosité  $\mu$  et à la vitesse de rotation  $\omega$  mais inversement proportionnelle à l'épaisseur de film. Notons qu'il dépend du rayon à la puissance 4. L'augmentation de la taille d'une butée a donc un impact très significatif sur le couple de frottement. Le tableau 6.1 donne les valeurs du coefficient sans dimension  $\bar{C}_p$ . Enfin, il est possible de calculer les débits aux frontières d'un patin par la formule :

$$Q = \bar{Q} \frac{\omega}{2} R_2 (R_2 - R_1) (h_1 - h_2) \quad (6.14)$$

L'utilisation de l'abaque 6.1 permet le calcul des performances d'une butée hydrodynamique sans faire appel au calcul numérique. Toutefois, il est généralement nécessaire de faire des interpolations entre les valeurs du tableau.

## 6.4 Paliers hydrodynamiques

### 6.4.1 Configuration géométrique

Un palier hydrodynamique se compose d'un arbre en rotation à l'intérieur d'un coussinet de plus grand diamètre (voir figure 6.9). Le coussinet présente une rainure longitudinale

| $\gamma$ | $\delta$ | $\beta$ | $\bar{W}_p$ | $\bar{C}_p$ | $\bar{Q}_{R_1}$ | $\bar{Q}_{R_2}$ |
|----------|----------|---------|-------------|-------------|-----------------|-----------------|
| 1/3      | 1        | 80      | 0.703       | 1.22        | 0.34            | 0.46            |
|          |          | 55      | 0.903       | 0.84        | 0.32            | 0.44            |
|          |          | 40      | 1.06        | 0.63        | 0.28            | 0.395           |
|          |          | 30      | 1.15        | 0.475       | 0.235           | 0.35            |
|          | 2        | 80      | 3.11        | 1.97        | 0.35            | 0.47            |
|          |          | 55      | 3.89        | 1.35        | 0.32            | 0.44            |
|          |          | 40      | 4.44        | 1           | 0.28            | 0.4             |
|          |          | 30      | 4.74        | 0.785       | 0.24            | 0.36            |
|          | 4        | 80      | 11.7        | 2.98        | 0.35            | 0.47            |
|          |          | 55      | 14          | 2.12        | 0.32            | 0.44            |
|          |          | 40      | 15.3        | 1.62        | 0.29            | 0.41            |
|          |          | 30      | 15.75       | 1.27        | 0.245           | 0.36            |
|          | 8        | 80      | 36          | 4.26        | 0.36            | 0.48            |
|          |          | 55      | 40.5        | 3.12        | 0.33            | 0.45            |
|          |          | 40      | 42          | 2.43        | 0.29            | 0.41            |
|          |          | 30      | 41.3        | 1.96        | 0.25            | 0.37            |
| 1/2      | 1        | 80      | 0.581       | 1.45        | 0.23            | 0.405           |
|          |          | 55      | 0.669       | 0.98        | 0.19            | 0.36            |
|          |          | 40      | 0.697       | 0.735       | 0.145           | 0.31            |
|          |          | 30      | 0.672       | 0.565       | 0.11            | 0.26            |
|          | 2        | 80      | 2.49        | 2.36        | 0.23            | 0.41            |
|          |          | 55      | 2.79        | 1.67        | 0.19            | 0.33            |
|          |          | 40      | 2.84        | 1.25        | 0.15            | 0.31            |
|          |          | 30      | 2.7         | 0.96        | 0.11            | 0.26            |
|          | 4        | 80      | 8.79        | 3.66        | 0.24            | 0.42            |
|          |          | 55      | 9.42        | 2.65        | 0.2             | 0.37            |
|          |          | 40      | 9.26        | 2.03        | 0.15            | 0.32            |
|          |          | 30      | 9.07        | 1.59        | 0.11            | 0.27            |
|          | 8        | 80      | 24.9        | 5.4         | 0.25            | 0.42            |
|          |          | 55      | 25.1        | 4.03        | 0.2             | 0.38            |
|          |          | 40      | 23.6        | 3.15        | 0.16            | 0.32            |
|          |          | 30      | 21.3        | 2.51        | 0.11            | 0.27            |
| 2/3      | 1        | 80      | 0.446       | 1.53        | 0.12            | 0.35            |
|          |          | 55      | 0.458       | 1.06        | 0.082           | 0.295           |
|          |          | 40      | 0.431       | 0.785       | 0.052           | 0.245           |
|          |          | 30      | 0.386       | 0.6         | 0.033           | 0.2             |
|          | 2        | 80      | 1.86        | 2.54        | 0.13            | 0.35            |
|          |          | 55      | 1.86        | 1.8         | 0.084           | 0.3             |
|          |          | 40      | 1.73        | 1.35        | 0.053           | 0.25            |
|          |          | 30      | 1.53        | 1.04        | 0.034           | 0.2             |
|          | 4        | 80      | 6.26        | 4           | 0.13            | 0.36            |
|          |          | 55      | 6.04        | 2.9         | 0.087           | 0.3             |
|          |          | 40      | 5.49        | 2.22        | 0.055           | 0.25            |
|          |          | 30      | 4.8         | 1.73        | 0.035           | 0.21            |
|          | 8        | 80      | 16.7        | 6.04        | 0.14            | 0.365           |
|          |          | 55      | 15.4        | 4.49        | 0.09            | 0.31            |
|          |          | 40      | 13.6        | 3.47        | 0.056           | 0.25            |
|          |          | 30      | 11.6        | 2.74        | 0.036           | 0.21            |

TABLE 6.1 – Abaque de calcul des butées hydrodynamiques [Fra]

permettant d'alimenter en fluide le contact. D'autre part, l'arbre n'est pas centré dans le coussinet ce qui crée une zone convergente où il sera possible de générer une pression hydrodynamique. Le film étant très mince, il est généralement possible de négliger sa courbure et de la ramener à un problème plan (en le déroulant virtuellement, figure 6.9).

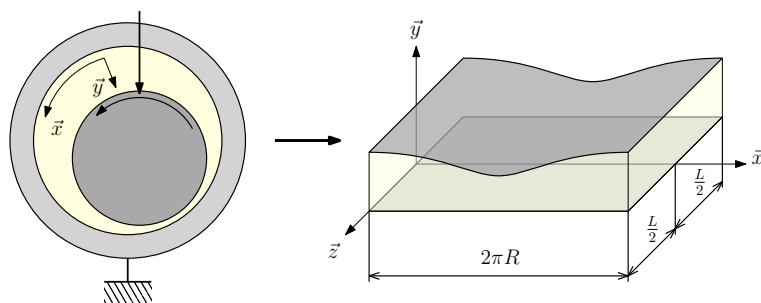


FIGURE 6.9 – Présentation d'un palier hydrodynamique.

Les paramètres géométriques d'un palier sont donnés sur la figure 6.10. Nous noterons  $c$  le jeu radial qui est la différence entre les rayons du coussinet et de l'arbre :

$$c = R_2 - R_1 \quad (6.15)$$

L'excentricité entre les deux axes est notée  $e$ . Il est utile d'introduire une excentricité relative :

$$\epsilon = \frac{e}{c} \quad (6.16)$$

D'une manière générale, le jeu radial est faible devant le rayon du coussinet :

$$\frac{R_2 - R_1}{R_2} \approx 10^{-3} \quad (6.17)$$

L'épaisseur de film peut alors s'exprimer :

$$h = c(1 + \epsilon \cos \theta) \quad (6.18)$$

Une excentricité relative égale à 1 conduit à une épaisseur de film nulle et donc au contact des deux surfaces, ce qui n'est pas souhaitable.

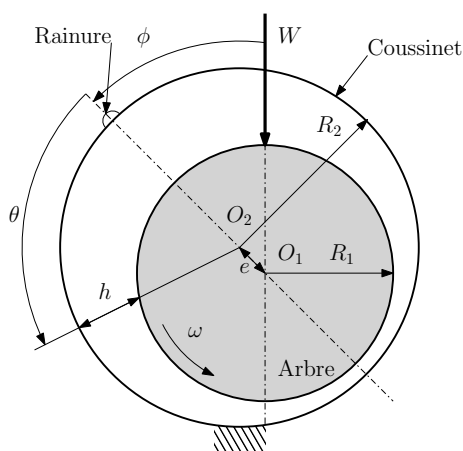


FIGURE 6.10 – Configuration d'un palier hydrodynamique [Fra].

Nous avons ici fait l'hypothèse que les axes de l'arbre et du coussinet sont alignés. D'autre part pour la suite de l'étude, la rainure d'alimentation est placée dans la zone d'épaisseur maximum.



### 6.4.2 Distribution de pression

Le champ de pression dans le film est obtenu par résolution de l'équation de Reynolds :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + h^3 R^2 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 6\mu\omega R^2 \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (6.19)$$

Pour résoudre cette équation, des conditions aux limites sont nécessaires. La pression est égale à la pression atmosphérique aux extrémités du palier et au niveau de la rainure d'alimentation :

$$p(z = L/2) = p(z = -L/2) = 0 \quad (6.20)$$

$$p(\theta = 0) = p(\theta = 2\pi) = 0 \quad (6.21)$$

Cette équation ne présente pas de solution analytique et doit être résolue de manière numérique. Toutefois, suivant la valeur du rapport  $L/D$  (longueur sur diamètre) du palier, on fait apparaître deux cas limites.

Si  $L/D > 4$ , on est dans le cas d'un palier long et la solution est proche de celle du palier infiniment long (pas de dépendance en  $z$ ) :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 6\mu\omega R^2 \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (6.22)$$

Au contraire si  $L/D < 0.125$ , la solution est celle dite du palier court :

$$h^3 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 6\mu\omega \frac{\partial h}{\partial \theta} \quad (6.23)$$

Ces solutions sont disponibles dans la littérature [Fra, FND<sup>+</sup>90, Frb].

La figure 6.11 présente un exemple de champ de pression calculée dans un palier. Un pic de pression se forme dans la zone où le film est convergent. Symétriquement, une dépression apparaît dans la zone où le film est divergent. Cependant les fluides usuels ne restent pas liquides lorsqu'ils sont soumis à des pressions sub-ambiantes. Le film fluide va alors se rompre comme le montre la figure 6.12.

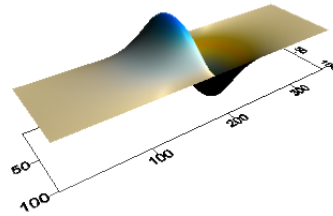


FIGURE 6.11 – Champ de pression dans un palier.

Dans les zones de rupture de film, on voit apparaître des lignes de liquide séparées par des zones de gaz [Flo75]. Dans ces zones, la pression est inférieure ou égale à la pression atmosphérique. On parle parfois de cavitation. Ce problème n'est pas visible dans les butées car il n'existe pas de zones où le film est divergent.

Le calcul d'un palier doit nécessairement tenir compte de ces zones de rupture de film afin de d'estimer correctement les performances du système. Des algorithmes particuliers sont utilisés pour tenir compte de la rupture du film. Une comparaison entre des champs de pression obtenus avec et sans prise en compte de la rupture de film est présentée sur la figure 6.13.

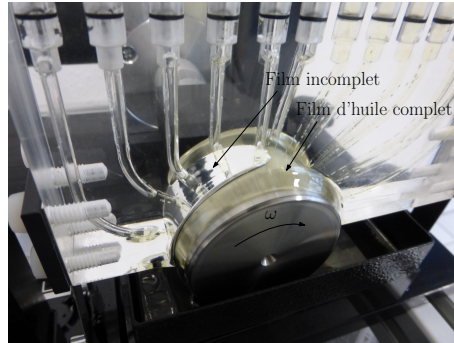


FIGURE 6.12 – Film fluide incomplet dans la zone d'alimentation d'un palier transparent (source Pprime).

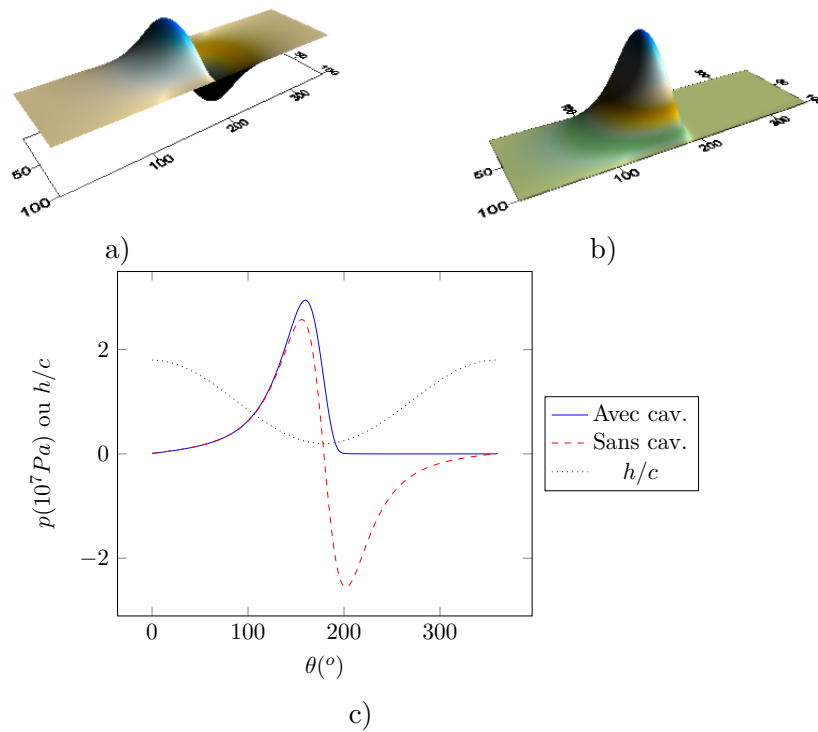


FIGURE 6.13 – Champ de pressions a) sans et b) avec prise en compte de la rupture du film - c) Profil de pression au centre du palier.

### 6.4.3 Calcul des principaux paramètres

La configuration géométrique d'un palier dépend uniquement de deux paramètres :

- L'excentricité relative  $\epsilon = \frac{e}{c}$  ;
- Le rapport  $\frac{L}{D}$ .

Des simulations numériques ont été réalisées afin d'établir les performances d'un palier pour les différentes valeurs possibles de ces deux paramètres. La charge  $W$  supportée par un palier s'exprime :

$$W = \frac{\mu L D \omega}{2\pi S} \left(\frac{R}{c}\right)^2 \quad (6.24)$$

où  $S$  est un nombre sans dimension appelé nombre de Sommerfeld dont la valeur est indiquée dans les tableaux 6.2 et 6.3. Sa valeur ne dépend que des deux paramètres géométriques. On remarque que la charge est proportionnelle à la viscosité  $\mu$  et à la vitesse  $\omega$  mais inversement proportionnelle au carré du jeu radial  $c$ . Le même type de relation avait été obtenu pour les butées hydrodynamiques et le blochet.

Il est également possible de calculer le couple de frottement généré par le frottement visqueux sur les surfaces :

$$C_a = \frac{\mu L D \omega R^2}{2\pi c} \bar{C}_a \quad (6.25)$$

Le débit de fluide traversant le palier peut être calculé par la formule suivante :

$$Q = \bar{Q} L c R \omega \quad (6.26)$$

Notons que les abaques donnent également l'angle de calage  $\phi$  formé par la ligne reliant les centres de l'arbre et du coussinet et la ligne de chargement (voir figure 6.10).

|             |        |       |       |       |       |       |       |        |        |        |
|-------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|
| $\epsilon$  | 0,1    | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7   | 0,8    | 0,9    | 0,95   |
| $S$         | 4.32   | 2.03  | 1.21  | 0.784 | 0.508 | 0.318 | 0.184 | 0.0912 | 0.0309 | 0.0116 |
| $\phi$ (°)  | 82     | 75    | 68.5  | 61.53 | 55    | 48    | 41    | 33     | 23.5   | 17     |
| $\bar{Q}$   | 0.0938 | 0.187 | 0.281 | 0.374 | 0.468 | 0.562 | 0.657 | 0.751  | 0.845  | 0.89   |
| $\bar{C}_a$ | 19     | 18.57 | 18.64 | 18.81 | 19.57 | 20.97 | 23.53 | 28.4   | 41.1   | 60.34  |

TABLE 6.2 – Abaque de calcul des paliers hydrodynamiques pour  $L/D = 0.5$  [Frb].

|             |        |       |       |       |       |       |        |        |        |         |
|-------------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|---------|
| $\epsilon$  | 0,1    | 0,2   | 0,3   | 0,4   | 0,5   | 0,6   | 0,7    | 0,8    | 0,9    | 0,95    |
| $S$         | 1,33   | 0,631 | 0,388 | 0,260 | 0,178 | 0,120 | 0,0776 | 0,0443 | 0,0185 | 0,00831 |
| $\phi$ (°)  | 79,5   | 74    | 68    | 62,5  | 56,5  | 50,5  | 44     | 36     | 26     | 19      |
| $\bar{Q}$   | 0,0801 | 0,159 | 0,237 | 0,314 | 0,390 | 0,466 | 0,542  | 0,616  | 0,688  | 0,721   |
| $\bar{C}_a$ | 19,06  | 18,81 | 18,94 | 19,5  | 20,62 | 22,5  | 25,64  | 31,6   | 46,43  | 67,75   |

TABLE 6.3 – Abaque de calcul des paliers hydrodynamiques pour  $L/D = 1$  [Frb].

### 6.4.4 Effets thermiques

En raison du frottement visqueux dans le palier, une puissance significative peut être dissipée dans le film lubrifiant. Sa température peut donc varier de manière notable comme l'illustre la figure 6.14. La viscosité du lubrifiant (voir section 4.3) qui est fortement dépendante de la température risque de diminuer et d'affecter les performances du palier. A titre d'exemple, l'huile utilisée pour les tests de la figure 6.14 est une ISO VG 32 dont la

viscosité vaut environ 30 mPa.s à 40 °C et 11 mPa.s à 65 °C. C'est-à-dire que la viscosité du lubrifiant varie presque dans un rapport 3 entre les points extrêmes de température présentées sur la figure 6.14.

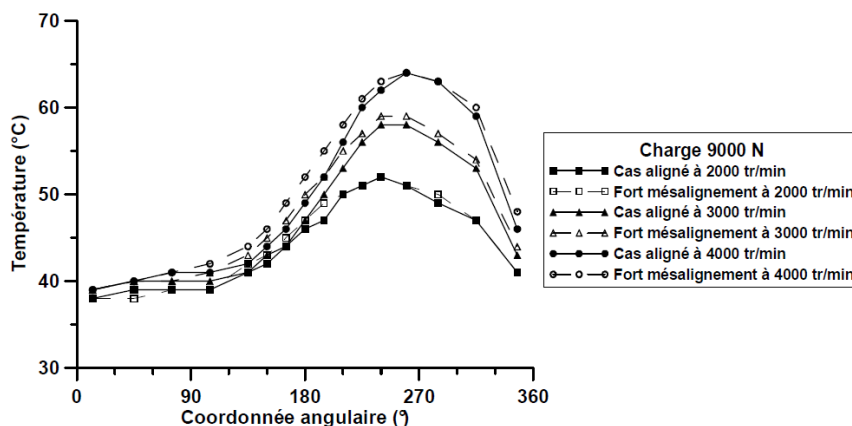


FIGURE 6.14 – Température mesurée dans un palier sous différentes sollicitations [Bou03].

