



HAL
open science

Moteurs électriques - Transformateurs électriques

Kenneth Maussang

► **To cite this version:**

Kenneth Maussang. Moteurs électriques - Transformateurs électriques. Master. Electrotechnique, France. 2014, pp.24. hal-04183834

HAL Id: hal-04183834

<https://cel.hal.science/hal-04183834>

Submitted on 21 Aug 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

Moteurs et génératrices électriques

Contents

1	Préliminaires	1
1.1	Force de Laplace	1
1.2	Travail des forces de Laplace	1
1.2.1	Puissance	2
1.2.2	Travail	2
1.2.3	Actions mécaniques sur un dipôle	2
1.2.4	Courant alternatif triphasé	3
2	Machines à champ magnétique tournant	3
2.1	Génération d'un champ magnétique tournant	3
2.1.1	Alimentation triphasée	3
2.1.2	Cas d'une alimentation monophasée	4
2.2	Moteur synchrone	4
2.2.1	Couple du moteur synchrone	4
2.2.2	L'alternateur	5
2.2.3	Remarques	5
2.3	Moteur asynchrone	6
2.3.1	Étude électrique du rotor	6
2.3.2	Effets mécaniques	6
2.3.3	Démarrage d'un moteur asynchrone	7
2.3.4	Quelques remarques importantes	7
3	Moteurs à courant continu	7
3.1	Principe général : rotor à une spire	8
3.2	Moteur à N spires	8
3.2.1	Principe de base	9
A	Petit interlude technique : puissance	10
A.1	Puissance active	10
A.2	Puissance réactive et apparente	10
A.3	Puissance complexe	10
A.4	Puissances en régime sinusoïdal de tension et en régime non sinusoïdal de courant	10
A.4.1	Expression de la puissance	10
A.5	Complément à caractère documentaire	11
A.5.1	Méthode de Boucherot	11

A.5.2	Cas d'une réponse non linéaire	11
B	Moteurs à courant continu	11
B.1	Bobinages réalistes	11
B.2	Caractéristiques de fonctionnement (en régime de moteur)	12
B.3	Modes d'excitation	12
B.3.1	Excitation série	12
B.3.2	Excitation parallèle	13
C	Autres moteurs	13
C.1	Le moteur universel	13
C.2	Le moteur pas à pas	13

1 Préliminaires

1.1 Force de Laplace

La conversion de l'énergie électrique en énergie mécanique des moteurs électriques repose sur la force de Laplace¹, subie par un conducteur parcouru par un courant lorsqu'il est placé dans un champ magnétique. Pour un conducteur parcouru par une densité de courant locale \mathbf{j} dans un champ magnétique externe \mathbf{B} , la densité de force correspondante \mathbf{f}_L est alors

$$\mathbf{f}_L = \frac{d\mathbf{F}_L}{d\tau} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

et pour une distribution filiaire, la force élémentaire d'un fil de longueur dl , parcouru par un courant I dans la direction $d\mathbf{l}$

$$d\mathbf{F}_L = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}. \quad (2)$$

1.2 Travail des forces de Laplace

La force de Laplace prend son origine dans la force de Lorentz subie par les porteurs de charges. Or, il est "bien connu" que la force de Lorentz "ne travaille pas". On pourrait alors s'étonner du fait que la force de Laplace soit, elle, le moyen d'une conversion d'énergie... Pour lever ce paradoxe, on peut remarquer que la puissance \mathcal{P} résultant de la force de Lorentz s'écrit

$$\mathcal{P} = (q\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (3)$$

où \mathbf{v} est la vitesse des porteurs de charge. En revanche, la puissance de la force Laplace est

$$d\mathcal{P}_L = ((\mathbf{j}d\tau) \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v}, \quad (4)$$

¹ alors que dans les génératrices, le processus inverse repose sur l'induction électromagnétique.

mais cette fois \mathbf{v} est la **vitesse du conducteur** (du réseau cristallin) qui n'a pas de raison d'être colinéaire au courant lui-même.

1.2.1 Puissance

Considérons une modélisation filiaire des courants. La puissance *fournie* par le système électrique est alors

$$d\mathcal{P}_L = d\mathbf{F}_L \cdot \mathbf{v} = I (d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} = -I (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}, \quad (5)$$

où la seconde inégalité est obtenue en exploitant les propriétés du produit mixte². En introduisant le champ électromoteur

$$\mathbf{E}_m \stackrel{\text{déf.}}{=} \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (6)$$

et la force électromotrice d'induction

$$de = \mathbf{E}_m \cdot d\mathbf{l}, \quad (7)$$

on obtient alors

$$d\mathcal{P}_L = -Ide. \quad (8)$$

1.2.2 Travail

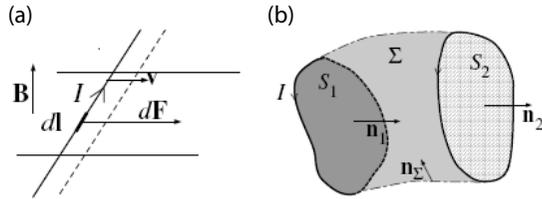


Figure 1: (a) Force de Laplace. (b) Surfaces S_1 , S_2 et Σ définies par le circuit.

On cherche dans cette section à évaluer le travail élémentaire des forces de Laplace $\delta\mathcal{W}$. On introduit $d\mathbf{x} \stackrel{\text{déf.}}{=} \mathbf{v}dt$, pour obtenir

$$\delta\mathcal{W} = I (d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{x} = I (d\mathbf{l} \times \mathbf{x}) \cdot \mathbf{B} = Id\Phi_c, \quad (9)$$

où $d\Phi_c$ est le "flux coupé".

²en l'occurrence $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot \mathbf{a} = (\mathbf{c} \times \mathbf{a}) \cdot \mathbf{b}$.

Considérons désormais le cas d'un circuit **indéformable**, à **courant constant**. On peut alors exprimer ce travail comme la variation d'une fonction d'état en sommant sur tout un **circuit fermé**, en écrivant

$$\mathcal{W} = I \int_1^2 d\mathbf{x} \cdot \oint d\mathbf{l} \times \mathbf{B} = I\Delta\Phi_c, \quad (10)$$

où le flux coupé total $\Delta\Phi_c$ est le flux total à travers la surface Σ balayée par le circuit et orientée de façon consistante avec le sens du courant I et le sens de déplacement (voir Fig 1). En utilisant la conservation du flux magnétique, on a

$$\Phi_\Sigma + \Phi_{S_1} + (-\Phi_{S_2}) = 0, \quad (11)$$

et donc finalement le résultat "bien connu"

$$\mathcal{W} = I(\Phi_2 - \Phi_1). \quad (12)$$

1.2.3 Actions mécaniques sur un dipôle

Désormais, on introduit une hypothèse supplémentaire en considérant que l'échelle spatiale typique de variation du champ magnétique est grande devant la taille du circuit. Ainsi le champ peut être considéré comme uniforme au niveau du circuit. Il est alors légitime d'assimiler le circuit à son moment dipolaire magnétique (à l'ordre le plus bas) noté \mathbf{M} . De l'équation (12), on obtient son énergie d'interaction avec le champ de la forme $U = -I\Phi$, que l'on peut alors réécrire de la forme

$$U = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}. \quad (13)$$

On en déduit alors

$$dU = -\mathbf{M} \cdot d\mathbf{B} - d\mathbf{M} \cdot \mathbf{B} = -\mathbf{M} \cdot (d\mathbf{r} \cdot \nabla) \mathbf{B} - (d\boldsymbol{\theta} \times \mathbf{M}) \cdot \mathbf{B}, \quad (14)$$

où l'on a introduit le déplacement infinitésimal $d\mathbf{r}$ occasionnant la variation de \mathbf{B} , et la rotation infinitésimale $d\boldsymbol{\theta}$ occasionnant la variation de \mathbf{M} . En *remarquant* que l'analyse vectorielle permet d'écrire

$$\mathbf{M} \cdot (d\mathbf{r} \cdot \nabla) \mathbf{B} - d\mathbf{r} \cdot (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{B} = (d\mathbf{r} \times \mathbf{M}) \cdot \text{rot}\mathbf{B} = 0. \quad (15)$$

On en tire alors

$$dU = -\mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} - \boldsymbol{\Gamma} \cdot d\boldsymbol{\theta}, \quad (16)$$

où

$$\mathbf{F} = (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{B}, \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\Gamma} = \mathbf{M} \times \mathbf{B}. \quad (17)$$

On retrouve ainsi la force \mathbf{F} subie par le dipôle dans un champ non homogène, et le couple Γ qui tend à orienter le moment dipolaire \mathbf{M} dans le sens du champ³.

C'est d'une certaine façon ce couple qui est à la base des moteurs électriques, et qui permet d'en appréhender la subtilité. En effet, ce couple tend à faire tourner le moment, mais une fois celui-ci convenablement orienté, le couple s'annule et le mouvement cesse !

Il existe alors deux solutions

- faire tourner le champ magnétique en même temps que le dipôle, ce qui est le principe des moteurs à courant alternatifs,
- utiliser la rotation pour modifier la distribution de courants de sorte que l'angle entre le dipôle et le champ ne soit pas modifié, ce qui est le principe des moteurs continus.

1.2.4 Courant alternatif triphasé

La réalisation du champ tournant repose sur l'utilisation d'une alimentation "triphasee", qui est la forme industrielle moderne d'alimentation électrique (compter le nombre de fils sur les pylônes HT ou THT). Elle consiste en un ensemble de 4 fils, dont l'un est appelé "neutre" et les trois autres appelés "phases" et portés, par rapport au neutre, à des tensions alternatives de même amplitude, et de phases respectives $\varphi_1 = 0$, $\varphi_1 = 2\pi/3$ et $\varphi_2 = 4\pi/3 = -2\pi/3 [2\pi]$, soit

$$v_p = V_0 \cos(\omega t - \varphi_p), \quad (18)$$

où alors $V_{\text{eff}} = V_0/\sqrt{2}$ est la tension efficace du secteur (220 V dans l'utilisation usuelle). La tension alternative du secteur usuel correspond à une seule phase du triphasé initial.

Un montage est dit "équilibré" lorsque l'on branche trois dipôles de même impédance Z (d'argument ϕ) entre les phases et le neutre (montage en étoile, Fig.(2)), ou bien entre les phases deux à deux (montage en triangle, Fig.(2)). On obtient alors un système de trois courants triphasés, de même intensité efficace $I_0 = I_S/\sqrt{2}$

$$i_p = I_S \cos(\omega t - \varphi_p - \phi), \quad (19)$$

où $I_S = V_0/|Z|$ (triangle) ou bien $I_S = \sqrt{3}V_0/|Z|$ (étoile).

Il est important de noter que le courant total dans le neutre est nul, car la somme de trois grandeurs triphasées est toujours nulle. Ceci présente l'intérêt de réduire d'un facteur 2 les pertes dues à la résistance des lignes de transport de l'énergie électrique, en supprimant le courant "de retour" pour chacune des phases.

³On peut également obtenir ces résultats par sommation directe des forces élémentaires $\mathbf{j}d\tau \times \mathbf{B}$ et des couples élémentaires $\mathbf{r} \times (\mathbf{j}d\tau \times \mathbf{B})$, et exprimer le résultat en fonction du moment dipolaire $\mathbf{M} = \int d\tau \mathbf{r} \times \mathbf{j}/2$, mais le calcul, plus général mais plus difficile, nécessite le recours à l'algèbre tensorielle.

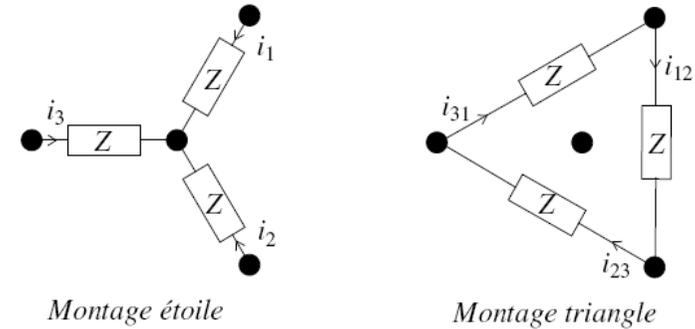


Figure 2: Les deux types de connexions au réseau triphasé.

