



**HAL**  
open science

# Ondes électromagnétiques dans le vide

Kenneth Maussang

► **To cite this version:**

Kenneth Maussang. Ondes électromagnétiques dans le vide. Licence. HA8402H - Physique et sciences de l'ingénieur 4, France. 2023, pp.66. hal-04423143

**HAL Id: hal-04423143**

**<https://cel.hal.science/hal-04423143>**

Submitted on 29 Jan 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

# Ondes électromagnétiques dans le vide

HA8402H – Physique et sciences de l'ingénieur 4

**Kenneth MAUSSANG**

Université de Montpellier

Polytech Montpellier – PeiP

2022 – 2023



- O3.1 Établir une équation d'onde à partir des équations de Maxwell dans le vide.
- O3.2 Connaître les caractéristiques structurelles et les propriétés des ondes électromagnétiques.
- O3.3 Introduire la notion d'onde plane, d'onde progressive et d'onde plane progressive monochromatique.
- O3.4 Caractériser l'état de polarisation d'une onde électromagnétique.
- O3.5 Effectuer un bilan local d'énergie (vecteur de Poynting).

# Ondes électromagnétiques dans le vide

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 Polarisation des ondes
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique

# Ondes électromagnétiques dans le vide

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 Polarisation des ondes
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique

# 1. Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert

On a l'équation de Maxwell-Ampère

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

Dans le vide,

$$\vec{j} = \vec{0} \text{ et } \rho = 0.$$

Et compte-tenu de la relation  $\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$ ,

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}.$$

# 1. Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert

À partir de l'équation de Maxwell-Faraday

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \vec{\text{rot}} \left( \vec{\text{rot}} \vec{E} \right) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}.$$

Or, on a la relation suivante pour tout champ vectoriel  $\vec{a}$

$$\vec{\text{rot}} \left( \vec{\text{rot}} \vec{a} \right) = -\Delta \vec{a} + \vec{\text{grad}} (\text{div} \vec{a}).$$

De plus, d'après l'équation de Maxwell-Gauss

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0},$$

donc

$$\vec{\text{rot}} \left( \vec{\text{rot}} \vec{E} \right) = -\Delta \vec{a} + \underbrace{\vec{\text{grad}} (\text{div} \vec{a})}_{=\vec{0}}.$$

# 1. Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert

On obtient alors l'équation de D'Alembert

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}.$$

Il s'agit d'une équation d'onde.

## Remarque 1 :

Ici il s'agit d'un opérateur Laplacien vectoriel. En cartésiennes, chaque composante vérifie l'équation de D'Alembert :

$$\Delta E_i - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = 0.$$

Attention, dans les autres systèmes de coordonnées, ce n'est pas vrai, il faut expliciter l'expression du Laplacien vectoriel.

# 1. Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert

**Remarque 2 :** À partir d'une équation couplant champ magnétique et champ électrique, on a éliminé le champ magnétique. On peut faire l'inverse pour obtenir une équation sur le champ magnétique.

$$\Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}.$$

Champs électrique et magnétique vérifient la même équation d'onde. Ils sont couplés par les équations de Maxwell. On parle d'**ondes électromagnétiques**.

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
  - Définition
  - Aspect ondulatoire, propagation
  - Généralisation
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 Polarisation des ondes
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique



- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
  - Définition
    - Aspect ondulatoire, propagation
    - Généralisation
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 Polarisation des ondes
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique

## 2.1. Définition

On a l'équation d'onde

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}.$$

On cherche un ensemble de solutions à cette équation d'onde sous la forme

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})},$$

où  $\vec{k}$  est le vecteur d'onde,  $\omega$  est la pulsation de l'onde,  $\vec{E}_0$  est l'amplitude (vectorielle) complexe de l'onde.

### Relation de dispersion

*Quelle relation entre  $\vec{k}$  et  $\omega$  doit-on satisfaire pour que l'équation d'onde soit vérifiée ?*

En injectant dans l'équation d'onde, on obtient (pour  $k > 0$  et  $\omega > 0$ )

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda},$$

avec  $\lambda$  la longueur d'onde. C'est la **relation de dispersion** des ondes électromagnétiques dans le vide.

## 2.1. Définition

### Dépendance temporelle :

l'onde oscille à une seule pulsation  $\omega$ , il s'agit d'une **onde monochromatique**.

### Dépendance spatiale :

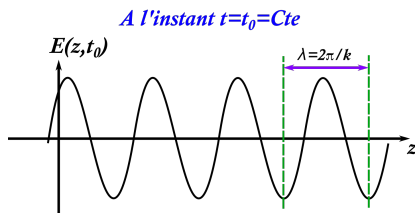
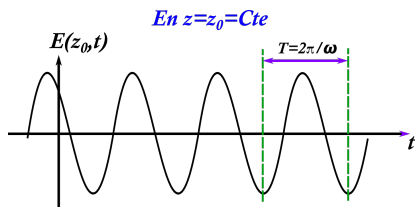
on considère un vecteur d'onde selon une direction notée  $\vec{u}_z$

$$\vec{k} = k\vec{u}_z \Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{r} = kz.$$

À un instant donné, l'amplitude de l'onde est constante dans tout plan à  $z=Cte$  : il s'agit d'une **onde plane**.

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
  - Définition
  - Aspect ondulatoire, propagation
  - Généralisation
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 Polarisation des ondes
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique

## 2.2. Aspect ondulatoire, propagation



Périodicité temporelle et spatiale  
d'une onde.