Il est possible d'estimer la température du fluide par une approche globale. La puissance dissipée dans le palier est le produit du couple de frottement par la vitesse de rotation soit :

$$P = C_a \omega \quad (6.27)$$

Le fluide qui s'échappe sur les bords du palier transporte et évacue de la chaleur vers l'extérieur. Si on note  $T_e$  la température d'entrée du lubrifiant et  $T_f$  sa température en sortie, la puissance emmenée par la fuite s'exprime :

$$P_f = \rho C Q (T_f - T_e) \quad (6.28)$$

où  $Q$  est le débit de fuite et  $\rho$  et  $C$  respectivement la densité et la capacité thermique du lubrifiant. On considère généralement que la fuite évacue seulement une partie  $\lambda$  de la chaleur générée soit :

$$\lambda C_a \omega = \rho C Q (T_f - T_e) \quad (6.29)$$

On en déduit la température du fluide en sortie de palier :

$$T_f = T_e + \lambda \frac{C_a \omega}{\rho C Q} \quad (6.30)$$

On choisit généralement  $\lambda \approx 0.85$  [Frb].

#### 6.4.5 Comportement dynamique

Pour que le film lubrifiant soit stable, il doit s'opposer au rapprochement des surfaces. C'est-à-dire qu'une augmentation de la charge doit conduire à une diminution de l'épaisseur du film et donc une augmentation de  $\epsilon$ . A partir des données du tableau 6.3, il est possible de tracer  $1/S$ , soit la charge adimensionnée, en fonction de  $h_{min}/c = 1 - \epsilon$ . La figure 6.15 montre qu'un comportement stable est effectivement obtenu. La raideur, qui correspond à la pente de la courbe augmente lorsque les surfaces se rapprochent. En revanche elle tend à s'annuler lorsque le palier devient centré ( $\epsilon = 0$ ). En effet, dans cette situation, il n'y a

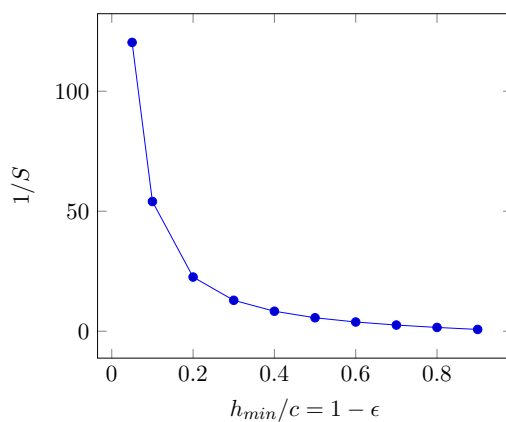


FIGURE 6.15 – Force adimensionnée en fonction de l'épaisseur minimale de film adimensionnée dans un palier hydrodynamique

plus de zone convergente et aucune pression hydrodynamique n'est générée. Plus aucune force n'est appliquée sur l'arbre.

Il est fortement déconseillé de faire fonctionner un palier lisse sans charge en raison de risque d'instabilités dynamiques. Pour éviter ce type de problème il est possible d'utiliser des paliers non cylindriques (citron, patins oscillants) qui vont générer une force même si le palier est centré ce qui permet de maintenir l'arbre en place. Un exemple de palier non-circulaire est présenté sur la figure 6.16. Différentes technologies sont disponibles et le lecteur intéressé pourra se référer aux techniques de l'ingénieur [Fra]. Notons que les paliers à patins oscillants sont parmi les plus performants du point de vue du comportement dynamique et sont adaptés pour les environnements et sollicitations vibratoires.

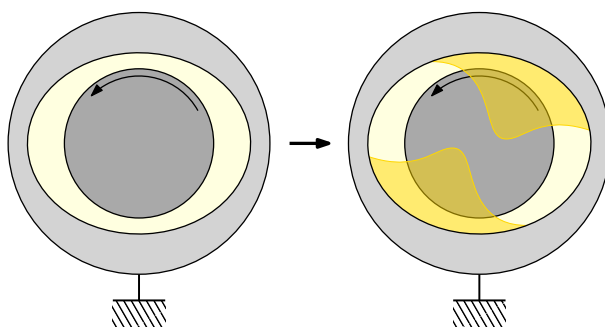


FIGURE 6.16 – Champ de pression dans un palier non-circulaire centré

## 6.5 Synthèse et informations pratiques

Les paliers et butées hydrodynamiques sont conçus pour fonctionner avec une vitesse relative. En effet la force générée est proportionnelle à la vitesse de glissement  $U$ , la viscosité  $\mu$  et l'inverse de l'épaisseur de film au carré  $h^{-2}$ . Lorsque la vitesse  $U$  tend vers 0,  $h$  également. Les arrêts démarrages sont donc des périodes critiques pour ce type de composant. Les surfaces sont généralement revêtus d'un régule (métal tendre ou maintenant, polymère) qui supporte le frottement lors de ces périodes.

Voici quelques règles et conseils de conception :

- Les composants hydrodynamiques fonctionnent pour des arbres en rotation continue ;
- Ils sont utilisables lorsque les charges et vitesses dépassent ce que des roulements peuvent supporter ;
- La pression spécifique,  $\frac{W}{LD}$  ou  $\frac{W}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}$  maximale est d'environ  $10MPa$  ;
- Le jeu radial d'un palier est d'environ  $\frac{c}{R} \approx 0.001$  ;
- L'épaisseur minimale de film doit être compatible avec le niveau de finition ;
- La pompe d'alimentation doit permettre de compenser le débit de fuite ;
- L'élévation de température ne doit pas dégrader les performances du lubrifiant et des surfaces ;
- Les surfaces sont revêtues pour les périodes d'arrêt démarrage ;
- Le rapport dimensionnel  $\frac{L}{D}$  d'un palier doit de préférence rester inférieur à 1 en raison des éventuels défauts d'alignement entre l'arbre et le palier.



# Chapitre 7

## La lubrification hydrostatique

### 7.1 Introduction

La lubrification entre des surfaces est dite hydrostatique lorsque la pression et un film fluide sont maintenus par l'intermédiaire d'une pompe externe. L'avantage est que le film est maintenu même lorsque les surfaces sont immobiles. En revanche, le coût du système hydraulique est un inconvénient.

La figure 7.1 présente des exemples de paliers et butées hydrostatiques. D'une manière générale, ils sont constitués de surfaces lisses au milieu desquelles se trouvent des poches ou alvéoles. Ces poches sont alimentées en fluide par des orifices.

La lubrification hydrostatique est utilisée pour le déplacement de charges très lourdes (voir figure 7.2) comme les tribunes du Stade de France ou des systèmes nécessitant un positionnement très précis et donc une grande raideur et un très faible frottement.

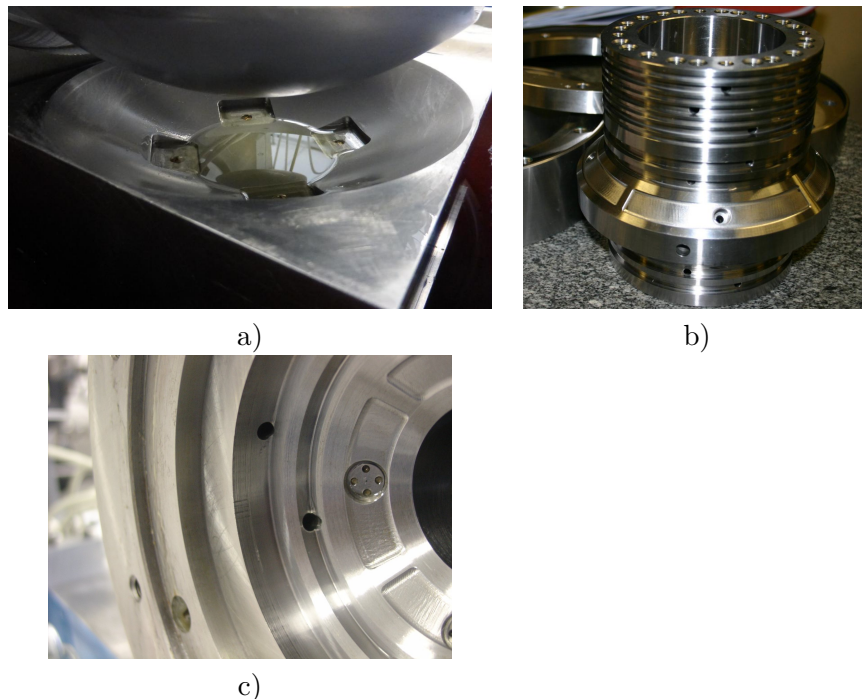


FIGURE 7.1 – Exemples de paliers et butées hydrostatiques : a) Butée sphérique (source Pprime), b) Palier conique (source Pprime), c) Palier conique (source Pprime)



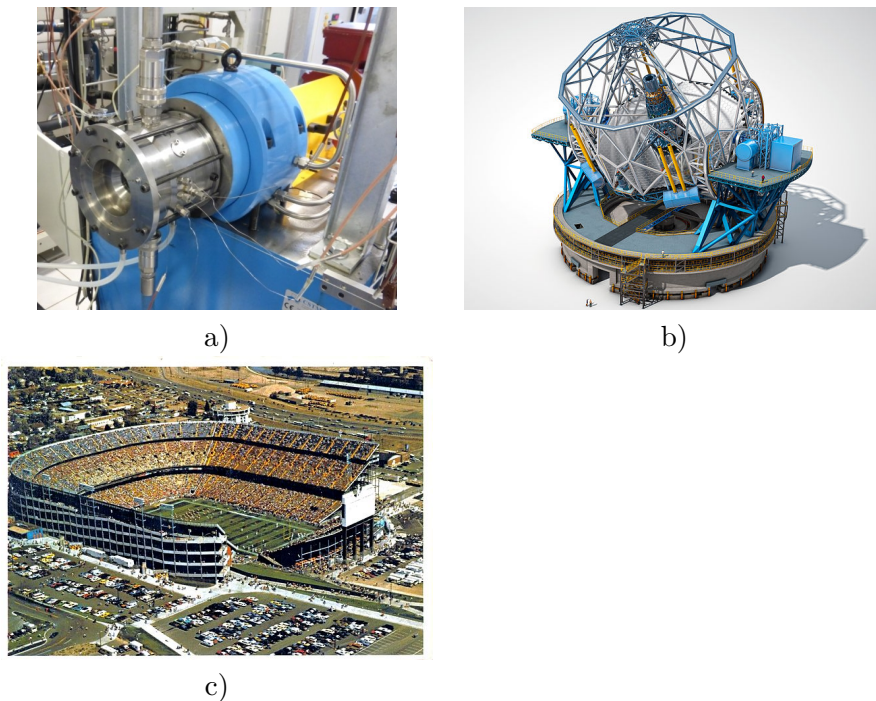


FIGURE 7.2 – Exemples d’applications de paliers et butées hydrostatiques : a) Guidage de banc d’essais (source Pprime), b) Téléscope de grande dimension (The European Extremely Large Telescope)<sup>a</sup>, c) Tribune de stade mobile (Denver, USA)<sup>b</sup>

<sup>a</sup>. [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/bf/The\\_European\\_Extremely\\_Large\\_Telescope.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/bf/The_European_Extremely_Large_Telescope.jpg), ESO, CC BY 4.0, via Wikimedia Commons

<sup>b</sup>. [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Denver\\_Mile\\_High\\_Stadium\\_postcard\\_\(c.\\_1970s-1980s\).jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Denver_Mile_High_Stadium_postcard_(c._1970s-1980s).jpg), Mel Schieltz, G. R. Dickson Co., Public domain, via Wikimedia Commons

## 7.2 Butée hydrostatique

Nous allons nous intéresser, dans cette section, à l'étude d'une butée hydrostatique dont la configuration est présentée sur la figure 7.3. Nous ferons les hypothèses suivantes :

- L'épaisseur de film  $h$  est constante ;
- Le régime est stationnaire ;
- Les faces sont immobiles ;
- L'alvéole est profond  $e \gg h$  ;
- La pression  $p_a$  dans l'alvéole est constante ;
- La butée est infiniment large (problème 1D).

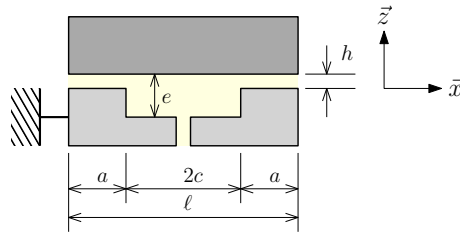


FIGURE 7.3 – Configuration de la butée hydrostatique.

Compte tenu des hypothèses, l'équation de Reynolds se réduit à :

$$\frac{d^2 p}{dx^2} = 0 \quad (7.1)$$

Les conditions aux limites sont :

$$p(0) = p_a \quad (7.2)$$

$$p(a) = 0 \quad (7.3)$$

La distribution de pression sur la portée droite de la butée s'exprime alors :

$$p(x) = p_a \left(1 - \frac{x}{a}\right) \quad (7.4)$$

Une distribution symétrique est obtenue sur la seconde portée. Le champ de pression est donc celui représenté sur la figure 7.4.

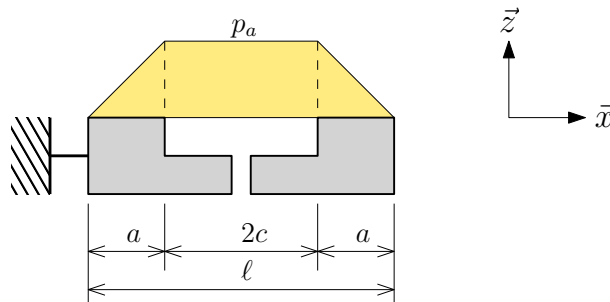


FIGURE 7.4 – Champ de pression dans la butée hydrostatique.

A partir du champ de pression, il est possible d'obtenir la portance générée. Elle s'exprime :

$$W = L \left( p_a 2c + 2 \int_0^a p dx \right) \quad (7.5)$$

soit :

$$W = p_a L (a + 2c) = p_a L \ell \left(1 - \frac{a}{\ell}\right) \quad (7.6)$$

Ici  $L$  représente la longueur de la butée dans la direction  $\vec{y}$ . Par la suite, nous noterons la portance sous la forme :

$$W = p_a S K_w \quad (7.7)$$

où  $S$  est l'aire de la butée et  $K_w$  un coefficient de portance qui s'expriment :

$$S = L \ell \quad (7.8)$$

$$K_w = 1 - \frac{a}{\ell} \quad (7.9)$$

D'après cette formule, la portance  $W$  est indépendante de l'épaisseur de film  $h$ . Alimenter la butée à pression constante  $p_a$  ne permet pas d'obtenir un comportement stable pour lequel la portance doit augmenter lorsque  $h$  diminue. Exprimons le débit de fluide traversant le film. Pour cela, il est utile d'exprimer le profil de vitesse :

$$u = \frac{1}{2\mu} z (z - h) \frac{dp}{dx} \quad (7.10)$$

Le débit est obtenu par intégration suivant l'épaisseur de film :

$$Q = \frac{L h^3 p_a}{6\mu a} = \frac{p_a h^3}{\mu} K_Q \quad (7.11)$$

Dans cette formulation,  $K_Q$  est un coefficient de débit :

$$K_Q = \frac{L}{6a} \quad (7.12)$$

Le débit est, quant à lui, très dépendant de l'épaisseur de film. Afin de rendre le système stable, la butée est généralement alimentée à pression constante  $p_s$  au travers d'une résistance hydraulique comme indiquée sur la figure 7.5.

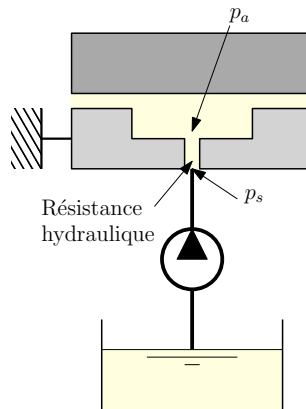


FIGURE 7.5 – Alimentation de la butée hydrostatique.

La résistance est ici une capillaire mais on peut également utiliser une restriction de type diaphragme [Nic]. Le débit au travers de la résistance s'exprime :

$$Q_R = \frac{K_c}{\mu} (p_s - p_a) \quad (7.13)$$

Pour assurer la conservation de la masse, ce débit est égal à celui traversant le film soit :

$$Q_R = Q = \frac{K_c}{\mu} (p_s - p_a) = \frac{p_a h^3}{\mu} K_Q \quad (7.14)$$

On en déduit alors l'expression de la pression dans l'alvéole  $p_a$  en fonction de la pression d'alimentation  $p_s$  et de l'épaisseur de film  $h$  :

$$p_a = p_s \frac{K_c}{h^3 K_Q + K_c} = p_s \beta \quad (7.15)$$

La portance devient alors :

$$W = p_a S K_w = p_s \frac{K_c}{h^3 K_Q + K_c} S K_w \quad (7.16)$$

La portance est donc une fonction décroissante de  $h$  ce qui confère au film une raideur et assure la stabilité de la butée. La figure 7.6 présente la portance en fonction de l'épaisseur de film. Il existe une zone de fonctionnement où la raideur (pente de la courbe) est maximale. Notons que d'une manière généralement la lubrification hydrostatique permet d'atteindre des raideurs plus grande qu'en lubrification hydrodynamique en raison de la dépendance en  $h^{-3}$  de la portance qui n'est qu'en  $h^{-2}$  en hydrodynamique.

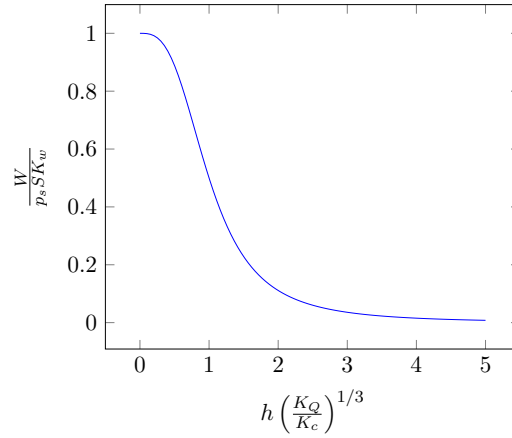


FIGURE 7.6 – Portance en fonction de l'épaisseur de film.

La figure 7.7 illustre l'effet d'une variation d'épaisseur de film sur le champ de pression. Lorsque l'épaisseur de film diminue, le débit traversant le film diminue. Ceci se traduit par une diminution du débit dans la résistance hydraulique et donc une diminution de la différence  $p_s - p_a$ . Comme  $p_s$  est constant,  $p_a$  augmente. La portance est bien sûr limitée par la valeur de  $p_s$ .

La raideur du film s'exprime :

$$\lambda = -\frac{\partial W}{\partial h} = 3p_s S K_w h^2 K_Q \frac{K_c}{(h^3 K_Q + K_c)^2} \quad (7.17)$$

En introduisant le rapport des pressions  $\beta = \frac{p_a}{p_s}$ , il vient.

$$\lambda = 3 \frac{p_s S K_w}{h} \beta (1 - \beta) \quad (7.18)$$

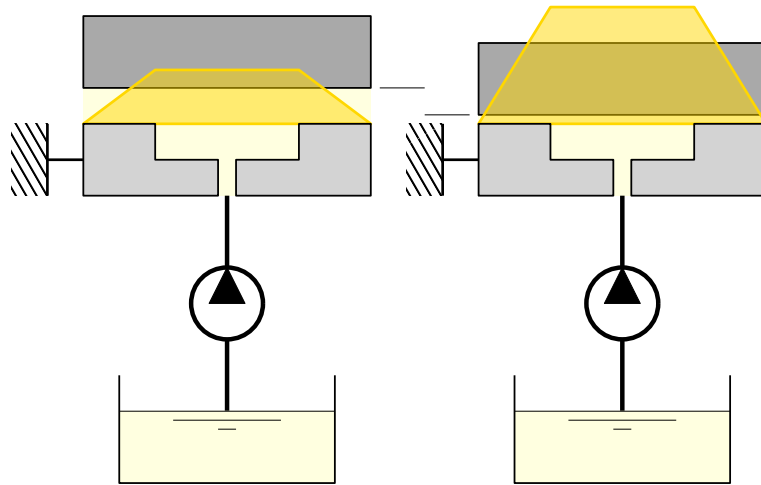


FIGURE 7.7 – Effet d’une variation d’épaisseur de film sur le champ de pression dans une butée hydrostatique.