De la même façon, on montrerait que, si la puissance instantanée sur chacune des phases est sinusoïdale, la puissance totale des trois phases est constante (les composantes sinusoïdales à 2ω se compensent)

$$\mathcal{P}_{\text{tot}} = \mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_3 = 3V_0I_0 \cos \phi, \quad (20)$$

et ce pour les deux types de branchement.

2 Machines à champ magnétique tournant

2.1 Génération d'un champ magnétique tournant

2.1.1 Alimentation triphasée

On considère une configuration de trois bobines identiques, d'axes coplanaires et réparties à 120° l'un de l'autre. Conformément à la figure (3), ces dernières sont montées sur un noyau de fer identique, permettant d'augmenter l'amplitude du champ magnétique généré au centre (Cf. TD transformateurs). Chacune de ces bobines est alimentée par des tensions triphasées, et donc parcourues par les courants décrits par l'équation (19).

Dans tout ce qui suit, on choisit comme référence de phase le courant traversant la première bobine, et comme origine des angles polaires la direction de la normale à cette bobine.

Le champ magnétique résultant s'écrit alors

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_3 = B_0 (\cos(\omega t) \mathbf{n}_1 + \cos(\omega t - \varphi_2) \mathbf{n}_2 + \cos(\omega t - \varphi_3) \mathbf{n}_3). \quad (21)$$

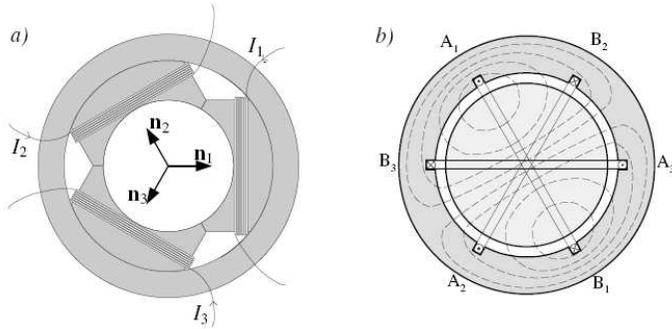


Figure 3: Stator d'une machine à champ tournant ; a) : structure de principe à la base du calcul ; b) : structure plus réaliste, où les centres des trois enroulements sont sur l'axe de symétrie.

On introduit alors les coordonnées cartésiennes $(\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y)$ telles que $\mathbf{u}_x = \mathbf{n}_1$, pour obtenir de manière triviale

$$\begin{cases} \mathbf{n}_2 = -\frac{1}{2}\mathbf{u}_x + \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{u}_y, \\ \mathbf{n}_3 = -\frac{1}{2}\mathbf{u}_x - \frac{\sqrt{3}}{2}\mathbf{u}_y. \end{cases} \quad (22)$$

Pour simplifier le calcul, introduisons des champs complexes \underline{B} tels que $\mathbf{B} = \text{Re}(\underline{B})\mathbf{u}_x + \text{Im}(\underline{B})\mathbf{u}_y$. On a alors $\underline{n}_1 = 1$, $\underline{n}_2 = e^{2i\pi/3} = j$ et $\underline{n}_3 = e^{4i\pi/3} = j^2$, avec 1, j et j^2 les racines cubiques de l'unité, vérifiant $1 + j + j^2 = 0$. On obtient alors

$$\underline{B} = B_0 \left(\frac{e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}}{2} 1 + \frac{e^{i\omega t - i\varphi_2} + e^{-i\omega t + i\varphi_2}}{2} j + \frac{e^{i\omega t - i\varphi_3} + e^{-i\omega t + i\varphi_3}}{2} j^2 \right), \quad (23)$$

$$= \frac{3}{2} B_0 e^{i\omega t}. \quad (24)$$

Cela correspond à un champ tournant dans le sens trigonométrique, de fréquence angulaire ω .

2.1.2 Cas d'une alimentation monophasée

Dans le cas d'un réseau électrique domestique, l'alimentation est monophasée. Cependant, si en considère un champ magnétique oscillant selon la direction \mathbf{u}_x , et peut le

décomposé selon

$$\mathbf{B} = B_0 \cos(\Omega t) \mathbf{u}_x = \frac{B_0}{2} \left(\underbrace{\cos(\Omega t) \mathbf{u}_x + \sin(\Omega t) \mathbf{u}_y}_{\mathbf{u}_-(t) \text{ (sens anti-horaire)}} + \underbrace{\cos(\Omega t) \mathbf{u}_x - \sin(\Omega t) \mathbf{u}_y}_{\mathbf{u}_+(t) \text{ (sens horaire)}} \right). \quad (25)$$

Ce champ est ainsi la superposition de deux champ tournant en sens opposé. De ce fait, il est possible avec une seule bobine de mettre en rotation un moment magnétique à condition de le mettre préalablement en rotation pour qu'il "accroche" un des deux champs magnétique tournants.

2.2 Moteur synchrone

Dans le cas d'une machine dite "synchrone", le rotor est un moment magnétique permanent (aimant ou bobine, avec ou sans noyau de fer). On notera ce dernier \mathbf{M} , que l'on modélisera par un enroulement parcouru par un constant I . Une description plus réaliste sera discutée ultérieurement.

2.2.1 Couple du moteur synchrone

On suppose que le rotor tourne à la vitesse angulaire ω_R , alors que le champ magnétique statorique tourne à la fréquence angulaire ω_S , dont la direction pointe avec l'angle polaire $\theta_S = \omega_S t$. On introduit alors le *retard de phase* α de \mathbf{M} par rapport à \mathbf{B} défini par l'intermédiaire de l'angle polaire de la direction de \mathbf{M} (le rotor) selon $\theta_R = \omega_R t - \alpha$.

À partir de l'expression du couple des forces de Laplace, on obtient immédiatement la valeur *instantanée* du couple Γ_z autour de l'axe de rotation Oz du rotor

$$\Gamma_z = \frac{3}{2} B_0 M \underbrace{(\mathbf{u}(\theta_R), \mathbf{u}(\theta_S), \mathbf{u}_z)}_{\text{produit mixte}}, \quad (26)$$

$$= \frac{3}{2} B_0 M \sin((\omega_S - \omega_R)t + \alpha). \quad (27)$$

Ce moment instantané n'aura une valeur moyenne temporelle non nulle si et seulement si $\omega_R = \omega_S$, d'où le nom de "moteur synchrone". Si cette condition est vérifiée, le couple est alors constant,

$$\Gamma_z = \frac{3}{2} B_0 M \sin \alpha, \quad (28)$$

et positif (*i.e.* couple moteur) si α est positif.

Dans un moteur asynchrone, le moment \mathbf{M} est en retard sur le champ tournant.

Le couple Γ prend sa valeur maximale Γ_M lorsque $\alpha = \pi/2$, *i.e.* quand le champ et le moment magnétique sont en quadrature. Si le moteur est soumis à un couple résistant $-\Gamma_R$, avec $0 < \Gamma_R < \Gamma_M$, le retard α est imposé par la charge mécanique (somme des moments nulle en régime établi).

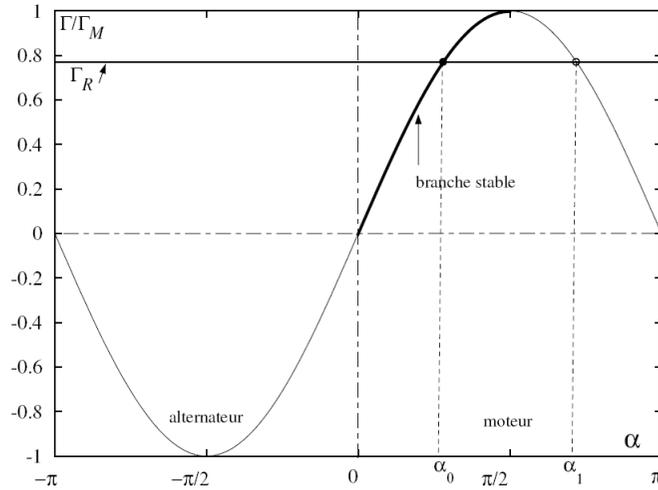


Figure 4: Caractéristique $\Gamma(\alpha)$ d'une machine synchrone.

À un couplage résistant donné, deux retards $\alpha_0 = \arcsin(\Gamma_R/\Gamma_M) < \pi/2$ et $\alpha_1 = \pi - \alpha_0$ sont possibles. Mais il ne suffit pas d'avoir un couple moteur, il faut également que le point de fonctionnement soit stable. Pour vérifier cela, on étudie le comportement d'un point de fonctionnement soumis à une petite perturbation extérieure, *i.e.* une petite fluctuation de α . Le point de fonctionnement sera stable si la réponse correspond à un retour vers le point de fonctionnement initial. Un tel raisonnement permet de conclure à l'existence d'une seule branche stable, pour $\alpha \in [0, \pi/2]$.

Il est utile pour la suite de relier le couple Γ_z au flux magnétique mis en jeu dans le moteur. Soit Φ le flux magnétique du champ tournant dans l'enroulement rotorique de

surface Σ_R , *i.e.*

$$\Phi = \left(\frac{3}{2} B_0 \mathbf{u}(\theta_S) \right) \cdot (\Sigma_R \mathbf{u}(\theta_R)), \quad (29)$$

$$= \frac{3}{2} B_0 \Sigma_R \cos \alpha, \quad (30)$$

$$= \frac{3}{2} \frac{B_0 \Sigma_R}{I_S} I_S \cos \alpha, \quad (31)$$

$$= \frac{3}{2} \mathcal{M} I_S \cos \alpha, \quad (32)$$

où l'on a fait apparaître l'inductance mutuelle $\mathcal{M} = B_0 \Sigma_R / I_S$ entre l'une des bobines du stator et la bobine rotorique lorsqu'elles sont alignées. On peut alors écrire le couple magnétique en fonction du flux maximal $\Phi_{\max} = \frac{3}{2} \mathcal{M} I_S$

$$\Gamma_z = \Phi_{\max} I_R \sin \alpha = \frac{3}{2} \mathcal{M} I_S I_R \sin \alpha. \quad (33)$$

2.2.2 L'alternateur

Le moteur synchrone est réversible, il peut fonctionner en générateur, et on le nomme alors **alternateur**. Le moment magnétique du rotor est la source du champ magnétique, dont le flux dans les enroulements du stator (constitué de trois bobinages qui ne sont plus alignés) est alternatif à cause de la rotation. On obtient donc un ensemble triphasé de forces électromotrices à la fréquence de rotation du rotor. Le rotor est alors appelé *inducteur* et le stator *induit*. Dans ce cas, le couple Γ_r est moteur, donc α est négatif : le moment magnétique est en avance sur le champ magnétique créé par les courants statoriques. Ce mécanisme est effectivement utilisé pour la production d'énergie électrique à partir d'énergie mécanique, le rotor étant mis en mouvement par des turbines à vapeur dans les centrales thermiques ou nucléaires, ou par un moteur à explosion dans les groupes électrogènes portatifs.

2.2.3 Remarques

- Lorsque le rotor est en rotation, il ne voit pas de champ magnétique variable, puisqu'il tourne en même temps que lui. De ce fait, il n'est pas utile de le feuilletter pour réduire les courants de Foucault. Le stator quant à lui est systématiquement feuilletté puisqu'il est soumis à un flux tournant.
- Il faut noter que les motrices de TGV sont équipées de moteurs synchrones, le problème du démarrage étant résolu par un système d'électronique de puissance, consistant en des onduleurs de fréquence variable, et permettant d'établir un asservissement de l'angle interne pour obtenir de façon constante un couple moteur. On parle alors de moteur synchrone *autopiloté*.

2.3 Moteur asynchrone

Le moteur asynchrone est un moteur à champ tournant, possédant un certain nombre de similitudes avec le moteur synchrone, mais dans lequel le rotor a une fréquence légèrement inférieure à celle du champ tournant. Le rotor, constitué d'une bobine en **court-circuit**, est alors parcouru par un courant **induit**, sur lequel agit le champ tournant statorique.