En notation réelle

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kz).$$

On introduit la célérité de l'onde  
 $c = \frac{\omega}{k}$ . On a alors

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}(z-ct, 0) = \vec{E}\left(0, t - \frac{z}{c}\right).$$

L'onde se propage à la vitesse  $c$ .

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
  - Définition
  - Aspect ondulatoire, propagation
  - Généralisation
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 Polarisation des ondes
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique

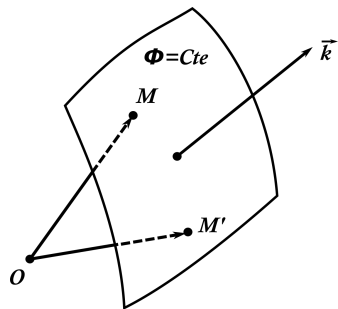
## 2.3. Généralisation

On considère une onde en notation complexe

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}.$$

On définit la phase  $\Phi = \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}$ . Les plans équiphasés (ou plans d'onde) sont définis par la relation  $\Phi = Cte$ .

À un instant  $t$  donné,  $\vec{k} \cdot \vec{r} = Cte$  sur une surface d'onde. Soient  $M$  et  $M'$  deux points de l'espace appartenant à la même surface d'onde



Notion de surface d'onde.

$$\vec{k} \cdot \vec{OM} = \vec{k} \cdot \vec{OM}' = \vec{k} \cdot (\vec{OM} + \vec{MM}'),$$

donc, pour  $\Sigma$  une surface d'onde,

$$\forall (M, M') \in \Sigma, \vec{k} \cdot \vec{MM}' = 0.$$



**Le vecteur d'onde est localement perpendiculaire aux surfaces d'onde ( $\Phi = \text{Cte}$ ).**

**Remarque :** on a adopté ici la notation complexe pour décrire le champ électrique

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \text{Re} \left( \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \right).$$

Cette notation complexe va permettre de "simplifier" les équations de Maxwell.

# Ondes électromagnétiques dans le vide

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane**
  - Équations de Maxwell
  - Structure spatio-temporelle de l'onde
- 4 Polarisation des ondes
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique

# Ondes électromagnétiques dans le vide

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane
  - Équations de Maxwell
  - Structure spatio-temporelle de l'onde
- 4 Polarisation des ondes
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique

## 3.1. Équations de Maxwell

On considère un champ complexe vectoriel  $\vec{a}(\vec{r}, t)$  et un champ complexe scalaire  $U(\vec{r}, t)$  d'expressions

$$\vec{a}(\vec{r}, t) = \vec{a}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad \text{et} \quad U(\vec{r}, t) = U_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}.$$

On a alors

$$\text{div } \vec{a} = -j\vec{k} \cdot \vec{a} ; \quad \overrightarrow{\text{rot}} \vec{a} = -j\vec{k} \wedge \vec{a} ; \quad \frac{\partial \vec{a}}{\partial t} = j\omega \vec{a}.$$

$$\overrightarrow{\text{grad}} U = -j\vec{k}U ; \quad \frac{\partial U}{\partial t} = j\omega U.$$

## 3.1. Équations de Maxwell

On considère un champ électromagnétique monochromatique, progressif, de vecteur d'onde local  $\vec{k}$ . Au voisinage d'un point d'une surface d'onde, on peut considérer localement une structure d'Onde Plane Progressive Monochromatique (OPPM).

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad \text{et} \quad \vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

En complexe, les équations de Maxwell deviennent

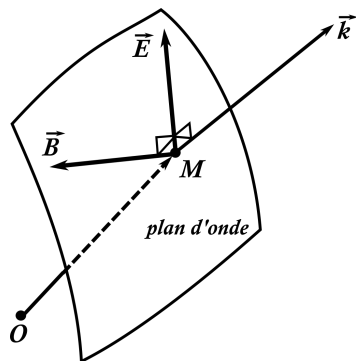
$$\vec{k} \cdot \vec{B} = 0,$$

$$\vec{k} \wedge \vec{E} = \omega \vec{B},$$

$$\vec{k} \cdot \vec{E} = 0,$$

$$\vec{k} \wedge \vec{B} = -\frac{\omega}{c^2} \vec{E}.$$

## 3.1. Équations de Maxwell



$$\vec{E} \perp \vec{k}$$

$$\vec{B} \perp \vec{k}$$

$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$$

$$\|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{E}\|}{c}$$

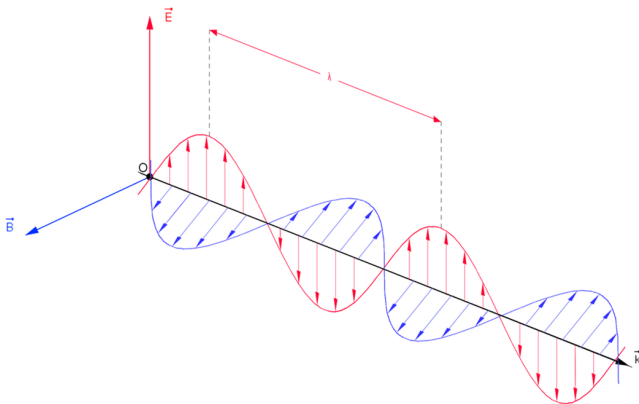
**Structure locale d'onde plane.**

$\vec{k}$ ,  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  forment un trièdre direct;  $\vec{B}$  et  $\vec{E}$  sont orthogonaux à  $\vec{k}$ .