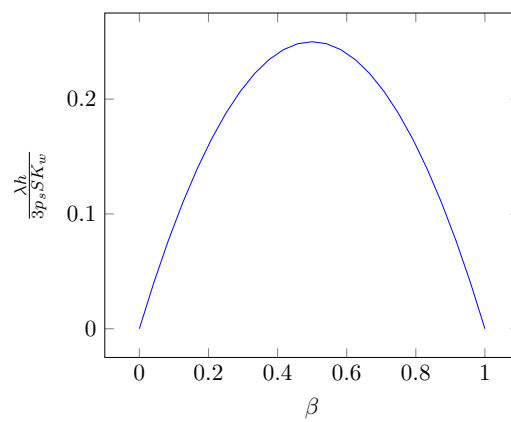


FIGURE 7.8 – Raideur de la butée en fonction du rapport des pressions  $\beta = p_a/p_s$ .

La raideur  $\lambda$  est représentée en fonction de  $\beta$  sur la figure 7.8. Il existe un maximum de la raideur pour  $\beta = 0.5$ . On essaiera donc de faire fonctionner la butée à cette valeur.

Intéressons-nous au frottement, dans la cas où la surface supérieure est animée d'une vitesse  $U$ . La contrainte de cisaillement sur la paroi s'exprime :

$$\tau_{xz}(h) = -\frac{h}{2} \frac{dp}{dx} + \mu \frac{U}{h} \quad (7.19)$$

La force de frottement sur la première portée vaut :

$$F_x^+ = \int_0^a \tau_{xz} dx = \frac{h}{2} p_a + \mu \frac{U}{h} a \quad (7.20)$$

Sur la seconde portée, elle s'exprime :

$$F_x^- = \int_{-a}^0 \tau_{xz} dx = -\frac{h}{2} p_a + \mu \frac{U}{h} a \quad (7.21)$$

En supposant que la contrainte de cisaillement au droit de l'alvéole d'alimentation est négligeable car  $e \gg h$ , la force de frottement est la somme des deux forces précédentes soit :

$$F_x = F_x^+ + F_x^- = 2\mu \frac{U}{h} a \quad (7.22)$$

Si la vitesse de déplacement  $U$  est nulle, il est possible d'obtenir un frottement nul. Ceci n'est pas possible en régime hydrodynamique car une vitesse est nécessaire à la formation du film.

La butée que nous venons d'étudier présente un inconvénient. Elle ne peut supporter une charge nulle. Pour s'affranchir de cette limitation, il faut utiliser une butée double comme celle présentée sur la figure 7.9. Cette dernière peut en outre supportée des forces dans les deux sens (charges positives ou négatives). Les caractéristiques de la butée double sont une combinaison des caractéristiques de chaque butée. Les épaisseurs de film sont liées au jeu initial  $c$  :

$$h_1 + h_2 = c \quad (7.23)$$

Le débit est la somme des deux débits :

$$Q_1 + Q_2 = Q \quad (7.24)$$

La charge est la différence des portances :

$$W = W_1 - W_2 \quad (7.25)$$

En revanche les raideurs s'additionnent :

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 \quad (7.26)$$

### 7.3 Généralisation

Les formules établies précédemment dans le cas d'une butée 1D peuvent s'appliquer à des cas 2D si les largeurs des portées où s'établit le film mince sont faibles devant l'étendue des alvéoles [Nic]. Notons qu'il est préférable d'avoir plusieurs alvéoles qui permettent de supporter des charges excentrées. Les formules données dans la suite du chapitre sont basées sur l'article de Nicolas [Nic].

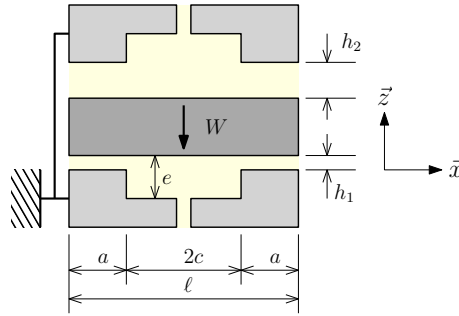


FIGURE 7.9 – Configuration de la butée hydrostatique double

### 7.3.1 Formules générales

La portance s'exprime :

$$W = p_a S K_w = p_s \beta S K_w \quad (7.27)$$

Le débit dans le film est :

$$Q = \frac{p_a h^3}{\mu} K_Q = \frac{p_s \beta h^3}{\mu} K_Q \quad (7.28)$$

La raideur du film peut s'écrire :

$$\lambda = 3 \frac{p_s S K_w}{h} \beta (1 - \beta) \quad (7.29)$$

La rapport des pressions vaut :

$$\beta = \frac{p_a}{p_s} = \frac{K_c}{h^3 K_Q + K_c} \quad (7.30)$$

La puissance consommée par la pompe est le produit du débit par la pression de sortie soit :

$$P = Q p_s = Q_r p_s = \frac{K_c}{\mu} (p_s - p_a) p_s = \frac{K_c}{\mu} (1 - \beta) p_s^2 \quad (7.31)$$

Enfin le coefficient de débit d'un capillaire de diamètre  $d_c$  et de longueur  $\ell_c$  s'exprime :

$$K_c = \frac{\pi d_c^4}{128 \ell_c} \quad (7.32)$$

Notons que pour que le tube respecte la loi d'écoulement d'un capillaire, il faut  $\ell_c > 50 d_c$ . En cas d'utilisation d'un diaphragme, les formules se trouvent modifiées et le lecteur pourra se reporter à l'article de Nicolas [Nic].

### 7.3.2 Butée 1D

Pour la butée 1D étudiée précédemment, nous avons montré que :

$$S = L \ell \quad (7.33)$$

$$K_w = 1 - \frac{a}{\ell} \quad (7.34)$$

$$K_Q = \frac{L}{6a} \quad (7.35)$$

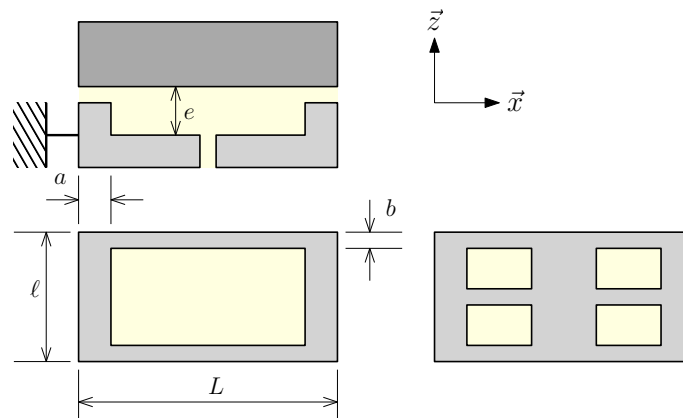


FIGURE 7.10 – Configuration d'une butée plane à un ou quatre alvéoles identiques et centrés [Nic].

### 7.3.3 Butée plane à un ou quatre alvéoles identiques et centrés

La configuration du problème est présentée sur la figure 7.10.

$$S = L\ell \quad (7.36)$$

$$K_w = \frac{(L-a)(\ell-b)}{L\ell} \quad (7.37)$$

$$K_Q = \frac{1}{6} \left( \frac{L-a}{b} + \frac{\ell-b}{a} \right) \quad (7.38)$$

### 7.3.4 Butée plane circulaire

La configuration du problème est présentée sur la figure 7.11.

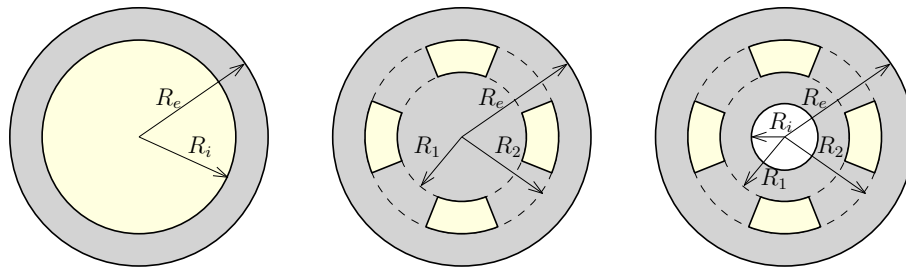


FIGURE 7.11 – Configuration d'une butée plane circulaire [Nic].

#### Butée à un alvéole central

$$S = \pi R_e^2 \quad (7.39)$$

$$K_w = \frac{1 - R_i^2/R_e^2}{2 \ln(R_e/R_i)} \quad (7.40)$$

$$K_Q = \frac{\pi}{6 \ln(R_e/R_i)} \quad (7.41)$$



**Butée à  $n$  alvéoles identiques**

$$S = \pi R_e^2 \quad (7.42)$$

$$K_w = \frac{1 - R_2^2/R_e^2}{2 \ln(R_e/R_2)} \quad (7.43)$$

$$K_Q = \frac{\pi}{6 \ln(R_e/R_2)} \quad (7.44)$$

**Butée à  $n$  alvéoles identiques et orifice central**

$$S = \pi (R_e^2 - R_i^2) \quad (7.45)$$

$$K_w = \frac{1}{2 (R_e^2 - R_i^2)} \left[ \frac{R_e^2 - R_2^2}{\ln(R_e/R_2)} - \frac{R_1^2 - R_i^2}{\ln(R_1/R_i)} \right] \quad (7.46)$$

$$K_Q = \frac{\pi}{6} \left[ \frac{1}{\ln(R_e/R_2)} + \frac{1}{\ln(R_1/R_i)} \right] \quad (7.47)$$

**7.3.5 Palier cylindrique à un ou quatre alvéoles identiques**

La configuration du problème est présentée sur la figure 7.11.

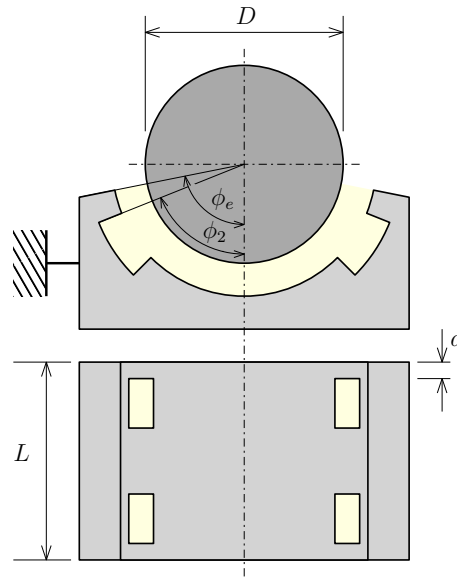


FIGURE 7.12 – Configuration d'une palier cylindrique [Nic].

$$S = LD \sin \phi_e \quad (7.48)$$

$$K_w = \frac{(1 - a/L) (\sin \phi_e + \sin \phi_2)}{2 \sin \phi_e} \quad (7.49)$$

$$K_Q = \frac{1}{3} \left[ \frac{D L (\phi_e + \phi_2)}{4L a} + \frac{L (1 - a/L)}{D (\phi_e - \phi_2)} \right] \quad (7.50)$$

## 7.4 Synthèse

Voici quelques règles et conseils de conception pour les systèmes de guidages hydrostatiques :

- Utilisable pour de très fortes charges (pression d'alimentation et surface adaptées) ;
- Possibilité d'obtenir de très grande raideur (adapté aux guidages précis) ;
- En effet  $W \propto h^{-3}$  alors qu'en lubrification hydrodynamique  $W \propto h^{-2}$ .
- Frottement théoriquement nul (positionnement précis) si la vitesse est nulle ;
- Peut fonctionner sans vitesse relative ;
- Nécessite un système hydraulique d'alimentation ;
- Adapter l'état de surface à l'épaisseur de film.



## Chapitre 8

# La lubrification élastohydrodynamique

### 8.1 Introduction

On parle de lubrification élastohydrodynamique (EHD) lorsque les surfaces sont séparées par un film de fluide visqueux dont la pression est générée par le mouvement relatif des surfaces qui se déforment élastiquement sous l'effet de la pression (figure 8.1). La lubrification EHD se produit principalement dans les contacts de faible étendue où les pressions peuvent atteindre des valeurs de l'ordre du gigapascal (voir paragraphe 2.2). La figure 8.2 présente quelques exemples de contact pour lesquels le régime de lubrification est élastohydrodynamique. On y trouve les roulements, engrenages, cames, etc.

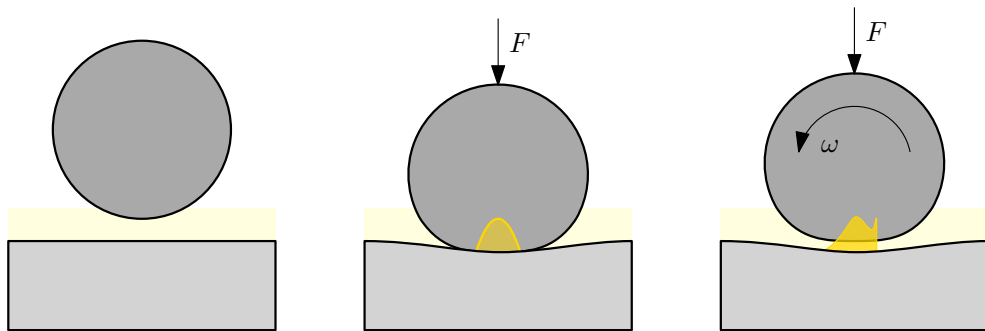


FIGURE 8.1 – Principe de la lubrification élastohydrodynamique

### 8.2 Modélisation du problème

Nous nous limiterons ici au cas du contact sphère plan. La configuration géométrique est présentée sur la figure 8.3. Le repère est attaché au point de contact entre les deux solides. Les vitesses des solides  $U_1$  et  $U_2$  sont définies par rapport à ce repère.

La pression dans le contact est gouvernée par l'équation de Reynolds qui, dans le cas d'un régime stationnaire et d'un fluide incompressible, se limite à :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{h^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y} \right) = 6(U_1 + U_2) \frac{\partial h}{\partial x} \quad (8.1)$$

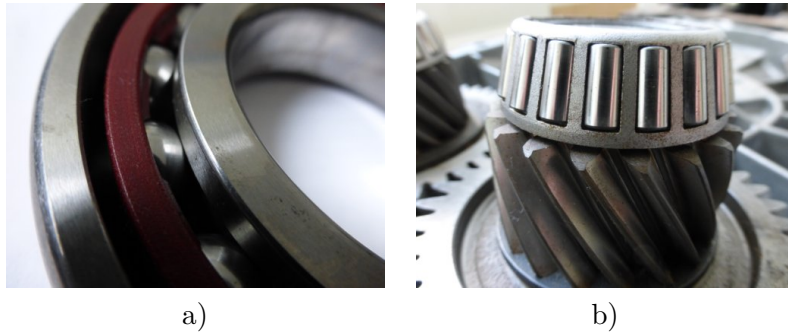


FIGURE 8.2 – Exemples de contact élastohydrodynamique : a) Roulement à billes, b) Roulement à rouleaux et roue dentée (source Institut Pprime).

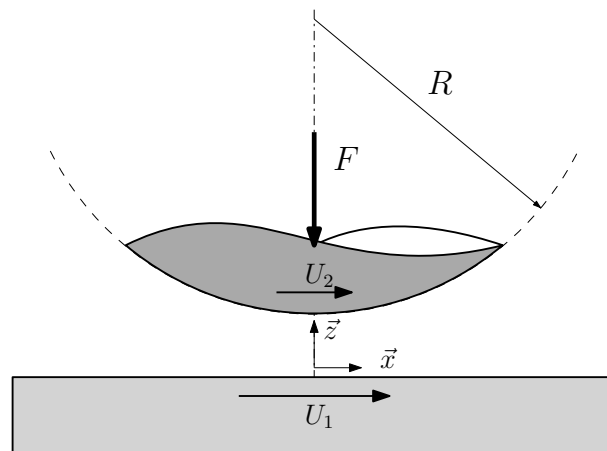


FIGURE 8.3 – Configuration du contact sphère plan en régime EHD

En outre, il faut tenir compte du fait que la viscosité du fluide va varier avec la pression. On parle d'effet piezo-visqueux. En utilisant la loi de Barus présentée dans le paragraphe 4.3.2, il vient :

$$\mu(p) = \mu_0 e^{\alpha p} \quad (8.2)$$

D'autre part, il est nécessaire de tenir compte du fait que l'épaisseur  $h$  de film va être affectée par la pression locale. La présentation des méthodes de calcul des déformations sort du cadre de ce cours. Le lecteur pourra se reporter à différents travaux [Joh85, Fra01].

### 8.2.1 Résultats numériques

Le problème précédent ne présente pas de solution analytique et doit être résolu par une approche numérique. La figure 8.4 présente des champs de pression dans un contact sphère plan en régime EHD pour une faible charge et une forte charge. En outre, l'effet de la piezo-viscosité (la dépendance de la viscosité à la pression) est également illustré. Pour la forte charge, la distribution de pression est proche de celle obtenue par la théorie de Hertz dans le cas du contact élastique sphère plan (voir paragraphe 2.2). Dans le cas d'une faible charge, le champ de pression est beaucoup plus étalé et n'est plus symétrique dans la direction d'écoulement  $x$ . L'effet piezo-visqueux conduit à la création d'un pic de pression très acéré en sortie de contact.

Les épaisseurs de film correspondant aux précédents champ de pression sont présentées sur la figure 8.5. Une forte charge conduit à une épaisseur quasiment constante dans la partie centrale du contact, contrairement aux cas à faibles charges. La présence d'un effet piezo-visqueux se traduit par la formation d'un bourrelet en sortie de contact. Ce bourrelet prend la forme d'un fer à cheval pour les fortes charges et forte piezo-viscosité.

### 8.2.2 Comparaison à l'expérience

De nombreux travaux ont été consacrés à l'analyse expérimentale des contacts en régime de lubrification EHD. L'interférométrie optique a été couramment utilisée pour mesurer l'épaisseur de film dans des contacts après avoir remplacé le plan par un disque de verre (voir figure 8.6). Un exemple de résultat est présenté sur la figure 8.7. La couleur est corrélée à l'épaisseur du film lubrifiant. On identifie clairement la zone en forme de fer à cheval à la sortie de la zone de contact (ici à gauche sur les photos). Les mesures ont permis de valider les calculs numériques réalisés.