On se place dans le même cadre simplifié que pour l'étude du moteur synchrone, avec un rotor constitué d'une simple bobine ayant la forme d'une spire, caractérisée par sa surface $\Sigma = \Sigma_R \mathbf{u}(\theta_R)$, où $\mathbf{u}(\theta_R)$ est le vecteur unitaire repéré par l'angle $\theta_R(t) = \omega_R t$ (l'origine des temps est choisie de manière à ce que $\theta_R(0) = 0$).

2.3.1 Étude électrique du rotor

Soit $\phi(t)$ le flux magnétique instantané à travers la bobine rotor, que l'on peut écrire sous la forme

$$\phi(t) = \frac{3}{2} B_0 \mathbf{u}(\theta_S) \cdot \Sigma \mathbf{u}(\theta_R) = \Phi_0 \cos(\omega_g t), \quad (34)$$

où $\Phi_0 = 3B_0 \Sigma_R / 2$ est le flux maximal, et ω_g est la "vitesse de glissement" (ou "glissement" tout court) définie selon

$$\omega_g = \omega_S - \omega_R. \quad (35)$$

La force électromotrice induite $e_R(t)$ dans le rotor est donc une fonction sinusoïdale du temps, de pulsation ω_g .

En effet,

$$e_R(t) = -\frac{d\phi}{dt} = \omega_g \Phi_0 \sin(\omega_g t). \quad (36)$$

Le courant induit aura donc lui-même une telle dépendance en temps, et on peut écrire les relations suivantes pour les amplitudes complexes

$$\underline{e}_R = (R + iL\omega_g) \underline{I}_R, \quad (37)$$

soit

$$\underline{I}_R = -i \frac{\omega_g \Phi_0}{Z_R}, \quad (38)$$

où l'on a introduit la résistance R et l'inductance L de la bobine rotorique, avec comme toujours $R \ll L\omega_S$ pour une bobine bien conçue. Par contre, l'impédance complexe doit être à la fréquence de glissement, soit

$$Z_R = R + iL\omega_g = |Z| e^{i\gamma}, \quad (39)$$

avec

$$|Z| = \sqrt{R^2 + L^2 \omega_g^2}, \quad \text{et} \quad \tan \gamma = \frac{L\omega_g}{R}. \quad (40)$$

En revenant aux notations réelles, ce qui est indispensable pour la suite, on obtient donc

$$i_R(t) = \frac{\omega_g \Phi_0}{|Z|} \sin(\omega_g t - \gamma). \quad (41)$$

Grâce à ce courant le rotor acquiert un moment magnétique

$$\mathbf{M} = \frac{\omega_g \Phi_0}{|Z|} \sin(\omega_g t - \gamma) \Sigma_R \mathbf{u}(\theta_R), \quad (42)$$

qui varie dans le temps à la fois à cause de la rotation à ω_R et de la modulation du courant i_R à la vitesse de glissement.

2.3.2 Effets mécaniques

Ce moment magnétique est soumis à un couple mécanique dont le moment par rapport à l'axe s'écrit, en utilisant le produit mixte $(\mathbf{u}(\theta_R), \mathbf{u}(\theta_S), \mathbf{u}_z) = \sin(\omega_g t)$

$$\Gamma_z = (\mathbf{M} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{u}_z = \frac{\Phi_0^2 \omega_g}{|Z|} \sin(\omega_g t - \gamma) \sin(\omega_g t), \quad (43)$$

soit en valeur moyenne

$$\langle \Gamma_z \rangle = \frac{\Phi_0^2 \omega_g \cos \gamma}{|Z|} \frac{1}{2} = \frac{\Phi_0^2 \omega_g}{|Z|} \frac{R}{2|Z|}, \quad (44)$$

donc finalement

$$\langle \Gamma_z \rangle = \frac{\Phi_0^2}{2} \frac{R \omega_g}{R^2 + L^2 \omega_g^2}. \quad (45)$$

Ce couple est donc donné par une "fonction de dispersion" en ω_g , qui s'annule bien sûr au synchronisme (voir Fig. (5)). On constate qu'elle possède un maximum caractérisé par

$$\Gamma_M = \frac{\Phi_0^2}{4L} \quad \text{et} \quad g_M \stackrel{\text{def.}}{=} \frac{\omega_g}{\omega_S} = \frac{R}{L\omega_S} \ll 1. \quad (46)$$

Ceci montre que le couple maximum est indépendant de la résistance R mais que la fréquence de rotation pour laquelle il est obtenu est d'autant plus proche de ω_S que R est faible. Dans la pratique, le glissement g donnant ce couple maximum est de l'ordre de quelques %. Comme on le voit sur la figure(5), la courbe $\Gamma(\omega_R)$ est alors très piquée autour de la valeur donnant le couplage maximum, elle-même très proche de la fréquence secteur.

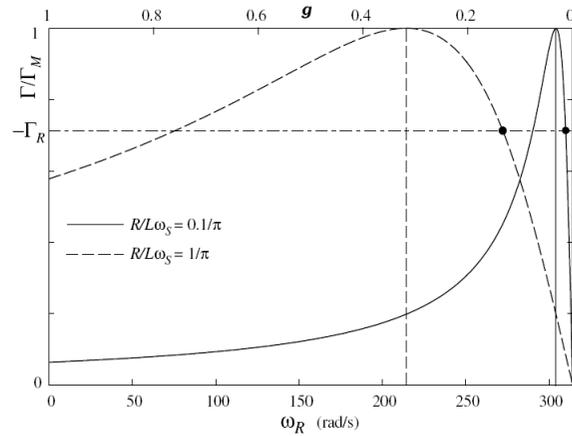


Figure 5: Graphe du couple mécanique en fonction de la vitesse angulaire ou du glissement (échelle du haut). Les points de fonctionnement stables sont marqués par un cercle.

Un autre point important de cette courbe est la valeur obtenue pour le couple de démarrage qui peut s'écrire (avec $\omega_g = \omega_S$)

$$\Gamma_0 \simeq \frac{\Phi_0^2}{2} \frac{R}{L\omega_S} = 2\Gamma_M g_M, \quad (47)$$

qui est donc très faible : nous verrons plus loin comment résoudre ce problème.

On voit encore sur la courbe que, si on impose un couple résistant $-\Gamma_R$ inférieur en norme à Γ_M , on a a priori deux valeurs d'équilibre pour ω_R . La première est inférieure à ω_M et est instable : une diminution de ω_R induit une diminution du couple, donc une nouvelle diminution de ω_R et le moteur s'arrête. Au contraire, une infime augmentation de ω_R va conduire le moteur à accélérer et dépasser ω_M . Par contre, celle obtenue pour $g_M < g < 1$ est stable, puisqu'une fluctuation de ω_R donne lieu à une variation de Γ de signe opposé, qui ramène le moteur vers son point d'équilibre.

2.3.3 Démarrage d'un moteur asynchrone

La figure (5) montre l'évolution du couple mécanique. Le couple atteint un maximum $\Gamma_{max} = \frac{\Phi_0^2}{4L}$ pour $g_M = \frac{R}{L\Omega}$. Au démarrage, i.e. $\omega_R = 0$ et $\omega_g = \Omega$, le couple est non nul et vaut

$$\Gamma_0 = \frac{\Phi_0^2}{2} \frac{R\Omega}{R^2 + L^2\Omega^2}$$

De ce fait le moteur asynchrone n'a pas, a priori, de problème de démarrage. Toutefois ce couple est en général faible du fait que $\frac{R}{L\Omega} = 2\Gamma_{max}g_M \ll 1$. Il faut donc augmenter ce rapport en augmentant la résistance du rotor pour atteindre un couple qui permet le démarrage, cette résistance est ramenée à 0 après le démarrage. On peut trouver dans certains moteurs un système rhéostatique intégré au rotor et commandé par la force centrifuge.

2.3.4 Quelques remarques importantes

1. Le couple que l'on a déterminé avec le modèle à une spire que nous venons de considérer est dépendant du temps. Cela vient du fait que ce modèle ne respecte pas la symétrie du stator composé de 3 bobines. Un rotor avec trois bobines identiques positionnées à 120° l'une de l'autre correspond à la configuration la plus simple respectant la symétrie. Dans ce cas en sommant les moments magnétiques de chaque bobine dans le référentiel du rotor on obtient un moment résultant qui tourne à la fréquence ω_g , donc dans le référentiel du stator M tourne à la fréquence ω_S , comme dans le moteur synchrone. Le couple développé est alors constant dans le temps - ce qui est avantageux pour les applications - et égal à 3 fois le couple moyen obtenu précédemment.
2. Le moteur synchrone ne peut démarrer seul, tandis que le moteur asynchrone le peut. Pour résoudre ce problème on peut placer sur le rotor de la machine synchrone des barres métalliques reliées par des couronnes, celles-ci jouent le rôle de cage d'écureuil, donc de machine asynchrone qui assure le démarrage du moteur. Une fois le synchronisme atteint le couple qui s'exerce sur cette cage devient nul.
3. Les moteurs asynchrones sont les plus répandus dans le domaine des moyennes puissances, du fait de leur faible rapport prix/puissance. On les trouve dans toutes les applications industrielles et domestiques correspondantes : machines outils, congélateurs, machines à laver, pompes diverses, etc... Par contre les machines asynchrones sont très peu utilisées en génératrices, même si cela est théoriquement possible (si le glissement devient négatif).

3 Moteurs à courant continu

La stratégie des moteurs continus consiste, dans un champ statorique \mathbf{B} constant, à utiliser la rotation pour commuter les courants dans les conducteurs rotoriques, de telle sorte que le moment magnétique associé reste à peu près orthogonal au champ magnétique, et donc engendrer continuellement un moment moteur.

3.1 Principe général : rotor à une spire

Nous commençons par étudier le cas (purement de principe) où le rotor comporte une seule spire, formée de deux conducteurs diamétralement opposés. Si ces deux conducteurs sont parcourus par un même courant I_R en sens contraire, les forces de Laplace qu'ils subissent forment un couple, proportionnel au courant et à la composante radiale du champ magnétique, dont la variation avec l'angle est approximativement sinusoidale (Cf. Fig. (6)). Au cours de la rotation, celle-ci change de signe, et donc le couple également.

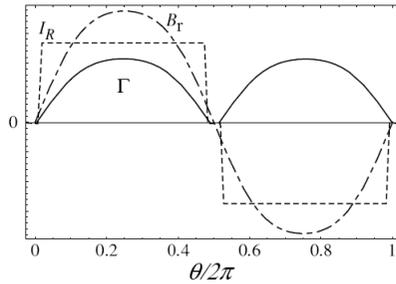


Figure 6: Champ radial, courant et couple, en fonction de l'angle pour un moteur à une spire.