# Ondes électromagnétiques dans le vide

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane**
  - Équations de Maxwell
  - Structure spatio-temporelle de l'onde**
- 4 Polarisation des ondes
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique

## 3.2. Structure spatio-temporelle de l'onde



### Structure spatio-temporelle d'une onde plane.

[https://fr.wikiversity.org/wiki/Notions\\_de\\_base\\_d'optique\\_ondulatoire/La\\_lumiere,\\_une\\_onda\\_electromagnetique](https://fr.wikiversity.org/wiki/Notions_de_base_d'optique_ondulatoire/La_lumiere,_une_onda_electromagnetique)



# Ondes électromagnétiques dans le vide

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 Polarisation des ondes**
  - Définition
  - Polarisation rectiligne
  - Polarisation circulaire droite - circulaire gauche
  - Polarisation elliptique
  - Polariseur
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 **Polarisation des ondes**
  - Définition
  - Polarisation rectiligne
  - Polarisation circulaire droite - circulaire gauche
  - Polarisation elliptique
  - Polariseur
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique

## 4.1. Définition

Une onde électromagnétique est une onde **vectorielle**. On considère une OPPM se propageant selon les  $z > 0$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})},$$

avec

$$\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}_z, \quad \vec{E}_0 = \|\vec{E}_0\| \vec{u} \text{ avec } \|\vec{u}\| = 1.$$

Le vecteur unitaire  $\vec{u}$  caractérise uniquement l'aspect vectoriel de l'onde ou l'**état de polarisation de l'onde**. Le vecteur  $\vec{u}$  est orthogonal au vecteur d'onde  $\vec{k}$ . Dans le cas considéré,  $\vec{u} = \alpha \vec{u}_x + \beta \vec{u}_y$ .

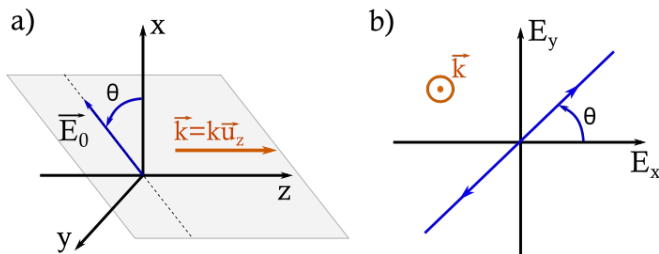
**La lumière naturelle** est dite **non polarisée** : la direction du champ électrique varie de façon aléatoire au cours du temps.

# Ondes électromagnétiques dans le vide

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 **Polarisation des ondes**
  - Définition
  - **Polarisation rectiligne**
  - Polarisation circulaire droite - circulaire gauche
  - Polarisation elliptique
  - Polariseur
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique

## 4.2. Polarisation rectiligne

### *Polarisation rectiligne*

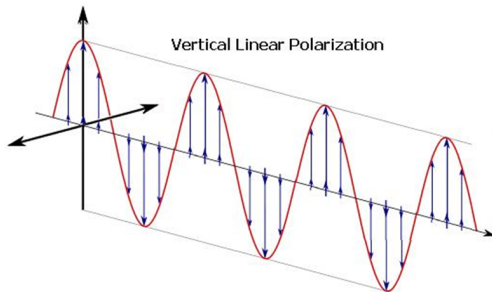
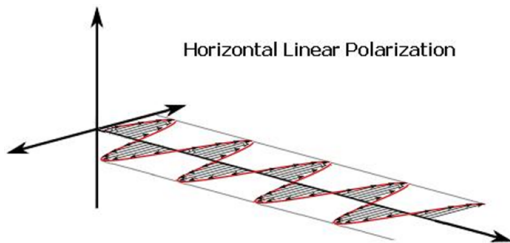


On parle de polarisation rectiligne quand la direction de polarisation  $\vec{u}$  est constante dans le temps. Ce vecteur définit alors la direction de polarisation via l'angle  $\theta$  entre  $\vec{u}_x$  et  $\vec{u}$ . On a alors

$$\vec{E}_0 = \begin{pmatrix} E_0 \cos \theta \\ E_0 \sin \theta \end{pmatrix}.$$

Illustration : <https://www.geogebra.org/m/1AYD1Kob>.

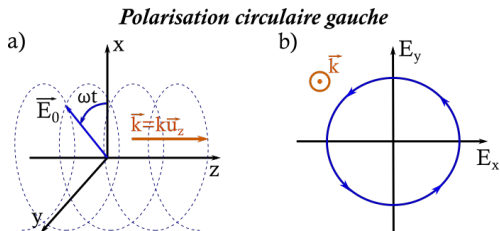
## 4.2. Polarisation rectiligne



# Ondes électromagnétiques dans le vide

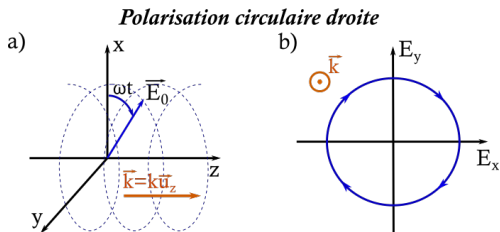
- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 **Polarisation des ondes**
  - Définition
  - Polarisation rectiligne
  - **Polarisation circulaire droite - circulaire gauche**
  - Polarisation elliptique
  - Polariseur
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique

## 4.3. Polarisation circulaire droite - circulaire gauche



**Circulaire gauche**

$$\vec{E}_0^g = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} E_0 \cos(\omega t - kz) \\ E_0 \sin(\omega t - kz) \end{pmatrix}.$$



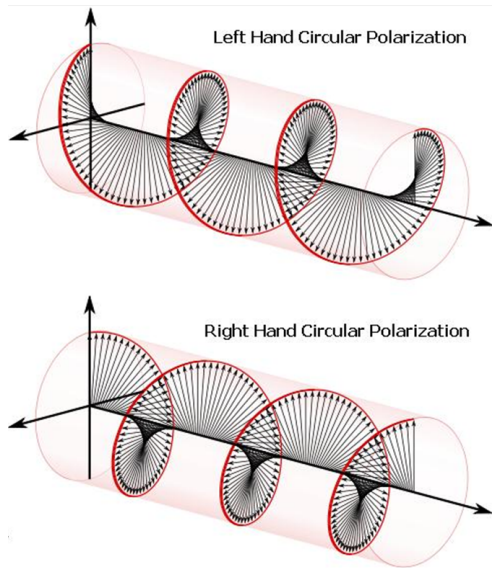
**Circulaire droite**

$$\vec{E}_0^d = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} E_0 \cos(\omega t - kz) \\ -E_0 \sin(\omega t - kz) \end{pmatrix}.$$

Illustration : <https://www.geogebra.org/m/hfQUjqXm>.



## 4.3. Polarisation circulaire droite - circulaire gauche



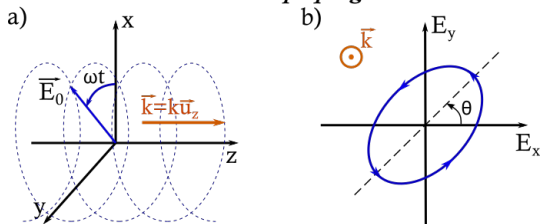
# Ondes électromagnétiques dans le vide

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 Polarisation des ondes**
  - Définition
  - Polarisation rectiligne
  - Polarisation circulaire droite - circulaire gauche
  - Polarisation elliptique**
  - Polariseur
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique

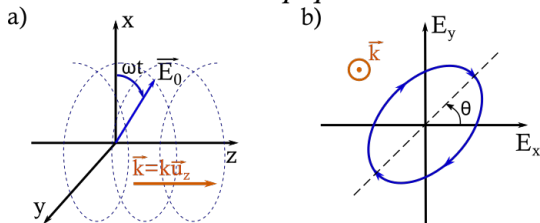
## 4.4. Polarisation elliptique

<https://www.geogebra.org/m/hfQUjqXm>

### *Polarisation elliptique gauche*



### *Polarisation elliptique droite*

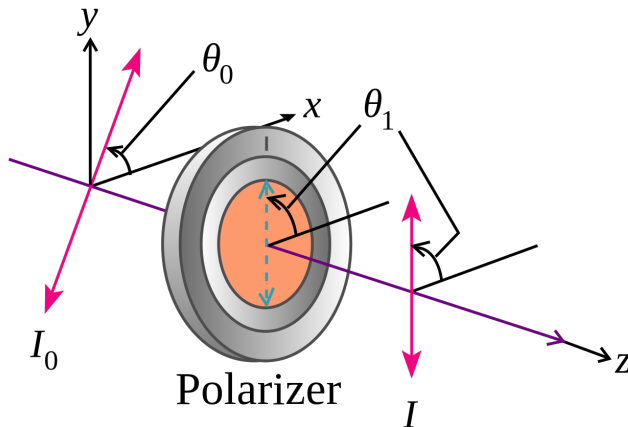


# Ondes électromagnétiques dans le vide

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 **Polarisation des ondes**
  - Définition
  - Polarisation rectiligne
  - Polarisation circulaire droite - circulaire gauche
  - Polarisation elliptique
  - **Polariseur**
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique

## 4.5. Polariseur

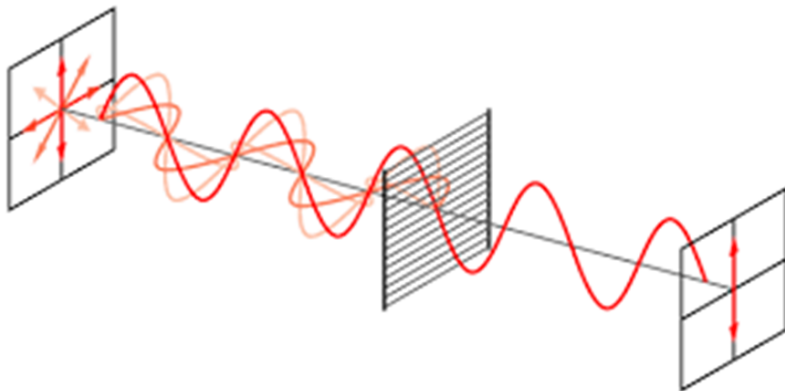
Un polariseur est un filtre qui laisse passer une polarisation rectiligne le long d'un axe défini.