## 8.3 Les différents régimes de lubrification

Hamrock et Dowson [HD81] ont réalisés un grand nombre de simulations de contact sphère plan sous différentes conditions. Ils ont pu montrer que le problème dépend d'un nombre limité de paramètres sans dimension. Ils ont défini le paramètre de charge :

$$W = \frac{F}{E' R^2} \quad (8.3)$$

Ils ont également introduit un paramètre hydrodynamique :

$$U = \frac{\mu_0 (U_1 + U_2)}{2E' R} \quad (8.4)$$

Enfin, ils ont utilisé un paramètre piezo-visqueux :

$$G = \alpha E' \quad (8.5)$$

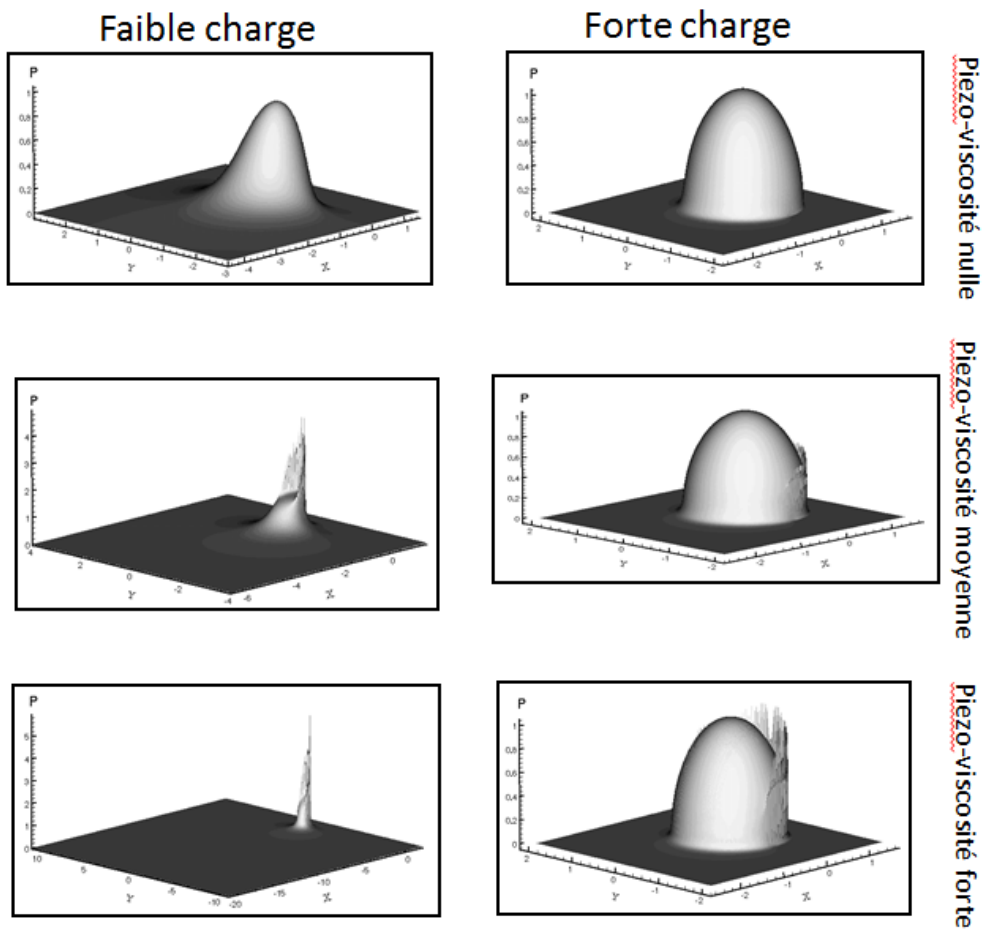


FIGURE 8.4 – Effet de la charge et de la piezo-viscosité sur le champ de pression dans un contact sphère plan lubrifié [Fra01]

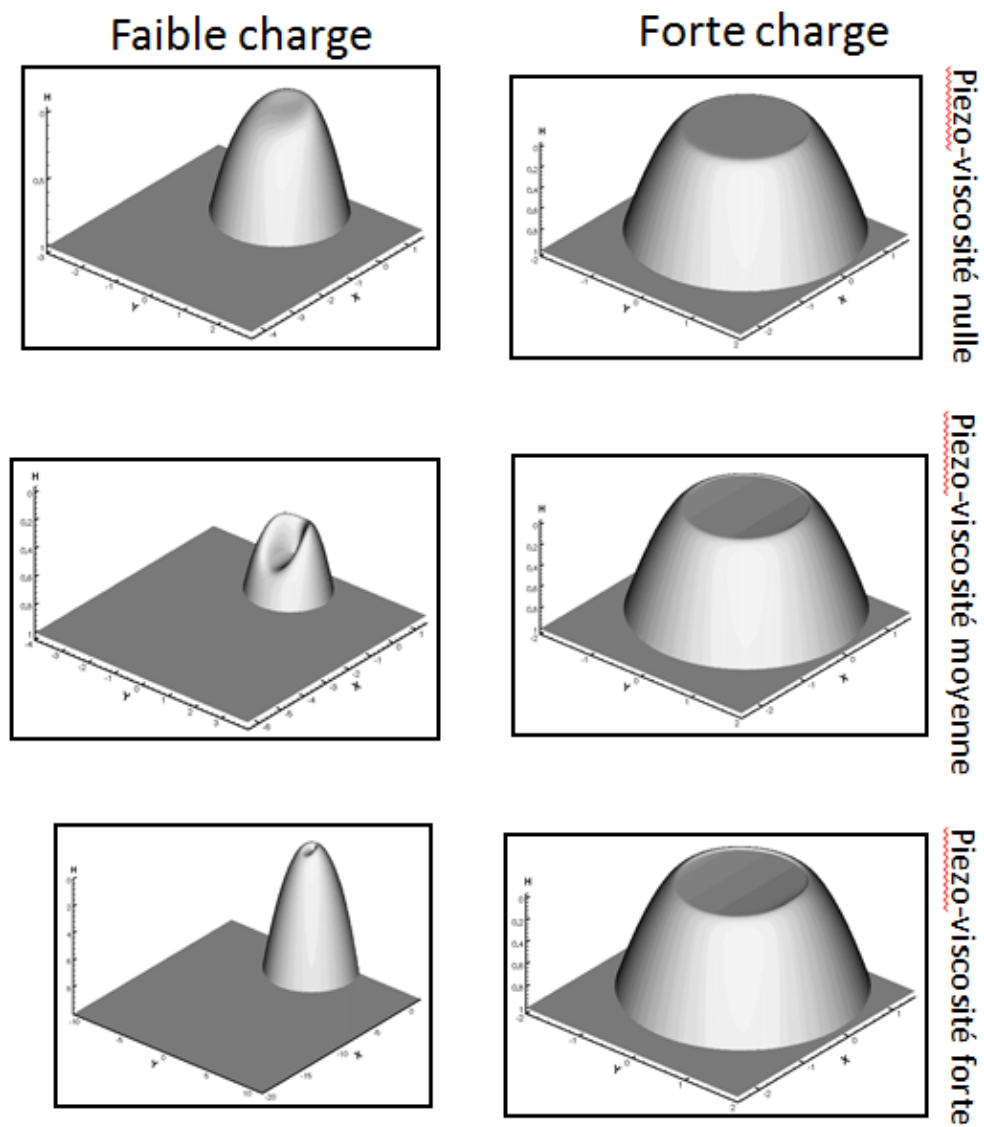


FIGURE 8.5 – Effet de la charge et de la piezo-viscosité sur l'épaisseur du film lubrifiant (en échelle inversée) dans un contact sphère plan [Fra01]



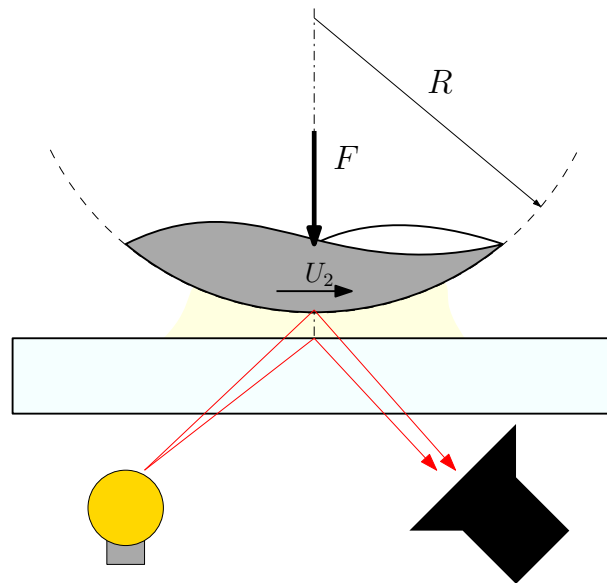


FIGURE 8.6 – Principe de la mesure d'épaisseur de film par interférométrie dans un contact EHD

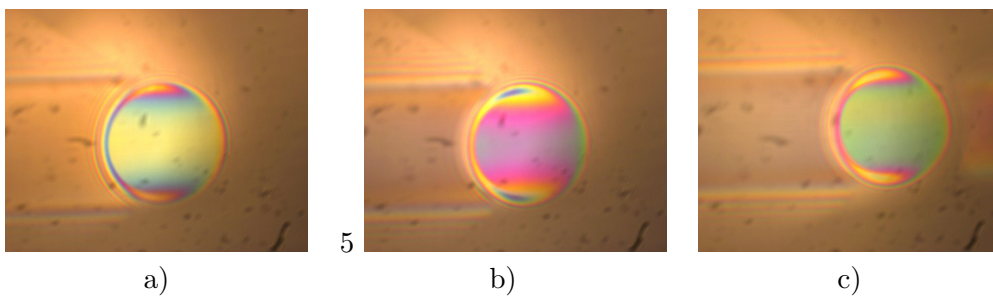


FIGURE 8.7 – Exemples d'interférogramme dans un contact sphère plan en régime de lubrification EHD pour un même chargement mais des vitesses croissantes  $U_1 = U_2 =$  a) 2.62 cm/s b) 5.24 cm/s c) 7.85 cm/s (source : Institut Pprime)

Ici  $E'$  est le module élastique équivalent utilisé en mécanique des contacts (voir chapitre 2) :

$$E' = \frac{2}{\frac{1-\nu_a^2}{E_a} + \frac{1-\nu_b^2}{E_b}} \quad (8.6)$$

A partir de leurs simulation, ils ont montré que l'épaisseur de film sans dimension dépend uniquement de deux paramètres sans dimensions qui sont une combinaison de  $W$ ,  $U$  et  $G$ . L'épaisseur sans dimension s'exprime :

$$\hat{H} = \frac{hW^2}{RU^2} \quad (8.7)$$

Les deux paramètres sont le paramètre élastique :

$$g_E = \frac{W^{8/3}}{U^2} \quad (8.8)$$

et le paramètre piezovisqueux :

$$g_V = \frac{GW^3}{U^2} \quad (8.9)$$

Leurs calculs ont montré qu'il existe quatre régimes distincts de lubrification pour lesquels ils ont obtenu une relation entre le l'épaisseur minimale de film et les paramètres  $g_E$  et  $g_V$  :

**Le régime isovisqueux rigide** La pression est trop faible pour modifier la viscosité ou produire des déformations :

$$\hat{H}_{min} = 140$$

**Le régime piezovisqueux rigide** il y a une modification significative de la viscosité mais les déformations élastiques restent négligeables :

$$\hat{H}_{min} = 0.819g_V^{2/3}$$

**Le régime isovisqueux élastique** les variations de viscosité sont négligeables mais les déformations élastiques sont significatives :

$$\hat{H}_{min} = 3.276g_E^{0.67}$$

**Le régime piezovisqueux élastique** La pression est suffisamment élevée pour modifier la viscosité et produire des déformations :

$$\hat{H}_{min} = 1.687g_V^{0.49}g_E^{0.17}$$

La figure 8.8 présente la localisation des régimes de lubrification en fonction des valeurs des paramètres élastique  $g_E$  et visqueux  $g_V$ . D'une manière générale, connaissant les valeurs de  $g_E$  et  $g_V$ , le régime correspondant est celui qui conduit à l'épaisseur maximale de film.

Pour le régime piezovisqueux élastique, il est intéressant d'exprimer l'épaisseur réelle de film en fonction des paramètres dimensionnés. Il vient :

$$h_{min} = 1.687\alpha^{1/2}E'^{-1/9}F^{-1/18}\mu_0^{2/3}\left(\frac{U_1 + U_2}{2}\right)^{2/3}R^{8/18} \quad (8.10)$$

Pour ce régime l'épaisseur de film est très peu sensible à la charge appliquée comme le montre la faible puissance du terme de force  $F$ .

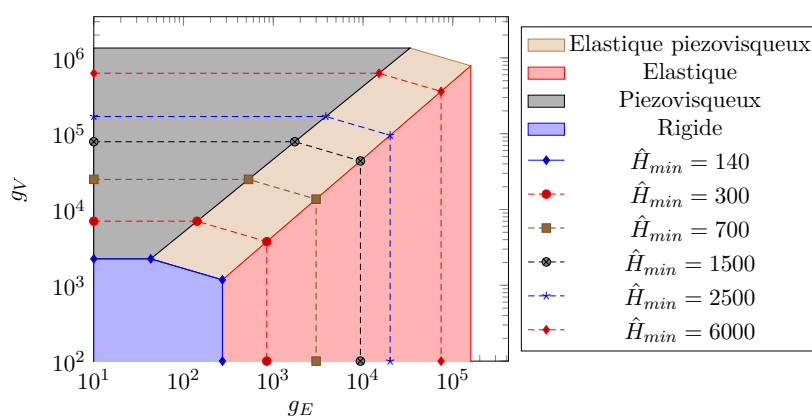


FIGURE 8.8 – Épaisseur minimale de film et les différents régimes de lubrification EHD en fonction des paramètres élastique  $g_E$  et visqueux  $g_V$ , d'après [HD81].

## 8.4 Synthèse et informations pratiques

Dans un contact localisé, il est possible de générer un film lubrifiant grâce à :

- l'effet hydrodynamique ;
- les déformations élastiques et à l'augmentation de viscosité (comportement piezo-visqueux) dues aux pressions élevées qui peuvent atteindre plusieurs GPa ;
- son épaisseur, généralement très faible, est contrôlée par deux paramètres sans dimension  $g_E$  et  $g_V$ .

Il est important de respecter quelques règles de conception :

- Les épaisseurs de film sont généralement inférieures au micron ce qui nécessite un excellent état de surface des deux solides.
- Les très fortes pressions impliquent l'utilisation de matériau à forte limite élastique.
- Le film ne peut se former que si les vitesses sont non nulles. Les démarrages, inversions de vitesse sont des périodes critiques pour le contact. Il peut y avoir rupture du film. Des arrêts et démarrages répétés peuvent nécessiter d'utiliser des surfaces revêtues ou des lubrifiants adaptés.

## Chapitre 9

# Mouillabilité et capillarité

### 9.1 Introduction

Lorsque le lubrifiant utilisé est un liquide, il est important de s'interroger sur la manière dont le fluide va mouiller la surface. La mouillabilité caractérise la capacité d'un liquide à s'étaler sur une surface. La mouillabilité va dépendre de la nature du liquide mais aussi du matériau avec lequel il est en contact (voir figure 9.1). La mouillabilité va aussi conditionner l'aptitude du lubrifiant à remplir naturellement un contact, ce qui est un point important en lubrification.

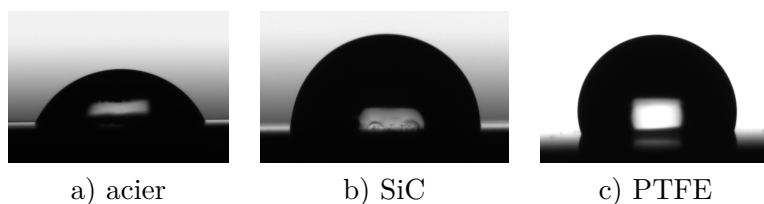


FIGURE 9.1 – Effet de la nature du matériau sur l'étalement d'une goutte (source Institut Pprime)

### 9.2 Angle de contact

La figure 9.2 présente une goutte posée sur une surface plane et lisse. Les tensions de surfaces ( $\gamma_\ell$  pour le liquide,  $\gamma_s$  pour le solide et  $\gamma_{s\ell}$  pour l'interface liquide solide) sont des forces par unité de longueur. Dans le paragraphe 1.4.2, nous avons plutôt utilisé le terme d'énergie de surface dont l'unité est le Joule par unité de surface qui est équivalent au Newton par mètre. Pour rappel, nous avons fait l'hypothèse que l'énergie de surface et la tension de surface sont confondues, ce qui n'est pas exact dans le cas des solides. Si on s'intéresse à l'équilibre des tensions de surface dans la direction horizontale, on obtient l'équation d'Young [LZ16] :

$$\cos \theta \gamma_\ell = \gamma_s - \gamma_{s\ell} \quad (9.1)$$

L'amplitude relative entre les tensions de surfaces va contrôler l'angle  $\theta$  formé par la goutte. On parle de l'angle de contact. Dans certains, la goutte peut complètement s'étaler si  $\gamma_s > \gamma_\ell + \gamma_{s\ell}$ . Nous ne regarderons pas ce cas particulier. On identifie alors deux situations présentées sur la figure 9.3. Lorsque l'angle  $\theta$  est inférieur à  $90^\circ$ , la surface est dite hydrophile et au contraire hydrophobe dès que  $\theta$  dépasse  $90^\circ$ . Le terme "hydro"

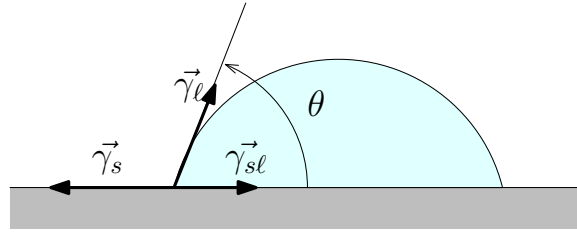


FIGURE 9.2 – Effet de la nature du matériau sur l'étalement d'une goutte (source Institut Pprime)

provient du fait que le test est généralement réalisé avec de l'eau. Dans le cas où le liquide est de l'huile, on parle de oléophile ou oléophobe.

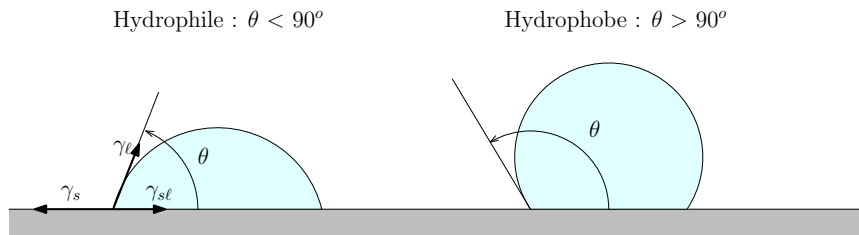


FIGURE 9.3 – Définition du caractère hydrophile et hydrophobe

Un angle de contact supérieur à  $90^\circ$  est obtenu avec un liquide présentant une tension de surface élevée et un matériau à faible énergie de surface. L'exemple typique est de l'eau ( $\gamma_\ell = 71 \text{ mJ.m}^{-2}$ ) sur un polymère comme la montre la figure 9.1 c) avec du PTFE ( $\gamma_s = 18 \text{ mJ.m}^{-2}$ ). Sur un métal dont l'énergie de surface est élevée, une goutte d'eau aura tendance à mieux s'étaler avec un angle  $\theta < 90^\circ$  (figure 9.1 a).