C'est là qu'intervient le système collecteur-balais (le collecteur est ici une simple bague divisée en deux électrodes) : lors du passage des conducteurs par la "ligne neutre" - *i.e.* l'annulation de la composante radiale du champ responsable du couple - le courant I_R est interrompu, et rétabli dans l'autre sens. Cela permet de garder à tout instant un couple de même signe, bien que variant fortement dans le temps. Si a est le rayon du rotor, h sa longueur, en assimilant la variation de B_r à une sinusoïde d'amplitude B_0 , et en utilisant le facteur de forme $2/\pi$ du sinus redressé, on obtient

$$\langle \Gamma \rangle = 2 \times \frac{2}{\pi} (B_0 I_R h) a \approx \frac{2}{\pi} \Phi_0 I_R, \quad (48)$$

où Φ_0 est le flux sortant du pôle nord et entrant dans le pôle sud du stator, et coupé par les deux conducteurs, soit la spire de surface $2ah$. Cette expression serait valable même sans les approximations précitées, **à condition de remplacer le facteur de forme $2/\pi$ par une constante sans dimension K convenable, du même ordre de grandeur.**

Force électromotrice : Les deux conducteurs de la spire sont évidemment le siège d'une force électromotrice induite

$$e = 2 \times ((a\omega_R) B_r) h, \quad (49)$$

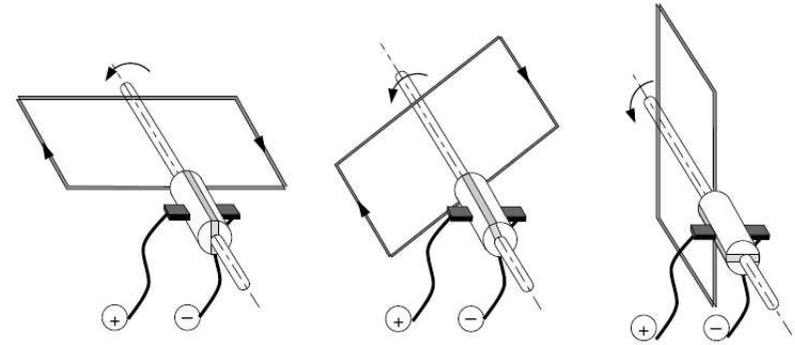


Figure 7: Schéma de principe pour le collecteur à deux lames discuté dans le texte; Les trois états se succèdent au cours d'un quart de période, le troisième correspond à l'instant de commutation.

variant selon une loi temporelle analogue à celle du champ magnétique. Le système collecteur-balais permet alors de *redresser* cette force électromotrice, conduisant à la valeur moyenne non nulle

$$E \stackrel{\text{def}}{=} \langle e \rangle = \frac{2}{\pi} \Phi_0 \omega_R. \quad (50)$$

Cette f.e.m. est de façon logique opposée au courant I_R parcourant la spire et responsable du couple moteur. La puissance électrique reçue du générateur est donc (en négligeant les pertes résistives ou d'hystérésis)

$$\mathcal{P}_E = EI_R = \Phi_0 I_R \omega_R, \quad (51)$$

laquelle coïncide bien sûr avec la puissance mécanique fournie

$$\mathcal{P}_M = \Gamma \omega_R = \Phi_0 I_R \omega_R. \quad (52)$$

Dynamo génératrice : Cette force électromotrice induite est à la base de la dynamo (génératrice de courant continu). Le rotor n'est alors pas connecté à un générateur, mais à une charge : la force électromotrice engendre alors un courant circulant dans le sens de E , qui se traduit par un couple *résistant*. Il y a donc transfert de puissance mécanique vers la dynamo, et transfert de puissance électrique vers la charge électrique.

3.2 Moteur à N spires

Dans la pratique, la forte modulation du couple et de la f.e.m. induite ne sont pas tolérables. Il est donc souhaitable d'utiliser un plus grand nombre de conducteurs rotoriques, distribués de façon à réduire l'importance des ondulations. Un premier pas

consiste à ajouter une deuxième spire à 90° de la première, de telle sorte que les annulations de $\Gamma(t)$ pour une paire de conducteurs coïncident avec les maxima de la seconde. C'est à peu près le cas pour un rotor bipolaire bobiné, comme dans le "modèle" disponible en TP.

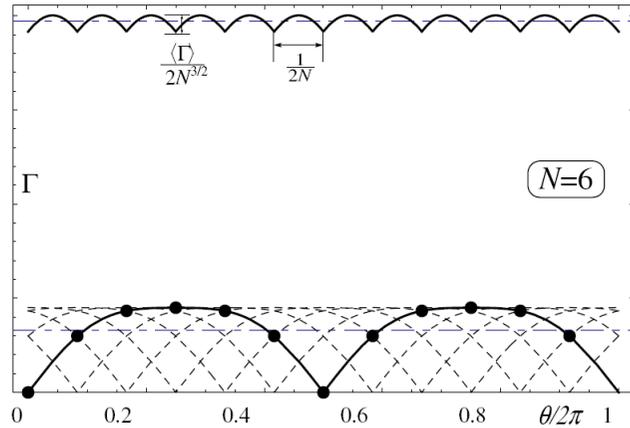


Figure 8: Couples par spire et couple total pour un ensemble de $2N = 12$ conducteurs, soit 6 spires. Les droites en tirets alternés représentent les valeurs moyennes, pour 1 spire et pour N spires.

3.2.1 Principe de base

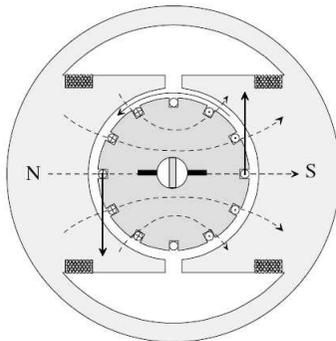


Figure 9: Schéma de principe d'un moteur à courant continu.

Plus généralement, la configuration convenable est celle où $2N$ conducteurs (soit N spires) sont équi-répartis sur la circonférence (comme suggéré sur la figure 9, pour $N = 6$). On peut constater alors que les couples $\Gamma_p(t)$ et $e_p(t)$ successifs se déduisent par un simple déphasage de $\phi = 2\pi/N$, soit un délai $\tau = F/N$, comme le montre la figure 8, pour $N = 6$. La courbe continue inférieure représente $\Gamma_1(t)$, et les courbes tiretées les $\Gamma_p(t)$ suivants ; la courbe supérieure est la somme des courbes inférieures et représente le couple total résultant. Les points sur la courbe $\Gamma_1(t)$ montrent les contributions de chacun des $2N = 12$ conducteurs, à l'instant de la commutation du conducteur 1.

Compléments

A Petit interlude technique : puissance

A.1 Puissance active

La puissance moyenne consommée en régime sinusoïdale par un dipôle d'impédance $\underline{Z} = Ze^{i\varphi}$ porte le nom de **puissance active**. Elle a pour expression

$$P = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \cos \varphi = \frac{U_{\text{max}} U_{\text{max}}}{2} \cos \varphi, \quad (53)$$

où X_{eff} est la valeur efficace de la grandeur X .

A.2 Puissance réactive et apparente

Le théorème de Boucherot permet, en régime sinusoïdal de tension et de courant, de calculer la puissance totale consommée par une installation électrique comportant plusieurs dipôles de facteur de puissance divers, ainsi que le courant total appelé dans cette installation. Cette méthode permet de faire des calculs selon un formalisme de type vectoriel sans utiliser la représentation de Fresnel plus lourde lorsque l'on est en présence de nombreux dipôles.

Pour appliquer cette méthode, il est nécessaire de créer deux intermédiaires de calcul qui n'ont pas véritablement de sens physique :

La puissance apparente notée S est égale au produit des valeurs efficaces :

$$S \stackrel{\text{def.}}{=} U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}, \quad (54)$$

en Volt Ampère ou VA.

C'est en général cette puissance qui est indiqué sur la carcasse des moteurs comme puissance maximale admissible et a fortiori exprimée en VA.

La puissance réactive notée Q , est telle que

$$Q \stackrel{\text{def.}}{=} U_{\text{eff}} I_{\text{eff}} \sin \varphi, \quad (55)$$

en Volt Ampère Réactif ou var.

Les unités sont différentes des watts alors qu'elles sont homogènes à une puissance afin de respecter le principe physique qui autorise d'additionner des grandeurs de mêmes unités. En effet additionner des puissances actives avec des puissances réactives ou apparentes n'a aucun sens physique.

Les trois puissances sont liées par la relation :

$$S^2 = P^2 + Q^2. \quad (56)$$

Soit un dipôle dont l'impédance complexe s'écrit

$$\underline{Z} = R + iX. \quad (57)$$

On a alors

$$P = RI^2, \quad Q = XI^2 \quad S = |\underline{Z}| I^2. \quad (58)$$

A.3 Puissance complexe

La puissance complexe est un outil mathématique de traitement des puissances électriques à l'aide de la transformation complexe.

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^*, \quad (59)$$

et

$$\underline{S} = P + iQ, \quad (60)$$

où P est la puissance active et Q la puissance réactive.

A.4 Puissances en régime sinusoïdal de tension et en régime non sinusoïdal de courant

Ce cas est très important : la distribution de l'électricité se fait en régime sinusoïdal de tension à la fréquence ω , mais une grande quantité des récepteurs utilisés par les particuliers ou les industriels appellent des courants non-sinusoïdaux du fait des convertisseurs de l'électronique de puissance qui sont utilisés pour les alimenter, et éventuellement des noyaux ferromagnétiques dans le cas des moteurs, génératrices et transformateurs.

A.4.1 Expression de la puissance

Dans l'expression générale de la puissance instantanée

$$\mathcal{P}(t) = u(t)i(t), \quad (61)$$

on substitue la décomposition en séries de Fourier de l'intensité, la tension étant supposée sinusoïdale, ne contenant qu'un seul harmonique de valeur efficace U_{eff} . On a alors

$$i(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} I_n \cos(n\omega t + \varphi_n), \quad (62)$$

avec $I_{\text{eff}} = I_1/\sqrt{2}$. La puissance active est alors la valeurs moyenne de la puissance instantanée : seul les produits de termes de même fréquence ont une valeur moyenne non nulle. La puissance active est donc

$$P = \langle \mathcal{P}(t) \rangle = U_{\text{eff}} I_{\text{eff}}. \quad (63)$$

Ainsi, seul le premier harmonique (le fondamental) transporte la puissance active.

A.5 Complément à caractère documentaire

Cette section n'est que documentaire, pour toute personne cherchant à savoir pourquoi diable les puissances apparente et réactive sont introduites en électrotechnique.

A.5.1 Méthode de Boucherot

La méthode de Boucherot permet, en régime sinusoïdal, de calculer la puissance totale consommée par une installation électrique comportant plusieurs dipôles électriques de facteur de puissance divers, ainsi que l'intensité totale appelée.

Lors de l'étude d'une installation électrique, on considère les quantités suivantes :

- la puissance totale consommée, *i.e.* le coût,
- l'intensité nécessaire, et donc la calibration des câbles, disjoncteurs,...
- le choix de condensateurs pour limiter la puissance réactive, et limiter les pertes de la ligne d'alimentation (imposé par EDF).

En pratique, pour chaque dipôle i , on calcul la puissance active P_i et Q_i , et on obtient ainsi la consommation totale

$$P_T = \sum_i P_i \text{ et } Q_T = \sum_i Q_i. \quad (64)$$

On en déduit $S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2}$ et donc l'intensité totale

$$I_T = \frac{S_T}{U}. \quad (65)$$

En France, pour les installations alimentées en haute tension, la partie réactive Q est gratuite tant qu'elle est inférieure⁴ à $0.4P_T$. L'excédent est facturé pendant les heures pleines en hiver. En pratique, on rajoute des condensateurs pour diminuer la puissance réactive.

⁴Décret n°2002-1014 du 19 juillet 2002, fixant les tarifs d'utilisation des réseaux publics de transport et de distribution d'électricité.

A.5.2 Cas d'une réponse non linéaire

Dans le cas d'un courant à plusieurs composantes spectrales (éq.(62)), la puissance active est alors

$$P = U_{\text{eff}} \frac{I_1}{\sqrt{2}} \cos \varphi_1. \quad (66)$$

La puissance apparente S peut s'écrire alors

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2} \quad (67)$$

où

$$Q = U_{\text{eff}} \frac{I_1}{\sqrt{2}} \sin \varphi_1. \quad (68)$$

est la puissance réactive et

$$D = \sqrt{\frac{U_{\text{eff}}^2}{2} \sum_{n=2}^{+\infty} I_n^2} = \sqrt{\frac{U_{\text{eff}}^2}{2} I_h^2} \quad (69)$$

est appelée *puissance déformante*, avec

$$I_h = \sqrt{\sum_{n=2}^{+\infty} I_n^2} \quad (70)$$

est la valeur efficace de l'ensemble des harmoniques supérieures à 1 du courant.

B Moteurs à courant continu

B.1 Bobinages réalistes

Nous ne détaillerons pas dans ce qui suit les différentes méthodes de bobinages. On peut réaliser des bobinages multipolaires ($2p$ pôles) en étoiles, composés de plusieurs "voies d'enroulement" parallèles (voir Fig. (??)), où $2a$ spires équivalentes formes des plans parallèles. On peut montrer que pour un moteur possédant $2N$ conducteurs actifs, $2a$ voies d'enroulement, et $2p$ pôles, les équations (48) et (50) peuvent alors se généraliser selon

$$E = K \frac{p}{a} \Phi_0 \Omega \text{ et } \Gamma = K \frac{p}{a} \Phi_0 I_R, \quad (71)$$

où K est une constante du moteur, proche de N/π , Ω la vitesse de rotation du moteur, Φ_0 le flux sous l'un des pôles du stator, et I_R le courant total traversant le rotor.