<https://en.wikipedia.org/wiki/Polarizer>

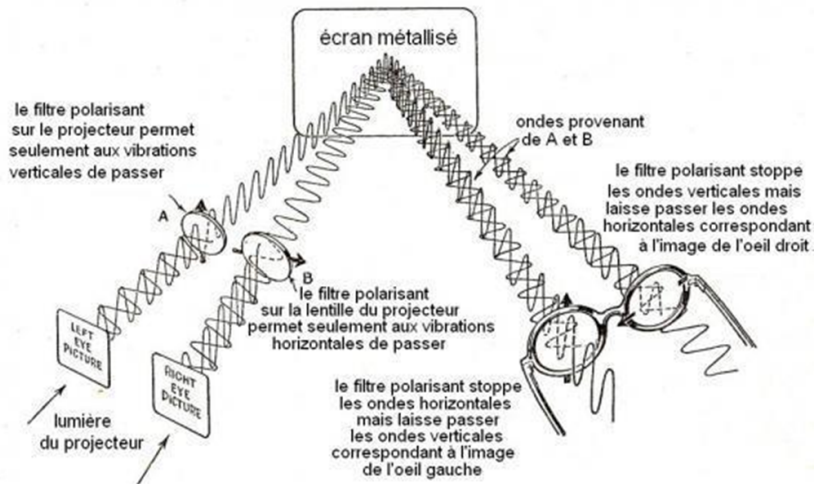
## 4.5. Polariseur

Un polariseur est un filtre qui laisse passer une polarisation rectiligne le long d'un axe défini.

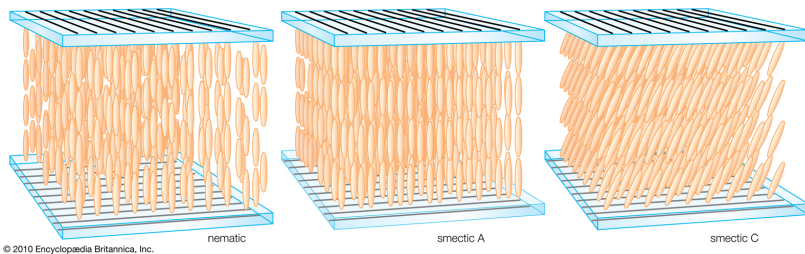


## 4.5. Polariseur

### Application : le cinéma 3D



### Écran LCD

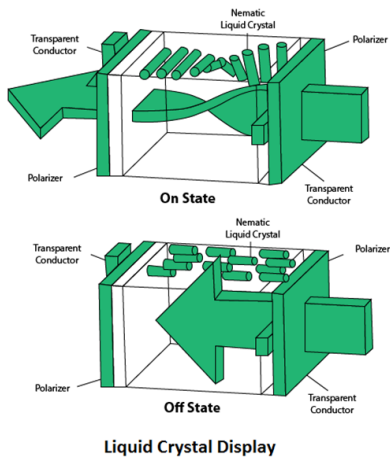


<https://www.britannica.com/technology/liquid-crystal-display/>

Supertwisted-nematic-displays

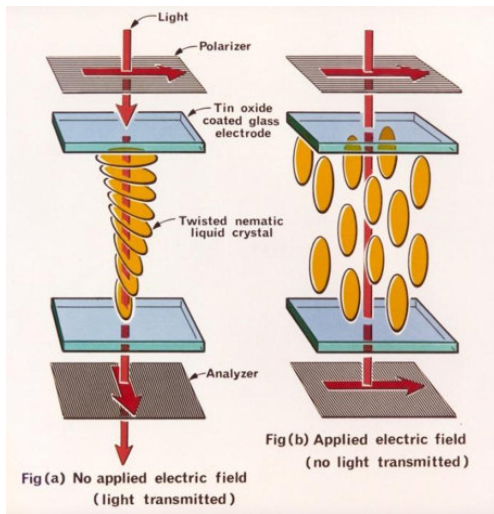


### Écran LCD



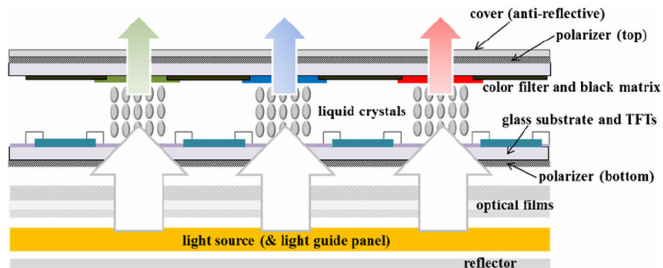
<https://www.javatpoint.com/computer-graphics-flat-panel-display>