Les huiles ont une tension de surface de l'ordre de  $20$  à  $30 \text{ mJ.m}^{-2}$  [MCAL17, KM72], bien inférieure à celle de l'eau. Si mise en contact avec de l'acier, les huiles présentent évidemment un angle de contact inférieur à  $90^\circ$  [KM72], c'est également le cas avec des polymères. La plupart des matériaux sont donc oléophiles.

### 9.3 Équation de Laplace

Intéressons-nous à une goutte sphérique de liquide de rayon  $R$ . Isolons la moitié de la sphère et étudions les forces mises en jeu (figure 9.4). La gravité est ici négligée. La demi goutte est soumise à une force due à la pression externe  $p_1$  :  $\pi R^2 p_1$ . Une force opposée est due à la pression interne  $p_2$  dans la goutte :  $-\pi R^2 p_2$ . Enfin, la tensions de surface qui s'exerce sur la périphérie de la goutte exerce une force supplémentaire :  $2\pi R \gamma_\ell$ . Ceci conduit à une relation entre la différence de pression, la tension de surface du liquide et le rayon de courbure de la sphère :

$$\frac{2\gamma}{R} = p_1 - p_2 \quad (9.2)$$

Cette équation peut être généralisée à une surface présentant des rayons de courbure différents  $R_1$  et  $R_2$ . C'est l'équation de Laplace :

$$\gamma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = p_1 - p_2 \quad (9.3)$$

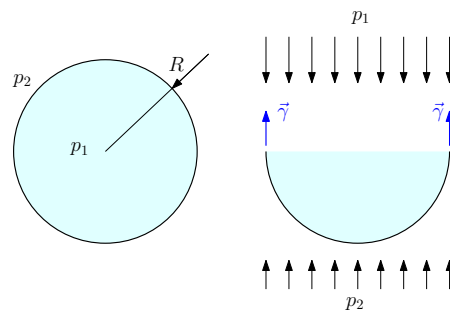


FIGURE 9.4 – Pression de Laplace dans une goutte

Cette relation nous indique que si la frontière entre l'atmosphère et le liquide est courbe, une différence de pression existe entre le liquide et la gaz.

## 9.4 Capillarité

Considérons deux surfaces de même nature séparées par une distance  $h$  avec un liquide qui remplit partiellement l'espace disponible. Cette situation se produit dans un système lubrifié à l'arrêt. La distance  $h$  résulte du contact entre les aspérités (non considérées dans notre analyse). En raison de l'angle de contact  $\theta$  entre le liquide et les deux surfaces, un ménisque de rayon  $R$  va se former à l'interface entre le liquide et l'atmosphère environnant.

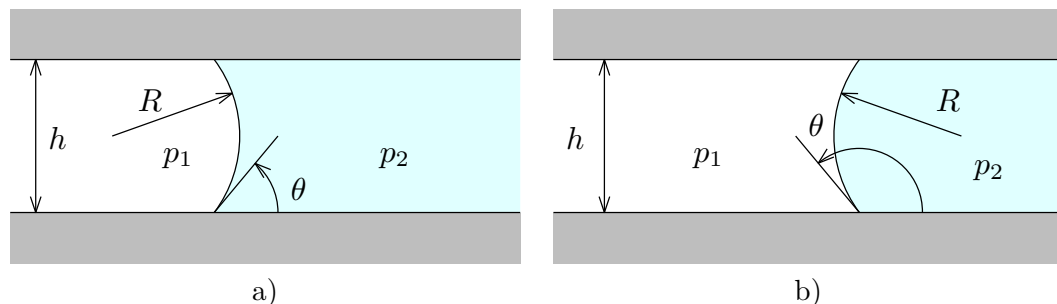


FIGURE 9.5 – Film de liquide entre deux surfaces : a) hydrophiles ou oléophiles - b) hydrophobes ou oléophobes

### 9.4.1 Surfaces hydrophiles ou oléophiles

Prenons le cas de surfaces hydrophiles ou oléophiles (figure 9.5 a). L'angle  $\theta$  est inférieur à  $90^\circ$  et le rayon de courbure du ménisque s'exprime :

$$R = \frac{h}{2 \cos \theta} \quad (9.4)$$

D'après l'équation de Laplace, à l'équilibre, la pression  $p_1$  dans l'atmosphère sera supérieure à la pression dans le lubrifiant  $p_2$ . Si on suppose que le ménisque a une forme cylindrique de rayon  $R$ , la différence de pression est alors :

$$p_1 - p_2 = \frac{2\gamma \cos \theta}{h} > 0 \quad (9.5)$$

Si initialement le liquide est à pression atmosphérique, il va naturellement se déplacer vers la gauche mû pas les forces capillaires. Donc le contact va tendre à se remplir de fluide,

ce qui est particulièrement intéressant pour un contact lubrifié. S'il y a suffisamment de liquide pour remplir complètement le contact, le ménisque va sortir de l'espace entre les deux surfaces ce qui va permettre d'assurer l'égalité des pressions. Si la quantité de liquide est insuffisante, le ménisque va se stabiliser à une position donnée et une dépression sera créée dans le liquide. Cette dépression va créer une force d'attraction entre les surfaces qui va augmenter la charge de contact. Supposons les surfaces en acier, l'angle de contact avec une huile est alors de l'ordre de  $25^\circ$  à température ambiante [KM72]. Supposons une tension de surface de  $25 \text{ mJ.m}^{-2}$  et une distance  $h$  de  $1 \mu\text{m}$ . La différence de pression vaut :  $p_1 - p_2 = 0.45 \text{ bars}$ . Cette différence de pression va rendre la séparation des surfaces difficile et peut poser problème. Il est possible de ressentir cet effet lorsqu'on essaie de soulever un objet posée sur une table mouillée.

#### 9.4.2 Surfaces hydrophobes ou oléophobes

Prenons maintenant le cas opposé de surfaces hydrophobes ou oléophobes (figure 9.5 b). L'angle  $\theta$  est supérieur à  $90^\circ$ , le rayon de courbure du ménisque s'exprime :

$$R = -\frac{h}{2 \cos \theta} \quad (9.6)$$

D'après l'équation de Laplace, à l'équilibre, la pression  $p_1$  dans l'atmosphère sera inférieure à la pression dans le lubrifiant  $p_2$ . Si on suppose que le ménisque a une forme cylindrique de rayon  $R$ , la différence de pression est alors :

$$p_2 - p_1 = -\frac{2\gamma \cos \theta}{h} > 0 \quad (9.7)$$

Si initialement le liquide est à pression atmosphérique, il va naturellement se déplacer vers la droite dû pas les forces capillaires dues à la tension de surface du liquide. Donc le contact va tendre à se vider de fluide, ce qui peut être gênant pour un contact lubrifié. Le ménisque va se déplacer et comprimer le liquide jusqu'à ce que sa pression respecte l'équation de Laplace. D'une manière générale, cette situation est plutôt rare. En effet dans le cas des huiles, l'angle  $\theta$  est inférieur à  $90^\circ$  pour la plupart des matériaux. On peut rencontrer cette situation pour de l'eau en contact avec des matériaux polymères par exemple.

## 9.5 Synthèse

- Lorsqu'un liquide est posé sur une surface, un angle  $\theta$  va se former entre la frontière du liquide et de la surface. Il est le résultat d'un équilibre entre les tensions de surfaces (ou énergie de surface) du liquide et du solide.
- Si  $\theta < 90^\circ$ , la surface est dite hydrophile ou oléophile (cas de l'huile)
- Si  $\theta > 90^\circ$ , la surface est dite hydrophobe ou oléophobe (cas de l'huile)
- La plupart des matériaux sont oléophiles.
- Si l'interface entre le liquide et l'atmosphère est courbe, une différence de pression apparaît entre les deux milieux, c'est la pression de Laplace.
- Lorsqu'on place un liquide entre deux surfaces, un ménisque va former. Dans le cas de l'huile, les surfaces sont oléophiles et l'huile va tendre à remplir l'espace entre les deux surfaces sous l'effet capillaire (pression de Laplace et angle de contact)





# Chapitre 10

## Lubrification par un gaz

### 10.1 Introduction

Il est possible d'utiliser un gaz comme lubrifiant. Cependant, les très mauvaises caractéristiques lubrifiantes des gaz proscrivent leur utilisation en régime mixte ou limite. Pour utiliser un gaz, il faut s'assurer qu'il existe toujours un film qu'il soit aérodynamique, c'est à dire généré par une vitesse ou aérostatique, c'est-à-dire généré par une source extérieure de pression.

La figure 10.1 présente des exemples de paliers et butées pour lesquels la séparation des surfaces est assurée par un film d'air. Le film peut être créé par le mouvement des surfaces (lubrification aérodynamique). Dans ce cas, il est courant d'utiliser des surfaces rainurées.

La lubrification à air est utilisée dans les applications où de grandes vitesses sont atteintes. L'air est intéressant pour les applications où un niveau de propreté élevé est requis. Enfin, la lubrification à air est retenue pour les applications à faible frottement. On les trouve naturellement sur les guidages de systèmes de métrologie. La figure 10.2 présente des exemples d'applications.

### 10.2 Loi de comportement du gaz

Dans la majorité des cas, le comportement du gaz peut être décrit par la loi des gaz parfaits :

$$p = \rho \frac{\mathfrak{R}}{m} T \quad (10.1)$$

où  $\mathfrak{R}$  est la constante universelle des gaz et  $m$  la masse molaire du gaz étudié.  $p$  est ici la pression absolue et  $T$  la température en  $K$ . Comme les frottements visqueux induits par l'air ou le gaz sont faibles, il est courant de considérer l'écoulement comme isotherme soit :

$$p = k\rho \quad (10.2)$$

Dans ce cas, la pression et la masse volumique sont proportionnelles. Même si cela permet de simplifier le problème, ce dernier est fortement non-linéaire. Pour la suite du chapitre nous noterons  $P_a$  la pression atmosphérique qui est bien sûr différente de zéro lorsqu'on travaille en échelle absolue.



FIGURE 10.1 – Exemples de paliers et butées aérostatiques et aérodynamiques : a) Paliers et butées aérostatiques <sup>a</sup>, b) Palier aérostatique, banc mistral (source : Institut Pprime) <sup>b</sup>, c) Butée aérodynamique à feuilles (source : Institut Pprime), d) Garniture mécanique pour gaz (source : Institut Pprime)

<sup>a</sup>. [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/2c/Collection of air bearings from Specialty Components.jpg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/2c/Collection_of_air_bearings_from_Specialty_Components.jpg), Smudge82, CC BY-SA 3.0, via Wikimedia Commons

<sup>b</sup>. <https://equipex-gap-prometee.ensma.fr/installations-banc/mistral/>

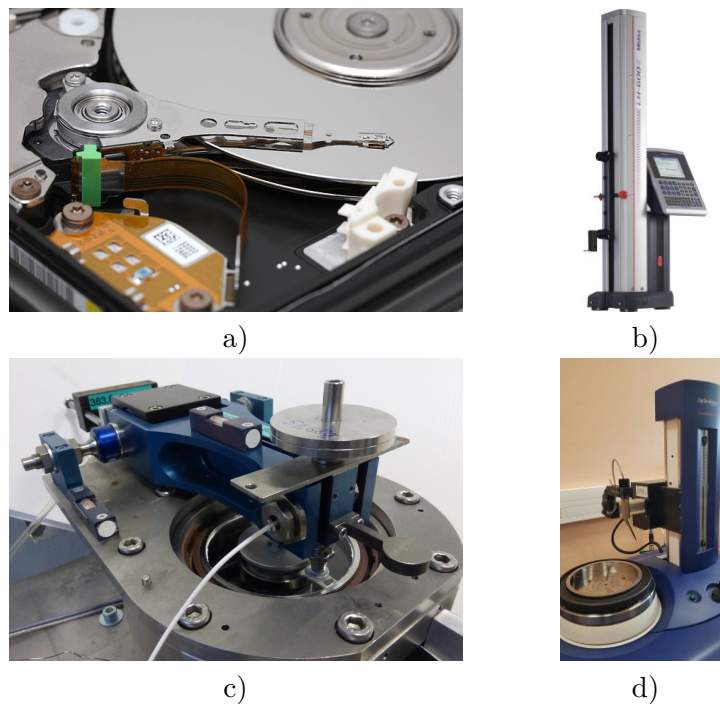


FIGURE 10.2 – Exemples d’applications de paliers et butées à air : a) Disque dur <sup>a</sup>, b) Colonne de mesure avec guidage à air (source : Institut Pprime), c) Tribomètre avec guidage à air (source : Institut Pprime), d) Appareil de métrologie avec broche à air (source : Institut Pprime)

<sup>a</sup>. [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hard\\_disk\\_platters\\_and\\_head.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Hard_disk_platters_and_head.jpg), Mfield, Matthew Field, <http://www.photography.mattfield.com>, CC BY-SA 3.0 <<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>>, via Wikimedia Commons

### 10.3 Lubrification aérodynamique

Intéressons-nous au cas particulier du patin échelon ou patin de Rayleigh présenté sur la figure 10.3. L'équation de Reynolds pour un tel problème se réduit à :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{ph^3}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6Uh \frac{\partial p}{\partial x} \quad (10.3)$$

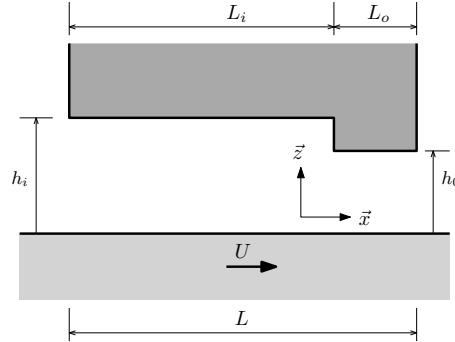


FIGURE 10.3 – Configuration d'un patin de Rayleigh

Les paramètres du problème peuvent être mis sous forme non-dimensionnée :

$$\bar{p} = \frac{p}{p_a} \quad \bar{x} = \frac{x}{L} \quad \bar{h} = \frac{h}{h_o} \quad (10.4)$$

L'équation de Reynolds prend alors la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left( \bar{p} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \right) = \frac{\Lambda}{\bar{h}^2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} \quad (10.5)$$

L'amplitude du terme aérodynamique est contrôlé par un paramètre de compressibilité :

$$\Lambda = \frac{6\mu U}{p_a h_o^2} \quad (10.6)$$

L'équation de Reynolds peut être résolue de manière numérique. On obtient alors les profils de pression présentés sur la figure 10.4. Si le fluide était incompressible, on aurait deux distributions linéaires avec un maximum au niveau de la discontinuité. L'amplitude de ce maximum serait proportionnel à la vitesse. Dans le cas d'un fluide compressible, les profils ne sont pas linéaires et la pression n'augmente pas proportionnellement avec la vitesse. Au contraire, il existe une limite physique correspond au cas  $\Lambda \mapsto \infty$ . Dans cette situation, la pression maximale vaut  $\frac{p_a h_i}{h_o}$ . Par ailleurs il existe une autre limite qui n'est pas mise en évidence par l'équation de Reynolds. En effet, il est possible d'atteindre la vitesse du son, ce qui n'est généralement pas souhaitable.

La figure 10.5 présente des champs de pression obtenus pour une butée à air à rainures spirales (la partie noire correspond à la rainure creusée dans la surface, configuration similaire à la figure 10.1 d). Chaque distribution de pression correspond à un accroissement d'un facteur dix de la vitesse de rotation et donc de  $\Lambda$ . On observe clairement que la pression moyenne dans un secteur n'augmente pas proportionnellement à la vitesse et tend à stagner à partir d'un certain seuil de vitesse. En revanche, l'allure de la distribution de pression change comme dans le cas du patin.

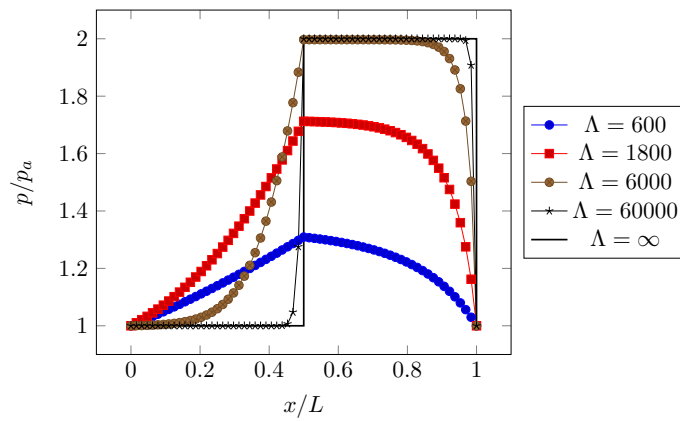


FIGURE 10.4 – Profil de pression dans un patin de Rayleigh pour différentes valeurs du nombre de compressibilité  $\Lambda$  avec  $L_o = L_i$  et  $h_i = 2 \times h_o$

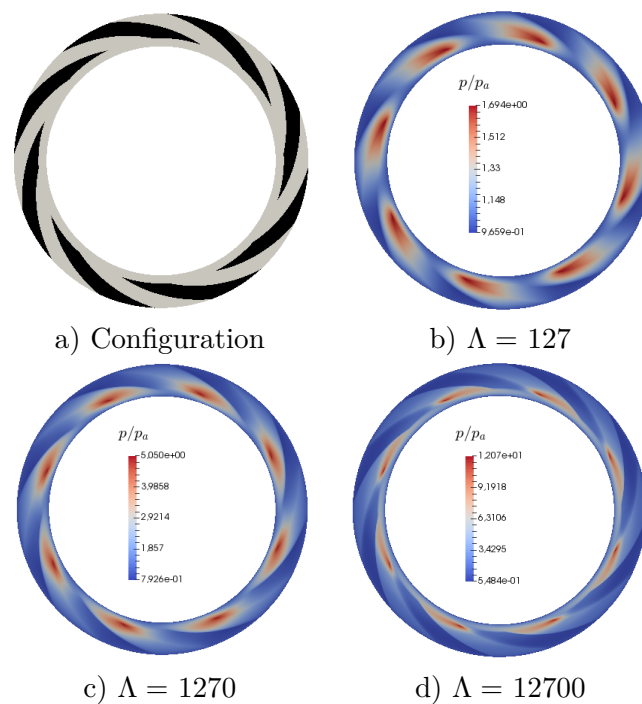


FIGURE 10.5 – Distribution de pression dans une butée à air pour différentes valeurs du nombre de compressibilité  $\Lambda$ .

L'intégrale du champ de pression correspond à la portance  $W$ . L'évolution de cette portance, normalisée par le produit de la surface  $S$  de la butée par la pression ambiante  $p_a$ , est présentée en fonction du nombre de compressibilité sur la figure 10.6. L'augmentation de la portance est très nettement ralentie lorsque  $\Lambda > 10^4$ .

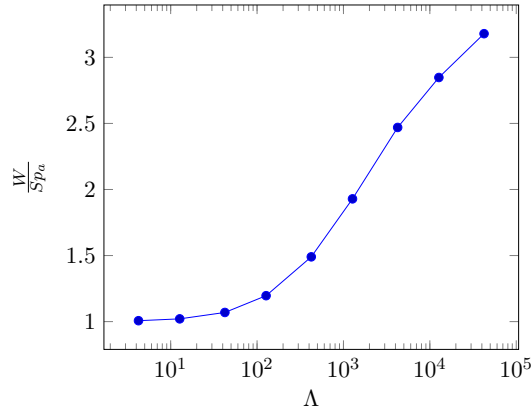


FIGURE 10.6 – Portance d'une butée à air en fonction du nombre de compressibilité  $\Lambda$ .