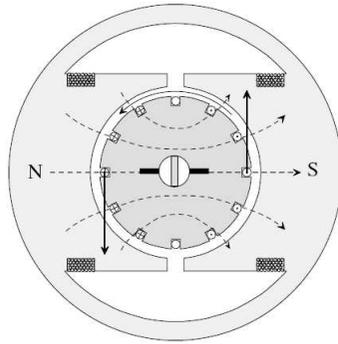


Figure 10: Schéma de principe d'un moteur à courant continu.

B.2 Caractéristiques de fonctionnement (en régime de moteur)

Pour alléger les expressions, nous nous plaçons ici dans le cas générique $a = p = 1$. Nous supposons aussi que la réaction d'induit (effet du champ magnétique rotorique) est parfaitement compensé (en particulier par un positionnement adéquat des balais).

La résistance R de l'induit est généralement très faible, afin de réduire les pertes. Elle n'est cependant pas nulle, et affecte les propriétés mécaniques de la façon suivante : avec l'équation de fonctionnement $U = RI_R + E$ (nous avons toujours considéré la valeur absolue de E , qui est opposée à I_R), et $\Omega = E/K\Phi$, on obtient la loi

$$\Omega = \frac{U}{K\Phi} - \frac{RI_R}{K\Phi} = \Omega_0 - \frac{RI_R}{K\Phi}, \quad (72)$$

la pente de cette loi linéaire est généralement faible.

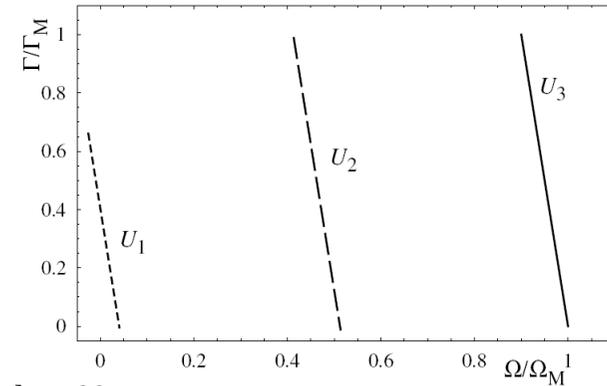
La vitesse du moteur continu est donc essentiellement imposée par sa tension d'alimentation.

Toutefois le courant I_R est, lui, directement proportionnel au couple par la loi

$$I_R = \frac{\Gamma}{K\Phi}, \quad (73)$$

et on en déduit la caractéristique $\Gamma(\Omega)$, représentée pour différentes tensions sur la figure (11), Γ_M étant fixé par l'intensité rotorique maximale, et Ω_M par la tension maximale. Notons que la pente négative de cette caractéristique assure la stabilité de tous les points de fonctionnement.

Ces caractéristiques, très différentes de celles obtenues précédemment, permettent un contrôle indépendant de la vitesse et du couple, et font tout l'intérêt des moteurs continus, pour les machines-outils, le levage (pour U_1 : couple important couple important à vitesse nulle), etc...

Figure 11: Caractéristique mécanique d'un moteur continu ($U_1 < U_2 < U_3$).

B.3 Modes d'excitation

Les moteurs considérés jusqu'ici sont des moteurs à excitation séparée : un générateur auxiliaire impose le courant et donc le flux dans les enroulements statoriques. Comme nous l'avons vu, c'est un mode de fonctionnement particulièrement flexible. Toutefois, on utilise aussi beaucoup les modes d'excitation "série" et "parallèle" ("moteur shunt"), que nous allons décrire succinctement.

B.3.1 Excitation série

Dans ce mode, un même générateur alimente le stator et le rotor connectés en série. Le flux Φ est alors lui-même proportionnel au courant I_R . On en déduit aisément les lois

$$E = K'\Omega I_R \quad \text{et} \quad \Gamma = K' I_R^2. \quad (74)$$

Si, comme c'est généralement le cas, on peut négliger la chute de tension résistive $(R_S + R)I_R$ devant la f.e.m., on a $U \approx E$. On en déduit alors **la loi approchée**

$$\Gamma = \frac{U^2}{K'} \frac{1}{\Omega^2}, \quad (75)$$

valable si la vitesse, et donc la f.e.m., n'est pas trop petite. Notons qu'il est en outre indispensable d'utiliser de démarrage pour limiter le courant, car la f.e.m. étant initialement nulle, le courant appelé pourrait être destructeur.

Ce mode de fonctionnement, assurant un couple maximal à vitesse réduite, est particulièrement adapté à des équipements de puissance requérant cette propriété : laminoirs, démarreur automobile, traction électrique...

Inversement, une telle machine ne peut fonctionner à vide, car la vitesse dépasserait la limite admissible : il est alors indispensable de réduire fortement la tension.

B.3.2 Excitation parallèle

Lorsque le rotor et le stator sont alimentés en parallèle par la même source de tension U , le stator appelle toujours le même courant $I_S = U/R_S$, et le flux Φ est donc proportionnel à U (on néglige la réaction d'induit). Comme par ailleurs, on a $U \approx E = K' I_R \Omega$, cela impose la vitesse de rotation. Le couple moteur vaut alors

$$\Gamma = \frac{K' U^2}{R_S} \frac{1}{\Omega} \quad (76)$$

qui à Ω faible, peut prendre des valeurs élevées, quoique moindres que dans le cas du moteur-série. L'intérêt de ce montage consiste dans un réglage de vitesse indépendante de la charge, et qui peut être réglée en jouant simplement sur un rhéostat inclus dans le circuit statorique. De ce fait, à tension constante, la vitesse ne dépend pas de la charge, ce qui est très utile dans les machines outils, au moment où l'on "attaque" la pièce à usiner. Hormis ce point, en utilisant deux rhéostats indépendants, dans chacun des deux circuits, on se rapproche beaucoup du mode d'excitation indépendante.

C Autres moteurs

C.1 Le moteur universel

Il s'agit d'un moteur continu à excitation série, utilisé en alternatif. Les courants d'induit et d'inducteur changeant de signe simultanément, le couple reste de signe constant. Il suffit alors de feuilleter les composants du circuit magnétique pour limiter les pertes par courants de Foucault. Son grand couple à faible vitesse, pour une puissance moyenne restant limitée, en fait un composant d'usage très répandu : tous les appareils électroménagers et outillage de faible puissance sont fondés sur de tels moteurs.

C.2 Le moteur pas à pas

Il peut être vu comme un moteur alternatif fonctionnant en continu. Son rotor est généralement un aimant permanent, le stator étant un stator multipolaire dont les différents pôles sont alimentés de façon indépendante : le champ tournant est alors réalisé en commutant convenablement les courants continus qui les alimentent. Pour chaque état de ces courants, le rotor s'immobilise dans la direction définie par le champ magnétique, ce qui permet un repérage exact de l'angle de rotation.

This work is licensed under a Creative Commons "Attribution-NonCommercial-NoDerivatives" license.



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.fr>

Transformateurs électriques

Ce TD a pour but de détailler le fonctionnement et les principales propriétés des transformateurs électriques. Ceux-ci sont par exemple utilisés par EDF en bout de ligne, d'un côté pour élever la tension électrique de la tension de production (6000 V) à la tension de transport (300 kV), puis à l'autre extrémité pour abaisser successivement cette tension jusqu'à la tension d'utilisation (230 V ou 380 V). Nous utilisons également des transformateurs pour charger les batteries (téléphones et ordinateurs portables par exemple), ils convertissent la tension du secteur de 230V à 12V.

On peut justifier l'utilisation de tensions élevées pour le transport d'énergie en se basant sur l'exemple suivant : on veut fournir 10 MW à une usine distante de 50 km avec moins de 10% de pertes. Quel doit être le diamètre des fils pour une tension de 220 V ou 200 kV ?

1 Le transformateur électrique

Le transformateur est constitué d'un matériau ferromagnétique (**le noyau**) sur lequel sont bobinés deux conducteurs en cuivre : le primaire et le secondaire

- *primaire* : n_1 spires, tension u_1 , intensité i_1 ,
- *secondaire* : n_2 spires, tension u_2 , intensité i_2

Le noyau est un matériau ferromagnétique présentant la perméabilité relative μ_r la plus élevée possible. *Pourquoi ?*.

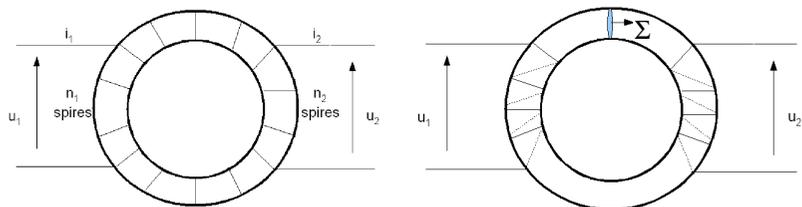


Figure 1: Transformateur torique et conventions d'orientation.

2 Équations de fonctionnement

2.1 Hypothèses simplificatrices

Nous considérerons dans un premier temps que :

- le noyau est de perméabilité μ_r , supposé **Linéaire**, **Homogène** et **Isotrope** (milieu LHI). *Rappeler la relation entre \mathbf{B} et \mathbf{H} ,*
- l'enroulement en cuivre est supposé parfaitement conducteur (*i.e.* pas de pertes par effet Joule),
- le noyau magnétique est torique et sans fuites magnétiques (les lignes de champs sont assimilables à des cercles concentriques. De plus, on suppose que le diamètre de la section (Σ) du tore est très inférieur au rayon R de ce dernier, de façon à considérer les champs uniformes sur une section.

2.2 Questions

1. Donnez la relation en u_1 et u_2 . On notera $m = n_2/n_1$.
2. En appliquant le théorème d'Ampère, donnez une relation entre i_1 , i_2 et \mathbf{H} .
3. Montrez alors que le flux magnétique ϕ à travers toute section du tore est de la forme

$$\phi = \frac{n_1 i_1 + n_2 i_2}{2\pi R} \mu_r \mu_0 \Sigma. \quad (1)$$
4. Donner alors la forme de u_1 et u_2 . Quelles grandeurs caractéristiques des enroulements retrouve-t-on ?

3 Le transformateur parfait

On suppose que $\mu_r \rightarrow +\infty$.

- Que peut-on déduire sur l'expression de ϕ précédente ?
- Donnez alors la relation entre i_1 et i_2 .
- Quel est le rendement du transformateur parfait ?
- On considère une impédance de charge Z_2 , connectée au secondaire. Comment est vue cette impédance depuis le primaire. Intérêt ?
- On suppose qu'on alimente le primaire par une source de tension sinusoïdale d'amplitude e_0 et de résistance interne r . Le secondaire alimente une charge résistive R . Quelle valeur de m maximise la puissance dissipée dans la charge ?

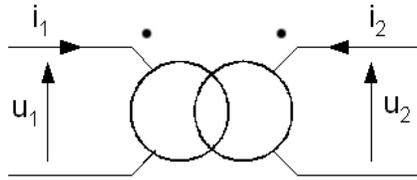


Figure 2: Schéma équivalent du transformateur parfait.

4 Le transformateur réel

Dans cette section, on se propose d'étudier les différents écarts d'un transformateur réel à un transformateur idéal.

4.1 Perméabilité du matériau (modèle linéaire)

Supposons que μ_r est finie. On obtient alors

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = \frac{2\pi R}{\mu_r \mu_0 \Sigma} \phi. \quad (2)$$

Donner la relation entre u_{10} et i_{10} , tension et courant primaires lorsque le secondaire est en circuit ouvert. Commentaires.

Donner alors un schéma équivalent à ce transformateur réel en utilisant le symbole du transformateur parfait.

Quelles sont les autres déviations à ce modèle que l'on doit prendre en compte ? Quelles en sont les causes ? Est-il possible de les rendre aussi faibles que possible ? Donner alors un schéma électrique équivalent à un tel transformateur.