### Écran LCD



<http://www.scifun.org/chemweek/LCD/LCDs2019.html>

### Écran LCD

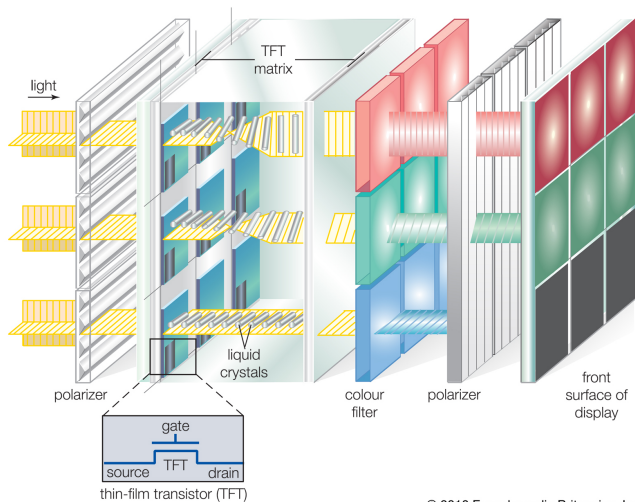


<https://www.researchgate.net/figure/>

Typical-structure-of-a-liquid-crystal-display-LCD\_fig7\_257768333

## 4.5. Polariseur

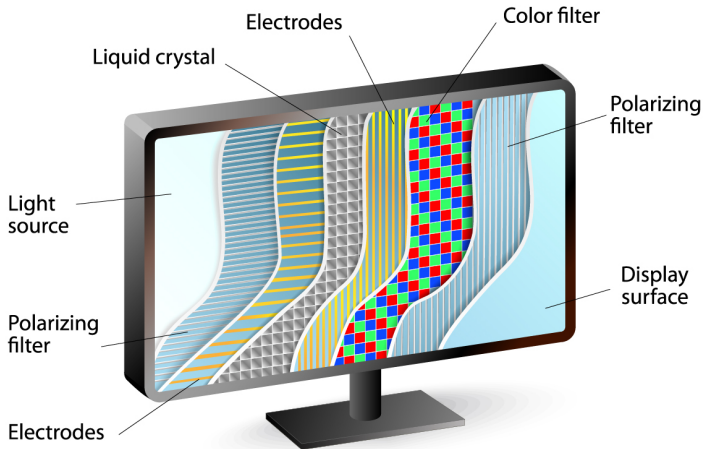
### Écran LCD



© 2010 Encyclopædia Britannica, Inc.

<https://www.britannica.com/technology/liquid-crystal-display/>

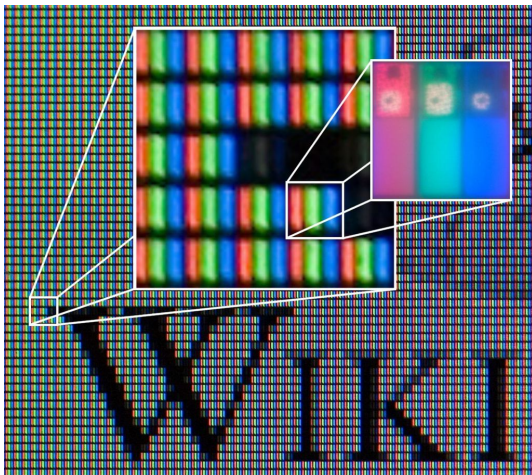
### Écran LCD



<https://www.flexenable.com/blog/how-lcds-work/>

## 4.5. Polariseur

### Écran LCD



[https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89cran\\_%C3%A0\\_cristaux\\_liquides](https://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89cran_%C3%A0_cristaux_liquides)

# Ondes électromagnétiques dans le vide

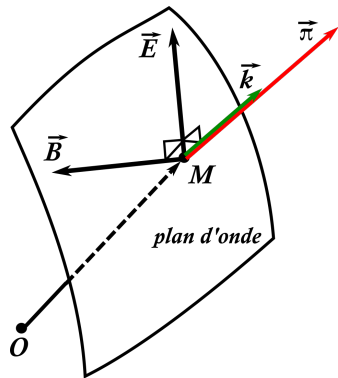
- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 Polarisation des ondes
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique**
  - Conservation de l'énergie électromagnétique
  - Flux lumineux et vecteur de Poynting
  - Interprétation corpusculaire

# Ondes électromagnétiques dans le vide

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 Polarisation des ondes
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique**
  - Conservation de l'énergie électromagnétique
  - Flux lumineux et vecteur de Poynting
  - Interprétation corpusculaire



## 5.1. Conservation de l'énergie électromagnétique



**Définition :** Vecteur de Poynting  $\vec{\Pi}$ .

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}.$$

Le flux du vecteur de Poynting à travers une surface est égal à la puissance véhiculée par l'onde à travers cette surface.

$$\varphi_E = \iint_{\Sigma} \vec{\Pi} \cdot d\vec{\Sigma}.$$

## 5.1. Conservation de l'énergie électromagnétique

On a

$$\operatorname{div} \vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} \operatorname{div} \vec{E} \wedge \vec{B}.$$

Or, on a la relation d'analyse vectorielle suivante

$$\operatorname{div} \vec{a} \wedge \vec{b} = \vec{b} \cdot \operatorname{rot} \vec{a} - \vec{a} \cdot \operatorname{rot} \vec{b},$$

soit

$$\operatorname{div} \vec{\Pi} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \cdot \underbrace{\operatorname{rot} \vec{E}}_{=-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}} - \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \cdot \underbrace{\operatorname{rot} \vec{B}}_{=\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}.$$

## 5.1. Conservation de l'énergie électromagnétique

On en déduit alors

$$\operatorname{div} \vec{\Pi} = -\frac{1}{\mu_0} \vec{B} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \varepsilon_0 \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\frac{1}{2\mu_0} \frac{\partial B^2}{\partial t} - \frac{\varepsilon_0}{2} \frac{\partial E^2}{\partial t}.$$

On introduit la **densité volumique d'énergie électromagnétique**  $u$  (unité SI : J/m<sup>3</sup>) selon

$$u = \frac{B^2}{2\mu_0} + \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}.$$