## 10.4 Lubrification aérostatique

Il est possible d'utiliser de l'air sous pression pour séparer deux surfaces. On parle alors de lubrification aérostatique. Toutefois il existe quelques différences par rapport au cas de la lubrification hydrostatique (avec des fluides incompressibles) présentée dans le chapitre 7.

Intéressons-nous au cas de la butée unidimensionnelle de la figure 10.7. Nous supposons que :

- L'épaisseur de film  $h$  est constante ;
- Le régime est stationnaire ;
- Les faces sont immobiles ;
- L'alvéole est profonde devant l'épaisseur du film soit  $e \gg h$  ;
- La pression dans l'alvéole est constante et égale à  $p_0$

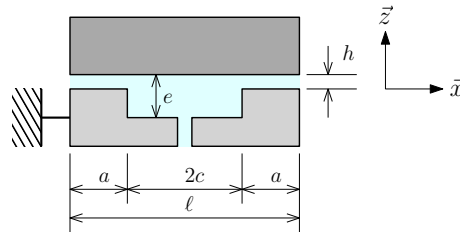


FIGURE 10.7 – Configuration de la butée aérostatique.

L'équation de Reynolds s'exprime alors :

$$\frac{d}{dx} \left( p \frac{dp}{dx} \right) = 0 \quad (10.7)$$

Elle peut prendre la forme :

$$\frac{d^2 p^2}{dx^2} = 0 \quad (10.8)$$

On peut alors facilement trouver l'expression de  $p^2$  puis de  $p$  :

$$p(x) = p_0 \sqrt{1 - \frac{x}{a} \left(1 - \frac{p_a^2}{p_0^2}\right)} \quad (10.9)$$

Pour la suite, on notera  $\alpha = \frac{p_a}{p_0}$  le rapport de la pression atmosphérique sur la pression dans l'alvéole. La pression s'exprime alors :

$$p(x) = p_0 \sqrt{1 - \frac{x}{a} (1 - \alpha^2)} \quad (10.10)$$

La figure 10.8 présente l'allure du profil de pression sur une demi-portée pour différentes valeurs de  $\alpha$ . Plus le rapport des pressions est grand, moins le profil est linéaire.

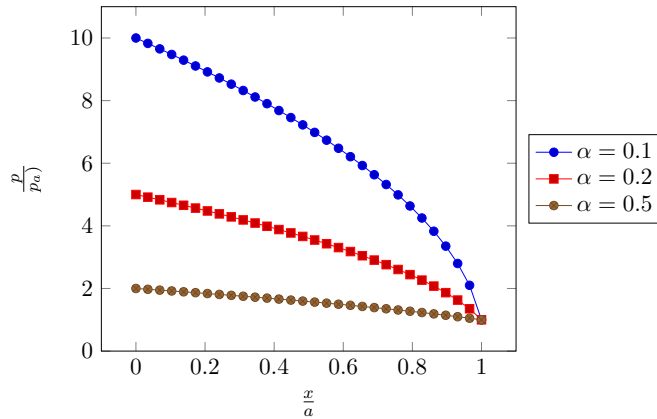


FIGURE 10.8 – Profils de pression sur une demi-portée pour différentes valeurs de  $\alpha$ .

En intégrant la pression, on peut calculer la portance :

$$W = L \int_0^a p dx - Lap_a \quad (10.11)$$

On en déduit :

$$W = Lap_0 \frac{2}{3(1 - \alpha^2)} (1 - \alpha^3) - Lap_a = Lap_a \left( \frac{2}{3\alpha(1 - \alpha^2)} (1 - \alpha^3) - 1 \right) \quad (10.12)$$

Le rapport des pressions  $\alpha$  a un impact direct sur la portance générée (figure 10.9). Lorsque que ce rapport tend vers 1, on retrouve une portance adimensionnée de 0.5, comme dans le cas d'un fluide incompressible.

La portance est indépendante de l'épaisseur du film. Pour que le système ait une raideur non-nulle, il est nécessaire d'ajouter une résistance aérolique qui va lier le débit d'air à la pression dans l'alvéole. Le débit au travers du film s'exprime :

$$\dot{m} = \frac{p_0^2}{r_g T} \frac{Lh^3}{6\mu} (1 - \alpha^2) \quad (10.13)$$

où  $r_g = \frac{\mathfrak{R}}{m}$ . Supposons que la résistance soit un capillaire. Le débit d'alimentation de l'alvéole vaut :

$$\dot{m}_c = \frac{K_c}{\mu r_g T} (p_s^2 - p_0^2) = p_0^2 \frac{K_c}{\mu r_g T} \left( \frac{p_s^2}{p_a^2} \alpha^2 - 1 \right) \quad (10.14)$$



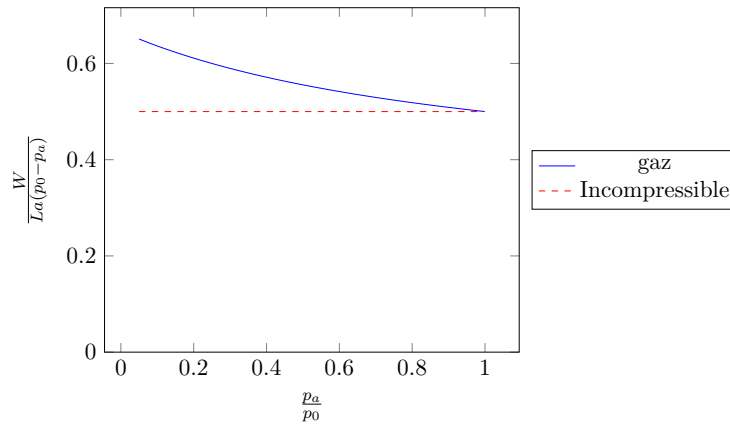


FIGURE 10.9 – Influence du rapport des pressions sur la portance sur une demi-portée.

avec le coefficient de résistance :

$$K_c = \frac{\pi d_c^4}{128 \ell_c} \quad (10.15)$$

où  $\ell_c$  est la longueur du capillaire et  $d_c$  son diamètre. Les deux débits devant être égaux, le rapport des pressions  $\alpha$  peut alors être calculé :

$$\alpha = \sqrt{\frac{1 + \frac{Lh^3}{6K_c}}{\frac{p_s^2}{p_a^2} + \frac{Lh^3}{6K_c}}} \quad (10.16)$$

Comme  $\alpha$  dépend de l'épaisseur de film  $h$ , la portance est à son tour fonction de  $h$  comme l'illustre la figure 10.10. La butée a maintenant une raideur et il existe une zone pour laquelle la raideur est maximale. Cette valeur dépend du rapport de la pression d'alimentation  $p_s$  sur la pression atmosphérique  $p_a$ .

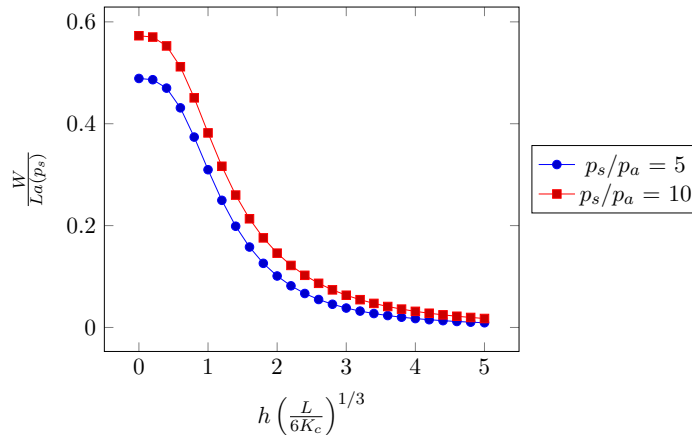


FIGURE 10.10 – Évolution de la portance sur la portée d'une butée aérostatique alimentée par un capillaire en fonction de l'épaisseur du film d'air.

L'alimentation des butées à air peut se faire de différentes manières. Il est possible de réaliser une restriction débitant directement dans le film (figure 10.11 a). Il est courant d'utiliser des matériaux poreux qui permettant de distribuer la pression sur toute la surface tout en assurant une résistance à l'écoulement (figure 10.11 b).

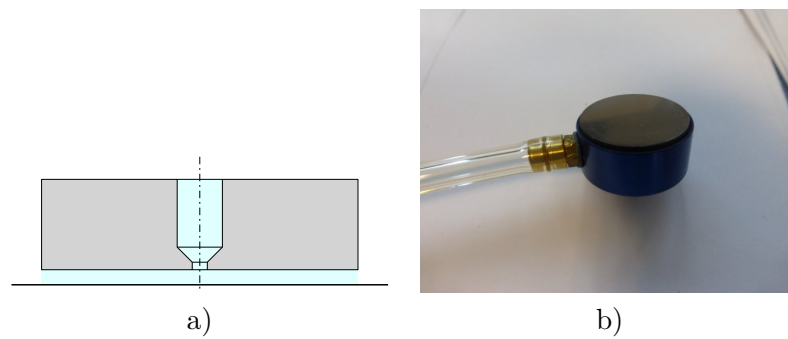


FIGURE 10.11 – Exemples de technique d'alimentation de butée à air : a) Orifice inhérent, b) Matériau poreux (source : Institut Pprime).

## 10.5 Synthèse et informations pratiques

Il est possible de créer des films d'air lubrifiant pour créer des guidages grâce à l'effet aérostatique ou aérodynamique. Les systèmes de guidage à air (ou à gaz) présentent les caractéristiques suivantes :

- Ils sont utilisables pour de charges limitées (la pression spécifique ne dépasse pas un à quelques bars, ce qui correspond à la pression des réseaux d'air comprimé. Il existe une limite de charge en régime aérodynamique due à la compressibilité de l'air) ;
- Il est possible d'obtenir de très faible frottement et des raideurs élevées (adapté aux guidages précis) ;
- Ils peuvent fonctionner sans vitesse relative pour les systèmes aérostatiques ou, au contraire, à très grande vitesse pour les systèmes aérodynamiques ;
- La vitesse du fluide ne peut pas dépasser la vitesse de son, ce qui peut conduire à des limites de fonctionnement ;
- L'état de surface doit être adapté à l'épaisseur de film.



**Troisième partie**

**Interaction fluide solides : Régime  
mixte**



# Chapitre 11

## La lubrification mixte

Les régimes lubrifié et sec ayant été étudiés, il est maintenant possible de s'intéresser au régime de transition, dit régime de lubrification mixte, entre le contact sec et lubrifié.

### 11.1 Introduction

La figure 11.1, issue du chapitre introductif, présente les différents régimes de lubrification dans lequel un contact peut opérer. Il est aisé de les distinguer en représentant le coefficient de frottement  $f$  en fonction du paramètre de service  $G$ .

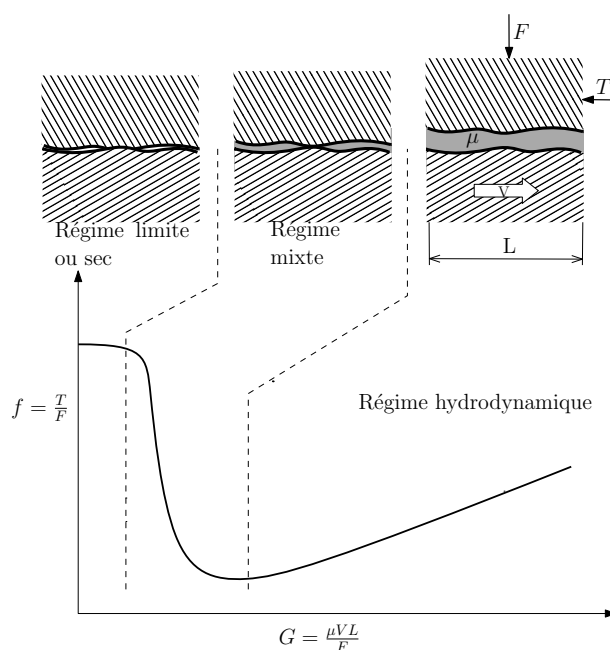


FIGURE 11.1 – Les différents régimes de lubrification.

Le premier est le régime sec ou limite pour lequel la charge normale  $F$  appliquée au contact est entièrement supportée par le contact des aspérités. Notons  $F_c$  la force due au contact. Dans ce case,  $F = F_c$ . L'étude de ce régime comme nous avons pu le voir (partie I), nécessite de prendre en compte la topographie des surfaces et l'élasticité des matériaux. En outre, l'usure peut affecter la topographie au cours du temps. Ce régime se caractérise par un coefficient de frottement élevé.

Pour le régime hydrodynamique, c'est la viscosité du lubrifiant qui permet la génération d'une force  $F_f$  suffisante pour complètement séparer les surfaces (voir partie II). On a alors  $F = F_f$ . Dans ce cas, nous avons supposé que les surfaces ont une forme géométrique parfaite. Toutefois, dans le cas d'un contact localisé, le régime est élastohydrodynamique et les surfaces vont se déformer sous l'effet des pressions importantes rencontrées (voir chapitre 8). Le régime hydrodynamique présente les plus bas niveaux de frottement qui cependant augmente avec  $G$ .

Dans le cas du régime mixte, l'ensemble des phénomènes précédents intervient. La force normale est supportée à la fois pour une force de contact et une force due à la pression du lubrifiant :  $F = F_c + F_f$ . Plusieurs difficultés apparaissent :

- On ne peut plus considérer que les surfaces sont parfaites car les aspérités qui entrent en contact perturbent l'écoulement du lubrifiant
- Des particules d'usure peuvent se détacher et influencer l'écoulement
- Le lubrifiant ou plutôt les additifs peuvent interagir chimiquement avec les surfaces en contact

L'étude de la lubrification mixte constitue encore un sujet de recherche mais suscite un intérêt grandissant. En effet, afin de limiter la consommation énergétique, des lubrifiants de plus faible viscosité  $\mu$  sont utilisés. Ils permettent de diminuer la valeur de  $G$  et du coefficient de frottement. La valeur minimale du frottement est atteinte à la limite des régime mixte et hydrodynamique. Il est donc important de pouvoir caractériser la transition entre ces régimes. Nous n'aborderons dans ce chapitre que les principales notions nécessaires à l'étude du régime mixte.

## 11.2 Exemple expérimental

Les travaux sur la lubrification mixte sont nombreux. Nous nous intéresserons ici à ceux réalisés par Qiu et Khonsari sur une butée hydrodynamique à rainures spirales. La configuration de cette butée est présentée sur la figure 11.2 et les données du problème sont présentées dans le tableau 11.1.

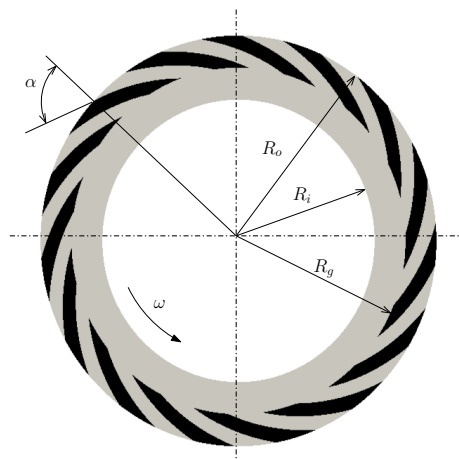


FIGURE 11.2 – Configuration de la butée hydrodynamique étudiée par Qiu et Khonsari [QK11].

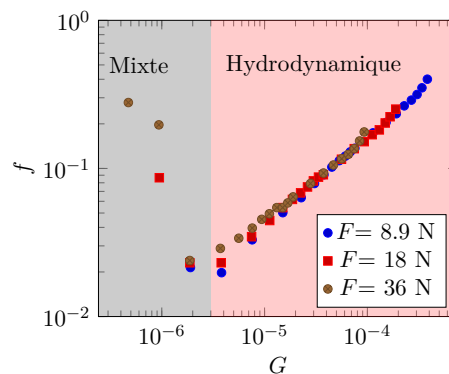
Qiu et Khonsari ont mesuré le coefficient de frottement apparent de la butée pour différents niveaux de charge et différentes vitesses de rotation. En utilisant le paramètre de service  $G$ , il est possible d'obtenir une représentation où les résultats obtenus avec les

| Paramètre                     | Valeur           |
|-------------------------------|------------------|
| Rayon externe $R_o$           | 24 mm            |
| Rayon interne $R_i$           | 16.5 mm          |
| Rayon des rainures $R_g$      | 20.25 mm         |
| Nombre de rainures $N_g$      | 15               |
| Etendue laérale des rainures  | 50%              |
| Profondeur des rainures $h_g$ | 56 $\mu\text{m}$ |
| Angle des rainures $\alpha$   | 70°              |
| Charge axiale $F$             | 8.9, 18 et 36 N  |
| Viscosité du lubrifiant $\mu$ | 0.2121 Pa.s      |
| Vitesse de rotation $\omega$  | 5–1000 tr/min    |

TABLE 11.1 – Données du problème étudié par Qiu et Khonsari [QK11]

différentes charges et vitesse se superposent (figure 11.3). On peut alors clairement identifier le régime mixte, pour lequel  $f$  décroît lorsque  $G$  augmente puis le régime hydrodynamique lorsque le coefficient de frottement  $f$  augmente à nouveau. Dans cet exemple, la transition se produit pour une valeur de  $G \simeq 2 \times 10^{-6}$ . Notons que dans le cas d'une butée, le paramètre de service s'exprime :

$$G = \frac{\mu\omega (R_o^2 - R_i^2)}{2F} \quad (11.1)$$

FIGURE 11.3 – Coefficient de frottement d'une butée à rainures spirales en fonction du paramètre de service  $G$  et régimes de lubrification (données issues de [QK11])

### 11.3 Modélisation du régime de lubrification mixte

Une des principales difficultés dans l'analyse du régime mixte est la différence d'échelle importante entre la taille latérale des aspérités  $\lambda$  ou  $Sal$  (voir chapitre 1) et la taille du contact. Par exemple, la butée étudiée par Qiu et Khonsari [QK11] possède un rayon de 24 mm alors que les aspérités ont une taille latérale d'environ  $\lambda = 10 \mu\text{m}$ .

Les premières approches pour l'étude de la lubrification mixte ont visé à calculer la contribution moyenne des rugosités. C'est ces méthodes dont nous parlerons par la suite. Plus récemment, la puissance de calcul croissante a permis de s'orienter vers des approches déterministes où chaque aspérité est prise en compte. Ces méthodes sont généralement



limitées à des petites étendues mais permettent une meilleure simulation du rôle des rugosités dans l'écoulement (voir par exemple [MBT11]). De nombreux auteurs s'orientent maintenant vers des méthodes multi-échelles, plus pertinentes pour ce type de problème [GPR19].

### 11.3.1 Contact des aspérités

Dans le chapitre 2 dédié aux contacts des surfaces, le modèle de Greenwood et Williamson [GW66] a été utilisé pour décrire les contacts surfaciques. Ce modèle peut être utilisé pour calculer la force  $F_c$  générée par le contact des aspérités en régime mixte. Toutefois, l'approche décrite suppose que les surfaces sont parallèles, ce qui n'est pas toujours le cas, par exemple dans le cas de paliers hydrodynamiques. Il est alors utile de calculer une pression moyenne de contact  $p_c$  qui est le rapport entre la force générée sur une surface de petite étendue divisée par l'aire de cette surface. On obtient :

$$p_c = \eta \frac{E'}{2} \sqrt{\pi R \frac{\sigma^3}{8}} \exp\left(-\frac{2h_s}{\sigma}\right) \quad (11.2)$$

La force de contact est alors obtenue par intégration sur le domaine total  $\Omega$

$$F_c = \int_{\Omega} p_c dS \quad (11.3)$$

Il faut toutefois veiller à ce que les hypothèses du modèle soient respectées.