4.2 Non-linéarité

Un milieu ferromagnétique est non-linéaire lorsque les champs sont "suffisamment importants" (par rapport à quoi ?). On observe alors un comportement hystérétique. Apparaissent des courants non sinusoïdaux. À quoi sont reliées les pertes par hystérésis ? Quelle propriété doit présenter le milieu magnétique pour les minimiser ?

5 Détermination expérimentale des pertes

Pour déterminer expérimentalement le rendement d'un transformateur, on dispose d'une méthode efficace dite *des pertes séparées*. Les pertes sont de deux sortes :

- les pertes cuivres \mathcal{P}_c : pertes par effet Joule dans les bobinages primaires et secondaires,
- les pertes fer \mathcal{P}_f : pertes par hystérésis.

Pour \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 les puissances respectivement au primaire et au secondaire, on a la relation

$$\mathcal{P}_2 = \mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_c - \mathcal{P}_f. \quad (3)$$

L'obtention du rendement consiste donc en pratique à la détermination de \mathcal{P}_c et \mathcal{P}_f , dans les conditions les plus proches de celle du point de fonctionnement considéré.

- Les pertes fer ne dépendent que de \mathbf{B} , et donc uniquement de u_1 , indépendamment de la charge. En effet, on peut considérer que le champ magnétique dans le noyau ne dépend que de la tension du primaire

$$u_1 = \frac{d\phi}{dt} \approx n_1 \Sigma \frac{dB}{dt} \approx n_1 \Sigma \omega B \sin(\omega t), \quad (4)$$

dans la limite linéaire. Donc en fixant u_1 à sa valeur prise en charge, mais **secondaire ouvert**, la puissance dissipée par le primaire est bien \mathcal{P}_f , en supposant que le courant magnétisant est faible et que par conséquent la dissipation par effet joule qu'il génère est négligeable.

- En ce qui concerne les pertes cuivre, il suffit de mesurer les résistances des bobinages primaires et secondaires à l'ohmmètre. Attention toutefois à se rapprocher le plus possible des conditions de fonctionnement. Il existe une méthode plus précise qui consiste à court-circuiter le secondaire et ajuster l'alimentation du primaire pour donner à i_1 la valeur souhaitée. La puissance dissipée au primaire est alors \mathcal{P}_c .

This work is licensed under a Creative Commons "Attribution-NonCommercial-NoDerivatives" license.



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.fr>

Transformateurs électriques

1 Le transformateur électrique

Loi de réfraction appliquée au champ \mathbf{H} : l'analogie de l'indice optique est la perméabilité magnétique relative μ_r ($\mu_r \leftrightarrow \epsilon_r$). Une grande perméabilité relative permet de confiner le champ magnétique (analogie avec les fibres optiques à saut d'indice). Pour plus de précision, voir l'épreuve d'agrég A de la session 1991.

Rappel : Lien entre l'aimantation \mathbf{M} et l'excitation magnétique \mathbf{H} dans un milieu linéaire

$$\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H},$$

et l'excitation magnétique, le champ magnétique et l'aimantation sont liées par la relation

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}.$$

Démonstration du théorème d'Ampère dans les milieux magnétiques : L'aimantation \mathbf{M} prend son origine dans les courants "liés" $\mathbf{j}_l = \nabla \times \mathbf{M}$. L'équation de Maxwell-Ampère donne

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{j} + \mathbf{j}_l) = \mu_0 \nabla \times \mathbf{M} + \mu_0 \mathbf{j},$$

pour obtenir

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right) = \mathbf{j},$$

d'où l'introduction du vecteur \mathbf{H}

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j},$$

où \mathbf{j} est le courant libre. Ainsi, si on considère une surface Σ orientée, de contour \mathcal{C} . D'après le théorème de Green, on obtient

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \iint_{\Sigma} \nabla \times \mathbf{H} \cdot d\mathbf{\Sigma} = \iint_{\Sigma} \mathbf{j} \cdot d\mathbf{\Sigma} = I_{\Sigma},$$

où I_{Σ} est le courant traversant la surface Σ . C'est le théorème d'Ampère généralisé aux milieux magnétiques

$$\oint_{\mathcal{C}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{\Sigma}.$$

Dans un milieu linéaire, on a

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{M} + \mathbf{H}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H} = \mu \mathbf{H},$$

avec $\mu = \mu_0 \mu_r$, et $\mu_r = 1 + \chi_m$.

2 Équations de fonctionnement

2.1 Hypothèses simplificatrices

Le milieu est linéaire, alors on a une relation de la forme

$$\mathbf{M} = \mathcal{O}_m(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{H},$$

où $\mathcal{O}_m(\mathbf{r})$ est un tenseur qui dépend de la position a priori. Si le milieu est supposé homogène, alors ce tenseur ne dépend plus de la position. Enfin, si le milieu est isotrope, alors le tenseur $\mathcal{O}_m = \chi_m \cdot \mathbb{1}$ est scalaire. On a alors

$$\mathbf{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{M}.$$

2.2 Questions

On néglige les pertes de flux. Soit ϕ_1 (resp. ϕ_2) le flux magnétique à travers une section du primaire (resp. secondaire). On note $\phi_{C_i} = n_i \phi_i$ le flux magnétique à travers le circuit C_i (il faut tenir compte du nombre de tours du bobinage). La loi de Faraday donne e_i la fem induite dans le bobinage i selon

$$e_i = - \frac{d\phi_{C_i}}{dt}.$$

Avec les conventions utilisées, on a $u_i = -e_i$ la tension aux bornes du primaire/secondaire. Par conservation du flux, $\phi_1 = \phi_2 = \phi_0$ soit

$$u_1 = n_1 \frac{d\phi_0}{dt} = \frac{n_1}{n_2} n_2 \frac{d\phi_0}{dt} = \frac{n_1}{n_2} u_2.$$

D'où le résultat

$$u_2 = m u_1.$$

On considère le contour \mathcal{C} formé par le cercle de centre coïncidant avec celui du tore, et de rayon le rayon moyen du tour, orienté dans le sens horaire. Par hypothèse de l'énoncé, \mathbf{H} est homogène dans le noyau de fer. En appliquant le théorème d'Ampère sur ce contour, on obtient

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = HL = n_1 i_1 + n_2 i_2,$$

or $L = 2\pi R$, soit

$$H = \frac{n_1 i_1 + n_2 i_2}{2\pi R}.$$

Désormais, on note $\phi_H = H\Sigma$. Attention, le flux ϕ_0 est un flux de champ magnétique alors que ϕ_H est un flux de \mathbf{H} . On a $\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$ donc $\phi_0 = \mu_0 \mu_r \phi_H$, d'où le résultat

$$\phi_0 = \frac{n_1 i_1 + n_2 i_2}{2\pi R} \mu_0 \mu_r \Sigma. \quad (1)$$

D'après la loi de Faraday établie précédemment, on a

$$u_1 = n_1 \frac{d\phi_0}{dt} = \frac{\mu_0 \mu_r \Sigma}{2\pi R} \left(n_1^2 \frac{di_1}{dt} + n_1 n_2 \frac{di_2}{dt} \right).$$

On obtient un résultat équivalent pour la tension u_2 . En introduisant la *réductance* \mathcal{R} définie selon

$$\mathcal{R} = \frac{2\pi R}{\mu_0 \mu_r \Sigma},$$

on obtient

$$u_1 = \frac{n_1^2}{\mathcal{R}} \frac{di_1}{dt} + \frac{n_1 n_2}{\mathcal{R}} \frac{di_2}{dt}, \quad (2)$$

$$u_2 = \frac{n_2 n_1}{\mathcal{R}} \frac{di_1}{dt} + \frac{n_2^2}{\mathcal{R}} \frac{di_2}{dt}. \quad (3)$$

Le terme croisé en $n_1 n_2 / \mathcal{R}$ traduit le couplage entre les deux circuits. La réductance ne dépend que de la géométrie et de la caractéristique du matériau constitutif du tore.

On a un couplage de la forme

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = \mathcal{M} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix},$$

avec

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} L_1 & M \\ M & L_2 \end{pmatrix}$$

où M est l'*inductance mutuelle* entre les deux circuits, et L est l'*inductance propre*. Dans ce cas, on montre trivialement que

$$\det \mathcal{M} = 0 = L_1 L_2 - M^2,$$

égalité caractéristique d'une influence totale entre les deux circuits, ce qui est logique compte tenu des hypothèses de l'énoncé (pas de pertes de flux).

Interlude technique facultatif : notion de réductance Le résultat précédent peut être généralisé à N circuits. On définit

$$\phi = \iint_{\Sigma} \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\Sigma} = B\Sigma,$$

et $B = \mu_0 \mu_r H$, avec $\mu_r \sim 100 \rightarrow 10^6$ typiquement. Le théorème d'Ampère appliqué aux N circuits $\{i\}$ donne

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \sum_j N_j I_j.$$

En électronique, on a les relations suivantes :

$$I = \iint_{\Sigma} \mathbf{j} \cdot d\boldsymbol{\Sigma}, \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} \quad \text{et} \quad \int \mathbf{E} d\mathbf{l} = \sum_j e_j,$$

ce qui donne les relations suivantes

$$\int \mathbf{j} \frac{d\mathbf{l}}{\sigma} = \sum_i e_i \Rightarrow I \underbrace{\left(\int \frac{d\mathbf{l}}{\sigma \Sigma} \right)}_{=\mathcal{R}} = \sum_j e_j.$$

Par analogie, dans un circuit magnétique, on a

$$\int \frac{B}{\mu} d\mathbf{l} = \sum_j N_j I_j,$$

d'où

$$\phi \underbrace{\left(\int \frac{d\mathbf{l}}{\mu S} \right)}_{=\mathcal{R}} = \sum_j N_j I_j,$$

et on définit, par analogie avec la résistance en électronique, la *réductance*, une caractéristique de la géométrie et des matériaux utilisés selon

$$\mathcal{R} = \int \frac{d\mathbf{l}}{\mu S}.$$

3 Le transformateur parfait

Si on considère que $\mu_r \rightarrow +\infty$ mais que ϕ reste fini, alors nécessairement l'équation (1) ne sera valable que si $(n_1 i_1 + n_2 i_2) \rightarrow 0$. On a alors la relation suivante de transformation des courants

$$-\frac{i_2}{i_1} = \frac{1}{m}.$$

La puissance instantanée dans le primaire est $\mathcal{P}_1 = u_1 i_1$ et dans le secondaire $\mathcal{P}_2 = u_2 i_2 = (u_2/m) \cdot (m i_2) = -u_1 i_1 = -\mathcal{P}_1$. Donc le rendement est de 100% ($\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 = 0$ avec les conventions de signes choisies). C'est logique, puisque tous les phénomènes dissipatifs et les pertes de flux ont été négligés.

Si une impédance Z_2 est connectée, on a alors $u_2 = -Z_2 i_2$. Or $u_1 = u_2/m = -Z_2 i_2/m = Z_2 i_1/m^2$. Donc, vu du primaire, on a une impédance équivalente $Z'_2 = u_1/i_1$ soit

$$Z'_2 = \frac{Z_2}{m^2}.$$

Applications aux problèmes d'adaptation d'impédance (lignes HT, etc...).

Pour une charge résistive, la puissance transférée à la charge sera maximale quand cette dernière vaut la valeur de la résistance interne du générateur. Ainsi, en tenant compte du rapport de transformation, cette situation sera réalisée si

$$\frac{R}{m^2} = r.$$

4 Le transformateur réel

4.1 Perméabilité du matériau (modèle linéaire)

Si le secondaire est ouvert, alors $i_2 = 0$. On obtient alors immédiatement le courant magnétisant au primaire $i_1^{(0)}$

$$i_1^{(0)} = \frac{2\pi \mathcal{R}}{n_1 \mu_0 \mu_r \Sigma} \phi,$$

Alors, les équations couplées (3)

$$\begin{cases} u_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} + M i_2 \\ u_2 &= M i_1 + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

deviennent, compte tenu que $i_2 = 0$,

$$\begin{cases} u_1^{(0)} &= L_1 \frac{di_1^{(0)}}{dt} \\ u_2 &= M i_1^{(0)} \end{cases}$$

Le schéma équivalent du transformateur secondaire ouvert est donc une inductance L_1 . Les autres sources de pertes proviennent des résistances des bobinages, que l'on peut modéliser par une résistance en série r_1 au primaire, et une résistance r_2 au secondaire. De plus, les lois d'influences totales ne sont pas vérifiées : il y a des fuites de flux magnétique. Ces dernières peuvent être modélisées par des bobines supplémentaires en série "prenant" le flux perdu, d'inductance L_{f1} . On a alors la loi de Faraday au primaire

$$e_1 = -n_1 \frac{d\phi}{dt} + L_{f1} \frac{di_1}{dt}.$$

De même, au secondaire, on peut modéliser les pertes de flux par une inductance L_{f2} en série.