On obtient alors l'équation locale de conservation de l'énergie électromagnétique

$$\operatorname{div} \vec{\Pi} + \frac{\partial u}{\partial t} = 0.$$

## 5.1. Conservation de l'énergie électromagnétique

En intégrant cette dernière sur un volume  $V$

$$\iiint_V \left( \operatorname{div} \vec{\Pi} + \frac{\partial u}{\partial t} \right) dV = 0.$$

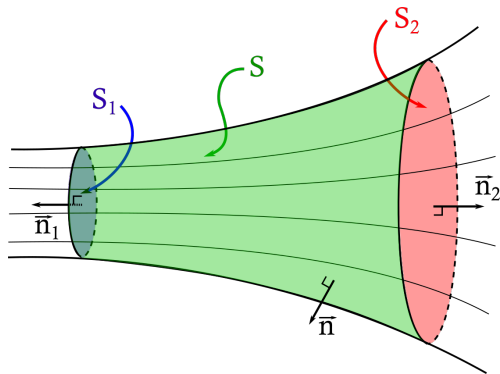
Soit  $\Sigma$  la surface orientée délimitant le volume  $V$ . En appliquant le théorème de Green-Ostrogradsky au champ de vecteur  $\vec{\Pi}$  sur la surface  $\Sigma$ , on obtient

$$\iiint_V \operatorname{div} \vec{\Pi} dV = \iint_{\Sigma} \vec{\Pi} \cdot d\vec{\Sigma}.$$

## 5.1. Conservation de l'énergie électromagnétique

Considérons le volume délimité par un tube de lignes de champs de vecteur de Poynting  $\vec{\Pi}$  de surface latérale  $S$ , fermée par des sections  $S_1$  et  $S_2$ . On a alors

$$\Sigma = S_1 \cup S \cup S_2.$$



## 5.1. Conservation de l'énergie électromagnétique

On note  $E$  l'énergie électromagnétique contenue dans le volume  $V$  délimité par la surface fermée  $\Sigma$ , et  $\phi_i$  le flux à travers la surface  $S_i$  de la gauche vers la droite.

$$E = \iiint_V u dV,$$

$$\iint_{S_1} \vec{\Pi} \cdot \vec{n}_1 d\Sigma_1 + \underbrace{\iint_S \vec{\Pi} \cdot \vec{n} d\Sigma}_{=0} + \iint_{S_2} \vec{\Pi} \cdot \vec{n}_2 d\Sigma_2 + \frac{\partial E}{\partial t} = 0.$$

On obtient alors la relation suivante entre l'énergie entrant en  $S_1$  ( $\phi_1$ ), l'énergie sortant en  $S_2$  ( $\phi_2$ ) et la variation d'énergie dans le volume  $V$  ( $\frac{\partial E}{\partial t}$ )

$$\boxed{\phi_1 - \phi_2 = \frac{\partial E}{\partial t}}.$$

# Ondes électromagnétiques dans le vide

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 Polarisation des ondes
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique**
  - Conservation de l'énergie électromagnétique
  - Flux lumineux et vecteur de Poynting**
  - Interprétation corpusculaire

## 5.2. Flux lumineux et vecteur de Poynting

Le flux lumineux est le flux du vecteur de Poynting, c'est-à-dire le flux d'énergie électromagnétique. L'unité SI du vecteur de Poynting est le  $W/m^2$ . L'unité SI du flux lumineux est le watt  $W$ .

**Exemple** : rayonnement solaire sur la Terre.

La puissance surfacique reçue est  $\|\vec{\Pi}\| = 1 \text{ kW}/m^2$ , et la puissance intégrée reçue est de  $\|\vec{\Pi}\| \times \text{surface utile}$ .

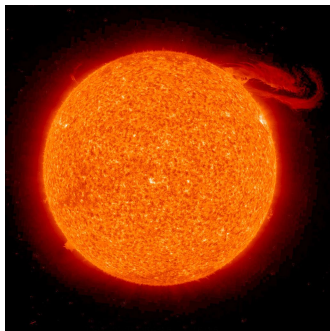


## 5.2. Flux lumineux et vecteur de Poynting

### Intensité totale du Soleil

La puissance surfacique du Soleil au niveau de la Terre est de  $1 \text{ kW/m}^2$ . La distance Terre-Soleil est de  $(150 \cdot 10^6 \text{ km})$ . On peut estimer la puissance lumineuse totale émise par le Soleil  $P_{\text{Soleil}}$ . On trouve alors

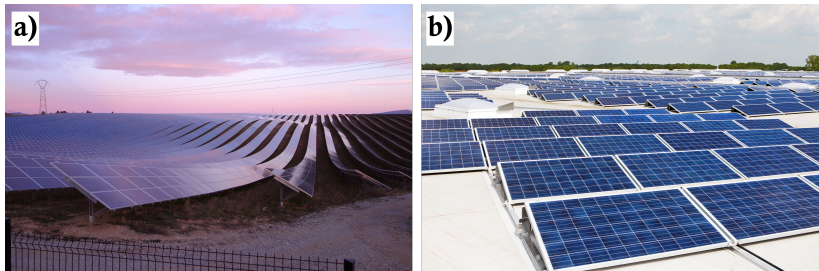
$$P_{\text{Soleil}} = 3 \cdot 10^{26} \text{ W.}$$