### 11.3.2 Lubrification entre surfaces rugueuses

Prenons l'exemple d'une surface lisse et plane se déplaçant dans la direction  $x$  à une vitesse  $U$  en face d'une surface rugueuse immobile (figure 11.4). Le fluide est supposé incompressible et le problème stationnaire. Il est possible de définir une épaisseur moyenne de film  $\bar{h}$ . Elle mesure la distance entre la surface nominale 2 (sans la rugosité) et la surface lisse 1. Les méthodes usuellement utilisées visent à calculer une valeur moyenne de la pression du fluide  $\bar{p}$ . Il faut pour cela obtenir une expression de l'équation de Reynolds faisant apparaître la pression moyenne  $\bar{p}$  et la hauteur moyenne  $\bar{h}$ . Plusieurs techniques ont été proposées : approche stochastique [TS67], moyenne spatiale [PC79], méthode asymptotique [Tri83], homogénéisation [BF89]. Ces différentes techniques conduisent à l'équation de Reynolds suivante :

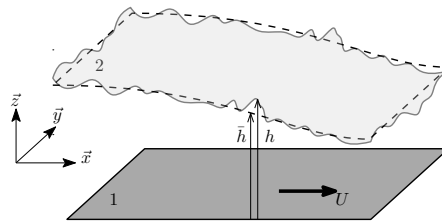


FIGURE 11.4 – Configuration géométrique du problème retenue pour la lubrification entre surfaces rugueuses.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \phi_x \frac{\bar{h}^3}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \phi_y \frac{\bar{h}^3}{\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) = 6U \frac{\partial}{\partial x} (\bar{h} \phi_s) \quad (11.4)$$

Des coefficients correcteurs  $\phi$  apparaissent dans l'équation. Ils permettent de tenir compte de l'effet moyen de la rugosité sur l'écoulement du fluide. L'expression de ces coefficients varient suivant la méthode retenue. Dans le cas d'une surface isotrope ( $\lambda_x = \lambda_y$  ou  $Str = 1$ , voir chapitre 1), Tripp a montré que les coefficients s'expriment [Tri83] :

$$\phi_x = \phi_y = \phi_s = 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{Sq}{\bar{h}} \right)^2 \quad (11.5)$$

Dans le cas où l'épaisseur de film  $\bar{h}$  reste supérieure à  $4 Sq$ , les coefficients correcteurs sont proches de 1 et l'effet des rugosité est négligeable.

## 11.4 Résultat et discussion

Dans l'analyse qui suit, nous avons supposé que les coefficients correcteurs valent 1. L'équation de Reynolds a été résolue pour calculer la force du fluide  $F_f$ . Le modèle de Greenwood et Williamson a été retenu pour le calcul de la force de contact  $F_c$ . La distance des surfaces est ajustée de manière à ce que  $F = F_f + F_c$ . Le coefficient de frottement calculé est comparé aux résultats de Qiu et Khonsari [QK11] sur la figure 11.5. On observe une excellente corrélation entre les résultats théoriques et expérimentaux.

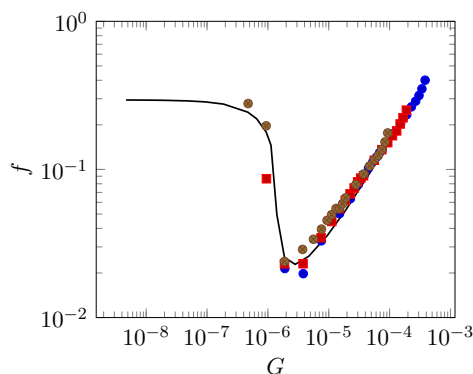


FIGURE 11.5 – Coefficient de frottement d'une butée à rainures spirales en fonction du paramètre de service  $G$  - Comparaison théorie–expérience (données expérimentale issues de [QK11])

Le modèle offre des informations non-accessibles pendant les tests tels que la valeur de la force de contact ou l'épaisseur du film. La force de contact normalisée  $F_c/F$  est présentée en fonction de  $G$  sur la figure 11.6 a). Grâce à cette figure il est aisée de définir la limite entre le régime mixte et hydrodynamique. Il correspond à  $F_c/F = 0$  et  $G = 1.5 \times 10^{-6}$ . Il est possible d'identifier le régime limite pour lequel  $F_c/F \simeq 1$ . Il correspond à  $G < 10^{-8}$ .

Pour les régimes limites et mixte, la distance des surfaces évolue peu et reste proche de  $0.6 \mu\text{m}$  soit environ 4 fois  $Sq$  (qui vaut  $0.15 \mu\text{m}$  dans ce cas) comme le montre la figure 11.6 b). Dès que le régime hydrodynamique est établi, l'épaisseur de film augmente très rapidement.

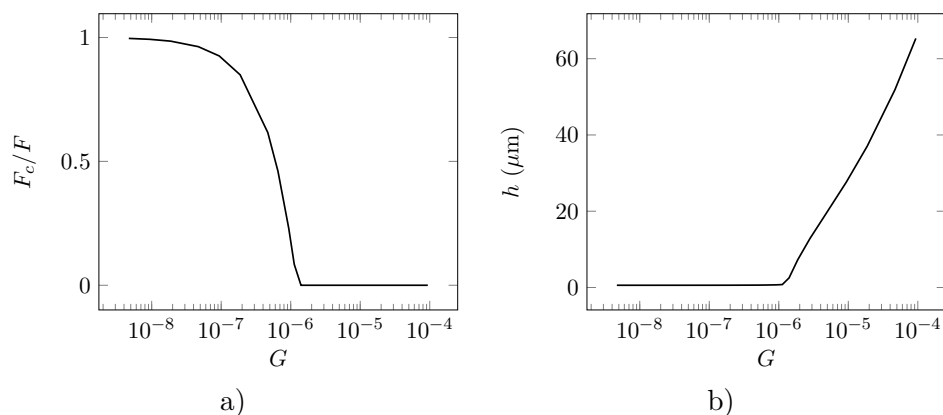


FIGURE 11.6 – Simulation d’une butée à rainures spirales en fonction du paramètre de service  $G$  - a) Force de contact - b) Epaisseur de film (données expérimentale issues de [QK11])

## 11.5 Synthèse

- Grâce aux méthodes des parties I et II, il est possible d’estimer le comportement d’un système dans les différents régimes de lubrification.
- Les régimes se différencient par leur contribution (contact  $F_c$  et fluide  $F_f$ ) à la force normale  $F$
- Lorsque  $F = F_c$ , le régime est limite
- Lorsque  $F = F_f$ , le régime est hydrodynamique
- Le régime est mixte lorsque  $F = F_f + F_c$ .
- Pour le régime limite et mixte, la distance des surfaces varie peu car elle restent partiellement en contact.
- Le contact des aspérités va conduire à de l’usure et la création de débris en régime mixte qui n’ont pas été considérés ici.
- Les additifs des lubrifiants vont interagir avec les aspérités en contact en régime mixte et limite.

Quatrième partie

Interaction contact machine



# Chapitre 12

## Interaction contact machine

### 12.1 Introduction

Les contacts entre solides, qu'ils soient secs ou lubrifiés, font partie de machines ou de systèmes mécaniques dans lesquels ils jouent le rôle de guidage ou de liaison entre éléments mobiles. Nous nous sommes intéressés dans les chapitres précédents aux propriétés et au comportement de ces contacts. Dans ce chapitre, nous allons voir comment ces derniers peuvent interagir avec la machine elle-même et affecter le comportement du système. Deux types d'interactions seront étudiés : l'interaction dynamique, il s'agit du comportement vibratoire et l'interaction thermique. Nous finirons par un résumé sur l'impact du comportement réel des contacts dans les liaisons mécaniques.

### 12.2 Interaction dynamique

#### 12.2.1 Rappels sur le système masse-ressort-amortisseur

Il est utile de rappeler quelques notions sur la dynamique d'une masse  $m$  posée sur un ressort de raideur  $k$  et un amortisseur dont le coefficient d'amortissement est noté  $d$  (figure 12.1). Si on suppose que la position  $z = 0$  correspond à la position d'équilibre, l'équation de la dynamique s'exprime :

$$-kz - d\dot{z} = m\ddot{z} \quad (12.1)$$

Si le système est soumis à une perturbation, la réponse de la masse qui est solution de l'équation de la dynamique s'exprime :

$$z(t) = C \cos(\omega_d t + \varphi_d) \exp(-\xi \omega_0 t) \quad (12.2)$$

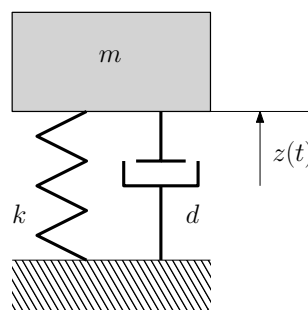


FIGURE 12.1 – Configuration du système masse ressort amortisseur

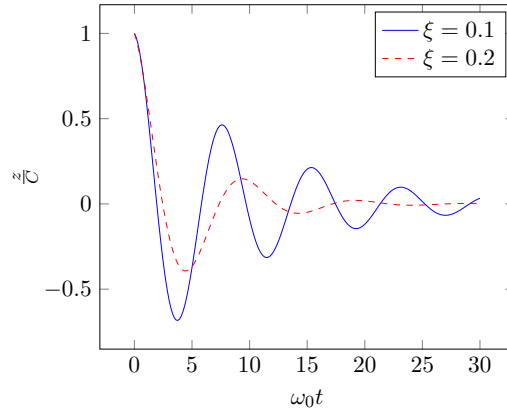


FIGURE 12.2 – Réponse d'un système masse - ressort - amortisseur à une perturbation (lâché du système à une distance  $C$  de la position d'équilibre)

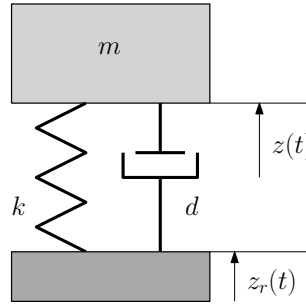


FIGURE 12.3 – Système masse ressort amortisseur en vibrations forcées

où  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  est la pulsation propre,  $\xi = \frac{d}{2\sqrt{km}}$  est le coefficient d'amortissement réduit et  $\omega_d = \omega_0\sqrt{1 - \xi^2}$  la pulsation de résonance.

La figure 12.2 présente la réponse du système à une perturbation pour deux valeurs du coefficient d'amortissement réduit. Plus ce dernier est élevé plus les vibrations naturelles du système sont amorties.

Dans le cas où l'embase du système est soumise à un mouvement alterné  $z_r(t) = Z_r \cos(\omega t)$ , le système est en régime de vibration forcée de pulsation  $\omega$  (figure 12.3). Le déplacement de la masse s'exprime alors  $z(t) = Z \cos(\omega t + \varphi)$  où  $\varphi$  est le déphasage et  $Z$  l'amplitude du mouvement. Cette dernière dépend de la pulsation  $\omega$  et s'exprime :

$$Z = \frac{Z_r}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]^2 + 4\xi^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad (12.3)$$

La figure 12.4 présente le rapport entre l'amplitude  $Z$  de vibration de la masse et de la vibration forcée  $z_r$  en fonction de la pulsation  $\omega$ . Lorsque  $\frac{\omega}{\omega_0} < 0.7$ ,  $\frac{Z}{z_r} \simeq 1$ . Le mouvement de la plaque inférieure est totalement transmis à la masse. Lorsque  $\frac{\omega}{\omega_0} > 1.3$ ,  $\frac{Z}{z_r} < 1$ . Le mouvement de la plaque inférieure est transmis à la masse mais atténué; Dans le plage centrale, il y a résonance ( $\frac{Z}{z_r} > 1$ ), ce qu'il est généralement souhaitable d'éviter.

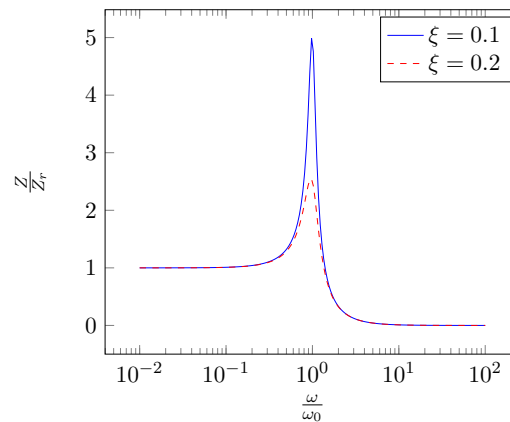


FIGURE 12.4 – Rapport de l’amplitude du mouvement de la masse sur l’amplitude de la vibration imposée en fonction de la pulsation

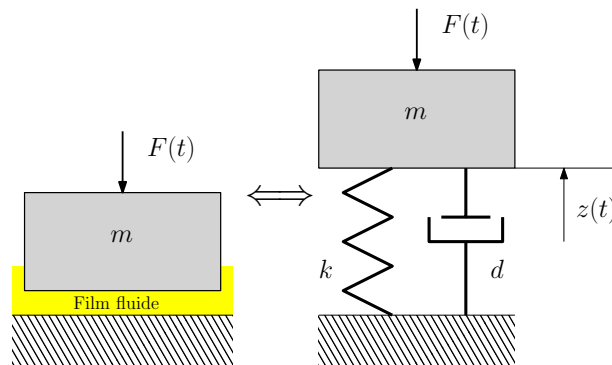


FIGURE 12.5 – Masse guidée par une butée (hydrodynamique ou hydrostatique) et le modèle dynamique équivalent

### 12.2.2 Dynamique normale au contact et résonance

Considérons un solide de masse  $m$  guidé par une butée (hydrodynamique ou hydrostatique) soumis à un chargement variable  $F(t)$ . Le film lubrifiant possède une raideur  $k$  et un amortissement  $d$ . On peut calculer la raideur  $k$  (voir chapitre 7 pour le cas de la lubrification hydrostatique). Si la fréquence de variation de  $F(t)$  est  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ , il faut s’assurer qu’elle ne va pas créer une résonance du système. Il faut vérifier que  $\frac{\omega}{\omega_0} < 0.7$  avec  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ . Pour augmenter  $\omega_0$ , on peut augmenter la raideur  $k$  de la butée ou réduire la masse  $m$ . Si au contraire on cherche à atténuer les vibrations, il faut se placer de manière à ce que  $\frac{\omega}{\omega_0} < 1.3$ . Dans ce cas la démarche sera inverse. Il faut toutefois être prudent car pour atteindre  $\omega$ , il faudra passer par  $\omega_0$  et  $\omega_d$ , la pulsation de résonance du système.

### 12.2.3 Dynamique tangentielle au contact et stick–slip

Considérons un solide de masse  $m$  fixé à un bâti. Il est appuyé contre une surface mobile (vitesse  $V$ ). La liaison entre le bâti et le solide possède une raideur  $k$  et un amortissement  $d$ . Le solide va être entraîné à la vitesse  $V$  par la plaque jusqu’à ce qu’on atteigne la force max de frottement statique  $F \times f_s$ , où  $f_s$  est le coefficient de frottement statique. Le solide va alors glisser sur la surface mobile (oscillation libre, voir paragraphe 12.2.1). Le



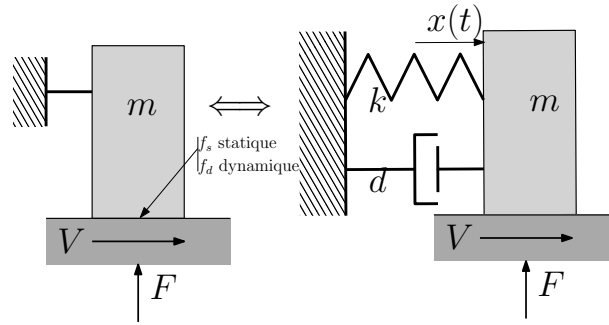


FIGURE 12.6 – Masse en glissement sur une plaque mobile et le modèle dynamique équivalent

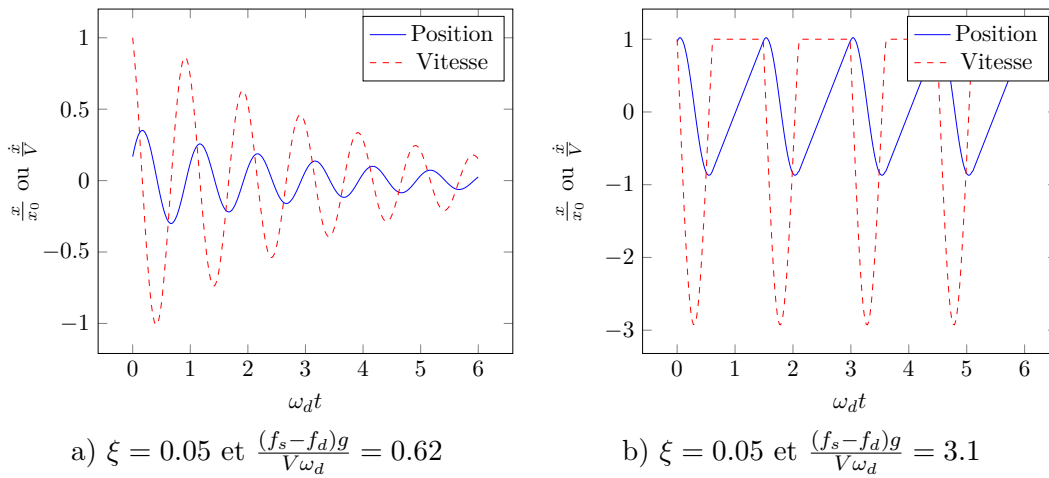


FIGURE 12.7 – Déplacement et vitesse d’une masse en appui sur une plaque mobile a) b)

coefficient de frottement dynamique pendant le glissement est  $f_d$ . Si pendant ce glissement, suffisamment d’énergie est dissipée, le solide va se stabiliser à une vitesse nulle. Sinon, il va atteindre à nouveau la vitesse  $V$  et adhérer au solide mobile et le cycle va se répéter.

Dans le cas où la force normale appliquée au contact est  $F = mg$ , l’apparition de cycle entretenu dépend du nombre  $\frac{(f_s - f_d)g}{V\omega_d} - \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}}$ . La figure 12.7 présente l’évolution du déplacement et de la vitesse du solide pour deux valeurs de ce nombre. Sur la figure de gauche, il vaut 0.57. Une vibration amortie est visible. A droite, le nombre vaut 3.05 et un comportement vibratoire entretenu est observé. Il y a alternance de glissement et de phase où la masse est "collée" à la plaque et se déplace à la vitesse  $V$ . Ce comportement vibratoire est induit par le frottement et se manifeste sous forme de bruit. On parle de "stick-slip". Pour limiter cet effet il faut réduire la valeur de  $\frac{(f_s - f_d)g}{V\omega_d}$ . On peut augmenter la raideur de la structure et donc  $\omega_d$  ou changer les matériaux pour réduire la différence  $f_s - f_d$ .

Ces problèmes d’instabilité de frottement sont dus à une baisse du frottement lorsque la vitesse de glissement augmente (ici,  $f_s > f_d$ ). Dans le régime de lubrification mixte évoqué en introduction (figure 9) où une partie de la charge normale est supportée par les rugosités, le frottement est une fonction décroissante de la vitesse. On peut également, dans cette situation, observer un problème de vibration entretenu.