Remarque : pour minimiser les pertes de flux, en pratique, les deux bobinages sont réalisés l'un sur l'autre.

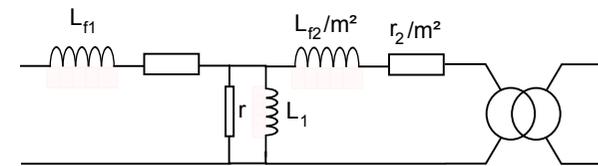
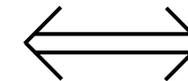
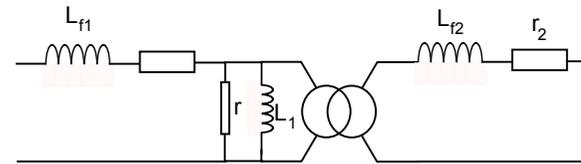


Figure 1: Modélisation du transformateur réel et impédance équivalente au primaire.

4.2 Non-linéarité

Un milieu ferromagnétique va pouvoir être approximé comme un milieu linéaire si $H \ll H_c$ où H_c est l'excitation coercitive du ferromagnétique. Au-delà de cette approximation linéaire, l'hystérésis dans le milieu va introduire des pertes énergétiques (orientation

des domaines, voir leçon sur le ferromagnétisme et BFR IV). Pour les minimiser, des matériaux doux sont employés. Il y a également des pertes par courants de Foucault, minimisées en utilisant des feuilletés et des ferrites (isolantes). Ces deux pertes sont grossièrement modélisables par une résistance r en parallèle.

5 Détermination expérimentale des pertes

6 Quelques compléments

6.1 Quand peut-on négliger les résistances des bobinages ?

On travaille à la pulsation ω . Il faut donc que $L\omega \gg r_1$. Or r_1 provient du bobinage et donc

$$r_1 \sim \frac{\ell}{\sigma \Sigma} = \frac{\ell_0 n_1}{\sigma \Sigma} \sim (10^{-3} \Omega) \cdot n_1,$$

et, à partir de l'équation (3), on a à 50 Hz

$$L\omega \sim (3 \cdot 10^{-2} \Omega) n_1^2.$$

Donc $L \propto n_1^2$ et $r_1 \propto n_1$. Si les bobines sont bien conçues, la partie inductive domine.

Remarque : comme $L \propto n^2$, l'impédance augmente quadratiquement avec n . Ainsi, pour saturer le fer d'un transformateur en TP, il peut être préférable de diminuer le nombre de tours au primaire, contrairement à l'intuition (voir TP milieux magnétiques).

6.2 Quand est-ce que l'approximation de perméabilité infinie est valable ?

On a

$$\phi = \frac{n_1 i_1 + n_2 i_2}{\mathcal{R}}, \quad u_1 = n_1 \frac{d\phi}{dt} \quad \text{et} \quad u_2 = n_2 \frac{d\phi}{dt},$$

Si u_1 est fixé (tension du secteur au primaire par exemple) alors le flux ϕ est fixé. Quand le secondaire est ouvert, $i_2 = 0$ et $\phi = n_1 i_1^{(0)} / \mathcal{R}$. Donc, comme le flux est constant fixé par u_1 , indépendamment du secondaire, on a

$$n_1 i_1 + n_2 i_2 = n_1 i_1^{(0)},$$

d'où le courant i_2 dans le cas général

$$i_2 = -\frac{n_1}{n_2} (i_1 - i_1^{(0)}).$$

Peut-on négliger le courant magnétisant $i_1^{(0)}$? On a

$$i_1^{(0)} \approx \frac{u_1}{jL_1\omega} \rightarrow |i_1^{(0)}| = \frac{|u_1| \mathcal{R}}{n_1^2 \omega},$$

Au final, on obtient la loi d'échelle suivante

$$|i_1^{(0)}| \propto \frac{1}{\mu_r n_1^2}.$$

En pratique, μ et n_1 sont grands pour avoir de petits courants de magnétisation $i_1^{(0)}$.

6.3 Influence de la non-linéarité du noyau

Si on tient compte de la non linéarité du noyau : si u_1 la tension au primaire est sinusoïdale, u_2 l'est forcément car est lié au flux. Donc i_2 est sinusoïdale si la charge au secondaire est linéaire. La non-linéarité va donc se répercuter uniquement sur le courant au primaire i_1 .

Il y a donc une distorsion du courant au primaire, importante proche de la saturation.

6.4 Pourquoi faut-il réduire le nombre de spires au primaire pour voir la saturation (Cf. TP) ?

On a

$$H_1 \propto n_1 I_1,$$

et

$$I_1 = \frac{u_1}{L_1} = \frac{\mathcal{R} u_1}{n_1^2},$$

donc

$$H_1 \propto \frac{1}{n_1}.$$

This work is licensed under a Creative Commons "Attribution-NonCommercial-NoDerivatives" license.



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.fr>

Moteurs et génératrices électriques

L'étude de l'électromagnétisme des régimes quasi permanents a permis de mettre en évidence un couplage entre la mécanique et l'électricité, via l'induction et les forces de Laplace. Nous nous proposons d'examiner ici plus spécifiquement la conversion de puissance électromécanique en traitant le cas des moteurs et des génératrices.

Les moteurs électriques ont plusieurs avantages

- leur rendement est important,
- ils sont moins polluants et moins bruyants que les moteurs thermiques,
- ils démarrent seuls et facile (pas de boîte de vitesse),
- ils sont faciles d'emploi,
- il est possible d'inverser leurs sens de rotation sans intervention de dispositifs mécaniques.

Les moteurs électriques sont désormais utilisés dans toutes les gammes de puissances, du sèche-cheveux à la motrice de TGV (et ceci dû en partie à l'avènement de l'électronique de puissance).

1 Conversion électromécanique de puissance

1.1 Action mécanique sur un dipôle magnétique

1. Rappeler l'expression de la force de Lorentz pour une distribution volumique. Pour une distribution linéique.
2. À partir de la force de Lorentz s'exerçant sur un ensemble de porteurs de charges, donner l'expression de la force de Laplace.
3. Donner l'expression du travail des forces de Laplace pour un circuit filiforme, rigide, à courant constant. On fera apparaître la notion de "flux coupé".

4. Rappeler l'expression du couple mécanique subit par un moment magnétique \mathbf{M} plongé dans un champ magnétique \mathbf{B} .
5. Comment exploiter ce couple mécanique dans le contexte des moteurs ?

1.2 Bilans de puissance

On considère un circuit électrique filiforme. Donner l'expression de la puissance mécanique de la force de Laplace, et l'interpréter en faisant apparaître le champ électromoteur $\mathbf{E}_m \stackrel{\text{déf.}}{=} \mathbf{v} \times \mathbf{B}$, où \mathbf{v} est la vitesse locale du circuit considéré.

2 Machines à champ magnétique tournant

2.1 Vocabulaire

Dans le contexte général des moteurs et des génératrices électrique, définir : un stator, un rotor, un induit, un inducteur.

2.2 Création d'un champ magnétique tournant

Dans le référentiel du laboratoire un champ magnétique tournant \mathbf{B} a pour coordonnées :

$$\mathbf{B} = B_0 \cos(\omega_S t) \mathbf{u}_x + B_0 \sin(\omega_S t) \mathbf{u}_y. \quad (1)$$

Un tel champ tournant peut être réalisé en faisant tourner un aimant permanent (ou une bobine) ou bien en positionnant correctement deux bobines statiques, la première sur l'axe Ox parcourue par un courant $I_x = I_0 \cos(\omega_S t)$, la seconde sur Oy parcourue par $I_y = I_0 \sin(\omega_S t)$. Toutefois le système diphasé décrit n'est pas celui utilisé en pratique puisque la distribution d'électricité par EDF est effectuée en réseau monophasé (domestique) ou triphasé.

Alimentation monophasée: Montrer qu'un champ magnétique de la forme

$$\mathbf{B} = B_0 \cos(\omega_S t) \mathbf{u}_x, \quad (2)$$

peut être considéré comme la superposition de deux champs tournants.

Alimentation triphasée: La distribution d'électricité par EDF se fait le plus fréquemment sous forme de courants alternatifs triphasés, de même amplitude et de phase $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \frac{2\pi}{3}$ et $\varphi_3 = \frac{4\pi}{3}$.

Montrez qu'en disposant trois bobines sur 3 axes séparés d'un angle $\frac{2\pi}{3}$, alimentées par le courant triphasé d'EDF, on peut produire un champ magnétique tournant.

3 Machine synchrone

3.1 Cas simple : machine bipolaire

On considère un moment magnétique \mathbf{M} plongé dans un champ magnétique tournant \mathbf{B} . On note \mathbf{u}_S la direction du champ (dit statorique) et \mathbf{u}_R la direction du moment magnétique (rotor !). On suppose que le rotor tourne à la fréquence angulaire ω_R alors que le champ tourne à ω_S .

1. Donner l'expression des angles $\theta_R(t)$ (resp. $\theta_S(t)$) du rotor (resp. du stator) avec une direction fixe (par exemple \mathbf{u}_x au cours du temps. On prendra comme conditions initiales $\theta_S(0) = 0$ et $\theta_R(0) = -\alpha$, où α est le retard de phase du rotor.
2. En déduire l'expression du couple mécanique instantané exercé sur le rotor. Que peut-on en déduire pour le fonctionnement d'une machine synchrone ? Justifier alors le terme de *synchrone*.
3. Que peut-on dire du démarrage d'un moteur synchrone ?
4. On suppose désormais que le synchronisme est assuré (*i.e.* $\omega_R = \omega_S$), pour un rotor soumis à un couple résistif $\Gamma = -\Gamma \mathbf{u}_z$, où \mathbf{u}_z est la direction de rotation du rotor. Donner les différents points de fonctionnement possible du système, et étudier leur stabilité.

Facultatif : Sur la branche stable de fonctionnement, étudier les petites oscillations du rotor autour du point de fonctionnement. Ce phénomène, appelé "pompage" du moteur synchrone, provient de l'excitation par les fluctuations du couple résistif et en pratique est amorti par des enroulements spécifiques.

3.2 Alternateur

Désormais, on considère la même géométrie, mais le stator n'est plus alimenté. En revanche, un couple extérieur entraîne le rotor à fréquence angulaire constante. Décrire, sans calcul, ce qu'il se passe. Application ? Quel est le signe de α ?

4 Machine asynchrone

Le moteur asynchrone est un moteur à champ tournant, possédant un certain nombre de similitudes avec le moteur synchrone, mais dans lequel le rotor a une fréquence de rotation légèrement inférieure à celle du champ tournant. Pour avoir une première approche de ce phénomène considérons un disque métallique (sans propriétés magnétiques) pouvant tourner sur un pivot. La rotation d'un aimant placé au dessus de ce disque provoque sa mise en rotation mais celui-ci tourne plus lentement. En effet, la variation de flux magnétique que subit ce conducteur induit l'apparition de courant de Foucault, ceux-ci, d'après la loi de Lenz, s'opposent à la cause qui les a créés, cette cause étant le déplacement relatif de l'aimant par rapport au disque. Un couple moteur entraîne alors le disque en rotation. De plus, si le disque tournait à la même vitesse que l'aimant il y aurait immobilité relative, donc flux constant, les courants de Foucault seraient supprimés, le couple moteur inexistant. Nous avons là le principe du moteur asynchrone.

Il n'est donc pas nécessaire dans les machines asynchrones d'alimenter le rotor. Il pourra être constitué de une ou plusieurs bobines en court-circuit ou bien d'une cage d'écureuil (Cf. Fig. (1)).