<https://fr.wikipedia.org/wiki/Soleil>

## 5.2. Flux lumineux et vecteur de Poynting

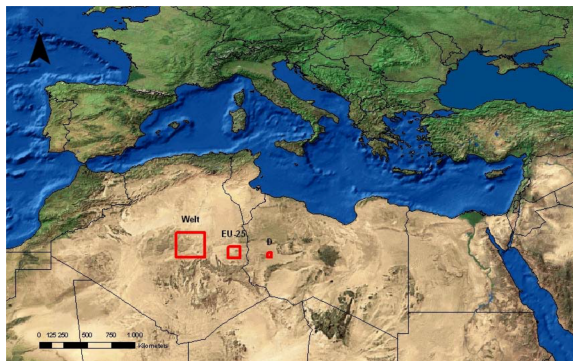
Application : **les panneaux solaires.**



a) Parc de centrales photovoltaïques de la Colle des Mées (Alpes-de-Haute-Provence). b) Toiture photovoltaïque de 1MW à Hanovre (Allemagne).

[https://fr.wikipedia.org/wiki/Panneau\\_solaire](https://fr.wikipedia.org/wiki/Panneau_solaire)

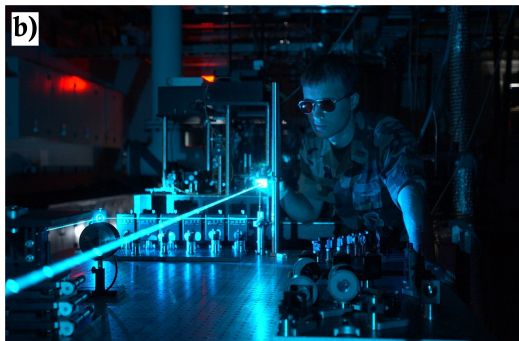
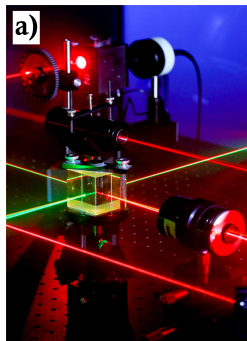
## 5.2. Flux lumineux et vecteur de Poynting



Surfaces utiles nécessaires pour réaliser une centrale solaire permettant de produire l'énergie nécessaire au monde entier (carré rouge de gauche), pour l'Europe (carré rouge au milieu) et pour l'Allemagne (carré de droite).  
Source : Diploma Thesis de Nadine May, *Eco-balance of a Solar Electricity Transmission from North Africa to Europe*, Technical University of Braunschweig (Allemagne).

## 5.2. Flux lumineux et vecteur de Poynting

Une source lumineuse peut être directive (ex. le laser). Dans ce cas, l'intensité lumineuse est une grandeur plus adaptée.



a) Alignement d'un système laser au Naval Surface Warfare Centre (NSWC) - US Navy. b) Scientifique militaire alignant un laser sur un banc de test, United States Air Force Research Laboratory (AFRL)

[https://www.navy.mil/view\\_image.asp?id=100735](https://www.navy.mil/view_image.asp?id=100735)  
[https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Military\\_laser\\_experiment.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Military_laser_experiment.jpg)

## 5.2. Flux lumineux et vecteur de Poynting

Applications industrielles des lasers (document CEA).

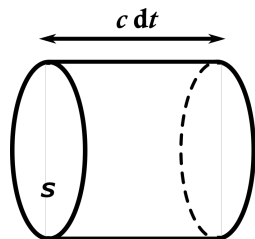


<http://www.cea.fr/multimedia/Pages/editions/livrets-thematiques/le-laser.aspx>

Disponible sur la page Moodle du HLP412.

- 1 Des équations de Maxwell à l'équation de D'Alembert
- 2 L'Onde Plane Progressive Monochromatique
- 3 Structure de l'onde plane
- 4 Polarisation des ondes
- 5 Énergie d'une onde électromagnétique**
  - Conservation de l'énergie électromagnétique
  - Flux lumineux et vecteur de Poynting
  - Interprétation corpusculaire**

## 5.3. Interprétation corpusculaire



On considère une surface  $S$  traversée par un flux lumineux pendant un intervalle de temps  $dt$ . On considère un rayonnement de fréquence  $\nu$ . L'énergie qui a traversé la section  $S$  pendant  $dt$  est

$$\|\vec{\Pi}\| \times S \times dt.$$

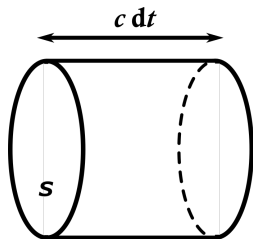
Cette énergie est contenue dans le cylindre de longueur  $cdt$  et de section  $S$ . Soit  $n$  la densité de photons à la fréquence  $\nu$ . L'énergie dans le cylindre est alors également

$$n \times S \times cdt \times h\nu.$$

Donc

$$\|\vec{\Pi}\| S dt = n S c h \nu dt.$$

## 5.3. Interprétation corpusculaire



Or, la densité d'énergie électromagnétique est directement liée à la densité de photons

$$u = nh\nu.$$

On obtient finalement la relation

$$\boxed{\|\vec{\Pi}\| = uc}.$$



Ce document est mis à disposition selon les termes de la licence Creative Commons “Attribution – Pas d’utilisation commerciale – Pas de modification 4.0 International”.

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.fr>