Cette analyse montre que la réponse du contact et de la machine sont intimement liées. En conséquence, un tribomètre utilisé pour mesurer le coefficient de frottement d’un type

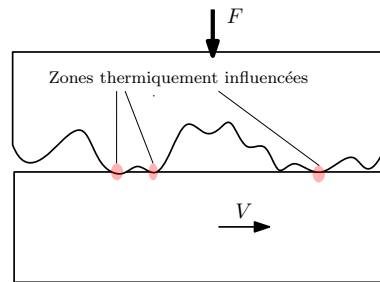


FIGURE 12.8 – Hypothèses retenues pour l'étude thermique du contact rugueux (section 3.2)

de contact et de matériaux donnés va lui même influencer la mesure. En effet, comme nous venons de le voir la réponse du système dépend de la raideur mécanique  $k$ , de l'amortissement  $d$  et de la masse  $m$  du système. Dans les années 1980, une étude comparative entre différents laboratoires situés dans différents pays a été lancée pour comparer les coefficients de frottement entre des échantillons de référence [CBL87]. Une variabilité importante a été obtenue, probablement liée aux différences entre les tribomètres utilisés. Par exemple pour un contact acier-acier bille sur plan, le coefficient de frottement moyen est de  $f_d = 0.6$  avec un écart-type de 0.11 entre les 26 laboratoires ayant participé.

## 12.3 Interaction thermique

Pour l'étude thermique du contact rugueux (section 3.2), nous avons supposé que l'échauffement au niveau d'une aspérité n'affecte pas les contacts voisins (figure 12.8). Ceci est vrai si :

- Les solides sont massifs ;
- Les contacts sont suffisamment éloignés.

Ces conditions sont rarement réunies et dans la plupart des cas, un échauffement macroscopique sera visible [AAK91, DL00].

Considérons un pion cylindrique de longueur  $L$  et diamètre  $d$  de conductivité  $k$  qui frotte contre un solide mobile. Si  $L \gg d$ , on peut calculer la température du pion avec la théorie de l'ailette :

$$T(z) = \frac{Q}{km} \exp(-mz) \quad (12.4)$$

avec  $m = \sqrt{\frac{4H}{kd}}$ ,  $H$  est le coefficient d'échange par convection avec le milieu ambiant et  $Q$  est le flux de chaleur entrant. Si toute la chaleur générée par frottement est transférée au pion et que le coefficient de frottement est  $f$ , alors  $Q = \frac{4fFV}{\pi d^2}$ . La température macroscopique au niveau du contact vaut alors :  $T = \frac{2fFV}{\pi\sqrt{d^3kH}}$ . Cette valeur s'ajoute à la température locale au niveau des points de contact (dite température éclair ou flash). Cet accroissement macroscopique de température est clairement visible sur l'image infrarouge d'un système pion disque (figure 12.10).

## 12.4 Impact sur les liaisons

Dans ce document nous avons abordé de nombreuses fois deux types de contact : le contact ponctuel et le contact surfacique plan. Ces contacts constituent des liaisons auxquelles il est possible d'associer des torseurs cinématiques et torseurs mécaniques décrivant

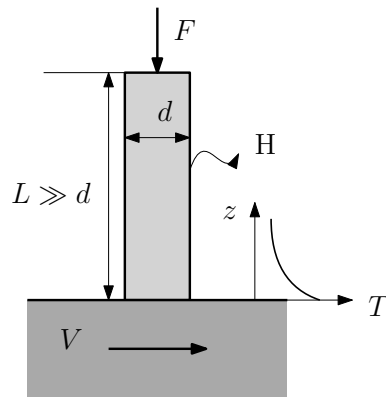


FIGURE 12.9 – Etude thermique du contact pion disque

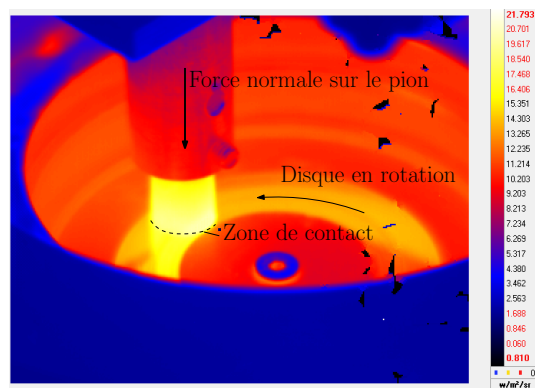


FIGURE 12.10 – Image infrarouge d'un tribomètre de type pion-disque en fonctionnement (source Pprime)

respectivement les vitesses relatives des deux solides et les actions mécaniques d'un solide sur le second. Le tableau 12.1 donne ces torseurs dans le cas de liaisons parfaites.

Pour chacune des deux liaisons, certains degrés de liberté sont bloqués en raison du contact entre les surfaces. Ce blocage se traduit par une composante de vitesse ou de rotation nulle dans le torseur cinématique. Dans ce document, nous avons pu voir que du fait de l'élasticité des solides et de l'écrasement des films lubrifiants, des mouvements de faibles amplitudes sont possibles. Ces mouvements traduisent le fait que le contact n'est pas infiniment rigide et qu'il peut se déformer. Il existe donc une raideur dont il faudra tenir compte dans le dimensionnement du système mécanique où seront placés les liaisons.

Les liaisons parfaites sont sans frottement et elle ne peuvent transmettre des actions mécaniques que suivant des directions normales aux surfaces de contact. Certains termes des torseurs d'actions mécaniques sont donc nuls. Nous avons pu voir dans les différents chapitres qu'il existe toujours du frottement au niveau des contacts et que, par suite, les composantes des efforts et moments ne seront pas nulles comme indiqué dans le tableau 12.1. La lubrification permet de réduire l'amplitude de ces efforts et peut, sous certaines conditions les annuler.

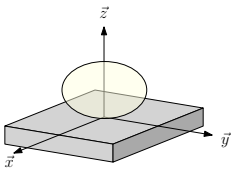
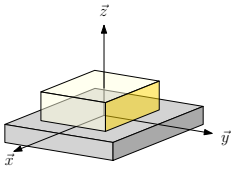
| Schéma  | Type             | DL       | Torseur cinématique  | Torseur mécanique   |
|---|------------------|----------|--|---|
|  | Contact ponctuel | 3 R, 2 T | $\begin{Bmatrix} \Omega_x & V_x \\ \Omega_y & V_y \\ \Omega_z & 0 \end{Bmatrix}$ | $\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ F_z & 0 \end{Bmatrix}$     |
|  | Contact plan     | 1 R, 2 T | $\begin{Bmatrix} 0 & V_x \\ 0 & V_y \\ \Omega_z & 0 \end{Bmatrix}$               | $\begin{Bmatrix} 0 & M_x \\ 0 & M_y \\ F_z & 0 \end{Bmatrix}$ |

TABLE 12.1 – Liaisons parfaites et les actions mécaniques et mouvements associés

Dans le cas des liaisons parfaites, le comoment (ou le produit des deux torseurs) du torseur cinématique et mécanique qui donne la puissance dissipée dans la liaison est nulle. Les remarques précédentes nous indiquent que dans les liaisons réelles, ce ne sera plus le cas.

Ces discussions autour de la liaison ponctuelle et de la liaison plane peuvent s'étendre à tous les types de liaisons (pivot, rotule, etc). Ceci montre l'intérêt de prendre en compte les aspects tribologiques lors de la conception d'une liaison.

## 12.5 Synthèse

- Différentes interactions entre le contact et le système dans lequel il intervient ont été mise en évidence :
- Dans le cas d'un contact lubrifié, le film possède une raideur. Il important de vérifier que la fréquence critique liée à cette raideur ne pose pas de problème de résonance ;
- Les variations de frottement (statique – dynamique) peuvent générer des vibrations de type "stick-slip" : alternance de phase de glissement et d'adhérence ;
- Le frottement peut conduire à un réchauffement global des solides qui s'ajoute aux échauffements au niveau des points de contact.
- Les liaisons réelles ne sont pas parfaites et il faut tenir compte de leur raideur et de la dissipation d'énergie associée au frottement

# Bibliographie

- [AAK91] M.F. Ashby, J. Abulawi, and H.S. Kong. Temperature maps for frictional heating in dry sliding. *Tribology Transactions*, 34(4) :577–587, 1991.
- [AL90] M.F. Ashby and S.C. Lim. Wear-mechanism maps. *Scripta Metallurgica and Materialia*, 24(5) :805–810, 1990.
- [Arc53] J.F. Archard. Contact and rubbing of flat surfaces. *Journal of Applied Physics*, 24 :981–988, 1953.
- [AWM16] R. Aghababaei, D.H. Warner, and J-F. Molinari. Critical length scale controls adhesive wear mechanisms. *Nature Communications*, 7 :11816, 2016.
- [Aye97] J. Aysel. Lubrifiants - propriétés et caractéristiques. In *Techniques de l'Ingénieur*. 1997.
- [BF89] G. Bayada and J.B. Faure. A double scale analysis approach of the reynolds roughness - comments and application to the journal bearing. *Journal of Tribology*, 111(2) :323–330, April 1989.
- [BGK16] H-J. Butt, K. Graf, and M. Kappl. *Physics and Chemistry of Interfaces*. Wiley-VCH, Weinheim, Germany, third edition edition, 2016.
- [Bhu02] B. Bhushan. *Introduction to Tribology*. John Wiley & Sons, 2002.
- [Bou85] J. Boussinesq. *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*. Lille, France, 1885.
- [Bou03] J. Bouyer. *Étude des performances thermoélastohydrodynamiques de paliers soumis à des conditions sévères*. PhD thesis, University of Poitiers, 2003.
- [BV14] M. Banjac and S. Vencl, A. Otovic. Friction and wear processes - thermodynamic approach. *Tribology in Industry*, 36(4) :341–347, 2014.
- [CBL87] Horst Czichos, Susanne Becker, and Jürgen Lexow. Multilaboratory tribotesting : Results from the versailles advanced materials and standards programme on wear test methods. *Wear*, 114(1) :109 – 130, 1987.
- [CD98] A. Cornet and J-P. Deville. *Physique et Ingénierie des Surfaces*. Monographie de Matériologie. EDP Sciences, Les Ulis, France, 1998.
- [Cle09] Henry Clemencon. Abc du graissage. Technical report, Castrol (Switzerland) AG, 2009.
- [Cze12] F. Czerwinski. *Heat Treatments - Conventional and Novel Applications*, chapter 5 - Thermochemical Treatment of Metals, pages 73–112. Intech, 2012.
- [DG20] A. Dhanola and H.C. Garg. Tribological challenges and advancements in wind turbine bearings : A review. *Engineering Failure Analysis*, 118(104885) :29p., 2020.

- [DK94] James H. Dieterich and Brian D. Kilgore. Direct observation of frictional contacts : New insights for state-dependent properties. *pure and applied geophysics*, 143(1-3) :283–302, 1994.
- [DL00] J. Denape and N. Laraqi. Aspect thermique du frottement : mise en évidence expérimentale et éléments de modélisation. *Mécanique et Industrie*, 1 :563–579, 2000.
- [Dow98] D. Dowson. *History of Tribology*. 2nd edition, 1998.
- [Dup05] M. Dupeux. *Aide-Mémoire Sciences des Matériaux*. Dunod, Paris, 2005.
- [Fil04] N. Fillot. *Etude Mécanique de l’Usure - Modélisation par Eléments Discrets des Débits de Troisième Corps Solides*. PhD thesis, Insa de Lyon, Villeurbanne, 2004.
- [FLK<sup>+</sup>03] S. Fouvry, T. Liskiewicz, Ph. Kapsa, S. Hannel, and E. Sauger. An energy description of wear mechanisms and its applications to oscillating sliding contacts. *Wear*, 255(1) :287 – 298, 2003. 14th International Conference on Wear of Materials.
- [Flo75] L. Floberg. Cavitation boundary conditions with regard to the number of streamer and tensile strength of the liquid. In *Proceedings of the 1st Leeds-Lyon Symposium*, pages 31–35, 1975.
- [FND<sup>+</sup>90] J. Frêne, D. Nicolas, B. Degueurce, D. Berthe, and M. Godet. *Lubrification Hydrodynamique - Paliers et Butées*. Eyrolles, Paris, 1990.
- [Fra] J. Frêne. Butés et paliers hydrodynamiques. In *Techniques de l’Ingénieur*, number b5320.
- [Frb] J. Frêne. *Cours de Lubrification*. Université pour tous.
- [Fra01] A. Francisco. *Etude tridimensionnelle du contact Elastohydrodynamique cylindre - plan. Application au carbure de silicium en frottement dans l’eau*. PhD thesis, University of Poitiers, 2001.
- [GPR19] Philipp G. Grützmacher, Francisco J. Profito, and Andreas Rosenkranz. Multi-scale surface texturing in tribology-current knowledge and future perspectives. *Lubricants*, 7(11), 2019.
- [Gra08] R. Gras. *Tribologie - Principes et Solutions Industrielles*. Mécanique et Matériaux. Dunod, Paris, 2008.
- [GRR<sup>+</sup>19] Philipp G Grützmacher, Sebastian Rammacher, Dominic Rathmann, Christian Motz, Frank Mücklich, and Sebastian Suarez. Interplay between microstructural evolution and tribo-chemistry during dry sliding of metals. *Friction*, 7(6) :637–650, 2019.
- [GW66] J. A. Greenwood and J. B. P. Williamson. Contact of nominally flat surfaces. *Proceedings of the Royal Society (London)*, A295 :300–319, 1966.
- [HAE12] K. Holmberg, P. Andersson, and A. Erdemir. Global energy consumption due to friction in passenger cars. *Tribology International*, 47 :221–234, 2012.
- [HD81] B. Hamrock and D. Dowson. *Ball Bearing Lubrication - The Elastohydrodynamics of Elliptical Contacts*. Wiley, New York, USA, 1981.
- [HE17] K Holmberg and A. Erdemir. Influence of tribology on global energy consumption, costs and emissions. *Friction*, 5 :263–284, 2017.
- [HJ13] C.-Y. Hui and A. Jagota. Surface tension, surface energy, and chemical potential due to their difference. *Langmuir*, 29(36) :11310–11316, 2013. PMID : 23926928.

- [IDSBLC] G. Inglebert, T. Da Silva Botelho, and I. Lemaire Caron. Théorie du contact de hertz - contacts ponctuels ou linéiques. In *Techniques de l'Ingénieur*, number TRI 200, page 12.
- [ISO05] ISO. Metallic materials - vickers hardness test - part 1 : Test method. In *International Standard*, number ISO6507-1 :2005(E), pages 1–19. 2005.
- [Joh85] K.L. Johnson. *Contact Mechanics*. Cambridge University Presse, Cambridge, UK, 1985.
- [KM72] AA Kuznetsov and VM Martynov. Contact angle of lubricating oils at elevated temperatures. *Chemistry and Technology of Fuels and Oils*, 8(10) :773–776, 1972.
- [LLX<sup>+</sup>20] Lei-Tao Li, Xuan-Ming Liang, Yu-Zhe Xing, Duo Yan, and Gang-Feng Wang. Measurement of real contact area for rough metal surfaces and the distinction of contribution from elasticity and plasticity. *Journal of Tribology*, 143(7), Nov 2020.
- [LZ16] K-Y. Law and H. Zhao. *Surface Wetting - Characterization, Contact Angle, and Fundamentals*. Springer, 2016.
- [Mat08] M.C. Mate. *Tribology on the Small Scale - A Bottom Up Approach to Friction, Lubrication and Wear*. Mesoscopic Physics and Nanotechnology. Oxford University Press, Oxford, 2008.
- [MBT11] C. Minet, N. Brunetière, and B. Tournerie. A deterministic mixed lubrication model for mechanical seals. *Journal of Tribology*, 133(4) :042203 (11 pages), October 2011.
- [MCAL17] Robert Mozes, Peter K. Cooper, Rob Atkin, and Hua Li. Ionic liquids as grease base liquids. *Lubricants*, 5(3), 2017.
- [MPB<sup>+</sup>17] Alexander J. McGhee, Angela A. Pitenis, Alexander I. Bennett, Kathryn L. Harris, Kyle D. Schulze, Juan Manuel Urueña, Peter G. Ifju, Thomas E. Angelini, Martin H. Müser, and W. Gregory Sawyer. Contact and deformation of randomly rough surfaces with varying root-mean-square gradient. *Tribology Letters*, 65(4) :157, Nov 2017.
- [Nic] D. Nicolas. Butées et paliers hydrostatiques. In *Techniques de l'Ingénieur*, number b5325.
- [Nos10] M. Nosonovsky. Entropy in tribology : in the search for applications. *Entropy*, 12 :1345–1390, 2010.
- [PC79] N Patir and H.S. Cheng. Application of average flow model to lubrication between rough sliding surfaces. *Journal of Lubrication Technology*, 101(2) :220–230, April 1979.
- [Pha14] M. Phadke. The global lubricants market : Quality bonanza ahead? *Tribology & Lubrication Technology*, 70(6) :24–31, June 2014.
- [QK11] Y. Qiu and M. Khonsari. Investigation of tribological behaviors of annular rings with spiral groove. *Tribology International*, 44 :1610–1619, 2011.
- [Rey86] O. Reynolds. On the theory of lubrication and its application to mr. beau-champ tower's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 177 :157–234, 1886.
- [Riz97] S.Q.A. Rizvi. *Tribology Data Handbook*, chapter Additives - Chemistry and Testing, pages 117–135. CRC Press, Boca Raton, 1997.



- [SB21] Eckhard SchÄ¼ler and Olaf Berner. Improvement of tilting-pad journal bearing operating characteristics by application of eddy grooves. *Lubricants*, 9(2), 2021.
- [SMG<sup>+</sup>14] Yijun Shi, Ichiro Minami, Mattias Grahn, Marcus Björling, and Roland Larsson. Boundary and elastohydrodynamic lubrication studies of glycerol aqueous solutions as green lubricants. *Tribology International*, 69 :39–45, 2014.
- [Sta05] G.W. Stachowiak. *Wear - Materials, mechanisms and practice*. Tribology in practice series. Wiley, Hoboken, NJ, USA, 2005.
- [Tri83] J.H. Tripp. Surface roughness effects in hydrodynamic lubrication : The flow factor method. *Journal of Lubrication Technology*, 105(3) :458–465, July 1983.
- [TS67] S.T. Tzeng and E. Saibel. Surface roughness effect on slider bearing lubrication. *ASLE Transactions*, 10(3) :334–348, 1967.
- [WC13] Q.J. Wang and Y-W. Chung, editors. *Encyclopedia of Tribology*. Springer, 2013.
- [Whi01] DJ Whitehouse. Fractal or fiction. *Wear*, 249(5-6) :345–353, 2001.
- [Whi03] D.J. Whitehouse. *Handbook of Surface and Nanometrology*. IOP Publishing, 2003.
- [WLFR19] Michael Wolloch, Gabriele Losi, Mauro Ferrario, and M Clelia Righi. High-throughput screening of the static friction and ideal cleavage strength of solid interfaces. *Scientific reports*, 9(1) :1–10, 2019.
- [ZLC<sup>+</sup>12] Thomas Zolper, Zhong Li, Changle Chen, Manfred Jungk, Tobin Marks, Yip-Wah Chung, and Qian Wang. Lubrication properties of polyalphaolefin and polysiloxane lubricants : Molecular structure–tribology relationships. *Tribology Letters*, 48(3) :355–365, 2012.