4.1 Étude électrique du rotor

On considère un rotor simplifié, constitué d'une spire de surface Σ_R . L'angle que fait cette spire avec une direction fixe (par exemple \mathbf{u}_x) est $\theta_R(t) = \omega_R t$, de vecteur unitaire $\mathbf{u}(\theta_R)$. Le stator produit un champ magnétique tournant de la même forme que précédemment.

1. Donner l'expression du flux $\Phi(t)$ traversant la bobine rotorique. On notera $\omega_g = \omega_S - \omega_R$ (vitesse dite de "glissement").

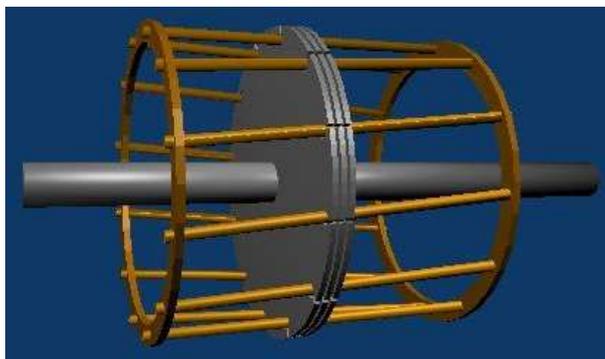


Figure 1: Rotor cage d'écureuil.

2. En déduire que la f.e.m. induite **dans le rotor** est de la forme

$$e_R(t) = \omega_g \Phi_0 \sin(\omega_g t). \quad (3)$$

On introduit la résistance R et l'inductance L de la bobine rotorique. À la fréquence de glissement, l'impédance complexe s'écrit $Z_R = R + iL\omega_g = |Z| e^{i\gamma}$. Exprimer le courant $i_R(t)$ qui parcourt la bobine. En déduire que

$$\mathbf{M} = \frac{\omega_g \Phi_0}{|Z|} \sin(\omega_g t - \gamma) \Sigma_R \mathbf{u}_R(\theta_R). \quad (4)$$

Ce moment magnétique induit varie à la fois à cause de la rotation à ω_R , et de la modulation de i_R à ω_g .

4.2 Étude mécanique

Ce moment magnétique induit est soumis à un champ magnétique tournant, et donc à un couple mécanique Γ_z .

1. Donner l'expression du couple mécanique instantané et moyenne.
2. Tracer l'allure de la courbe $\Gamma_z(\omega_g)$.
3. On considère que le rotor est également soumis à un moment résistif Γ_r . Discuter des différents points de fonctionnement en régime établi en fonction de Γ_r , en particulier leur stabilité.
4. Comment démarrer un moteur asynchrone ?

5 La machine à courant continu

Les moteurs continus sont fondés sur une stratégie différente de celle des machines triphasées. Elle consiste, dans un champ statorique constant, à utiliser la rotation pour commuter les courants dans les conducteurs rotoriques, de telle sorte qu'il existe toujours des moments magnétiques \mathbf{M} (associés à ces circuits) qui soient non colinéaires au champ statorique. Pour produire ce champ constant on peut utiliser un aimant ou un électro-aimant alimenté en continu créant un champ permanent.

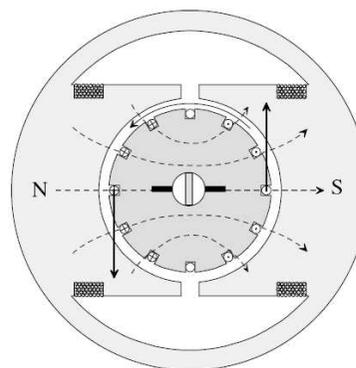


Figure 2: Schéma de principe d'un moteur à courant continu.

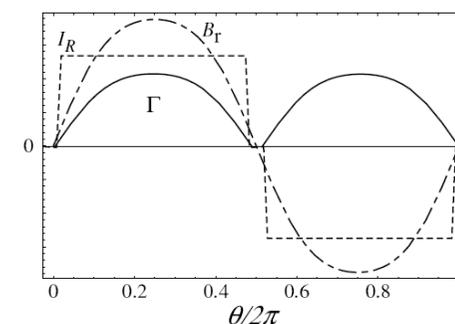


Figure 3: Champ radial, courant et couple, en fonction de l'angle pour un moteur à une spire.

5.1 Principe général

Une nouvelle fois intéressons nous au cas simple où le rotor ne comporte qu'une seule spire rectangulaire de largeur $2a$ (a rayon du rotor) et de longueur h . Si cette spire est parcourue par un courant continu I_R , plongé dans un champ magnétique \mathbf{B} elle subira un couple créé par les forces de Laplace (Cf. Fig. (2)). Or le champ magnétique, qui est approximativement radial, change de signe au cours de la rotation (côté Nord et côté Sud), donc le couple également. Pour maintenir un couple de signe constant il faut inverser le sens du courant qui circule dans la spire au moment où le champ \mathbf{B} change de signe, c'est le rôle du **collecteur**. Il s'agit, dans le cas d'une seule spire d'une simple bague divisée en deux, les balais qui assurent le contact sont reliés chacun à une borne fixe, comme le montre

la figure 4. Si B_r varie sinusoidalement avec θ , on a alors :

$$\langle \Gamma \rangle = \frac{2}{\pi} 2ahB_0 I_R = \frac{2}{\pi} \Phi_0 I_R.$$

Le couple est donc proportionnel au courant appliqué dans le rotor.

Si l'on suppose B de forme non sinusoidale, on introduit un facteur de forme K tel que $\langle \Gamma \rangle = K\Phi_0 I_R$.

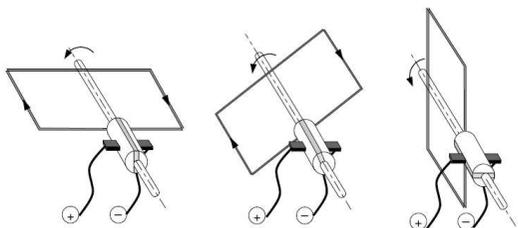


Figure 4: Schéma de principe pour le collecteur.

5.2 Aspect électrique

La spire en mouvement est soumise à une force électromotrice induite $e = 2ah\omega_R B_r$ qui est redressée par le collecteur et possède donc une valeur moyenne :

$$E \stackrel{\text{déf.}}{=} \langle e \rangle = \frac{2}{\pi} \Phi_0 \omega_R$$

(ou bien dans un cas plus général: $E = K\Phi_0 \omega_R$). Cette f.e.m. est opposée au courant I_R parcourant la spire et responsable du couple moteur. La puissance électrique correspondante (en négligeant toutes pertes) est $P_e = EI_R = K^2 \phi_0 I_R \omega_R$. On vérifie bien la conversion électromécanique puisque la puissance mécanique fournie est $P_m = \Gamma \omega_R = K^2 \Phi_0 I_R \omega_R$.

Par ailleurs, si U est la tension aux bornes de l'induit (le rotor), et R sa résistance, on peut écrire $U = E + RI_r$.

Cette f.e.m. induite est à la base de la dynamo, génératrice de courant continu. Le rotor n'est alors pas connecté à un générateur mais à une charge. La force électromotrice E engendre alors un courant circulant dans son sens. Ce courant provoque à son tour un couple résistif.

5.3 Le moteur réel

Nous venons de voir par l'étude de ce modèle à une spire qu'il y a création d'un couple et d'une f.e.m. fortement modulés ! On est donc loin de la réalisation d'une machine à courant continu. Un premier pas consiste à placer une seconde spire à 90° de la première afin qu'un minimum pour l'une corresponde à un maximum pour l'autre. Plus généralement la configuration convenable est celle où N spires sont équiréparties, les couples pour chaque spires sont alors déphasés de $2\pi/N$, on observe ainsi que le couple total ressemble de plus en plus à un couple constant lorsque N augmente, on en a une illustration sur la figure 5.

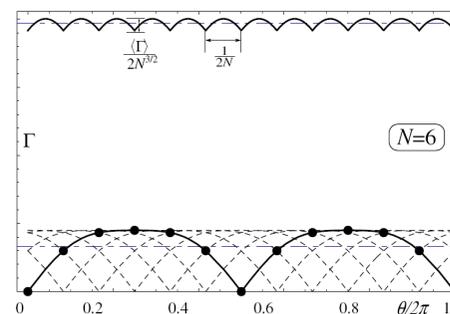


Figure 5: Couples par spire et couple total pour un ensemble de 6 spires.

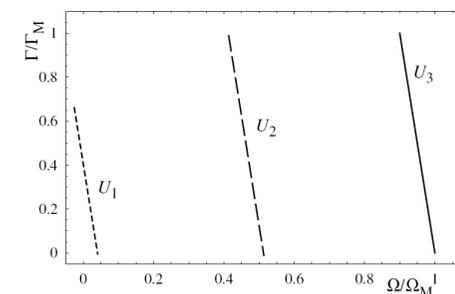


Figure 6: Caractéristiques mécaniques du moteur à courant continu.

5.4 Caractéristiques de fonctionnement

La résistance R de l'induit, bien que très faible, affecte les propriétés mécaniques du moteur. En effet on sait que l'on a $\omega_R = \frac{E}{K\Phi}$ et $E = U - RI_R$ avec U la tension aux bornes du rotor. On en déduit donc:

$$\omega_R = \frac{U}{K\Phi} - \frac{RI_R}{K\Phi}$$

Toutefois, ω_R n'est pas imposé par la charge mais par la tension d'alimentation U , ce qui fait tout l'intérêt du moteur à courant continu : il est aisé de l'asservir en vitesse.

Par ailleurs, en remplaçant I_R par son expression en fonction du couple on peut trouver

$$\Gamma = \frac{K^2 \Phi^2}{R} \left(\frac{U}{K\phi} - \omega_R \right).$$

L'allure de $\Gamma(\omega_R)$ pour différente tension U est donnée sur la figure (6).

Expliquer pourquoi tous les points de fonctionnement de cette caractéristique sont stables.

Ces caractéristiques, très différentes de celles obtenues précédemment, permettent un contrôle indépendant de la vitesse (par U) et du couple (par la charge), et font tout l'intérêt des moteurs à courant continu.

5.5 Modes d'excitation

Nous avons passé sous silence la façon d'alimenter le rotor des moteurs, nous avons considéré que cette excitation était externe, un générateur auxiliaire impose le courant. On parle alors d'excitation séparée. Il est possible de coupler l'alimentation de l'inducteur et de l'induit, on parle d'excitation *série* et d'excitation *parallèle* (moteur shunt).

• Excitation série

Dans ce cas, le rotor et le stator sont alimentés en série, donc le flux Φ est proportionnel à I_R . On en déduit facilement que $E = K' \omega_R I_R$ et que $\Gamma = K' I_R^2$. En négligeant la chute de tension dans le rotor on a :

$$\Gamma = \frac{U^2}{K' \omega_R^2}$$

De plus, on a $\omega_R = \frac{U - R_{tot} I_R}{K' I_R}$, donc

$$\lim_{I_R \rightarrow 0} \omega_R = +\infty! \quad (5)$$

À vide, c'est ce qui se produirait : le moteur s'emballe. En outre, à $\omega_R = 0$ le courant appelé diverge, ce qui pourrait donc être destructeur. On retiendra donc qu'il faut utiliser un rhéostat de démarrage et qu'il ne faut jamais utiliser à vide le moteur-série.

• Excitation parallèle

Lorsque le rotor et le stator sont alimentés en parallèle par la même source

de tension U , l'inducteur appelle toujours le même courant $I_S = U/R_S$, et donc le flux Φ est proportionnel à U . Comme par ailleurs $U \approx E = K' I_R \omega_R$, cela impose la vitesse de rotation. Le couple moteur vaut alors

$$\Gamma = \frac{K' U^2}{R_S} \frac{1}{\omega_R}$$

On obtient également un fort couple à faible vitesse, mais cette fois il n'y a pas de risque de destruction de la machine. Son comportement est semblable à celui de la machine à excitation séparée.

This work is licensed under a Creative Commons "Attribution-NonCommercial-NoD



<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.fr>